T.C.
ANADOLU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DÜZLEM KAFES SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇÖZÜMÜ

(Deplasman Metodu)

(Lisansüstü Tezi)

Hazırlayan:
İnş.Müh.Riyad El Cuburi

Yöneten
Y.Doç. Dr. Ahmet TOPÇU

Eskişehir - 1984

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖZET

Bu çalışmada Sonlu Elemanlar Metodu ile Düzlem Kafes Kiriş Sistemleri Çözen Bir Bilgisayar Programı hazırlandı. Çeşitli makalelerden yararlanarak, metodun esası kısaca anlatıldı. Hesap işlemlerini kısaltmak amacıyla sistemin Stifness matrisinin band ve simetrik olma özelliğinden yararlanıldı. Programın girdi ve çıktıları detaylı olarak anlatıldı. Üç sayısal örnek çözüldü ve programın listesi ek olarak verildi.

SUMMARY

In this study a computer program has been prepared to solve Plane Truss using the Finite Element Method. Here some articles have been used. The theory of the Method has been described.To reduce the solution procedure, after the properties of the symetric and banded matrix have been used, the Truss stiffness matrix is solved in a short time. The project explains how this program can be used. In order to test this program 3 examples have been solved. The list of the program is also included.

ملخص الاطروحة

تحتوي هذه الاطروحة على برنامج للكومبيوتر لحل المسائل الهندسية التي تتعلق بالدعامات التي تقع في مستوى واحد . وقد استعمل هذا البرنامج على طريقة تجزئة الاجسام الى قطع صغيرة . وفي اثناء تحضير الاطروحة تم الاستفادة من مقالات شتى حول تطبيق هذه الطريقة . ولاجل اختصار العمليات الحسابية المعقدة تم الاستفادة من شكل المتريس الذي يكون متناظراً وعلى شكل شريط . وتم شرح الطريقة بالحاسب وارفقت البحث بثلاثة امثلة متباينة للتوضيح وبقائمة البرنامج .

ÖNSÖZ

Bütün bilim dalları gibi, inşaat mühendisliğinde uygulama olanağı bulan bilimlerde sürekli bir gelişim içindedir. Bu gelişmeyi hızlandıran ve canlandıran faktörlerin belki de en önemlisi uygulama alanında karşılaşan güçlüklerdir. Artık, biliniyor ki uygulama alanında karşılaşılan problemi çözmek, yerine yavaş yavaş bu problemleri etkin ve hızlı bir şekilde çözmeye bırakmaktadır. Çözüm tekniklerine hız ve etkinlik faktörlerini katmamızda bilgisayarın tartışılmaz bir yeri vardır. Sonlu Elemanlar Metodu oldukça yeni sayılabilecek bir metottur. Düzlem kafes kirişlerin çözümü inşaat mühendislerinin uygulama alanında çok karşılaştığı konulardan biridir. Konunun uygulama alanındaki önemi, çalışmanın bu konuda yapılmasında önemli bir etken olmuştur. Metodun bilgisayar programı hazırlanmış ve birçok örnek üzerinde denenmiştir. Bu çalışmada teorik metodun uygulamaya yönelik boyutlarının irdelenmesi amaçlanmıştır. Sonuç olarak bir kafes sistemin yüklenmesiyle oluşan çubuk kuvvetler hesaplanmıştır. Aynı zamanda, hiperstatik sistemlerde, çökmelerden meydana gelen çubuk kuvvetleri de hesaplanabilir. Hem çökme, hem yükleme altındaki kafes sistemler için de çözüm yapılabilir. İnşaat bölümü bilgisayar merkezinde geliştirilen ve BASIC programlama dilinde yazılan bilgisayar programı MONROE EC 8800 bilgisayarında test edilmiştir.

Çalışmanın hazırlanmasında baştan sona hiç bir yardımı esirgemeyen sayın hocam Yardımcı Doç.Dr.Ahmet TOPÇU'ya teşekkürü borç bilirim.

1. SONLU ELEMANLAR METODUNA GİRİŞ(2,12)

Sonlu Elemanlar Metodu çubuk elemanların hesabında uygulanan klasik yöntemlerin iki ve üç boyutlu sürekli ortamın gerilme ve yer değiştirme problemlerine de uygulanacak şekilde genelleştirilmesi ile ortaya çıkmıştır. Sonlu Elemanlar Metodu, uçak mühendisliği endüstrisinde karşılaşan çok karmaşık yapıdaki problemlere bir çözüm bulma çabası sonucu doğmuştur. Bilgisayarın gelişimine paralel olarak, başta yapı mekaniği olmak üzere diğer bilim dallarında da hızla uygulama alanı bulmuştur. Metodun esası yapının sonlu sayıda elemandan oluştuğu düşüncesidir (Sistemin idealize edilmesi). Bu elemanların sonlu sayıdaki düğüm noktalarında birbirine bağlandığı varsayılır. Sistemin denge denklemlerinin kurulmasında karşılaşılan rijitlik matrisinin boyutu, düğüm noktası sayısı ile direkt ilgilidir. Metodun getirdiği en önemli gelişme iki veya üç boyutlu yapılar için de kullanılabilmesidir. Tipik bir çerçeveden oluşan yapının idealize edilmesinde yapılması gereken tek kabul, çerçeve elemanların tek boyutlu olduğu ve deplasman fonksiyonunun iki düğüm noktası arasında ve elastik eksen boyunca sürekli olduğudur.

Yapı analizinde en önemli gelişme Sonlu Elemanlar Metodunun sürekli ortam problemlerine de kolayca uygulanabilmesidir. Levha, plak ve kabuklur, iki boyutlu elemanların bileşimi şeklinde temsil etmek mümkün olduğu gibi üç boyutlu elemanların birleşmesiyle de elastik bir ortamı temsil etmek mümkündür. İdealize edilen sürekli ortam standart yapı analizi metodu ile incelenebilir. Bu durumda yapılan kabuller fiziksel karakterde olduğundan idealize edilmiş sistem gerçek ortam yerine kullanabilir. İdealize edilmiş sistemin matematik analizinde herhangi bir kabule gerek yok.

Elemanların farklı malzemelerden oluşması durumunda da bu metodu uygulanabilmektedir. Bu, Sonlu Elemanlar Metodunun en büyük avantajlarından biridir.

1.1. Sonlu Elemanlar Metodu ile Sistemin Analizi(2)

Elastik ortamın Sonlu Elemanlar Metodu ile analizini, yapının idealize edilmesi, eleman özelliklerinin belirlenmesi ve idealize edilmiş yapının analizi olmak üzere üç kısma ayırmak mümkündür. Herhangi bir sürekli ortam çok değişik fakat bilinen tipte elemanlara ayrılarak idealize edilir. Daha sonra sürekli ortamın analizi yerine idealize edilmiş sistemin analizi ile yetinilir. Çözümün doğruluğu, idealize edilmiş sistemin sürekli ortamı ne derece hassasiyetle temsil ettiğine bağlıdır. Genelde idealize etme işi zor bir problem değildir. Kabaca bir seçimle dahi oldukça iyi sonuçlar elde edilir. Genellikle sık bir ağ şeklindeki idealizasyonun çok daha iyi bir sonuç vereceği gösterilmiştir. Asıl problem, sistemi oluşturan elemanların elastik özelliklerinin (rijitlik matrisi) belirlenmesidir. Düğüm noktalarına etkiyen kuvvetler ile bu kuvvetlerin neden oldukları deplasmanlar arasındaki bağın (elemanın denge denklemi) kurulması ve elemanın rijitlik matrisinin hesabı ana problemdir. Eleman özellikleri belirlendiğinde verilen yükleme şekli ile ilgili olarak sistemin deplasman, gerilme ve deformasyon hesabı her zaman karşılaşabilecek türden bir problemdir. Eleman özelliklerinin belirlenmesi, sisteminin (şekli) geometrisine bağlı değildir. Sistem genelde özellikleri (rijitlik matrisi) bilinen elemanlar seçilerek idealize edilir. Aynı teknik bir, iki ve üç boyutlu elemanlar için geçerli olduğu kadar bunlardan oluşan kombine (karmaşık) sistemler içinde geçerlidir.

Yapı analizinde aşağıdaki üç işlemin yapılması gerekir:

a) Denge denklemleri: Bir noktada birleşen elemanların iç kuvvetleri sistemin aynı noktasına etkiyen dış kuvvetlerle dengede olmalıdır.

b) Uygunluk şartları (kinematik bağıntı): Bir düğüm noktasında birleşen elemanların aynı düğüm noktasındaki deplasmanları eşit olmalıdır.

c) Gerilme-Deformasyon Bağıntısı: Gerilmeler ile deformasyonlar arasında malzemenin özelliklerine bağlı bir bağıntı (HOOKE Kanunu) olmalıdır.

Yukardaki maddeler hem deplasman hem de kuvvet metodu için geçerlidir. Ancak çok karmaşık veya düzgün olmayan yapılar için deplasman metodu daha basit bir formülasyon verir ve daha basit bilgisayar programlarının yazılabilmesi olanağını sağlar. Fakat bazı araştırmacılar hâlâ pek çok problem için kuvvet metodunu tercih etmektedir. Ancak sonlu elemanlar analizinde kuvvet metodunun uygulanabilirliği gözden uzak tutulmamalıdır.

Yapıların deplasman metodu ile analizinde temel işlemler:

1- Her bir eleman için uygun bir lokal koordinat sistemi seçilir ve elemanın rijitlik özellikleri hesaplanarak $\underline{\bar{k}}^i$ rijitlik matrisi kurulur, elemanın denge denklemi yazılır.

2- Lokal koordinatsistemindeki $\underline{\bar{k}}^i$ rijitlik matrisi tüm sistem için geçerli olan global koordinat sistemindeki $\underline{k}^i$ rijitlik matrisine transforme edilir.

3- Elemanların rijitlikleri (sistemin, elemanların düğüm noktalarında birleşmesinden oluştuğu düşünülerek) toplanarak sistemin $\underline{k}_o$ rijitlik matrisi elde edilir. Tüm elemanlar için rijitlik matrisleri aynı bir global koordinat sisteminde ifade edildiğinden bu, basit bir toplama işleminden ibarettir. $\underline{k}_o$ matrisi genelde band şeklinde simetrik ve iyi kondüsyonludur.

tersine alınabilir
(Çözümü vardır)

4- Denge denklemlerinin formüle edilmesi ve çözümü düğüm noktalarına uygulanan $\underline{P}$ dış yükleri ile aynı noktalardaki $\underline{U}$ deplasmanları yardımıyla kurulan

$$\underline{k}_o \, \underline{U} = \underline{P}$$

$\underline{K}_o \underline{U} \underline{P}$

sistemin denge denkleminin çözümü ile olur. Rijitlik matrisinin iyi kondüsyonlu, simetrik ve az dolu olması deplasman metodunun avantajlarından biridir.

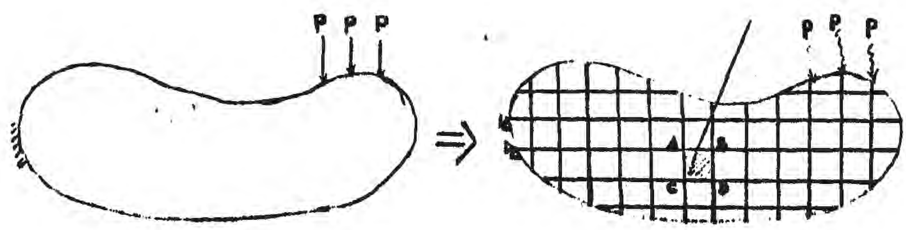
5- Hesaplanan düğüm noktası deplasmanlarından kinematik bağıntılar yardımıyla elemanlara ait deplasmanlar ve son olarak da elemanın rijitlik matrisi yardımı ile eleman deplasmanlarından eleman kuvvetleri bulunur.

Bunlar deplasman metodu ile yapı analizindeki temel ve değişmez işlemlerdir.

2. SİSTEMİN İDEALİZASYONU (11)

Sonlu Elemanlar Metodunun temeli RITZ metoduna dayanmaktadır. RITZ metoduna göre bir problemi çözmek için önce tüm sistem için gerekli olan ve sistemin sınır şartlarını sağlayan bir deplasmanın fonksiyonu seçilir. Deplasman fonksiyonu sistemin toplam potansiyel enerjisi minimum olacak şekilde seçilir. Tüm sınır şartlarını sağlayan tek deplasman fonksiyonu bulmak genel olarak imkansızdır. Bunun yerine, Sonlu Elemanlar Metodunda sistemin geometrisi belirli sayıda küçük elemanlara ayırarak idealize edilir ve her eleman için bir deplasman fonksiyonu seçilir.

Düğüm noktalarında birleşen elemanlar sistemin tümünü oluşturur. Bölge bölge seçilen deplasman fonksiyonlarının tüm sistem üzerinden sürekli olmasını sağlamak için düğüm noktalarında birleşen elemanların deplasmanları birbirine eşit olmaya zorlanır (Kinematik bağ)

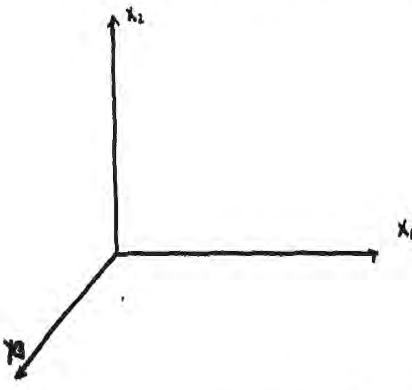


Sürekli Ortam

A,B,C,D düğüm noktası idealize edilmiş sistem

RESİM 1- Sürekli Ortamın İdealizasyonu

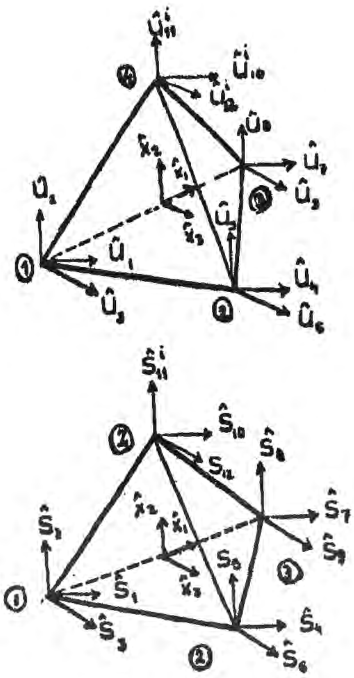
Her eleman için önce bir koordinat sistemi seçilir (bölgesel koordinatlar). Sonra deplasmanlar ve bunlar doğrultusundaki kuvvetler vektörü tayin edilir.



$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ bölgesel koordinatları

$\underline{\hat{u}}^i = \hat{u}^i_1, \hat{u}^i_2 \dots \hat{u}^i_{12}$

$\underline{\hat{S}}^i = \hat{S}^i_1, \hat{S}^i_2 \dots \hat{S}^i_{12}$



RESİM 2- Bir elemanın genelleştirilmiş deplasmanları ve kuvvetleri

Bir elemanın $\hat{u}^i_1, \hat{u}^i_2 \dots \hat{u}^i_{12}$ deplasmanlarına elemanın genelleştirilmiş deplasmanlarıdır.

$\hat{S}^i_1, \hat{S}^i_2, \hat{S}^i_3 \dots$ kuvvetlerine ise genelleştirilmiş kuvvetleridir. Bir düğüm noktasının serbestlik derecesi o noktanın deplasmanlarının toplamı ile elde edilir. Yani eleman bu deplasmanlar doğrultusunda serbestçe hareket edebilir. Elemanın serbestlik derecesi ise deplasmanlarının sayısı kadardır.

Sistem idealize edildikten sonra her eleman için bölgesel bir deplasman fonksiyonu seçilir (RITZ metodu). Bu fonksiyon geometrik sınır şartlarını sağlamalıdır. Sistemin geometrisine uygun elemanlar belirlendikten sonra problemin çözümü iki aşamada olmaktadır.

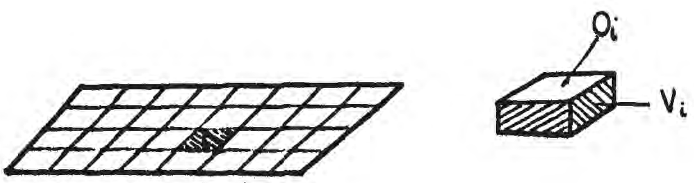
a) Seçilen deplasman fonksiyonu yardımı ile her eleman için toplam potansiyel hesaplanır ve bu potansiyelin minimum olması sağlanır. Böylece $\underline{\hat{S}}^i$ ve $\underline{\hat{U}}^i$ arasında bir bağıntı kurulur (elemanın denge denklemi) ve elemana ait $\underline{\hat{k}}^i$ rijitlik matrisi hesaplanır.

b) Sistemin bütün elemanları için ayrı ayrı toplam potansiyelleri hesaplanarak bu potansiyeller toplanırsa sistemin toplam potansiyeli bulunur.

Yırtılma kopma gibi problemler dışında bir noktada birleşen elemanların süreklilik koşullarını sağlaması gerekir. Bu nedenle bir noktada birleşen elemanlardaki deplasmanlar birbirine eşit olmalıdır.

Sürekli ortam, t düğüm noktası ve s eleman ile idealize edilmiş olsun.

O^i = i. elemanın yüzeyi
V^i = i. elemanın hacmi



Sürekli ortamın yüzey alanı ve hacmi

$$O = \sum_{i=1}^{s} O^i \; ..... \qquad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^{s} V^i \quad ..... \tag{2}$$

olacaktır.

Ancak burada, O^i nin içinde sistemin elemanlara ayrılmasıyla oluşan yeni yüzeyler yoktur. Sistemin toplam potansiyeli için de

$$\Pi = \sum_{i=1}^{s} \Pi^i \quad ..... \tag{3}$$

yazılabilir.

Burada Π^i: i. elemanın toplam potansiyelidir. Buradan da anlaşılıyor ki problemin çözümü, ^{i} toplam potansiyellerinin hesabına indirgenmektedir.

2.1. Deplasman Fonksiyonu Seçimi(11)

RITZ metoduna göre eleman için bir $U^i(\bar{x}_i)$ deplasman fonksiyonu seçilir.

$$\underline{U}^i(\bar{x}_i) = \underline{\Phi}^i(\bar{u}_i)\underline{a}^i \quad ..... \tag{4}$$

Burada henüz belli olmayan $\underline{a}^i$ parametrelerinin fiziksel bir anlamı yoktur. Bu fonksiyonu $\underline{a}^i$ yerine fiziksel anlamı olan $\underline{U}^i$ cinsinden yazmak daha uygun olmaktadır. (4) ifadesini düğüm noktalarının deplasmanları cinsinden yazmak için bu ifadenin sınır şartını sağlaması yani $U^i(\bar{x}_1)$ nın düğüm noktalarında $\underline{U}^i$ değerlerini alması gerekir. Böylece

$$\underline{U}(\bar{x}_i) = \underline{\Phi}^i \, \underline{a}^i$$

olur.

Parametrelerin sayısı = Sistemin serbestlik derecesi. ($\underline{\bar{U}}^i$ vektörünün deplasman sayısı) olduğundan $\underline{\tilde{\phi}}$ tersi alınabilen bir matrisdir.

$$\underline{a}^i = (\underline{\tilde{\phi}})^{-1}\, \underline{\bar{U}}^i$$

$\underline{a}^i$ nin bu karşılığı (4) te yerine konulduğunda elemanın deplasman fonksiyonu düğüm noktasının deplasmanları cinsinden verilmiş olur.

$$\underline{U}^i(\underline{\hat{x}}_i) = \underline{\phi}^i(\hat{x}_i)(\underline{\tilde{\phi}}^i)^{-1}\, \underline{\bar{U}}^i$$

$$\underline{\bar{\phi}} = \underline{\phi}^i(\hat{x}_i)(\underline{\tilde{\phi}}^i)^{-1}$$

olursa deplasman fonksiyonun son şekli

$$\underline{u}^i(\hat{x}_i) = \underline{\bar{\phi}}\, \underline{\bar{U}}^i \;\ldots\ldots \qquad (5)$$

olur.

2.2. Süreklilik Şartları(11)

(5) ile $\varepsilon = \underline{D}\, \hat{u}^i$ şartı eleman için

$$\underline{\varepsilon}^i = \underline{D}\, \underline{u}^i(\hat{x}_i) = \underline{D}\, \underline{\bar{\phi}}^i\, \underline{\bar{u}}^i$$

veya

$$\underline{\varepsilon}^i = \underline{\bar{D}}^i\, \underline{\bar{U}}^i \qquad (5a)$$

olur.

$$\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x_1} \qquad \partial_1 F = \frac{\partial F}{\partial x_1}$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} \partial_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_3 \\ \partial_2 & \partial_1 & 0 \\ \partial_3 & 0 & \partial_1 \\ 0 & \partial_3 & \partial_2 \end{bmatrix}$$

$\underline{D}$: Diferansiyel operatör matrisi

$$\hat{S}_1 \longrightarrow \hat{S}_2 \qquad u_1 \qquad u_2$$

2.3. Elemanın Toplam Potansiyeli Π^i (11)

$$(\Pi_a^i)_s = S_1 u_1 + S_2 u_2$$

Hacımsal ve yüzeysel $\underline{\hat{g}}^i$ ve $\underline{\hat{p}}^i$ kuvvetlerinin tekil kuvvet olarak düğüm noktalarına aktarıldığı varsayılırsa

$$\Pi^i = \Pi_i^i + (\Pi_a^i)_s \qquad \underline{\sigma} \Leftarrow \underline{\varepsilon}$$

Burada Π_i^i iç deformasyonların gerilmelerle yaptığı iş ve $(\Pi_a^i)_s$ de düğüm noktalarına etkiyen $\underline{\hat{s}}^i$ kuvvetlerinin potansiyeli

$$\Pi^i = \frac{1}{2} \int_{V^i} (\underline{\varepsilon}^i)^T \, \underline{E}^i \, \underline{\varepsilon}^i \, dv - (\underline{\hat{u}}^i)^T \, \underline{\hat{s}}^i \tag{6}$$

$$\underline{E} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & & & \\ \nu & 1-\nu & \nu & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & & \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2} & \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$\underline{E}$=Malzemenin rijitlik matrisi veya birim deformasyon matrisi.

ν=Malzemenin enine uzama katsayısı "POISSON" oranı

E=Malzemenin elastisite modülü (Young modülü).

$\varepsilon^i = \hat{D}\,\underline{\hat{U}}^i$ bağıntısı (6) da yerine konur ve $\underline{\hat{U}}^i$ büyüklüğünün $\underline{\hat{x}}_i$ den bağımsız olduğu düşünülürse

$$\Pi^i = \frac{1}{2} (\bar{\underline{u}}^i)^T \int_{V^i} \hat{\underline{D}}^i \underline{E}^i \hat{\underline{D}}^i dV \, \bar{\underline{u}}^i - (\bar{\underline{u}}^i)^T \bar{\underline{S}}^i$$

veya

$$\hat{\underline{K}}^i = \int_{V^i} (\hat{\underline{D}}^i)^T \underline{E} \, \hat{\underline{D}}^i \, dv \qquad (7)$$

$$\Pi^i = \frac{1}{2} (\bar{\underline{U}}^i)^T \, \bar{\underline{K}}^i \, \bar{\underline{U}}^i - (\bar{\underline{U}}^i)^T \, \bar{\underline{S}}^i \qquad (8)$$

elde edilir.

2.4. Elemanın Toplam Potansiyelinin Minimum Olma Prensibi(11)

$$\frac{\partial \Pi^i}{\partial \bar{\underline{u}}^i} = 0$$

şartının gerçekleşmesi gerekir. 8 no.lu ifadenin türevi alınınca

$$\bar{\underline{k}}^i \, \bar{\underline{u}}^i = \bar{\underline{S}}^i \qquad (9)$$

ile elemanın lokalkoordinatlardaki denge denklemleri elde edilir.

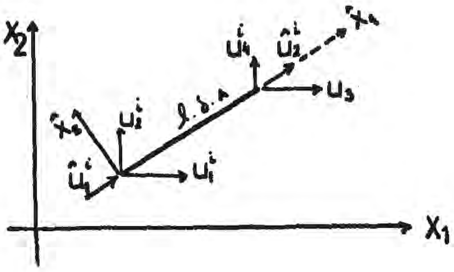
$\bar{\underline{k}}^i$ elemanın lokal koordinatlardaki rijitlik matrisidir ve simetriktir. Matris rijit deplasmanları da ihtiva ettiğinden det $\bar{\underline{k}} = 0$ dır.

$\bar{k}^i_{kj}$ elemanı $\bar{U}^i_j = 1$ ve bütün diğer deplasmanlar sıfır olduğunda oluşan $\bar{S}^i_k$ kuvvetini verir.

2.5. Gerekli Transformasyonlar ve Elemanın Global Koordinatlardaki Rijitlik Matrisi(11)

Tüm sistemin toplam potansiyelini (3) denklemi ile teşkil edebilmek için bazı transformasyonlara gerek vardır. İlk önce elemanın $\bar{\underline{U}}^i$ deplasmanları bir $\underline{T}^i$ transformasyon matrisi yardımıyla global koordinatlar yönünden olan ve düğüm noktalarında etkiyen $\underline{U}^i$ deplasmanları cinsinden yazılır.

2.6. Elemanın $\underline{k}^i$ ve $\underline{T}^i$ Matrisleri(11)



RESİM 3- Koordinat Transformasyonu

$$\underline{\bar{U}}^i = \underline{T}^i \, \underline{u}^i \qquad (10)$$

$\bar{x}_i$ lokal koordinatlarında verilen $\bar{U}_1$ ve $\bar{U}_2$ lokal deplasmanlarının global koordinatlardaki bileşenleri U_1^i, U_2^i, U_3^i ve U_4^i dır. α_{1j}, $\bar{x}_1$ lokal aksı ile x_j global aksı arasındaki açısının kosinüsü olduğuna göre

$$\alpha_{1j} = \cos(\bar{x}_1, x_j)$$

$$\bar{U}_1^i = \alpha_{11} U_1^i + \alpha_{12} U_2^i$$

$$\bar{U}_2^i = \alpha_{11} U_3^i + \alpha_{12} U_4^i$$

$$\begin{matrix} \bar{U}_1^i \\ \bar{U}_2^i \end{matrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{11} & x_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^i \\ U_2^i \\ U_3^i \\ U_4^i \end{bmatrix}$$

$$\underline{\bar{U}}^i = \underline{T}^i . U^i$$

elde edilir.

$\underline{\hat{u}}^i$ değeri Π^i enerji ifadesinde yerine konarak

$$\Pi^i = \frac{1}{2}(\underline{U}^i)^T(\underline{T}^i)^T\underline{k}^i\,\underline{T}^i\,\underline{U}^i-(\underline{U}^i)^T(\underline{T}^i)^T\,\underline{S}^i$$

$$(T^i)^T\,\underline{S}^i = \underline{S}^i \qquad (11)$$

$$\underline{k}^i = (\underline{T}^i)^T\underline{k}^i\,\underline{T}^i \qquad (12)$$

büyüklükler ile Π^i için

$$\Pi^i = \frac{1}{2}(\underline{u}^i)^T\,\underline{k}^i\,\underline{U}^i-(\underline{u}^i)^T\,\underline{S}^i \qquad (13)$$

elde edilir.

$\underline{T}^i$ transformasyon matrisi ile $\underline{k}^i$ lokal rijitlik matrisi (12) de olduğu gibi global rijitlik matrisi $\underline{k}^i$ ye dönüştürülmektedir. Burada $\underline{S}^i$ elemanın global koordinatlarındaki uç kuvvetleridir.

Elemanın dengede olduğu düşünülerek, yani Π^i nin minimum olması şartından $\left(\frac{\partial\Pi^i}{\partial\underline{U}^i} = 0\right)$

$$\underline{k}^i\,\underline{u}^i = \underline{S}^i \qquad (14)$$

Elemanın global koordinatlardaki denge denklemi elde edilir. Global $\underline{k}^i$ matrisi lokal $\underline{k}^i$ matrisi ile aynı özelliklere sahip olur. Ancak boyutları farklı olabilir.

Resim 3 de genel şekli verilmiş kafes kiriş çubuğunun lokal rijitlikmatrisi $\underline{k}^i$, 2x2 boyutunda olduğu halde, aynı matris global koordinatlara transforme edildiğinde elde edilen $\underline{k}^i$ 4x4 boyutundadır.

Sistem S elemandan oluştuğuna göre $\hat{U}^i$, S^i, $\underline{U}^i$ ve $\underline{S}^i$ vektörlerini i=1,2,...,S için yani

$$\underline{\bar{U}} = \{\underline{\bar{U}}^1 \ \underline{\bar{U}}^2 \ \ldots \ \underline{\bar{U}}^s\} = \{\underline{T}^1\underline{U}^1 \ \underline{T}^2\underline{U}^2 \ \ldots \ \underline{T}^s\underline{U}^s\}$$

$$\underline{\bar{S}} = \{\underline{\bar{S}}^1 \ \underline{\bar{S}}^2 \ \ldots \ \underline{\bar{S}}^s\} = \{\underline{\bar{k}}^1\underline{\bar{U}}^1 \ \underline{\bar{k}}^2\underline{\bar{U}}^2 \ \ldots \ \underline{\bar{k}}^s\underline{\bar{U}}^s\}$$

$$\underline{U} = \{\underline{U}^1 \ \underline{U}^2 \ \ldots \ \underline{U}^s\}$$

$$\underline{S} = \{\underline{S}^1 \ \underline{S}^2 \ \ldots \ \underline{S}^s\} = \{\underline{k}^1\underline{U}^1 \ \underline{k}^2\underline{U}^2 \ \ldots \ \underline{k}^s\underline{U}^s\}$$

Vektörlerini de bir araya toplayarak

$$\underline{\bar{u}} = \underline{T}\,\underline{u} \qquad (15)$$

$$\underline{\bar{S}} = \underline{\bar{k}}\,\underline{\bar{u}} \qquad (16)$$

$$\underline{S} = (\underline{T}^i)^T \underline{\bar{S}}^i \qquad (17)$$

$$S^i = \underline{k}^i \underline{u}^i \qquad (18)$$

bağıntıları yazılabilir.

$\underline{T}$, $\underline{\bar{k}}$ ve $\underline{k}$ incelendiğinde matrislerin tipleri tesbit edilebilir. Bu matrisler diyagonal elemanları $\underline{T}^i$, $\underline{\bar{k}}^i$ ve $\underline{k}^i$ alt matrislerinden oluşan hiperdiyagonal matrislerdir.

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{T}^1 & & & & & & \\ & \underline{T}^2 & & & & & \\ & & \underline{T}^3 & & & & \\ & & & \underline{T}^4 & & & \\ & & & & \underline{T}^5 & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \underline{T}^s \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{K}} = \begin{bmatrix} \underline{\hat{K}}^1 & & & & \\ & \underline{\hat{K}}^2 & & & \\ & & \underline{\hat{K}}^3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \underline{\hat{K}}^5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}^1 & & & & \\ & \underline{K}^2 & & & \\ & & \underline{K}^3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \underline{K}^5 \end{bmatrix}$$

Bu noktaların deplasmanlarını ve bu noktaları etkiyen dış kuvvetleri

$$\underline{U}_i = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \underline{P}_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

ile gösterirsek ve bütün düğüm noktalarındaki bu büyüklükleri $\underline{U}$ ve $\underline{P}$ vektörlerine toplarsak

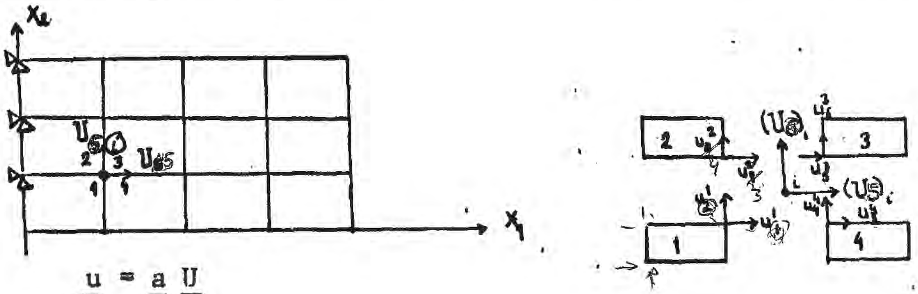
$D^i \rightarrow$ eleman gösterir
$D_i \rightarrow$ i noktaya

$$\underline{U} = \{\underline{U}_1 \;\; \underline{U}_2 \; \dots \; \underline{U}_t\}$$

$$\underline{P} = \{\underline{P}_1 \;\; \underline{P}_2 \; \dots \; \underline{P}_t\}$$

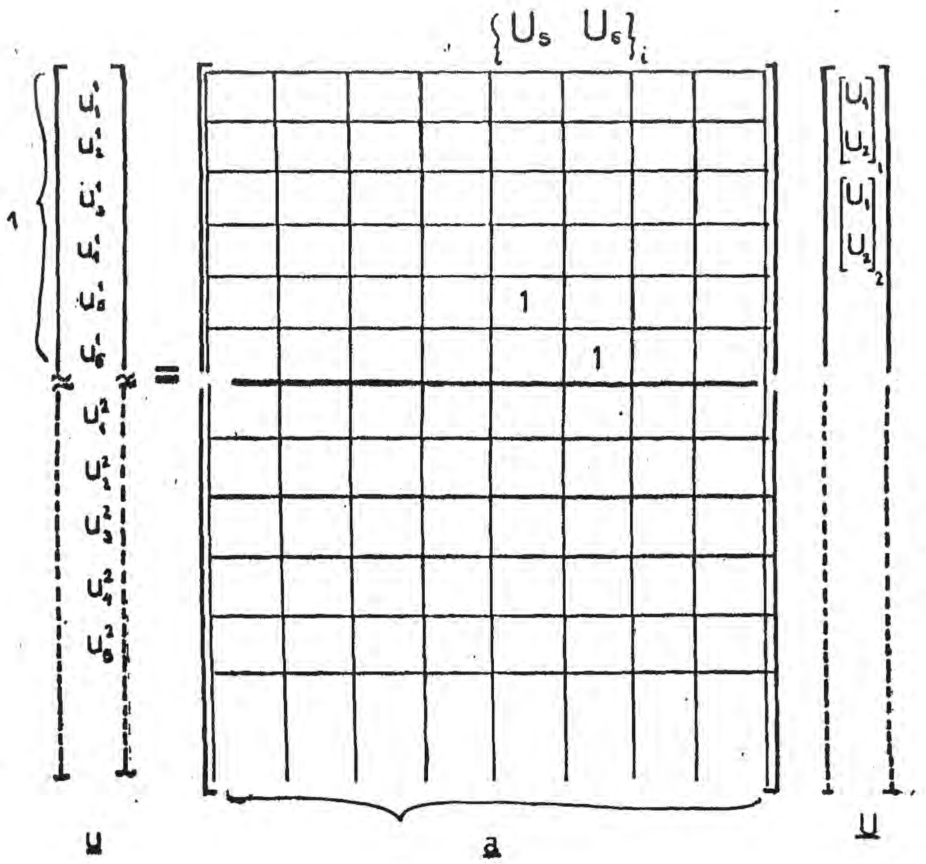
2.7. Sistemin Düğüm Noktalarındaki Uygunluk Şartı(11)

Sistemin herhangi bir noktasında birleşen elemanların uç deplasmanları ile sistemin bu noktasındaki deplasmanların eşit olması gerekir.



$$\underline{u} = \underline{a}\,\underline{U} \qquad (19)$$

Bu şart elemanları bir veya sıfır sayısı BOOLE matrisi ile sağlanır. Örnek:



2.8. Sistemin düğüm Noktasında Denge Denklemi (11)

$\underline{P}$ vektörünün $\delta\underline{U}$ ile yapacağı vertüel iş $\underline{S}$ ile $\delta\underline{u}$ nun yapacağı işe eşit olmalıdır.

$$\delta\underline{U}^T\,\underline{P} = \delta\underline{u}^T\underline{S}$$

(19) dan $\delta\underline{u} = \underline{a}\;\delta\underline{U}$

$$\delta\,\underline{U}^T\underline{P} = \delta\underline{U}^T\underline{a}^T\underline{S}$$

$$\underline{P} = \underline{a}^T\;\underline{S} \tag{20}$$

olur.

2.9. Sistemin Toplam Potansiyelinin Minimum Olma Şartı (11)

$$\Pi = \sum_{i=1}^{s} \Pi^i = \sum_{i=1}^{s} \{ \frac{1}{2}\,\underline{u}^T.\underline{k}\;\underline{u} - (\underline{u}^i)^T\;\underline{S}^i \}$$

$$= \frac{1}{2}\{\underline{u}^1\;\underline{u}^2\;\ldots\;\underline{u}^s\}^T \begin{bmatrix} \underline{k}^1 & & & \\ & \underline{k}^2 & & \\ & & \underline{k}^3 & \\ & & & \ddots\;\underline{k}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}^1 \\ \underline{u}^2 \\ \vdots \\ \underline{u}^s \end{bmatrix} - \{u\}^T \begin{bmatrix} \underline{S}^1 \\ \underline{S}^2 \\ \vdots \\ \underline{S}^s \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{u}^T\;\underline{k}\;\underline{u} - \underline{u}^T\;\underline{S}$$

(19) ve (20) bağıntıların dolayı

$$= \frac{1}{2}\,\underline{U}^T\;\underline{a}^T\;\underline{k}\;\underline{a}\;\underline{U} - \underline{U}^T\;\underline{a}^T\;\underline{S}$$

$$\underline{k}_o = \underline{a}^T\;\underline{k}\;\underline{a}$$

$$= \frac{1}{2}\,\underline{U}^T\;\underline{K}_o\;\underline{U} - \underline{U}^T\;\underline{P}$$

elde edilir.

$\underline{K}_o$ matrisine sistemin rijitlik matrisi denir. $\underline{K}_o$ düzensiz bir matristir yani det $\underline{K}_o$ = 0 dır. Sistemin dengede olma şartı $\frac{\partial \Pi}{\partial \underline{U}} = 0$ olmalıdır.

Buradan

$$\underline{K}_o \, \underline{U} = \underline{P} \tag{21}$$

sistemin denge denklemi olarak elde edilir.

2.10. Sınır Şartlarının Dikkate Alınması(11)

Sistemin bazı noktalarının deplasman önlenmiş, yani sistem mesnetlenmiş olabilir. Bu durumda $\underline{U}$'nun da bazı elemanlarının sıfır olacağı açıktır. Bu sıfır olan elemanları $\underline{U}_A$ alt vektöründe toplayarak (19) bağıntısını

$$\underline{u} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{a}_r & \underline{a}_A \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \underline{U}_r \\ \hline \underline{U}_A \end{array} \right] \tag{22}$$

şeklinde yazılabilir.

$$\underline{u} = \underline{a}_r \, \underline{U}_r \tag{23}$$

ile sınır şartları dikkate alınmıştır. Rijit deplasmanlar yoktur. (24) ile hesaplanan $\underline{K}_r$

$$\underline{K}_r = \underline{a}_r^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{a}_r \tag{24}$$

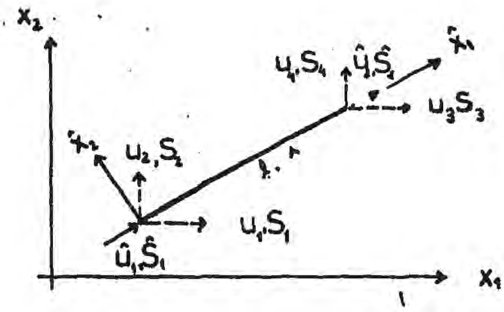
matrisi artık düzenli bir matristir.

$$\underline{K}_r \, \underline{U}_r = \underline{P}_r \tag{25}$$

Buradan $\underline{U}_r$ ve $\underline{u} = \underline{a}_r \, \underline{U}_r$ yardımıyla da $\underline{S} = \underline{k} \, \underline{U}$ hesaplanır.

2.11. Düzlem Kafes Kiriş Elemanın $\underline{\hat{k}}$ ve $\underline{T}^{i}$ Matrisi(*)(11)

a) Düzlem kafes kiriş eleman



ℓ = elemanın boyu

A = elemanın kesit alanı

$$\hat{\underline{u}} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} \qquad \hat{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \end{bmatrix} \qquad \hat{\underline{K}}\,\hat{\underline{u}} = \hat{\underline{S}}$$

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \qquad \underline{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} \qquad \underline{K}\,\underline{u} = \underline{S}$$

Deplasman Seçimi:

$U_1(\hat{x}_1) = \hat{x}_1 + b$ olsun

$$U_1(\hat{u}_1) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \underline{\phi}\,\underline{a}$$

<u>Sınır şartları</u>

$\hat{x}_1 = 0$ da $u = \hat{u}_1 \rightarrow b = \hat{u}_1$

$\hat{x}_1 = \ell$ de $u = \hat{u}_2 \rightarrow \hat{u}_2 = a\,\ell + \hat{u}_1$

$$a = \frac{\hat{u}_2 - \hat{u}_1}{\ell}$$

(*) i indisi konulmamıştır.

Bu değerlerle deplasman fonksiyonu

$$u_1(\bar{x}_1) = \frac{\hat{u}_2 - \hat{u}_1}{\ell} \bar{x}_1 + \hat{u}_1$$

şeklini alır.

Matris formunda bu ifade

$$u_1(\bar{x}_1) = \frac{1}{\ell} \begin{bmatrix} \ell-\bar{x}_1 & \bar{x}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}$$

$$u_1(\bar{x}_1) = \underline{\Phi}\ \underline{\hat{u}}$$

şeklini alır.

<u>Elemanın süreklilik şartları</u>

$\underline{\varepsilon} = \underline{D}\ \underline{\hat{u}}$ olmalı.

Burada $\underline{D} = \frac{d}{d\bar{x}_1}$ ve $\underline{\varepsilon} = \varepsilon_{11}$ dir.

O halde

$$\varepsilon_{11} = \frac{d}{d\bar{x}_1} \frac{1}{\ell} \begin{bmatrix} \ell - \bar{x}_1 & \bar{x}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{\ell} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} = \underline{\hat{D}}\ \underline{\hat{u}}$$

$$\underline{\hat{D}} = \frac{1}{\ell} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

dır.

Eleman rijitlik matrisi: $\underline{k} = \int_V \underline{\hat{D}}^T\ \underline{E}\ \underline{D}\ dV$

Burada $\underline{E} = E$ olmalıdır. Bilinen değerler yerine konursa

$$\underline{k} = \frac{1}{\ell^2} \int_V \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} E \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} dV$$

$$\underline{k} = \frac{E}{\ell^2} \int_o^{\ell} \int_A \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} d\hat{x}_1 \, dA$$

$$\underline{k} = \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$

Elemanın lokal koordinatlardaki rijitlik matrisi elde edilir.

E : Elastisite modülü, A: Kesit alanı

$F_1 = 1 = \frac{AE}{L}(u_1 - u_2)$

Transformasyon Matrisi

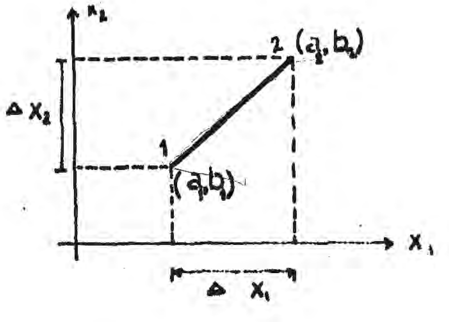
$\hat{u} = \underline{T}\,\underline{u}$

$F_2 = 1 = \frac{AE}{L}(-u_1 + u_2)$

$(\underline{T}\,\underline{T}^T = I)$ {özellik}

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \end{bmatrix}$$

(1) noktasının global koordinatları (a_1, b_1) ve (2) noktasının da (a_2, b_2) ise



$$\Delta x_1 = a_2 - a_1$$
$$\Delta x_2 = b_2 - b_1$$
$$\ell = \sqrt{\Delta\bar{x}_1^2 + \Delta\bar{x}_2^2}$$

$\alpha_{11} = \Delta x_1 / \ell$, $\alpha_{12} = \Delta x_2 / \ell$ olur.

Global koordinatlardaki rijitlik matrisi:

$$\underline{k} = \underline{T}^T \underline{\bar{k}}\ \underline{T}$$

bağıntısından hesaplanan $\underline{k}$

$$\underline{k} = \frac{EA}{\ell}\left[\begin{array}{c|c} K_o & -K_o \\ \hline -K_o & K_o \end{array}\right]$$

şeklinde elde edilir

$$\underline{K}_o = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^2 & \alpha_{11}\alpha_{12} \\ \alpha_{11}\alpha_{12} & \alpha_{12}^2 \end{bmatrix}$$

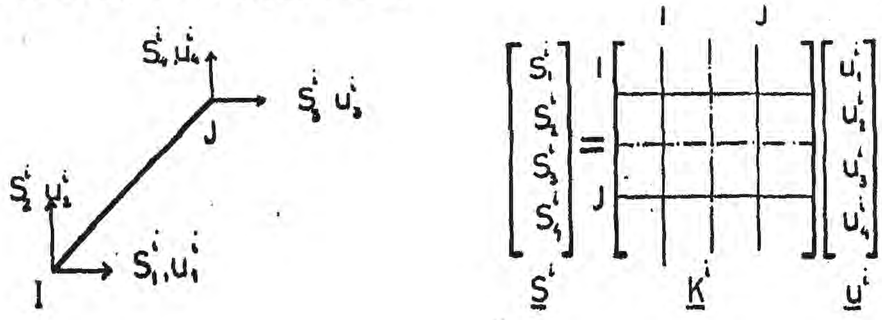
olacaktır.

2.12. Sistemin Rijitlik Matrisinin Direkt Olarak Kurulması

1) Her elemanın global koordinatlardaki $\underline{k}^i$ rijitlik matrisi bulunduktan sonra

$$\underline{K}_o = \underline{a}^T.\underline{k}.\underline{a}$$

çarpımı yapılarak sistemin rijitlik matrisine geçildiği bilinmektedir. Bu çarpımın yapılması hem çok zaman alıcı hem de zahmetli bir iştir. $\underline{k}^i$ matrisleri bulunduktan sonra bu çarpım yapılmaksızın $\underline{K}_o^i$ yardımıyla sistemin rijitlik matrisi $\underline{K}_o$ direkt teşkil edilebilir.

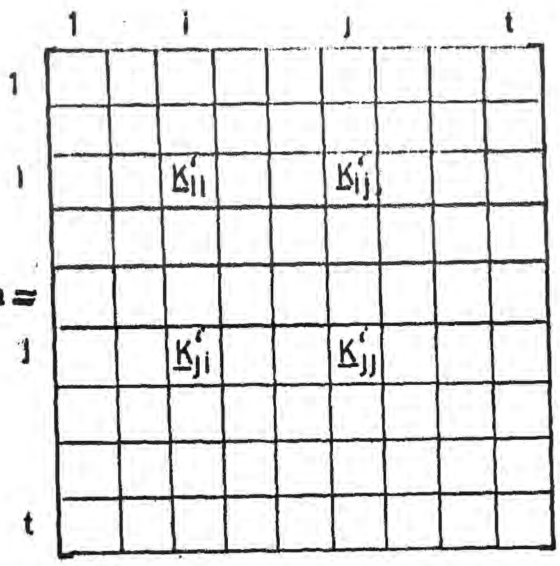


Her eleman için kabul edilen doğrultu (lokal koordinatlar$) dikkate alınarak (i) ve (j) düğüm noktaları tesbit edilir ve $\underline{k}^i$ matrislerinin satır ve kolonları bu düğüm noktalarına göre bölünerek alt matrisler elde edilir.

$$\underline{K}^i = \begin{array}{cc} i & j \\ \left[\begin{array}{c|c} K_{ii} & K_{ij} \\ \hline K_{ji} & K_{jj} \end{array}\right] \end{array}$$

Bütün $\underline{k}'$ ler alt matrislere bölündükten sonra sınır şartları dikkate alınmaksızın sistemin bütün serbestlik derecelerini içeren bir $\underline{K}_o$ matrisinin şeması hazırlanır.

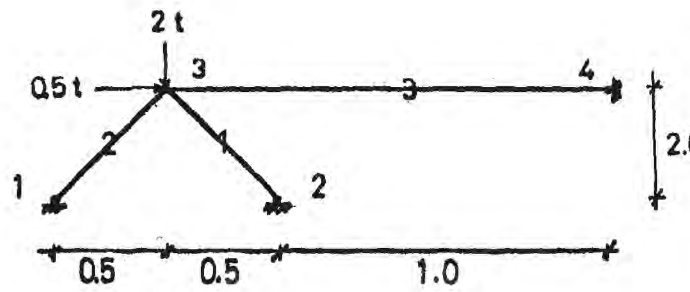
$\underline{K}_o =$



Bu kare matris $\underline{K}_o\,\underline{U} = \underline{P}_o$ bağıntısı dikkate alınarak her düğüm noktası için alt matrislere bölünür ve düğüm noktaları yazılır. i. inci eleman ele alınarak k^i nin $\underline{k}^i_{ij}$ alt matrisi $\underline{K}_o$ daki aynı indisli yere yazılır. $\underline{K}_o$ ın i ve j ile belirlenen alt matrisinde daha önce yazılmış değerler varsa $\underline{k}^i_{ij}$ nin elemanları bu sayılara ilave edilir. Bu iş bütün elemanlar için tekrarlandığında $\underline{K}_o$ elde edilmiş olur.

3. ÖRNEK PROBLEM(8,10)

Aşağıdaki verilen sistemin çubuk kuvvetlerini deplasman metoduna göre hesaplayınız.



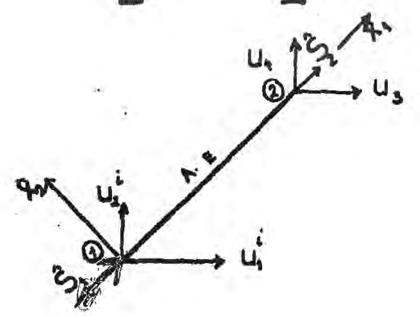
1. elemanda alan 3.1 cm^2
2. elemanda alan 3.1 cm^2
3. elemanda alan 6.2 cm^2

Her elemanda

$E = 2.10^6$ kg/cm^2

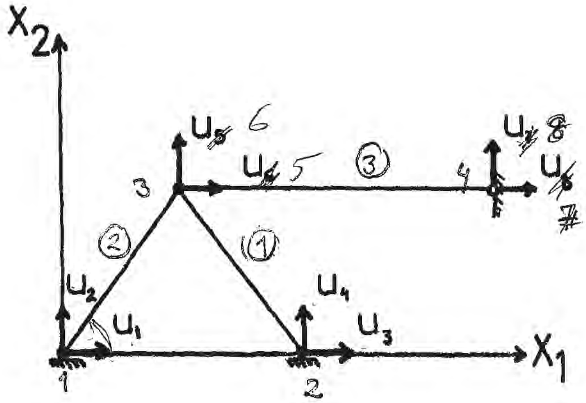
Elemanın genel konumu ve $\underline{k}^i$, $\underline{T}^i$ matrisleri

$$\underline{k}^i = \frac{A^i E^i}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$



i: sistem elemanın genel konumu

$$\underline{T}^i = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \end{bmatrix}$$



1) Önce elemanlar ve düğüm noktaları numaralanır. Sonra her düğüm noktasının mümkün olan deplasmanları işaretlenir (Global koordinatlar dikkate alınarak). Burada birimlere dikkat edilmelidir.

2) Her elemanın lokal koordinatları tespit edilir. Yani çubuğun başlangıç ve bitiş noktasının numarası verilir. Sonra α_{ij} değerleri her çubuk için hesaplanır. Bunun için aşağıdaki tablo düzenlenir.

ELEMAN NO	ALAN m	UZUNLUĞU	DOĞRULTUSU	DOĞRULTMAN COS α_{11}	DOĞRULTMAN COS α_{12}
(1)	31 10^{-4}	2.0615	2 → 3	0.2425	-0.9701
(2)	31 10^{-4}	2.0615	1 → 3	0.2425	0.97016
(3)	62 10^{-4}	1.0000	3 → 4	1.0000	0.0000

3) Global Koordinatlardaki $\underline{k}^i = (\underline{T}^i)^T \underline{k}^i$ nın hesabı:

$$\underline{T}^1 = \begin{bmatrix} 0.24250 & -0.9701 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.24250 & -0.9701 \end{bmatrix}$$

$$\underline{T}^2 = \begin{bmatrix} 0.2425 & 0.97016 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.24250 & 0.97016 \end{bmatrix}$$

$$\underline{T}^3 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

4) Lokal rijitlik matrisi

$$\underline{k}^i = \frac{A^i\ E^i}{\ell^i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{K}}^1 = \begin{bmatrix} 3007.5187 & -3007.518 \\ -3007.518 & 3007.5187 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{k}}^2 = \begin{bmatrix} 3007.5187 & -3007.5187 \\ -3007.5187 & 3007.5187 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{K}}^3 = \begin{bmatrix} 12400 & -12400 \\ -12400 & 12400 \end{bmatrix}$$

Global rijitlik matrisleri $\underline{k}^i = (\underline{T}^i)^T \, \underline{\hat{k}}^i \, \underline{T}^i$ **hesabı** .

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 2 \\ \\ \\ 3 \end{array} & \underline{K}^1 = \begin{bmatrix} 176.8601 & -707.5488 & -176.8601 & 707.5488 \\ -707.5488 & 2830.7078 & 707.5488 & 2830.7078 \\ -176.8601 & 707.5488 & 176.8601 & -707.5488 \\ 707.5488 & 2830.7078 & -707.5488 & 2830.7078 \end{bmatrix} \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ 4, \\ u_8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} 1 & 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ \\ \\ 3 \end{array} & \underline{K}^2 = \begin{bmatrix} 176.8601 & 707.5488 & -176.8601 & -707.5488 \\ 707.5488 & 2830.7078 & -707.5488 & -2830.7078 \\ -176.8601 & -707.5488 & 176.8601 & 707.5488 \\ -707.5488 & -2830.7078 & 707.5488 & 2830.7078 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cc} 3 & 4 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 3 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{array} & \underline{K}^3 = \begin{bmatrix} 12400 & 0 & -12400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12400 & 0 & 12400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \end{array} \end{array}$$

Sistem Rijitlik Matrisinin Direkt Kurulması

$K_o =$

1	176.860	707.548			-176.860	707.548		
	707.548	2830.707			707.860	2830.707		
2			176.860	-707.860	-176.860	707.54		
			-707.54	2830.707	707.548	-2830.707		
5	-176.86	-707.54	176.86	707.54	176.860 176.860 12400.00 12753.72	707.54 -707.54 000.00	-12400	
6	-707.54	-2830.707	707.54	2830.707	-707.548 707.548 000.00	2830.707 2830.707 5661.414		
4							12400	

İndirgenmiş sistem rijitlik matrisi:

$$\underline{Kr} = \begin{bmatrix} 12753.72 & 0 \\ 0 & 5661.41 \end{bmatrix}$$

Denklem sistemine göre çözümü

$$\begin{bmatrix} 12753.72 & 0 \\ 0 & 5661.415 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{U}r = \begin{bmatrix} 0.3920 \\ -3.5326 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

Global Deplasmanlar

$$\underline{u}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3920 \\ -3.5326 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \quad \underline{u}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3920 \\ -3.5326 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \quad \underline{u}^3 = \begin{bmatrix} 0.3920 \\ -3.5326 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

Lokal Deplasmanları

$$\underline{\hat{u}} = \underline{T}^i \; \underline{u}^i$$

$$\underline{\hat{u}}^1 = \begin{bmatrix} 0.2425 & -0.9701 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2425 & -0.9701 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.9204 \cdot 10^{-5} \\ -3.5326 \; 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.5223 \; 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{u}}^2 = \begin{bmatrix} 0.2425 & 0.97016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2425 & 0.9706 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.9204 \; 10^{-5} \\ -3.5326 \; 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.332 \; 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{u}}^3 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.9204 \; 10^{-5} \\ -3.5326 \; 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.9204 \; 10^{-5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

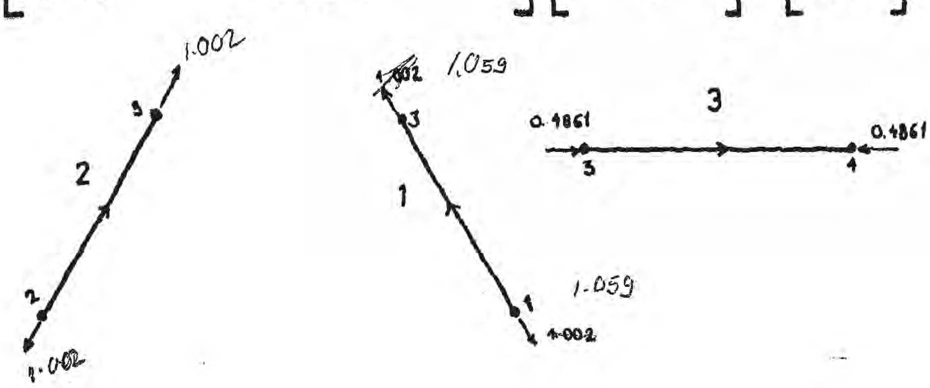
Çubuk Kuvvetleri

$$\underline{S}^i = \underline{\bar{k}}^i \; \underline{\hat{u}}^i$$

$$\underline{\hat{S}}^1 = \begin{bmatrix} -3007.5187 & -3007.518 \\ 3007.518 & 3007.5187 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3.52233 \; 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.059 \\ 1.059 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{S}}^2 = \begin{bmatrix} 3007.5187 & -3007.518 \\ -3007.518 & 3007.5187 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3.3321 \; 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.002 \\ 1.002 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\hat{S}}^3 = \begin{bmatrix} 12400.0 & -12400 \\ 12400 & 12400.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.9204 \; 10^{-5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4861 \\ -0.4861 \end{bmatrix}$$



3.1. Problemin Bilgisayarla Çözümü

SONLU ELEMANLAR METODU
DUZLEM KAFES SISTEMLERININ HESABI

ELEMAN YONLERI & ELEMAN OZELLIKLERI

ELEM	i	j	E(t/m^2)	A(m^2)
1	2	3	2.1E+07	.00031
2	1	3	2.1E+07	.00031
3	3	4	2.1E+07	.00062

band= 5

D.N KOORDINATLARI & KUVVETLERI

nokta	X(m)	Y(m)	Px(t)	Py(t)
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	.5	2	.5	-2
4	1.5	2	0	0

DUGUM NOKTASI DEPLASMANLARI

D.N	UX(m)	UY(m)
1	0	0
2	0	0
3	3.73371E-05	-3.36467E-04
4	0	0

ELEMANLARA ETKIYEN KUVVETLER *

ELE.	fi(t)	segl	ACIKLAMA
1	-1.05937	-3417.33	BASINC
2	-1.00218	-3232.84	BASINC
3	-.486129	-784.079	BASINC

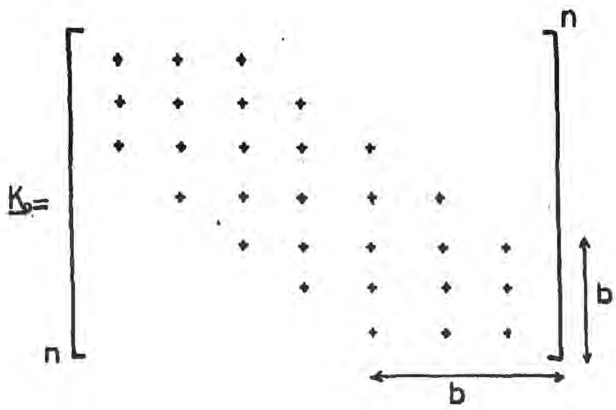
reaksiyonlar:

NOKTA	Ax	Ay
1	+0.24	+0.97
2	-0.26	+1.03
4	-0.49	+0.00

Hesap Sonu

4. SİSTEMİN RİJİTLİK MATRİSİNİN ÖZELLİKLERİ(6,7)

$\underline{K}_o$ rijitlik matrisi daima simetrik, band şeklinde ve diyagonal dominant (det $\underline{K}_o \neq 0$) dır. Band genişliği düğüm noktalarının numaralanmasına bağlı olarak belirlenir.

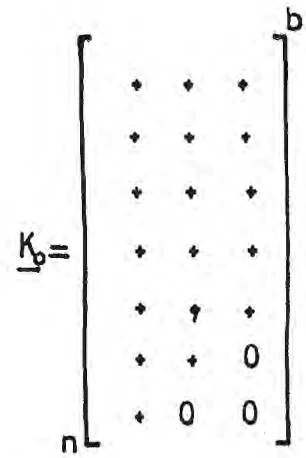


RESİM 4- Sistemin Stifnessi

Düğüm kafes sistemlerde;

b = Yarı band genişliği.

Band genişliğinin küçük olması denklem sisteminin çözümünü hızlandırır. Gerekli hafıza simetriden dolayı sadece nxb kadardır. Bu nedenle band genişliğini mümkün olduğu kadar küçük tutmak çok önemlidir. Bu amaç ile geliştirilmiş özel programlar sistemin düğüm noktalarını band genişliği minimum olacak şekilde numaralarlar. $\underline{K}_o$ matrisi bilgisayarda aşağıda verildiği gibi depolanır. Denklem sisteminin çözümü için GAUSS indirgeme metodu ve daha çok CHOLESKY metodu uygulanır.



5. PROGRAMIN GİRDİ VE ÇIKTILARI

5.1. Girdi Organizasyonu

Ekte verilen program düzlem kafes-kiriş sistemlerde çubuk kuvvetlerini ve reaksiyonları hesapları, sisteme yük olarak düğüm noktalarında etkiyen tekil kuvvetler ve deplasmanlar verilebilir. Aynı bir noktada, ya kuvvet ya da deplasman yük olarak verilebilir. Aynı noktada her ikiside birlikte verilmez. Sisteme ait bilgiler programdaki DATA satırlarında aşağıdaki sıraya göre verilir, boyutlar ton ve metre cinsindendir.

DATA eleman sayısı, düğüm noktası sayısı

DATA eleman No, başlangıç, bitiş, E modülü, kesit alanı
DATA eleman No, başlangıç, bitiş, E modülü, kesit alanı
DATA eleman No, başlangıç, bitiş, E modülü, kesit alanı

Her eleman için bir satır

DATA Düğüm No, X-koordinatı, Y-koordinatı
DATA Düğüm No, X-koordinatı, Y-koordinatı
DATA Düğüm No, X-koordinatı, Y-koordinatı

Her düğüm noktası için bir satır

DATA Sistemdeki verilmiş deplasman sayısı

DATA Düğüm no, 1(x yönünde dep.), deplasman değeri
DATA Düğüm no, 2(y yönünde dep.), deplasman değeri

her düğüm noktası için

DATA Yüklenmiş düğüm sayısı

DATA Düğüm no, x yönünde yükleme
DATA Düğüm no, x yönünde yükleme
DATA Düğüm no, y yönünde yükleme
DATA Düğüm no, y yönünde yükleme

her düğüm noktası için

5.2. Çıktılar

Çıktılar şu şekilde olmaktadır.

1- Eleman Yönleri ve Eleman Özellikleri

Elemanlar	I	J	$E(t/m^2)$	$A(m^2)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

2- Düğüm Noktalarının Koordinatları ve Yük Vektörü

Nokta	X(m)	Y(m)	Px(t)	Py(t)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

3- Düğüm Noktasının Deplasmanları

Düğüm No	$U_x(m)$	$U_y(m)$
⋮	⋮	⋮

4- Elemanlara Etkiyen Kuvvetler

Elemanlar	$f_i(t)$	Sigma 1	Açıklama
⋮	⋮	⋮	⋮

5- Reaksiyonlar

No	A_x	A_y
⋮	⋮	⋮

Hesap Sonu.

5.3. Düzlem Kafes Kiriş Sistemler İçin Programda Önemli Değişkenler

N: Eleman Sayısı

S: Sistemdeki düğüm noktası sayısı; S*2 = D

BAND: (serbestlik derecesi) band genişliği (diyagonal dışında)

K_o (D, BAND+1) Sistemin stifniss matrisi

k_7 (N,4) Elemanlara ait veriler

k_2 (S,4) Düğüm noktalarının koordinatları ve noktalardakı dış yükler

$\underline{Pr}$ (D+Band,1) yük vektörü

$\underline{U}$ (D,1) Deplasman vektörü

K_1 (2,2) Elemanın lokal rijitlik matrisi

$\underline{F}$ (D,1) Elemanın kuvvetleri

Seg 1 (D,1) = Eksenel gerilme

X(D,1) = $\underline{U}_r$(D,1) = Deplasman vektörü

D = S*2 Deplasman sayısı

Sd : Düğüm noktasının numarası

SS : Mesnetlenmiş düğüm sayısı

$\underline{K}_r$ (D, BAND+1): İndirilmiş matris

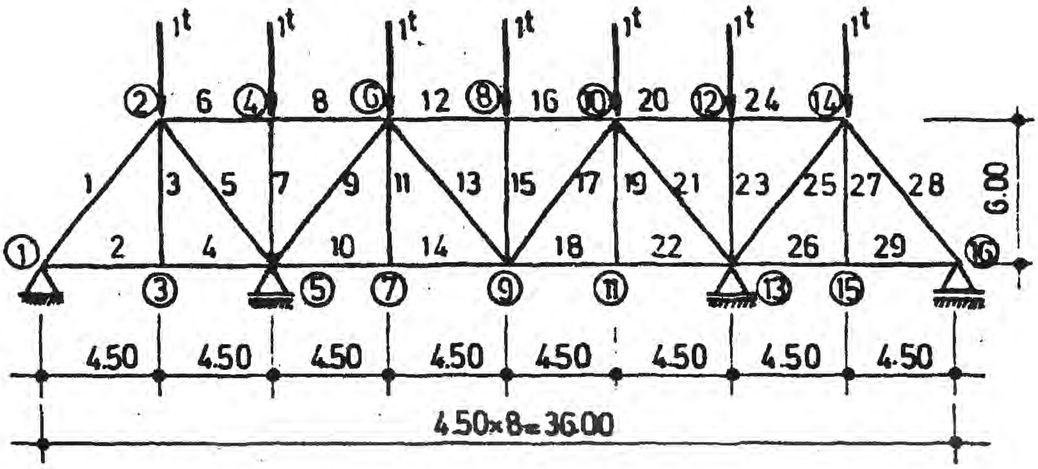
D_2 = Sd*2

U_1 = Çubukta deplasmanı

F_1 = Çubukta kuvvet

6. (5,6,10)

PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN PROBLEM 1



Yukardaki sistemin 5 mesnedinde 0.012 m çökme olduğunu kabul ederek çubuk kuvvetlerini bulunuz.

Yatay çubuklarda kesit alanı A = 120 10^{-4} m^2

Eğik çubuklarda kesit alanı A = 60 10^{-4} m^2

Düşey çubuklarda kesit alanı A = 30 10^{-4} m^2

Verilerin Hazırlanması:

N = 29 S = 16

No	Başlangıç	Bitiş	E (t/m^2)	Alan m^2
1	1	2	$2100x10^4$	$60x10^{-4}$
2	1	3	"	$120x10^{-4}$
3	3	2	"	$30x-10^{-4}$
4	3	5	"	$120x10^{-4}$
5	2	5	"	$60x10^{-4}$
6	2	4	"	$120x10^{-4}$
7	5	4	"	$30x10^{-4}$

No	Başlangıç	Bitiş	E	Alan m^2
8	4	6	$2100x10^4$	$120x10^{-4}$
9	5	6	"	$60x10^{-4}$
10	5	7	"	$120x10^{-4}$
11	7	6	"	$30x10^{-4}$
12	6	8	"	$120x10^{-4}$
13	6	9	"	$60x10^{-4}$
14	7	9	"	$120x10^{-4}$
15	9	8	"	$30x\ 10^{-4}$
16	8	10	"	$120x10^{-4}$
17	9	10	"	$60x10^{-4}$
18	9	11	"	$120x10^{-4}$
19	11	10	"	$30x10^{-4}$
20	10	12	"	$120x10^{-4}$
21	10	13	"	$60x10^{-4}$
22	11	13	"	$120x10^{-4}$
23	13	12	"	$30x10^{-4}$
24	12	14	"	$120x10^{-4}$
25	13	14	"	$60x10^{-4}$
26	13	16	"	$120x10^{-4}$
27	15	14	"	$30x10^{-4}$
28	14	15	"	$60x10^{-4}$

Düğüm Noktalarının Koordinatları

No	x	y
1	0	0
2	4,5	6
3	4,5	0
4	9	6
5	9	0
6	13,5	6
7	13,5	0
8	18	6
9	18	0

No	x	y
10	22,5	6
11	22,5	0
12	27	6
14	31,5	6
15	31,5	0
16	36	0

SS: Maksimum Deplasman Sayısı: 5

Düğüm No	Yön	Deplasman
1	1	0
1	2	0
5	2	-0.012
13	2	0
16	2	0

Not: Yön 1 = x yönündeki deplasman
Yön 2 = y yönündeki deplasman

Yükleme Sayısı: 7 (yükleme vardır)

Düğüm No	x yönünde	y yönünde
2	0	-1
4	0	-1
6	0	-1
8	0	-1
10	0	-1
12	0	-1
14	0	-1

SONLU ELEMANLAR METODU
DUZLEM KAFES SISTEMLERININ HESABI

ELEMAN YONLERI & ELEMAN OZELLIKLERI

ELEM	i	j	E(t/m^2)	A(m^2)
1	1	2	2.1E+07	.006
2	1	3	2.1E+07	.012
3	3	2	2.1E+07	.003
4	3	5	2.1E+07	.012
5	2	5	2.1E+07	.006
6	2	4	2.1E+07	.012
7	5	4	2.1E+07	.003
8	4	6	2.1E+07	.012
9	5	6	2.1E+07	.006
10	5	7	2.1E+07	.012
11	7	6	2.1E+07	.003
12	6	8	2.1E+07	.012
13	6	9	2.1E+07	.006
14	7	9	2.1E+07	.012
15	9	8	2.1E+07	.003
16	8	10	2.1E+07	.012
17	9	10	2.1E+07	.006
18	9	11	2.1E+07	.012
19	11	10	2.1E+07	.003
20	10	12	2.1E+07	.012
21	10	13	2.1E+07	.006
22	11	13	2.1E+07	.012
23	13	12	2.1E+07	.003
24	12	14	2.1E+07	.012
25	13	14	2.1E+07	.006
26	13	15	2.1E+07	.012
27	15	14	2.1E+07	.003
28	14	16	2.1E+07	.006
29	15	16	2.1E+07	.012

band= 7

D.N KOORDINATLARI & KUVVETLERI

nokta	X(m)	Y(m)	Px(t)	Py(t)
1	0	0	0	0
2	4.5	6	96.768	-130.024
3	4.5	0	0	0
4	9	6	0	-127
5	9	0	0	-.012
6	13.5	6	-96.768	-130.024
7	13.5	0	0	0
8	18	6	0	-1
9	18	0	0	0
10	22.5	6	0	-1
11	22.5	0	0	0
12	27	6	0	-1
13	27	0	0	0
14	31.5	6	0	-1
15	31.5	0	0	0
16	36	0	0	0

DUGUM NOKTASI DEPLASMANLARI

D.N	UX(m)	UY(m)
1	0	0
2	3.71116E-03	-6.44159E-03
3	5.2679E-04	-6.4416E-03
4	2.67099E-03	-1.20952E-02
5	1.05358E-03	-.012
6	1.63081E-03	-1.03066E-02
7	1.78757E-03	-1.03066E-02
8	1.21642E-03	-7.51439E-03
9	2.52155E-03	-7.41916E-03
10	8.02025E-04	-3.81714E-03
11	2.60297E-03	-3.81714E-03
12	1.06698E-03	-9.52381E-05
13	2.68439E-03	0
14	1.33194E-03	4.78333E-05
15	2.55861E-03	4.78336E-05
16	2.43282E-03	0

ELEMANLARA ETKIYEN KUVVETLER "

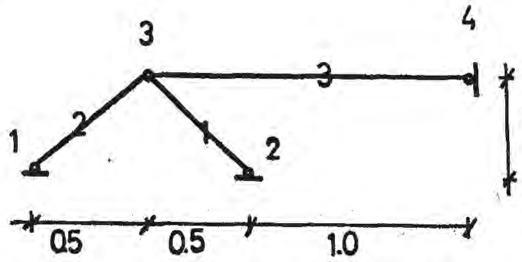
ELE.	fi(t)	sep1	ACIKLAMA
1	-49.1665	-8194.42	BASINC
2	29.5002	2458.35	CEKME
3	7.62939E-06	2.54313E-03	CEKME
4	29.5002	2458.35	CEKME
5	47.9165	7986.09	CEKME
6	-58.2498	-4854.15	BASINC
7	-.99997	-333.323	BASINC
8	-58.2498	-4854.15	BASINC
9	28.5782	4763.03	CEKME
10	41.1032	3425.27	CEKME
11	3.05176E-05	1.01725E-02	CEKME
12	-23.206	-1933.84	BASINC
13	-29.8282	-4971.36	BASINC
14	41.1032	3425.27	CEKME
15	-1	-333.333	BASINC
16	-23.2061	-1933.84	BASINC
17	31.0782	5179.7	CEKME
18	4.55939	379.949	CEKME
19	-7.62939E-06	-2.54313E-03	BASINC
20	14.8377	1236.48	CEKME
21	-32.3282	-5388.03	BASINC
22	4.55937	379.948	CEKME
23	-1	-333.333	BASINC
24	14.8377	1236.48	CEKME
25	-12.9898	-2164.96	BASINC
26	-7.04376	-586.98	BASINC
27	-2.80142E-06	-9.33806E-04	BASINC
28	11.7398	1956.63	CEKME
29	-7.04378	-586.981	BASINC

reaksiyonlar:

NOKTA	Ax	Ay
1.0000	-0.000	+39.333
5.0000	+0.000	-60.196
13.0000	+0.000	+37.254
16.0000	+0.000	-9.392

Hesap Sonu

PROGRAMI TEST ETMEK İÇİN PROBLEM 2



1. elemanda alan 3.1 cm^2
2. elemanda alan 3.1 cm^2
3. elemanda alan 6.2 cm^2

Her elemanda $E=2.10^5$ kg/cm^2

Yukardaki sistemin (3) no.lu düğüm noktasının 0.15 m çökmesinden meydana gelen çubuk kuvvetlerini hesaplayınız.

Bu problemi çözmek için aşağıdaki sırayı izleyeceğiz:

N=3 S=4

No	Başlangıç	Bitiş	E t/m	Alan (m^2)
1	2	3	2.1 10^7	0.0031
2	1	3	2.1 10^7	0.0031
3	3	4	2.1 10^7	0.0062

Düğüm Noktaların Koordinatları

No	x	y
1	0	0
2	1	0
3	0,5	2
4	1,5	2

Deplasman Sayısı: 7

Düğüm No	Yön	Deplasman
1	1	0
1	2	0
3	2	-0.015
4	1	0
4	2	0

Yükleme Sayısı: 0

SONLU ELEMANLAR METODU
DUZLEM KAFES SISTEMLERININ HESABI

ELEMAN YONLERI & ELEMAN OZELLIKLERI

ELEM	i	j	E(t/m^2)	A(m^2)
1	2	3	2.1E+07	.00031
2	1	3	2.1E+07	.00031
3	3	4	2.1E+07	.00062

band= 5

D.N KOORDINATLARI & KUVVETLERI

nokta	X(m)	Y(m)	Px(t)	Py(t)
1	0	0	0	0
2	1	0	0	0
3	.5	2	0	-.015
4	1.5	2	0	0

DUGUM NOKTASI DEPLASMANLARI

D.N	UX(m)	UY(m)
1	0	0
2	0	0
3	0	-.015
4	0	0

ELEMANLARA ETKIYEN KUVVETLER "

ELE.	fi(t)	segl	ACIKLAMA
1	-45.953	-148235	BASINC
2	-45.953	-148235	BASINC
3	0	0	sifir

reaksiyonlar:

NOKTA	Ax	Ay
1	+11.15	+44.58
2	-11.15	+44.58
3	+0.00	-89.16
4	+0.00	+0.00

Hesap Sonu

7. PROGRAMIN LISTESI (1,3,6,7)

```
10 EXTEND
30 OPTION BASE 1
40 OPEN "PR:" AS FILE 1
50 A$="ib14:reak"
60 : #1 CHR$(31%)
70 : #1
80 : #1 "SONLU ELEMANLAR METODU"
90 : #1 "DUZLEM KAFES SISTEMLERININ HESABI"
100 : #1 CHR$(29%)
110 : #1
120 READ N,S
130 REM N=Eleman sayisi,S=Dugum noktasi sayisi
140 D=2*S
150 REM D=Deplasman sayisi
160 REM K0 MATRISI:SISTEM STIFNESS MATRISI
170 REM K7 Matrisi=Eleman datalari
180 REM K1  MATRISI:KAFES KIRIS ELEMANLARININ  RIJITLIK MATRISI
190 REM K2 MATRISI:DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI
200 REM Pr MATRISI:KUVVET VEKTORU
210 DIM K7(N,4),K1(2,2),K2(S,2),X(D,1)
220 : #1 "ELEMAN YONLERI & ELEMAN OZELLIKLERI"
230 : #1 TAB(1) "ELEM" TAB(6) "i" TAB(11) "j" TAB(15) "E(t/m^2)" TAB(25) "A(m^2)"
240 FOR I=1 TO N
250   READ K
260   FOR L=1 TO 4 : READ K7(K,L) : NEXT L
270   : #1 TAB(1) K TAB(5) K7(K,1) TAB(10) K7(K,2) TAB(15) K7(K,3) TAB(25) K7(K,4)
280 NEXT I
290 GOSUB 3350
300 DIM Pr(D+Band,1),K0(D,Band+1)
310 REM DUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI
320 : #1
330 FOR I1=1 TO S
340   READ K
350   FOR L=1 TO 2 : READ K2(K,L) : NEXT L
360 NEXT I1
370 FOR I0=1 TO N
380   REM : #1 I0;".ELEMAN:"
390   GOSUB 3010
400   N1=(K7(I0,1)-1)*2
410   N2=(K7(I0,2)-1)*2
420   FOR L=1 TO 4
430     ON L GOTO 440,470,500,530
440     I=N1+1
450     J=N1+1
460     GOTO 550
470     I=N1+1
480     J=N2+1
490     GOTO 550
500     I=N2+1
```

```
510 J=N1+1
520 GOTO 550
530 I=N2+1
540 J=N2+1
550 J1=J
560 FOR M1=1 TO 2
570   FOR M2=1 TO 2
580     IF I)J GOTO 620
590     A=K1(M1,M2)
600     IF L=2 OR L=3 A=-A
610     K0(I,J-(I-1))=K0(I,J-(I-1))+A
620     J=J+1
630   NEXT M2
640   I=I+1
650   J=J1
660 NEXT M1
670 NEXT L
680 NEXT I0
690 REM : #1 "*********************"
700 REM : #1 "* K0 MATRISI* "
710 REM : #1 "**********************"
720 PREPARE "ib14:A$" AS FILE 3
730 FOR I1=1 TO D
740   FOR I5=1 TO Band+1
750     ! PRINT #1 USING " #######.###    " K0(I1,I5);
760     : #3,K0(I1,I5)
770   NEXT I5
780   ! PRINT #1
790 NEXT I1
800 REM SINIR SARTLARININ ISLENMESI
810 REM rs:REAKSIYON SAYISI
820 REM ss:MESNETLENMIS DUGUM SAYISI
830 REM sd:MESNETLENMIS DUGUM NUMARASI
840 READ Ss
850 : #3,Ss
860 FOR I=1 TO Ss
870   READ Sd,Yon,Deo
880   : Sd,Yon,Deo
890   IF Sd(1 OR Sd)S OR Yon(1 OR Yon)2 2970
900   : #3 Sd ',' Yon
910   J=2*Sd
920   IF Yon=1 J=J-1
930   FOR K=2 TO Band+1
940     Jk=J+1-K
950     IF J)K Pr(Jk,1)=Pr(Jk,1)-K0(Jk,K)*Deo : K0(Jk,K)=0
960     Pr(J-1+K,1)=Pr(J-1+K,1)-K0(J,K)*Deo
970     K0(J,K)=0
```

```
980 NEXT K
990 Pr(J,1)=Deo
1000 K0(J.1)=1
1010 NEXT I
1020 CLOSE 3
1030 REM ; #1 " kr MATRISI"
1040 FOR I=1 TO D
1050   FOR J=1 TO Band+1
1060     ! ; #1 USING "#######.###  " K0(I,J);
1070   NEXT J
1080   ! ; #1
1090 NEXT I
1100 REM YUK VEKTORUNUN KURULMASI
1110 ; #1 "D.N KOORDINATLARI & KUVVETLERI"
1120 ; #1
1130 ; #1 TAB(1) "nokta" TAB(7) "X(m)" TAB(17) "Y(m)" TAB(27) "Px(t)" TAB(37) "Py(t)"
1140 READ Ss
1150 IF Ss=0 GOTO 1220
1160 FOR I=1 TO Ss
1170   READ Sd,Ax,Ay
1180   D2=Sd*2
1190   Pr(D2-1,1)=Pr(D2-1,1)+Ax
1200   Pr(D2,1)=Pr(D2,1)+Ay
1210 NEXT I
1220 FOR I=1 TO S
1230   ; #1 TAB(1) I TAB(7) K2(I,1) TAB(17) K2(I,2) TAB(27) Pr(I*2-1,1) TAB(37) Pr(I*2,1)
1240 NEXT I
1250 ! STOP
1260 REM DENKLEMLERIN COZUMU
1270 Xdg=1.E-30
1280 Nn=0
1290 Lim=0
1300 Lim=Band+1
1310 IF Nn+1)=D GOTO 1520
1320 Nn=Nn+1
1330 Diag=K0(Nn,1)
1340 IF Diag(Xdg GOTO 1500
1350 Diag=SQR(Diag)
1360 FOR J=1 TO Lim
1370   K0(Nn,J)=K0(Nn,J)/Diag
1380 NEXT J
1390 FOR J=1 TO Band
1400   L2=Nn+J
1410   IF L2)D GOTO 1310
1420   Aa=K0(Nn,J+1)
1430   IF Aa=0 GOTO 1480
1440   FOR K=J TO Band
1450     M=1+K-J
1460     K0(L2,M)=K0(L2,M)-Aa*K0(Nn,K+1)
1470   NEXT K
```

```
1480 NEXT J
1490 GOTO 1310
1500 : Nn."SINGULER SYSTEM "
1510 STOP
1520 Nn=0
1530 IF Nn+1)=D GOTO 1640
1540 Nn=Nn+1
1550 Pr(Nn,1)=Pr(Nn.1)/K0(Nn,1)
1560 FOR J=1 TO Band
1570   L2=Nn+J
1580   IF L2)D GOTO 1530
1590   Aa=K0(Nn,J+1)
1600   IF Aa=0 GOTO 1620
1610   Pr(L2,1)=Pr(L2,1)-Aa*Pr(Nn,1)
1620 NEXT J
1630 GOTO 1530
1640 X(D,1)=Pr(D,1)/K0(D,1)
1650 No=D-1
1660 FOR L2=1 TO No
1670   K=D-L2
1680   Sum=0
1690   FOR J=1 TO Band
1700     M=J+K
1710     IF D(M GOTO 1740
1720     Sum=Sum+K0(K,J+1)*X(M,1)
1730   NEXT J
1740   X(K,1)=(Pr(K,1)-Sum)/K0(K,1)
1750 NEXT L2
1760 ! : #1 "SONUCLAR"
1770 FOR I=1 TO D
1780   Pr(I,1)=X(I,1)
1790   ! : #1 X(I,1);
1800 NEXT I
1810 ! : #1
1820 ! STOP
1830 PRINT #1 "DUGUM  NOKTASI  DEPLASMANLARI"
1840 : #1 TAB(1) "D.N" TAB(10) "UX(m)" TAB(25) "UY(m)"
1850 FOR I0=1 TO S
1860   I1=(I0-1)*2+1
1870   : #1 TAB(1) I0 TAB(10) Pr(I1,1) TAB(25) Pr(I1+1,1)
1880 NEXT I0
1890 : #1
1900 REM CUBUKLARDAKI KUVVETLERIN HESABI
1910 : #1 "ELEMANLARA ETKIYEN KUVVETLER """
1920 : #1 TAB(1) "ELE." TAB(10) "fi(t)" TAB(30) "seg1" TAB(45) "ACIKLAMA"
1930 FOR I0=1 TO N
1940   GOSUB 3180
1950   U1=Pr(S1*2-1,1)*K11+Pr(S1*2,1)*K12
1960   U2=Pr(S2*2-1,1)*K11+Pr(S2*2,1)*K12
1970   F2=K1(1,1)*U1+K1(1,2)*U2
```

```
1980 F1=K1(2,1)*U1+K1(2,2)*U2
1990 Seg1=F2/K7(I0,4)
2000 IF F2<0 A$="BASINC"
2010 IF F2>0 A$="CEKME"
2020 IF F2=0 A$="sifir"
2030 : #1 TAB(1) I0 TAB(10) F2 TAB(30) Seg1 TAB(45) A$
2040 NEXT I0
2050 ! STOP
2060 REM : #1 "REAKSIYONLAR HESABI"
2070 OPEN "IB14:a$" AS FILE 3
2080 FOR I=1 TO D
2090   FOR J=1 TO Band+1
2100     INPUT #3,K0(I,J)
2110   NEXT J
2120 NEXT I
2130 : #1 "reaksiyonlar:"
2140 : #1 "NOKTA          Ax           Ay"
2150 INPUT #3,Ss
2160 INPUT #3,Sd,Yon
2170 K1(1,1)=0 : K1(1,2)=0
2180 FOR J=1 TO Ss
2190   J1=2*Sd
2200   IF Yon=1 J1=J1-1
2210   Az=0
2220   J2=Band+1
2230   IF J1-Band<1 J2=J1
2240   FOR I=1 TO J2
2250     Az=Az+K0(J1-I+1,I)*Pr(J1-I+1,1)
2260   NEXT I
2270   FOR I=2 TO Band+1
2280     Az=Az+K0(J1,I)*Pr(J1+I-1,1)
2290   NEXT I
2300   K1(1,Yon)=Az
2310   Sd1=Sd
2320   IF J<Ss INPUT #3,Sd,Yon
2330   IF Sd1=Sd AND J<Ss GOTO 2400
2340   : #1 USING "###.####" Sd1;
2350   FOR I=1 TO 2
2360     : #1 USING "+######.### " K1(1,I);
2370   NEXT I
2380   : #1
2390   K1(1,1)=0 : K1(1,2)=0
2400 NEXT J
2410 CLOSE 3
2420 DATA 29,16
2430 DATA 1,1,2,2100e+4,60e-4
2440 DATA 2,1,3,2100e+4,120e-4
2450 DATA 3,3,2,2100e+4,30e-4
2460 DATA 4,3,5,2100e+4,120e-4
```

```
22470 DATA 5,2,5,2100e+4,60e-4
2480 DATA 6,2,4,2100e+4,120e-4
2490 DATA 7,5,4,2100e+4,30e-4
2500 DATA 8,4,6,2100e+4,120e-4
2510 DATA 9,5,6,2100e+4,60e-4
2520 DATA 10,5,7,2100e+4,120e-4
2530 DATA 11,7,6,2100e+4,30e-4
2540 DATA 12,6,8,2100e+4,120e-4
2550 DATA 13,6,9,2100e+4,60e-4
2560 DATA 14,7,9,2100e+4,120e-4
2570 DATA 15,9,8,2100e+4,30e-4
2580 DATA 16,8,10,2100e+4,120e-4
2590 DATA 17,9,10,2100e+4,60e-4
2600 DATA 18,9,11,2100e+4,120e-4
2610 DATA 19,11,10,2100e+4,30e-4
2620 DATA 20,10,12,2100e+4,120e-4
2630 DATA 21,10,13,2100e+4,60e-4
2640 DATA 22,11,13,2100e+4,120e-4
2650 DATA 23,13,12,2100e+4,30e-4
2660 DATA 24,12,14,2100e+4,120e-4
2670 DATA 25,13,14,2100e+4,60e-4
2680 DATA 26,13,15,2100e+4,120e-4
2690 DATA 27,15,14,2100e+4,30e-4
2700 DATA 28,14,16,2100e+4,60e-4
2710 DATA 29,15,16,2100e+4,120e-4
2720 DATA 1,0,0
2730 DATA 2,4.5,6
2740 DATA 3,4.5,0
2750 DATA 4,9,6
2760 DATA 5,9,0
2770 DATA 6,13.5,6
2780 DATA 7,13.5,0
2790 DATA 8,18,6
2800 DATA 9,18,0
2810 DATA 10,22.5,6
2820 DATA 11,22.5,0
2830 DATA 12,27,6
2840 DATA 13,27,0
2850 DATA 14,31.5,6
2860 DATA 15,31.5,0
2870 DATA 16,36,0
2880 DATA 5
2890 DATA 1,1,0
2900 DATA 1,2,0
2910 DATA 5,2,-.012
2920 DATA 13,2,0
2930 DATA 16,2,0
2940 DATA 0
2950 : #1 CHR$(31%) : : #1 "Hesap Sonu"
2960 STOP
```

```
2970 : #1 "hatali sinir sarti"
2980 STOP
2990 END
3000 STOP
3010 S1=K7(I0,2) : S2=K7(I0,1)
3020 X=K2(S1,1)-K2(S2,1) : : "X=":X
3030 Y=K2(S1,2)-K2(S2,2) : ; "y=":Y
3040 L=SQR(X^2+Y^2)
3050 Q=(K7(I0,3)*K7(I0,4))/L
3060 K1(1,1)=Q*((X/L)^2)
3070 K1(2,2)=Q*((Y/L)^2)
3080 K1(1,2)=Q*(X/L)*(Y/L)
3090 K1(2,1)=K1(1,2)
3100 K1(2,1)=K1(1,2)
3110 FOR I=1 TO 2
3120   FOR J=1 TO 2
3130     REM PRINT #1 K1(I,J);
3140   NEXT J
3150   ! PRINT #1
3160 NEXT I
3170 RETURN
3180 S1=K7(I0,2) : S2=K7(I0,1)
3190 Y=K2(S1,2)-K2(S2,2)
3200 X=K2(S1,1)-K2(S2,1)
3210 L=SQR(X^2+Y^2)
3220 Q=(K7(I0,3)*K7(I0,4))/L
3230 K11=X/L
3240 K12=Y/L
3250 K1(1,1)=Q
3260 K1(1,2)=-Q
3270 K1(2,1)=K1(1,2)
3280 K1(2,2)=Q
3290 FOR I1=1 TO 2
3300   FOR I2=1 TO 2
3310     REM ; K1(I1,I2)
3320   NEXT I2
3330 NEXT I1
3340 RETURN
3350 DIM Memjt(S*8),Jmem(S),Jnt(S)
3360 Idiff=0
3370 FOR J=1 TO S
3380   Jmem(J)=0
3390 NEXT J
3400 FOR J=1 TO N
3410   FOR I=1 TO 2
3420     Jnti=K7(J,I)
3430     IF Jnti=0 GOTO 3590
3440     Jsub=(Jnti-1)*8
```

```
3450 FOR Ii=1 TO 2
3460   IF Ii=I GOTO 3570
3470   Jjt=K7(J,Ii)
3480   IF Jjt=0 GOTO 3580
3490   Mem1=Jmem(Jnti)
3500   IF Mem1=0 GOTO 3540
3510   FOR Iii=1 TO Mem1
3520     IF (Memjt(Jsub+Iii))=Jjt GOTO 3570
3530   NEXT Iii
3540   Jmem(Jnti)=(Jmem(Jnti)+1)
3550   Memjt(Jsub+Jmem(Jnti))=Jjt
3560   IF ABS(Jnti-Jjt))Idiff Idiff=ABS(Jnti-Jjt)
3570 NEXT Ii
3580 NEXT I
3590 NEXT J
3600 Band=(Idiff*2)+1 : : #1 "band=";Band
3610 NO TRACE
3620 ! FOR K=1 TO S*8 : : #1 Memjt(K): : NEXT K
3630 ! : #1
3640 ! FOR K=1 TO S : : #1 Jmem(K): : NEXT K : : #1
3650 ! FOR K=1 TO S : : #1 Jnt(K): : NEXT K : : #1
3660 RETURN
```

8. SONUÇ

İnşaat mühendisliğinde zaman alıcı işlemlerden biri de kafes sistemlerde çubuk kuvvetlerinin hesabıdır. Sistemin hiperstatik olması, çubuk sayısının fazla olması zaman sarfını daha da arttırır. Bilgisayarın kullanılması işlemlerde önemli kısalmalar sağlanmıştır. Bu çalışmada kafes-kirişlerin bilgisayarla hesabını sağlayan bir sonlu elemanlar bilgisayar programı sunulmuştur. Program izostatik ve hiperstatik tüm düzlem kafes kirişleri çözebilir. Band özelliğinden faydalanarak daha kısa sürede çözümü sağlanmıştır.

Programın girdilerinin hazırlanması karışık gibi görünmesine rağmen, fazla bir zorluğu olmayıp bir iki problem çözümünden sonra, kolayca istenen bilgiler yanlışsız olarak bilgisayara verilebilir.

Sistemde düğüm noktalarına uygulanan kuvvetlerden dolayı meydana gelen çubuk kuvvetleri, gerilmeler ve düğüm noktalarındaki deplasmanlar hesaplanmıştır. Hiperstatik sistemlerde mesnet çökmelerinden meydana gelen çubuk kuvvetlerinin de bulunması mümkündür.

KAYNAKLAR

1- MEEK,J.L. "Matrix structural Analysis" by Mc Graw-Hill Japan, 1971.

2- CLOUGH,Ray,W. "The Finite Element In Structural Mechanics"

3- COLLINS,R.J. "Bandwith Reduction By Automatic Renumbering" Stearns-Roger, Denver, Colorada, U.S.A.

4- L.WILSON, Edward "Direct Solution of Large Systems of Linear Equations", University of California Berkeley, California.

5- UTKU Şenol, "ELAS75 Computer For Linear Equilibrium Problems of Structures" December, 1971.

6- T.FENNER,Roger "Computing For Engineers", Wiilum Clowes and Sons Limited. London, Colchester and Beccles, 1974.

7- KESKİNEL,F. ve KARADOĞAN,F. "Açıklamalı Örneklerle FORTRAN IV" Üçer Matbaacılık, İstanbul 1980.

8- ÇAKIROĞLU,A., ÇETMELİ;E. "Yapı Statiği I", İstanbul, 1979.

9- S.GOTTFRIED,B. "Programming with BASIC" Mc Graw-Hill Book Company, USA, 1982.

10- AYKURT,V. ve AYDIN,R. "İzostatik Dolu Gövdeli ve Kafes Sistemlere Ait Çözülmüş Problemler", Eskişehir, 1977.

11- TOPÇU,Ahmet. "Ein Beitrag Zur Systematischen Berechnung Finiter Elementtragwerke Nach Der Kraftemethode" Von A.TOPÇU Essen Üniversitesi, Essen, Almanya, 1979.

12- AKGÜN,ÖR, BARKANA,A. "BASIC Programlama ve Nümerik Hesap" ESKİŞEHİR 1981