

133392

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA
MODELLERİNE CEBİRSEL
MODELLEME YAKLAŞIMI VE ÜRETİM
PLANLAMASINA BİR UYGULAMA

Gökhan Yakar 133392

Yüksek Lisans Tezi

Eskişehir, 2002

133392

**DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİNE CEBİRSEL MODELLEME
YAKLAŞIMI VE ÜRETİM PLANLAMASINA BİR UYGULAMA**

Gökhan YAKAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İşletme Anabilim Dalı

Danışman: Yard.Doç.Dr.Namık Kemal ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

Temmuz 2002

YÜKSEK LİSANS TEZ ÖZÜ

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİNE CEBİRSEL MODELLEME YAKLAŞIMI VE ÜRETİM PLANLAMASINA BİR UYGULAMA

Gökhan YAKAR

İşletme Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Temmuz 2002

Danışman: Yard.Doç.Dr.Namık Kemal ERDOĞAN

İşletmeler karlarını maksimize veya maliyetlerini minimize etme çabasındadırlar. Bu nedenle ellerinde mevcut bulunan işgücü, sermaye, enerji, hammadde gibi kısıtlı kaynaklardan yararlanmak ve onları en iyi bir şekilde kullanmak durumundadırlar. Yaptıkları üretim planları ile hangi üründen, hangi ay ve ne kadar üreteceklerini önceden saptamak istemektedirler. Programlama problemleri, bu türden belirlenen amaçlara ulaşmak için sınırlı kaynakların en etkin kullanımı veya dağıtımıyla ilgilenir ve çözümler arar. Yöneylem Araştırmasında modellerin yapısına uygun olarak en iyi çözümü verecek şekilde değişik teknikler geliştirilmiştir. Bunlardan en çok kullanılan tekniklerden biri olan doğrusal programlamadır. Bilgisayarların yaygın bir kullanım alanına sahip olmasından sonra, endüstri kesimi de karar vermede yararlı bir amaç olduğunu gördüğü doğrusal programlama konusuna ilgi duymaya başlamıştır.

Doğrusal programlama modellerini bilgisayarlarda çözdürebileceğimiz pek çok program vardır. Bununla birlikte doğrusal programlama modellerini bilgisayar dili ile ifade etmemizi sağlayan cebirsel modelleme dilleri geliştirilmiştir. Cebirsel modelleme dilleri ile ifade edilen doğrusal programlama modeli istenilen programda çözdürülüp, sonuçları elde edilebilir. Modelin, çözüm için kullanılan programdan bağımsız olarak yazılması, modeldeki değişikliklerin kolaylıkla yapılmasını sağlamaktadır. Bu sayede karar vericiler, elde edilen farklı sonuçları karşılaştırıp, kendi üretim politikaları doğrultusunda en iyi kararı verme olanağına sahip olmaktadır.

Bu çalışmada, cebirsel modelleme dillerinin planlama çalışmalarında sağlayabileceği esneklikler ve kolaylıklar üzerinde durulmuştur. Uygulama sonuçları işletme açısından ele alınmış ve bu sonuçlar doğrultusunda faydalı olabilecek öneriler sunulmuştur.

ABSTRACT

Businesses try to maximize their profits and minimize their costs. To this end, they need to utilize their capital, manpower, energy, raw materials and etc at the optimum level. They would want to determine which product to be produced, when to produce and how much to produce by making production plans. Planning strives to solve problems of correct distribution of the resources according to the set targets. In Operational Research, techniques have been developed to meet the needs of different models. One of the most frequently used techniques is linear programming. The wide spread use of computers in various fields got industries interested in linear programming that offers devices to help decision making.

There are many programs that can utilize linear programming on computers. However, algebraic modeling languages have been developed in order to express linear programming models with computers. Linear programming written in a mathematical model can be solved by any program and yield results. The model written in dependent of the computer translation programs, ensures that changes in the model can easily be made. This in return help decision makers to compare and contrast different solutions and reach a better decision.

This study has focused on the algebraic modeling languages and their flexibilities and ease of use for businesses. The business application of the model has been discussed and suggestions were made to help business in their decision making.

ÖNSÖZ

Bu çalışmada beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen, bu vesile ile benim de ilgi alanlarımın genişlemesinde katkıda bulunan değerli hocam Yard.Doç.Dr.Namık Kemal Erdoğan'a teşekkürlerimi sunarım.

Gökhan Yakar

İÇİNDEKİLER

ÖZ	ii
ABSTRACT	iii
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	iv
ÖNSÖZ	v
ÖZGEÇMİŞ	vi
TABLolar LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA KAVRAMI	2
2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMEL ŞARTLARI	3
3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN MATEMATİKSEL YAPISI	5
3.1. Amaç fonksiyonu	6
3.2. Kısıtlayıcı Fonksiyonlar	7
3.3. Pozitif Kısıtlama	7
4. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ ÜZERİNDE ÖZEL İŞLEMLER ..	8
5. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN MATRİSLERLE GÖSTERİMİ	11

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMELLERİ VE ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMELLERİ	14
1.1. Doğrusal Programlamanın Kuramsal Esasları	14
1.1.1. Doğrusal Programlamanın Temel Kavramları ve Dışbükeylik	14
1.1.2. Uçnokta Teoremi	16
1.1.3. Temel Uygun Çözüm ve Uçnokta İlişkisi	17

2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI	18
2.1. Grafik Çözüm.....	19
2.2. Analitik Çözüm	21
2.3. Ardışık Sayısal Çözüm.....	24

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİNE CEBİRSEL MODELLEME YAKLAŞIMI

1. CEBİRSEL MODELLEME DİLLERİ.....	26
2. GAMS (GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEMS)	30
3. AMPL (A Modeling Language For Mathematical Programming)	34
3.1. Doğrusal Programlama Modelinin AMPL İle İfadesi	34
3.2. Modele Alt Sınır ve Yeni Değişken Eklenmesi.....	40
4. CEBİRSEL MODELLEME DİLLERİ İLE PAKET PROGRAMLARIN KARŞILAŞTIRMASI.....	42

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ÜRETİM PLANLAMA VE KONTROLÜ

1. ÜRETİM PLANLAMASININ ÖNEMİ.....	44
2. ÜRETİM SİSTEMLERİ.....	45
2.1. Siparişe Göre Üretim	45
2.2. Parti Üretimi	46
2.3. Sürekli Üretim (Seri Üretim).....	47
3. ÜRETİM PLANLAMA VE KONTROL SİSTEMİNİN TEMEL ELEMANLARI.....	49
3.1. Ön Planlama.....	51
3.2. Planlama.....	51
3.2.1. Kaynaklara Yönelik Planlama	51
3.2.2. Yapılacak İşlerin Planlaması	52
3.3. Kontrol	53
4. ANA ÜRETİM PLANLAMASI	54
4.1. Genel Çizgileriyle Ana Üretim Planlaması	54
4.2. Ana Üretim Planının Hazırlanması.....	57

BEŞİNCİ BÖLÜM**UYGULAMA****FLOKSER GROUP SÜETSER FABRİKASI ANA ÜRETİM PLANLAMASI**

1. İŞLETME TANIMI.....	59
1.1. İşletmenin Bugünkü Üretim Planlama Sistemi.....	60
2. İŞLETMEDE DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ UYGULAMASI... 64	
2.1. Modelin Formüle Edilmesi	64
2.2. Modelin Cebirsel Modelleme Dili (AMPL) İle İfade Edilmesi	67
2.3. Doğrusal Programlama Modeli Sonuçları	75
SONUÇ	78
EKLER	80
KAYNAKÇA	91

TABLÖLAR LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 1.1. Doğrusal Programlama Problemlerinin Standart ve Kanonik Formda Yazılışları.....	13
Tablo 2.1. Uçnoktalar.....	24
Tablo 3.1. Solver Listesi	29
Tablo 4.1. Kesikli Üretim ve Sürekli Üretimin Kıyaslaması.....	49
Tablo 5.1. Ürünlerin; Oran, Mevcut Stok Düzeyleri, Üretim Maliyetleri ve Stok Bulundurma Maliyetleri	62
Tablo 5.2. Aylık Talep Tahminleri ve Ürünlerin Satış Fiyatları.....	63

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Grafik Çözüm	21
Şekil 3.1. GAMS Sistemi.....	30
Şekil 3.2. Genel Üretim Modelinin Cebirsel Formu	35
Şekil 3.3. Genel Üretim Modelinin AMPL İle İfadesi (uretim.mod)	36
Şekil 3.4. Üretim Modelinin data Dosyası (uretim.dat).....	38
Şekil 3.5. Üretim Modelinin Geliştirilmiş Model ve Data Dosyası.....	39
Şekil 3.6. Ekleme Yapılmış Üretim Modeli Data Dosyası (uretimplani.dat).....	41
Şekil 4.1. Üretim Planlama ve Kontrolü Elemanları.....	53
Şekil 4.2. Üretim Planlama ve Kontrolü Fonksiyonları.....	54
Şekil 4.3. Üretim Süreci Girdi Çıktı İlişkisi.....	55
Şekil 4.4. Ana Üretim Planlaması Faaliyetinin Üretim Sistemi İçindeki Yeri.....	56
Şekil 5.1. Ürün Rotası.....	61
Şekil 5.2. Ana Üretim Planlaması Model Dosyası (uretimplan.mod)	67
Şekil 5.3. Ana Üretim Planlaması Data Dosyası (uretimplan.dat).....	69

GİRİŞ

Maksimum ve minimum değerlerin belirlenmesi problemleriyle genelde matematiğin çeşitli dalları ilgilenmekle birlikte, bu tür problemlere ekonomik uygulamalarda da rastlanmaktadır. Mesela işletmelerin karlarını maksimize veya maliyetlerini minimize etmeye, sosyal planlamacıların toplumun refahını maksimize etmeye çalışmaları yanında, tüketicilerin gelirlerinden maksimum tatmini sağlayacak şekilde harcama yapma arzusunda oldukları gözlenir. Tüketiciler, işletme ve kamu yöneticileri yukarıda sıraladığımız amaçlarına ulaşabilmek için ellerinde mevcut bulunan işgücü, sermaye, enerji, hammadde... gibi kısıtlı kaynaklardan yararlanmak ve onları en iyi bir şekilde kullanmak durumundadırlar. İşte programlama problemleri, bu türden belirlenen amaçlara ulaşmak için sınırlı kaynakların en etkin kullanım veya dağıtımıyla ilgilenir ve çözümler arar.

Yöneticiler, yatırımları planlarken en önemli kısıtlayıcıları olan süre ve kaynaklarını en verimli bir biçimde kullanabilmeleri için bazı tekniklerden yararlanırlar. Bu tekniklerin en önemlileri: Bilgi Toplama, Sistem Planlaması, İstatistik Analizleri ve Yöneylem Araştırmasıdır.

Yöneylem Araştırmasında modellerin yapısına uygun olarak en iyi çözümü verecek şekilde değişik teknikler geliştirilmiştir. Doğrusal programlama bunların arasında en çok kullanılan tekniklerden birisidir.

BİRİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA KAVRAMI

Amaç fonksiyonunun ve kısıtlayıcıların doğrusal dönüşümlerle belirlendiği karar modelleri üzerinde yapılan çalışmaların tümü “**doğrusal programlama**” başlığı altında toplanır.¹ Doğrusal programlamayı iyi bir şekilde tanımlayabilmek için öncelikle “doğrusal” ve “programlama” kelimelerinin anlamı üzerinde durmak gerekir.

Doğrusal kelimesi iki veya daha çok değişken arasındaki direkt ilişkiyi ifade etmek amacıyla kullanılır. Mesela $y=f(x)$ fonksiyonu eğer doğrusal bir fonksiyon ise, x deki herhangi bir değişme, y de sabit orantılı bir değişmeye sebep olur. Ayrıca x ve y değerleri grafik üzerinde gösterildiklerinde, aralarındaki doğrusal ilişki sebebiyle, bir doğru belirlerler.

Programlama kelimesine gelince, bu kelime bir bilgisayarın verilen bir problemi nasıl ve neler yaparak çözmesi gerektiğini anlatan sistemin geliştirilmesi anlamında da kullanılmakla birlikte, buradaki anlamı çok farklıdır. Denilebilir ki, “programlama” matematiksel tekniklerin kullanılmasıyla eldeki sınırlı kaynakları değerlendiren en iyi çözüme ulaşılmasıdır. Doğrusal ve programlama kelimelerine ilişkin bu açıklamaların ışığı altında Doğrusal Programlama, eldeki sınırlı kaynakların en iyi dağılımını belirlemek için kullanılan matematiksel bir tekniktir. Bu tanıma bağlı olarak, doğrusal programlama problemlerinin, bir fonksiyonun belirli kısıtlayıcılar (sınırlı kaynaklar) altında maksimize veya minimize edilmesi problemlerinden oluştuğunu ve genel olarak bu tür problemlere “**optimizasyon problemleri**” adının verildiğini söyleyebiliriz.

II. Dünya Savaşı’nda büyük askeri ve sivil hareket, her şeyden daha çok bu faaliyetlerin sistematik planlamasını ve koordinasyonunu gerektiriyordu. Bunun sonucu olarak “ihtiyaçlar keşiflerin anasıdır” değer yargısı burada bir defa daha doğrulanmış

¹ İmdat Kara, **Yöneylem Araştırmasının Yöntembilimi** (Eskişehir: Eskişehir İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayınları No: 215/139, 1979), s.96.

oldu. Nitekim Leontief'in temelde sektörler arası ekonomik ilişkileri açıklayan, fakat optimizasyon gibi bir amacı olmayan, girdi-çıkıtı modelinin rehberliğinde doğrusal programlama konusu araştırılmaya başlandı. Söz konusu araştırmalar ilk defa A.B.D. Hava Kuvvetleri'nde yapılan planlama çalışmaları içinde yürütülmüş ise de 1947 yılına kadar programlama problemlerinin genel formülasyonunu yapmak mümkün olmamıştır. A.B.D. Hava Kuvvetleri'nin bir araştırma örgütü olan RAND Corporation'da Dantzig tarafından 1947 yılında simpleks çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Bilgisayarların yaygın bir kullanım alanına sahip olmasından sonra, endüstri kesimi de karar vermede yararlı bir amaç olduğunu gördüğü doğrusal programlama konusuna ilgi duymaya başlamıştır. Özellikle petrol endüstrisi, problemlerinin karmaşıklığı sebebiyle, doğrusal programlamayla ciddi bir şekilde ilgilenen ilk endüstri branşı olmuştur. Söz konusu endüstride doğrusal programlama hala yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Doğrusal programlama diğer endüstrilerde de çok geniş uygulama alanına sahiptir. Bu endüstri branşları arasında kimya, kömür, demir-çelik, kağıt, taşıma ve haberleşme gibi endüstrileri sayabiliriz. Diğer taraftan doğrusal programlama işletmelerin pazarlama, personel, üretim, yatırım vb. analizlerinde de kullanılabilir. Mesela, personel analizinde bir işyerindeki personelin işlere göre en uygun dağılımının nasıl olduğuna, ulaştırma personeline ise mamullerin çeşitli merkezlerden çeşitli depolara (veya çeşitli depolardan çeşitli mağazalara) minimum maliyetle ne şekilde taşınabileceğine doğrusal programlama ile çözüm getirilmektedir.

Konunun askeri uygulamalarına ilişkin olarak, yük taşıma, üslerin yerleşim merkezlerinin belirlenmesi, yakıt tüketimini minimize edecek sistemlerin geliştirilmesi ve minimum maliyetle savunma gibi örnekleri vermek mümkündür.

2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMEL ŞARTLARI

Karar problemlerinin çözümünde doğrusal programlama tekniğinin uygulanabilmesi için bazı temel şartlar gereklidir. Bu şartları şu şekilde açıklamak mümkündür:²

i) Amaç Fonksiyonu ve Kısıtlayıcılar İyi Bir Şekilde Tanımlanmalıdır:

Ekonomik kararların sonuçta genellikle kar veya zarar getirdikleri bilinmektedir. Bu sebeple, doğrusal programlama tekniğinden yararlanarak karar verecek olan kişi veya

² Özer Serper ve Necmi Gürsakar, *Doğrusal Programlama* (Bursa: BİTİA İşletme Fakültesi Yayını No.15, 1982), s.6.

grupların, amaçlarını açık bir şekilde belirlemeleri gerekir. Yani, amaç fonksiyonu matematiksel olarak ifade edilebilmeli, ayrıca amacın maksimizasyon mu yoksa minimizasyon mu olduğu mutlaka belirtilmelidir. Diğer taraftan, kullanılan kaynaklardaki sınırları belirten kısıtlayıcılar eşitlik ve/veya eşitsizlikler halinde gösterilebilmelidir.

ii) Elde Seçilebilecek Hareket Biçimleri Bulunmalıdır:

Amaç fonksiyonundaki şartı gerçekleştirebilmek için, üretim faktörleri ile üretim teknikleri arasında bir seçim yapılabilirdir. Mesela sadece bir makineye veya insan emeğine ihtiyaç gösteren üretim tekniklerinde, alternatif hareket biçimleri mevcut bulunmadığından, doğrusal programlama tekniğinden yararlanılamaz. Buna karşılık, bir mamulün üretiminin işgücü ve otomatik makinelerin çeşitli bileşimleriyle yapılabildiği bir durumda doğrusal programlama tekniği uygulanmak suretiyle bu bileşimler arasından amacımıza en uygun olanını seçmek mümkün olmaktadır.

iii) Değişkenler Kendi Aralarında İlişkili Olmalıdır:

Matematiksel olarak formüle edilecek doğrusal programlama problemindeki değişkenler arasında ilişkinin varlığı, gerekli diğer bir şarttır. Örneğin, amacımız A ve B gibi iki mamulden üretilecek birim sayıları olan sırasıyla x_1 ve x_2 yi belirleyerek karımızı maksimize etmek ise, x_1 deki bir değişiklik x_2 de değişime sebep olmalı veya x_1 ve x_2 nin azalmaları veya artmaları toplam karı azaltmalı veya arttırmalıdır.

iv) Kullanılacak Kaynakların Arzı Sınırlı Olmalıdır:

Doğrusal programlama problemlerinde kullanılacak kaynakların sayısal olarak ölçülebilir nitelikte ve sınırlı olması gerekir. Mesela belirli bir süre içinde kullanılacak işgücü saati, enerji, sermaye vb. gibi. Kaynakların arzının sınırsız olma durumuna çok ender rastlanabildiği için söz konusu şart hemen hemen bütün ekonomik problemlerde kolaylıkla sağlanabilmektedir.

v) Değişkenler Arasında Kurulan Bağlantıların Doğrusal Olması Gerekir:

Doğrusallık deyiminden, bir doğrusal programlama modelinde bulunan bütün eşitlik veya eşitsizliklerde yer alan değişkenlerin birinci dereceden olması anlaşılır. Bu özellik doğrusal programlamaya uygulandığında, her değişkenin önündeki katsayının sabit ve değişkenin birinci dereceden olması gerektiği sonucuna varılır. Kısaca denilebilir ki, doğrusal programlamada eşitlik veya eşitsizlikler doğrusal bir karakter taşımakta; kuadratik, kübik, logaritmik veya bir başka fonksiyonel bağlantıyı ifade etmemektedir.

vi) Doğrusal Programlamanın Uygulanacağı İşletme Problemi Kısa Dönemli Olmalıdır:

Doğrusal programlamanın en önemli şartı olan doğrusallık, ancak kısa dönemde gerçekleşebilir. Mesela kar maksimizasyonu problemlerinde fiyatlar ancak kısa bir dönem için sabit kalabilir, uzun dönemde fiyatlar çeşitli etkenlerle değişebilir. Diğer taraftan, işletmeler uzun dönemde makinelerini yenileyebilir veya başka bir üretim tekniğine dönebilirler. Uzun dönemde masraflar belirli bir süre için azalır da, bir noktadan sonra yükselmeye başlar. Bu gibi hallerde, değişkenler arasındaki ilişki doğrusal değildir. Dolayısıyla uzun dönemi kapsayan modellerin çözümünde doğrusal olmayan programlama tekniklerinden yararlanmak gerekir.

3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN MATEMATİKSEL YAPISI

Matematikte n bilinmeyenli bir doğrusal model ancak n tane birbirinden bağımsız doğrusal denklemle çözülebildiği halde, Doğrusal Programlama ile n tane bilinmeyenli bir doğrusal model, n 'den daha az denklem yardımıyla çözülebilmektedir.

Doğrusal programlama probleminin üç önemli unsuru vardır:

Amaç fonksiyonu,

Kısıtlayıcı fonksiyonlar,

Pozitif kısıtlama.

Doğrusal programlamada, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı fonksiyonların matematiksel anlatımı aşağıdaki işlemlerin yapılmasıyla başlar.

a) Problemin Belirlenmesi:

Kullanılacak üretim yöntemleri ve her birinin uygulanmasıyla üretilebilecek mamullerin birim maliyetleri veya her bir birimin satışından firmanın sağlayacağı kar saptanır. Elde edilen sayısal bilgiler (örneğin; süre, hammadde, maliyetler vb. gibi) belirlenir.

b) Modelin Değişkenlerinin Belirlenmesi:

İşletme problemlerinde genellikle, üretim miktarı, makinelerin çalışma süreleri, üretimde kullanılan hammadde miktarları ve üretim için yapılan masraflar **değişken** olarak alınır.

Değişkenleri belirlerken dikkat edilmesi gereken önemli noktalar;

- 1- Üretimde yapılacak herhangi bir değişikliğin modele yeni değişkenleri getireceği,
- 2- Değişkenler için kabul edilen ölçülerin aynı olacağına, dikkat edilmelidir.

c) Modelin Parametrelerinin Belirlenmesi:

Modelde kullanılan parametreler aşağıdaki biçimde belirlenebilir.

- 1- Üretimde kullanılan makinelerin bir birim üretim için çalışması gereken süre ile toplam kullanılabilir makine süresi arasındaki ilişkiiden yararlanarak bazı parametreler belirlenebilir.
- 2- Üretim faktörlerinin bileşim oranları olan teknik üretim katsayıları yardımıyla değişkenler arasındaki ilişkiyi kuran parametreler belirlenir.
- 3- Amaç fonksiyonundaki parametreler, türüne göre değişir. Enküçükleme problemlerinde değişkenlerin katsayıları bir birimin maliyetini, enbüyükleme problemlerinde, değişkenlerin katsayıları bir birimden elde edilen kar katsayılarıdır.

d) Modelin Genel Olarak Gösterilmesi:

Modele girecek olan değişkenler, x_1, x_2, \dots, x_n ile değişkenler arasındaki ilişkileri kuran parametreler ise $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{mn}$ biçiminde gösterilir. Verilen sabit değerler (hammadde miktarları veya makine kapasiteleri vb. gibi) b_1, b_2, \dots, b_m ile ifade edilir.

İlişkilerde kullanılan, x_1, x_2, \dots, x_n değişkenleri pozitif veya sıfır olabilir. Fakat, negatif olmaları olanaksızdır.

Değişkenler arasındaki ilişkiler genellikle eşitlik veya eşitsizlikler sistemi halinde gösterilir.

Değişkenler arasındaki kurulan diğer bir doğrusal denklem de amaç fonksiyonudur. Modelin bütün değişkenleri bu fonksiyonda yer alır.

3.1. Amaç Fonksiyonu

Doğrusal programlama problemlerinde doğrusal biçimde ifade edilen bir amaç fonksiyonu vardır.

Amaç fonksiyonu kar için enbüyükleme (maksimizasyon), maliyet için enküçükleme (minimizasyon) olur.

Amaç fonksiyonu Z , değişkenler X_j ve sabit katsayılar C_j ile gösterilirse, amaç fonksiyonu:

$$\text{Max}(\text{Min})Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

biçiminde ifade edilir.

3.2. Kısıtlayıcı Fonksiyonlar

İşletmeler faaliyetlerini bir takım kısıtlayıcılar altında sürdürürler. Örneğin; kullanılan makinelerin belirli bir süre içerisindeki üretim kapasitesi sabittir. Aynı biçimde kullanılan, finansman, işgücü vb. gibi kaynaklar da sınırlıdır. Bunun yanında, üretim kapasiteye eşit olur veya ondan az olabilir.

a_{ij}, b_i ler sabit olmak üzere enküçükleme (minimizasyon) problemlerinde kısıtlayıcılar:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Enbüyükleme (maksimizasyon) problemlerinde kısıtlayıcılar:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

biçiminde ifade edilir.

“=” işareti hem enbüyükleme hem de enküçükleme problemlerinde kullanılır. Örneğin; eğer makineler tam kapasite çalışıyorsa veya üretimde bir hammadde sınırlı miktarda kullanılırsa bu gibi durumlarda değişkenler arasında :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

eşitliği kullanılır.

3.3. Pozitif Kısıtlama

Doğrusal programlama problemleri işletmelerde, üretim miktarlarını belirlemek için uygulanır. Bu nedenle değişkenlerin negatif olması söz konusu olamaz. Çünkü, işletmeler ya üretimde bulunurlar ya da bulunmazlar.

Matematiksel olarak:

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

veya;

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

biçiminde yazılır.

Yukarıdaki açıklamalardan sonra, amaç fonksiyonu kar enbüyüklemesi veya maliyet enküçüklemesi olan bir doğrusal programlama modelini genel olarak şu şekilde ifade edebiliriz:

$$Max Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

$$Min Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

Kısıtlayıcılar

Kısıtlayıcılar

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Bu ifadeler daha açık olarak gösterilmek istenilirse:

$$Max(\min) Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

Kısıtlayıcılar

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n (\leq, =, \geq) b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n (\leq, =, \geq) b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n (\leq, =, \geq) b_m$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

yukarıda olduğu gibi yazılabilir.

4. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ ÜZERİNDE ÖZEL İŞLEMLER

Yukarıdaki genel gösterimden anlaşılacağı gibi, doğrusal programlama modelinin kısıtları eşitsizliklerin yönleri itibariyle, X_j ile gösterilen karar değişkenleri ise

işaretçe farklılık gösterebilir. Modeli, istenilen şekilde yazıp çözüm işlemlerine başlayabilmek için, modelin kısıtlarının ve karar değişkenlerinin yönüyle aynı özelliklere dönüştürülmesi gerekebilir.

Doğrusal karar modeli üzerinde yapılabılır işlemler aşağıda açıklanmıştır.

1. Modelin i 'inci kısıtı,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i$$

şeklinde iken, $x_{n+1} \geq 0$ olmak üzere, bu kısıt,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + x_{n+1} = b_i$$

olarak yazılır. Bu tür değişkene (x_{n+1}), **aylak** veya **gevşek** (slack) değişken denir.

2. Modelin k 'inci kısıtı,

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} X_j \geq b_k$$

şeklinde iken, $x_{n+1} \geq 0$ olmak üzere, bu kısıt,

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} X_j - x_{n+1} = b_k$$

olarak yazılır ve bu durumda modele yeni giren x_{n+1} 'e **artık** (surplus) değişken denir.

Eşitsizlikleri eşitlik halinde yazabilmek için modele eklenen aylak ve artık değişkenler, o ana kadar kullanılan karar değişkeni sayısı birer artırılarak indislenebileceği gibi, bunlar için A_1, A_2, \dots veya S_1, S_2, \dots vb. yeni gösterimler de kullanılabilir. Aylak ve artık değişkenler, modelin kısıtlarını eşitlik halinde yazmak için eklenmiş olduklarından, bunların amaç fonksiyonuna herhangi bir katkısı yoktur. Bu nedenle aylak ve artık değişkenlerin amaç fonksiyonundaki katsayıları sıfır olarak alınır.

3. Bir doğrusal karar modelinin r 'inci kısıtı,

$$\sum_{j=1}^n a_{rj} X_j \leq b_r$$

şeklinde iken, istenirse bu kısıt, eşitsizliğin her iki tarafı (-1) ile çarpılarak,

$$\sum_{j=1}^n (-a_{rj}) X_j \geq -b_r$$

olarak yazılır ki, bu işleme modelin tüm kısıtlarını aynı yönde yazmak için başvurulabilir.

4. Modelin p 'inci kısıtı,

$$\sum_{j=1}^n a_{pj} X_j = b_p$$

şeklinde iken, kısıtların tamamının eşitsizlik sistemi haline dönüştürülmesi istenirse, modelde bu kısıt yerine,

$$\sum_{j=1}^n a_{pj} X_j \leq b_p$$

$$\sum_{j=1}^n a_{pj} X_j \geq b_p$$

kısıtları yazılır.

5. Modelin s 'inci kısıtı,

$$\left| \sum_{j=1}^n a_{sj} \right| \leq b_s$$

şeklinde ise, kısıt bu haliyle doğrusal olmadığından, modelde bu kısıt yerine

$$-b_s \leq \sum_{j=1}^n a_{sj} X_j \leq b_s$$

ifadesi yani,

$$\sum a_{sj} X_j \leq b_s$$

$$\sum a_{sj} X_j \geq -b_s$$

kısıtları yazılmalıdır.

6. Doğrusal programlama modelinde herhangi bir değer alabilecek karar değişkenleri var ise, bu değişkenler özel dönüşümlerle, eksi değer alamayan yeni karar değişkenleri cinsinden yazılıp, modelde karar değişkenleri arasında tekdüzelik sağlanabilir. Sözelimi, karar modelinde herhangi bir değer alabilen (serbest) karar değişkeni x_j olsun. $k, r > n$ ve $x_k, x_r \geq 0$ olmak üzere x_j ,

$$x_j = x_k - x_r$$

şeklinde yazılıp, amaç fonksiyonu ve kısıtlarda x_j yerine eşiti konarak gerekli işlemler yapılır. Böylece model herhangi bir değer alabilen değişkenden arındırılmış olur.

7. Doğrusal programlama modelinin amaç fonksiyonu

$$Max Z = \sum C_j X_j$$

şeklinde iken, istenirse, modelin amaç fonksiyonu,

$$\text{Max } Z = \sum (-C_j) X_j$$

olarak ele alınır. Ancak bu durumda eniyi çözüme erişildiği zaman, amaç fonksiyonunun eniyi değerinin işareti de değiştirilmelidir. Bu arada doğrusal programlama modelleri ile ilgili olarak aşağıdaki eşitlik de her zaman geçerlidir.

$$\text{Max } \sum_{j=1}^n C_j X_j = -\text{Min } \sum_{j=1}^n -C_j X_j$$

Yukarıda açıklanan işlemlerle, doğrusal programlama modelinin istenen şekilde dönüştürülebileceği görülmektedir.

5. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN MATRİSLERLE GÖSTERİMİ

Bir doğrusal programlama modeli, uygun işlemler yapıldıktan sonra istenen şekle getirilmiş olsun. Bu durumda aşağıdaki şekilde olduğu gibi yazılan bir doğrusal programlama modelini matris notasyonunu kullanarak ifade edebiliriz.

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

Kısıtlayıcılar

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Karar değişkenlerinin amaç fonksiyonundaki birim katkıları, $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ satır vektörüyle, karar değişkenlerini X sütun vektörü ve sağ taraf sabitlerini b sütun vektörü ve de teknik katsayıları $m \times n$ boyutlu A matrisi ile gösterelim.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

O halde doğrusal programlama modelini matris notasyonunu kullanarak şu şekilde yazabiliriz.³

$$\text{Max } Z = CX$$

Kısıtlayıcılar

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0$$

Bir doğrusal programlama modelinin,

- Sağ taraf sabitleri sıfır veya sıfırdan büyük,
- Kısıtları eşitlik,
- Amaç fonksiyonu enb veya enk şekline dönüştürülmüş ise, model **Standart biçimde** yazılmış demektir.

Standart biçime dönüştürülmüş bir model, kapalı olarak, $b \geq 0$ olmak üzere,

$$\text{Max}(\text{Min}) Z = CX$$

Kısıtlayıcılar

$$AX = b$$

$$X \geq 0$$

şeklinde yazılır.

Doğrusal programlama modeli,

- Kısıtların tamamı küçük eşit (büyük eşit),
- Karar değişkenleri sıfır veya sıfırdan büyük,
- Amaç fonksiyonu enb(enk),

şekline dönüştürülmüş ise, model **kanonik biçimde** yazılmış demektir.

Kanonik biçime dönüştürülmüş bir doğrusal programlama modeli, kapalı olarak,

$$\text{Max } Z = CX$$

Kısıtlayıcılar

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0$$

veya

$$\text{Min } Z = CX$$

Kısıtlayıcılar

$$AX \geq b$$

$$X \geq 0$$

³ David G. Luenberger, **Introduction to Linear and Nonlinear Programming** (California: Addison-Wesley Publishing Company, 1973).

şeklinde yazılır. Tablo 1.1.de doğrusal programlama modellerinin standart ve kanonik biçimde yazılışları gösterilmiştir.⁴

Tablo 1.1. Doğrusal Programlama Problemlerinin Standart ve Kanonik Formda Yazılışları

	Minimizasyon Problemi	Maksimizasyon Problemi
Standart Form	$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ Kısıtlayıcılar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = (1, \dots, m)$ $x_j \geq 0 \quad j = (1, \dots, n)$	$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ Kısıtlayıcılar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = (1, \dots, m)$ $x_j \geq 0 \quad j = (1, \dots, n)$
Kanonik Form	$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ Kısıtlayıcılar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = (1, \dots, m)$ $x_j \geq 0 \quad j = (1, \dots, n)$	$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ Kısıtlayıcılar $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = (1, \dots, m)$ $x_j \geq 0 \quad j = (1, \dots, n)$

⁴ Mokhtar S.Bazaraa ve John J. Jarvis, **Linear Programming And Network Flows**. (New York: John Wiley&Sons, Inc., 1977), s.6.

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMELLERİ VE ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANIN TEMELLERİ

Önceki bölümde görüldüğü gibi, çok farklı alanlarda uygulanabilir olan doğrusal programlama modeli, uygun işlemlerle istenen şekle dönüştürülebilmektedir. Model geliştirilmesiyle, problemin seçenekleri kısıtlarla ifade edilmekle birlikte, bunların içerisinde hangisinin amaç fonksiyonunu enbüyük veya enküçük yaptığını söylemek zordur. Çoğunlukla, matematiksel olarak, kısıtların her birini sağlayan sonsuz çözüm söz konusu olup, hangisinin eniyi çözüm olduğunu bulabilmek için yeni kavramlar ve bilgilere ihtiyaç vardır.

Bu bölümde, önce doğrusal programlama modelinin çözümüne temel oluşturacak kavram ve özellikler, daha sonra da modelin çözüm yaklaşımları verilecektir.

1.1. Doğrusal Programlamanın Kuramsal Esasları

Bu kesimde doğrusal programlama ile ilgili temel kavramlar ve uç nokta teoremi verilerek, temel uygun çözüm ile uçnokta ilişkisi üzerinde durulacaktır.

1.1.1. Doğrusal Programlamanın Temel Kavramları ve Dışbükeylik

Bir doğrusal programlama modelinin tüm kısıtlarını sağlayan her X vektörüne bir **uygun çözüm**; uygun çözümlerin oluşturduğu kümeye **uygun çözüm alanı** denir.

Doğrusal programlama modeli, üzerinde uygun işlemler yapıldıktan sonra, kanonik veya standart biçime getirilerek, uygun çözüm alanı;

$$U = \{X / AX \leq b, X \geq 0\}$$

veya

$$U = \{X / AX = b, X \geq 0\}$$

şeklinde gösterilebilir.

Problem açısından her uygun çözüm bir **seçenek**; uygun çözüm alanı ise **seçenekler kümesi** anlamındadır.

Uygun çözüm alanı üzerindeki X lere göre, amaç fonksiyonunun enbüyük (veya enküçük) değerini aldığı X e, **eniye çözüm**; amaç fonksiyonunun karşı gelen değerine **eniye değer** denir.

Bu kavramlarla, bir doğrusal programlama modelini çözmek, tüm uygun çözümleri gözönüne alarak, bunlara karşı gelen amaç fonksiyonunun değerleri içinden eniyisini (enbüyük veya enküçük) belirlemek olmaktadır.

X_1, X_2, \dots, X_n aynı kümenin farklı noktaları iken, $\lambda_i \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ olmak üzere,

$$X_0 = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \dots + \lambda_n X_n$$

$$X_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i X_i$$

şeklinde elde edilen X_0 a, verilen noktaların **dışbükey (konveks) bileşimi** denir.⁵ Aynı kümenin farklı iki noktasını birleştiren doğrunun denklemi,

$$X = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2$$

olup, eğer $\lambda_i \geq 0, \sum \lambda_i = 1$ olması öngörülürse, dışbükey bileşimle verilen noktaları birleştiren doğru parçasının denklemi elde edilir. Bu taktirde,

$$X = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2, \quad \lambda_1, \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

iken;

$$\lambda = \lambda_1$$

$$\lambda_2 = 1 - \lambda_1 = 1 - \lambda$$

alınarak, iki noktayı birleştiren doğru parçasının denklemi,

⁵ Stephen G. Nash ve Ariela Sofer, **Linear and Nonlinear Programming** (McGraw-Hill International Editions, 1996).

olarak yazılır ki, bu da X_1 ve X_2 nin dışbükey bileşimidir.

X_1 ve X_2 aynı S kümesinin farklı iki ögesi iken, bütün $X_1 \neq X_2$ için

$$X = \lambda X_1 + (1 - \lambda) X_2, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

şeklinde elde edilen X ler de S nin ögesi ise, S ye **dışbükey küme** denir. Farklı her iki noktasını birleştiren doğru parçasını da üzerinde bulunduran küme **dışbükey**; bu doğru parçasının bir kısmını içine almayan küme ise **içbükey** (konkav) olmaktadır.

Uygun çözüm alanı ve dışbükey küme kavramlarından hareketle, doğrusal programlamanın esaslarından ilki şöyle verilebilir:

Özellik 1: Doğrusal programlama modelinin uygun çözüm alanı dışbükey kümedir.

Uygun çözüm alanının dışbükey olması, farklı iki uygun çözüme erişildiğinde, bunları birleştiren doğru parçası üzerindeki her noktanın da uygun çözüm olduğunu gösterir.

1.1.2. Uçnokta Teoremi

Doğrusal programlamanın kuramsal temelinde uçnokta kavramı ve uygun çözüm alanının uç noktaları, amaç fonksiyonunun eniyi değerini sonlu öğeden oluşan bir küme içinde arama olanağı vermesi açısından, son derece önemlidir.

Bir kümenin farklı iki noktasının dışbükey bileşimi olarak yazılamayan noktası var ise, buna **uçnokta (extreme point)** veya **köşe nokta** denir.⁶ Düzlemde bir üçgenin, bir karenin; üç boyutlu uzayda bir prizma veya piramidin köşeleri birer uçnoktadır.

Şimdi, uçnokta teoremi olarak da isimlendirilen, aşağıdaki ikinci özellik verilebilir.

Özellik 2: Amaç fonksiyonu $f(x) = CX$ olan bir doğrusal programlama modelinde;

- i) Eğer modelin eniyi çözümü varsa, bu nokta uygun çözüm alanının uç noktasıdır.
- ii) Amaç fonksiyonu eniyi değerini birden fazla uç noktada alıyorsa, bu noktaların her dışbükey bileşimi de eniyi çözümdür.

⁶ David G. Luenberger, **Introduction to Linear and Nonlinear Programming** (California: Addison-Wesley Publishing Company, 1973), s.21.

Bilindiği gibi her problemin eniyi çözümü olmayabilir. Eniyi çözümün varlığı, karar değişkenleri ve parametrelerin fonksiyonu olarak yazılan kısıtlara bağlıdır. Karar modelinde uygun çözüm alanının durumu eniyi çözümün varlığını belirler. Uygun çözüm alanı boş bir küme ise çözüm yoktur. Öte yandan amaç fonksiyonu uygun çözüm alanı üzerinde istenen yönde sınırsız ise eniyi çözüm bulunamaz. Uygun çözüm alanının tek bir ögesi var ise, bu nokta aynı zamanda eniyi çözüm olur.

Doğrusal programlama modelinin eniyi çözümünün varlığı için amaç fonksiyonu CX in uygun çözüm alanında istenen yönde sonlu olması gerekir. Başka bir deyişle uygun çözüm alanı, amaç fonksiyonunun enküçüklenmesi sözkonusu iken alttan; amaç fonksiyonunun enbüyüklenmesi istendiğinde ise üstten sınırlı olması gerekir.

Uygun çözüm alanı boş olmadığı halde, amaç fonksiyonunun uygun çözüm alanında sonlu olmadığı durumlarda sınırsız çözüm vardır denir.

Yukarıda verilen özellikler, modelin eniyi çözümünün varlığının bilinmesi halinde, eniyi çözümün uçnoktalardan oluşan bir küme içinde araştırılması olanağını vermektedir. Böylece, eniyi çözümü bulma işlemleri, matematiksel anlamda sonsuz ögeli bir kümeden sonlu ögeli bir kümeye dönüştürülmüş olmaktadır. Ancak bu özelliğin işlemlere yansiyıp kolaylık sağlayabilmesi için, önce modelin eniyi çözümünün olduğu; sonra da uçnoktalara nasıl erişilebileceği bilinmelidir ki, bunlar için de yeni kavram ve özelliklere ihtiyaç vardır.

1.1.3. Temel Uygun Çözüm ve Uçnokta İlişkisi

Doğrusal programlama modeli standart biçime getirilerek,

$$\text{Max } Z = CX$$

Kısıtlayıcılar

$$AX = b$$

$$X \geq 0$$

şeklinde yazılsın.

Modelin kısıtlarından oluşan $AX = b$ denklem sisteminde $n > m$ olsun. Gerçekte modele eklenen aylak ve/veya artık değişkenlerden sonra, $n > m$ olur.

$AX = b$ doğrusal denklem sisteminde, denklem sayısı m , değişken sayısı n den az olduğunda, parametrik çözüm sözkonusu olup, $n-m$ değişkenin değerine bağlı olarak kalan m değişkenin değerleri bulunabilir.

$m \times n$ lik bir doğrusal denklem sisteminde, doğrusal olarak bağımsız m tane sütun vektörüne karşı gelen değişkenlerin değerleri araştırıldığında, ele alınan m değişkene **temel değişken**; kalanlara **temeldışı değişken**; temeldışı değişkenler sıfır iken karşı gelen temel değişkenlerin değerlerine (bunların sütunları doğrusal olarak bağımsız olduğu için çözüm vardır) **temel çözüm**; bir temel çözümde tüm öğeler sıfır veya sıfırdan büyük ise buna **temel uygun çözüm** denir. Bir temel uygun çözümde tüm öğelerin sıfırdan büyük olması istenmekle birlikte, eğer en az bir öğe sıfır ise, buna **bozulmuş (dejenere) temel uygun çözüm** denir.

Yukarıdaki kavram ve gösterimlerden hareketle, doğrusal programlamanın kuramsal temelini oluşturan 3. özelliği aşağıda verilmiştir.

Özellik 3: $AX = b$ doğrusal denklem sisteminin her temel uygun çözümü, karşı gelen doğrusal programın bir uçnoktası; doğrusal programın her uçnoktası, kısıtların oluşturduğu $AX = b$ denklem sisteminin bir temel uygun çözümüdür.

Temel uygun çözümlerle uçnoktalar arasında bire-bir ilişki olduğuna göre, eniyi çözümün varlığının bilinmesi halinde, $AX = b$ nin temel uygun çözümlerine erişildiğinde, doğrusal programın uçnoktaları kümesi elde edilmiş olacaktır.

Bu kesimde verilen üç özellik doğrusal programlamanın kuramsal temelini oluşturur. Doğrusal programlama modelinin çözüm yaklaşımları, bu kuramsal yapı üzerine kurulmuş olup, izleyen kesimde incelenecektir.

2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI

Bir önceki kesimde verilen kavram ve incelenen özellikler doğrusal programlamanın temelini oluşturur. Modelin çözümünü bulmak, eniyi çözümün olduğu uçnokta ile karşı gelen amaç fonksiyonunun değerini araştırmaktır. O halde, çözüme esas işlemleri uygun çözüm alanının uçnoktaları, yani kısıtların oluşturduğu doğrusal denklem sisteminin temel uygun çözümleri, oluşturacaktır.

Doğrusal programlama modelinin çözüm yaklaşımları,

- Grafik çözüm,
- Analitik çözüm, ve
- Ardışık sayısal çözüm

başlıkları altında toplanabilir.

2.1. Grafik Çözüm

Modeldeki karar değişkeni sayısı üç veya daha az ise, uygun çözüm alanının grafiğini çizmek mümkündür. Uygun çözüm alanının grafiği çizildiğinde, tüm uç noktaları şekil üzerinde görülebilecek demektir ki, eğer modelin eniyi çözümü var ise, eniyi çözüm bu noktaların birindedir. Aşağıda, çizimlerin kolaylığı nedeniyle, iki karar değişkeni olması halinde eniyi çözümün nasıl araştırılacağı açıklanacaktır.

Bir doğrusal programlama modelinin grafik çözümünde yapılacak işlemler şöyle sıralanabilir:⁷

1. Adım: Her bir kısıt eşitlik olarak ele alınıp, karşı gelen doğrunun grafiği çizilerek, kısıtı sağlayan (x_1, x_2) lerin olduğu bölge taranır. Bu taralı bölgelerin kesişim kümesi uygun çözüm alanıdır. İkinci adıma geçilir. Eğer tüm kısıtları birlikte sağlayan bir taralı bölge bulunamıyorsa uygun çözüm yok demektir ki durulur. Bu durumda **“uygun çözüm alanı boş”** olan, çözümsüz model sözkonusu demektir.

2. Adım: $x_0 = c_1x_1 + c_2x_2$ amaç fonksiyonuna bir başlangıç x_0 değeri verilerek karşı gelen doğrunun grafiği çizilir. x_0 a farklı değerler verilerek başlangıç doğruya paralel doğrular çizilir. Artan x_0 değerlerine karşı gelen paralel doğru demetinin, uygun çözüm alanına ilk girdiği nokta $Enk x_0$ için; son terk ettiği nokta $Enb x_0$ için eniyi çözümdür, durulur. Değilse 3. adıma geçilir.

3. Adım: Paralel doğru demeti, x_0 ın azalan değerlerine göre uygun çözüm alanının dışına çıkmıyorsa $Enk x_0$ için; x_0 ın artan değerlerine göre uygun çözüm alanının dışına çıkmıyorsa $Enb x_0$ için sınırsız çözüm olup, durulur. Böyle durumlarda, amaç

⁷ İmdat Kara, **Doğrusal Programlama** (Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, 1991), s.49.

fonksiyonu uygun çözüm alanı üzerinde istenen yönde sonlu olmadığından, karar vericiye eniyi seçenek önerilemez.

Doğrusal programlama modelinin grafikte çözümü araştırılırken, paralel doğrular demetinin uygun çözüm alanına il girişi (veya son çıkışı) bir doğru parçası boyunca olursa, birde fazla uçnoktada eniyi çözüm var demektir. Bu durumda, uçnokta teoreminin ikinci şikkı sözkonusu olup, ilgili doğru parçası üzerindeki her (x_1, x_2) verilen modelin eniyi çözümüdür.

ÖRNEK: Bir doğrusal programlama modeli,

$$\text{Max } Z = 15x_1 + 25x_2$$

Kısıtlayıcılar

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

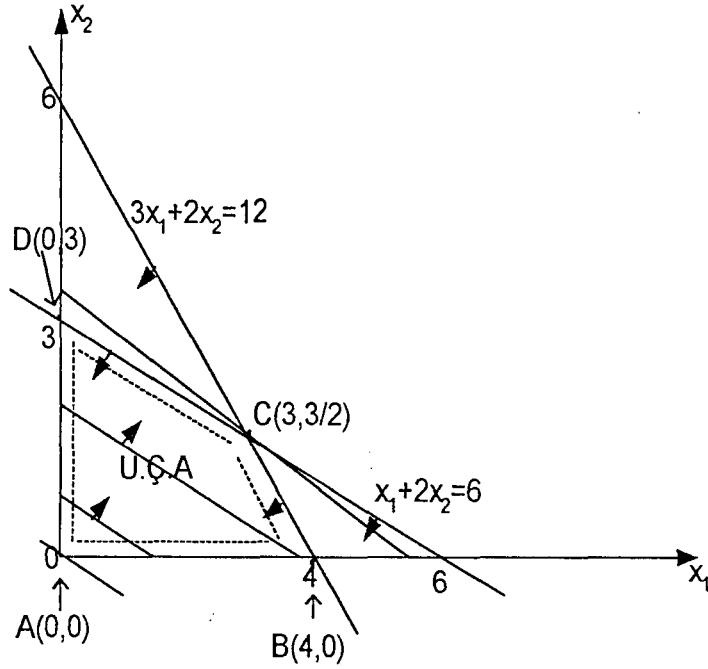
olarak verilsin.

Modelin grafik çözümü için kısıtların aynı koordinat sisteminde çizimi yapılır. Amaç fonksiyonunun farklı değerlerine karşı gelen izdüşümler de aynı sistemde gösterilirse, Şekil 2.1. elde edilir.

Şekil 2.1. den, $x_0 = 15x_1 + 25x_2$ şeklindeki amaç fonksiyonunun $x_0 = 0$ a karşı gelen izdüşüm doğrusuna, x_0 artarak paralel doğrular çizildiğinde, bunların uygun çözüm alanını (U.Ç.A) en son $(3, 3/2)$ noktasında terk ettiği görülmektedir. O halde modelin eniyi çözümü $x_1 = 3$, $x_2 = \frac{3}{2}$ olup, eniyi değer 82,5 olmaktadır.

Şekil 2.1. de görüleceği gibi, uygun çözüm alanının $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(3, 3/2)$ ve $D(0,3)$ olmak üzere dört uçnoktası olup, amaç fonksiyonu enbüyük (eniyi) değerini C de almaktadır.

Bir karar problemini matematiksel modelle ifade etmek, eniyi çözümün araştırılmasının yanısıra, problemin yapısında veya parametrelerde meydana gelebilecek farklılaşmaları analiz etme imkanı da sağlar. Problemde iki karar değişkeni var ise, her türlü analizler de kolaylıkla yapılabilir.



Şekil 2.1. Grafik Çözüm

Grafik çözümle, tüm durumların görülebilmesi ve ek analizlerin yapılması sağlanıyor olmakla birlikte, gerçek hayatta karşılaşılan problemlerde çok karar değişkeni olduğundan, etkin bir çözüm yöntemi olamaz. Bu nedenle, doğrusal programlama modelinin çözümü için yeni yaklaşımlara ihtiyaç vardır.

2.2. Analitik Çözüm

Modelin eniyi çözümünün bilindiğinde, doğrudan uçnokta teoremi uygulanarak eniyi çözüm bulunabilir. Analitik çözüm olarak isimlendirilebilecek olan böyle bir yaklaşım, temel uygun çözümlerle uçnoktalar arasındaki bire bir ilişkiye dayanır. Eniyi çözümün olduğu biliniyorsa, aşağıda belirtilen işlemler gerçekleştirilerek eniyi çözüm bulunabilir.

1. Adım: Modelin kısıtları eşitlik haline getirilir. Modelde, son şekliyle m kısıt n değişken olsun.

2. Adım: Her seferinde m karar değişkeni temele alınıp, kalan $n-m$ değişken sıfıra eşitlenerek temel çözümler araştırılır. Bu işlem mümkün tüm temel değişken bileşimleri için tekrarlanır.

3. Adım: Temel çözümler içinden temel uygun çözümler (uçnoktalar) seçilir.

4. Adım: Amaç fonksiyonunun uçnoktalara karşı gelen değerleri hesaplanır. bunların içinden eniyisi (enbüyüğü veya enküçüğü) eniyi değer, karşı gelen uçnokta eniyi çözümdür.

ÖRNEK: Bir doğrusal programlama modeli aşağıdaki şekilde verilsin.

$$\text{Max } Z = \frac{1}{2}x_1 + x_2 + 3x_3$$

Kısıtlayıcılar

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Modelin eniyi çözümünün olduğu bilindiğine göre, analitik çözüm yaklaşımıyla eniyi çözümü bulmaya çalışalım.

Modelin birinci kısıtına x_4 , ikinci kısıtına x_5 aylak değişkenleri eklenerek, kısıtlara karşı gelen doğrusal denklem sistemi,

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 8$$

şeklinde yazılır. Burada $m=2$ ve $n=5$ olup, temel çözümler için;

$$\binom{n}{m} = \binom{5}{2} = 10$$

10 adet denklemin çözümü araştırılacaktır. Bu işlemler yapılır, temel uygun çözümler uçnokta olarak gösterilirse, Tablo 2.1. de verilen sonuçlar elde edilir.

Kısıtlara karşı gelen denklem sisteminin 10 temel çözümü olup, bunların içinden 6 tanesi temel uygun çözüm olduğundan, uygun çözüm alanının uçnoktalari kümesi;

$$(x^1, x^3, x^5, x^7, x^9, x^{10})$$

olarak yazılır.

Modelin eniyi çözümünün olduğu bilindiğine göre, eniyi çözüm yukarıdaki kümenin elemanlarının birinde olacaktır.

Modelin amaç fonksiyonu,

$$\text{Max } Z = \text{Enbf}(x) = \frac{1}{2}x_1 + x_2 + 3x_3$$

olduğundan, her uçnoktadaki $f(x)$ değerleri hesaplanırsa;

$$f(x^1) = 0$$

$$f(x^3) = 24$$

$$f(x^5) = 4$$

$$f(x^7) = \frac{5}{2}$$

$$f(x^9) = 19$$

$$f(x^{10}) = 4$$

olup,

$$\text{Enb}\{0,24,4,5/2,19,4\}=24$$

dür.

Böylece, $\text{Max } Z = f(x_3) = 24$ olduğundan eniyi çözüm x^3 ile gösterilen uçnoktadadır. Yani, modelin eniyi çözümü,

$$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 8$$

ve karşı gelen eniyi değer 24 dür.

Yukarıdaki açıklamalar ve örnekte de görüldüğü gibi, analitik yaklaşımın uygulanabilmesi için, herşeyden önce eniyi çözümünün olduğunun bilinmesi gerekmektedir ki, çoğunlukla bu durum mümkün değildir. Bunun yanısıra, m kısıtlı n değişkenli bir modelin temel çözümü için,

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

kadar, $m \times n$ lik doğrusal denklem sisteminin çözümünün araştırılması gerektiğinden, bu yaklaşımda yoğun bir işlem yükü sözkonusudur. Analitik yaklaşımın uygulama açısından diğer bir sakıncası da, modelde ortaya çıkabilecek muhtemel değişimlerle ilgili analizlere cevap vermemesidir.

Tablo 2.1. Uçnoktalar

Temel Değişkenler	Temeldışı Değişkenler	Temel Çözüm	Sonuç
x_4, x_5	x_1, x_2, x_3	$x_1 = (0,0,0,10,8)$	Uçnokta
x_3, x_5	x_1, x_2, x_4	$x_2 = (0,0,10,0,-2)$	Değil
x_3, x_4	x_1, x_2, x_5	$x_3 = (0,0,8,2,0)$	Uçnokta
x_2, x_5	x_1, x_3, x_4	$x_4 = (0,10,0,0,-12)$	Değil
x_2, x_4	x_1, x_3, x_5	$x_5 = (0,4,0,6,0)$	Uçnokta
x_2, x_3	x_1, x_4, x_5	$x_6 = (0,-1,11,0,0)$	Değil
x_1, x_5	x_2, x_3, x_4	$x_7 = (5,0,0,0,3)$	Uçnokta
x_1, x_4	x_2, x_3, x_5	$x_8 = (8,0,0,-6,0)$	Değil
x_1, x_3	x_2, x_4, x_5	$x_9 = (2,0,6,0,0)$	Uçnokta
x_1, x_2	x_3, x_4, x_5	$x_{10} = (4,2,0,0,0)$	Uçnokta

2.3. Ardışık Sayısal Çözüm

Önceki çözüm yaklaşımları incelendiğinde, grafik çözümün en fazla üç karar değişkeni olduğunda uygulanabileceği, analitik çözümün ise eniyi çözümün varlığının biliniyor olması halinde başvurulabileceği anlaşılır. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çok sayıda karar değişkeni taşıyor olması grafik çözümü ancak kavramların anlaşılabilirliği için başvuru bir yaklaşım konumuna getirmektedir. Yoğun işlem yükü gözönüne alınsa bile, çok karar değişkenli ve bir dizi kısıtlı bir modelin eniyi çözümünün olup olmadığının başlangıçta bilinmesi mümkün değildir.

Bunun yanında, modelin yapısında veya parametrelerinde değişim kaçınılmaz olduğundan, eldeki eniyi çözümün bu tür değişimlerden nasıl etkilenebileceği analitik yaklaşımla analiz edilemez. O halde, özellikle,

- Eniyi çözümün varlığı,
- Yoğun işlem yükü, ve
- Eldeki eniyi çözümün muhtemel değişimlere duyarlılığının analizi

başlıklarında toplanabilecek hususlar yeni çözüm yöntemi ihtiyacını ortaya koymaktadır.

Belirtilen ihtiyaçlar doğrultusunda yapılan çalışmalarla bir noktadan başlayıp ardışık sayısal işlemlere dayalı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

Bunlardan ilki ve en yaygın kullanılanı bir uçnoktadan başlayarak işlemlerin yürütüldüğü “Simpleks Algoritması”dır. Son yıllarda geliştirilen ve büyük ölçekli modellerin çözümünde daha az bilgisayar zamanı gerektirdiği belirtilen yaklaşım “Karmarkar Algoritmasıdır”. Algoritmayı simpleksten ayıran en belirgin fark, burada bir uçnokta yerine bir içnoktadan başlanarak eniyi çözümün araştırılması olmaktadır.

Simpleks Algoritması, modelin bir başlangıç temel uygun çözümünden (uçnoktadan) başlayarak, karşı gelen amaç fonksiyonunun değerini de gözönüne alıp, ardışık sayısal işlemlerle eniyi çözümü araştıran bir yaklaşımdır.⁸ Algoritmayla, uygun çözüm alanının bir uçnoktasından başlanarak, amaç fonksiyonunu istenen yöne götüren uçnoktalar gözönüne alınıp, komşu bir uçnoktaya geçilmektedir. Böylece, modelin tüm uçnoktaları işleme girmediğinden, yoğun işlem yükünden kurtulunmaktadır. Simpleks Algoritması, tek bir noktada eniyi çözüm, birden fazla uçnoktada eniyi çözüm, sınırsız çözüm ve uygun çözüm alanı boş gibi karşılaşılabılır tüm durumlara da cevap vermektedir. Bunların yanısıra, modelin yapısında veya parametrelerinde meydana gelebilecek muhtemel değişimlerin eniyi çözümü nasıl etkileyecekleri de, bu algoritmayla analiz edilebilmektedir.

⁸ İmdat Kara, **Doğrusal Programlama** (Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, 1991), s.65.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELLERİNE CEBİRSEL MODELLEME YAKLAŞIMI

1. CEBİRSEL MODELLEME DİLLERİ

Bundan önceki kısımlar incelenirken açıklıkla görüleceği gibi, doğrusal programlama modellerinin çözümü bir dizi sayısal işlem gerektirmektedir. Buna karşın, gerçek hayatta karşılaşılan problemlerde çok sayıda karar değişkeni ve kısıt sözkonusudur. Sonuç olarak, iş hayatında bir doğrusal programlama modeli geliştirildiğinde, bunu elle çözmeye kalkışılmaz. Yani, geliştirilen modeli bilgisayar ortamında çözmek zorunluluktur. Her uygulayıcının bilgisayar programı yazarak bunu kodlayıp çalıştırması da oldukça zordur ve kaynak israfıdır.

1950'li yıllarla birlikte, doğrusal programlama modelinin çözümü için, Simpleks algoritmasına dayalı paket programlar yazılmıştır. İzleyen yıllarda geliştirilen paketlerde, özellikle büyük ölçekli modelleri daha az zamanda çözmek ve ikil değişkenler, duyarlılık analizleri vb. ek bilgiler türetme amaçlanmıştır. Daha sonra, özellikle 70'li yıllarda, tamsayılı modellerle, ulaştırma ve serim modellerini de çözebilir paket programlar geliştirilmiştir. 80'li yılların başından itibaren kişisel bilgisayarlardaki gelişim, bunlara dayalı paket programları da beraberinde getirmiştir. Bugün kişisel bilgisayarlarda çalıştırılan, kullanımı oldukça kolay, çok sayıda kısıt ve karar değişkeninden oluşan her tür doğrusal programlama modelini çözen, ikil değişkenler, duyarlılık analizleri vb. ek bilgiler üreten çok sayıda doğrusal programlama paketi vardır.

Özellikle eğitime dönük, çoğu Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği tekniklerini içeren, QSB, MSS, TORA, STORM vb. genel amaçlı paketler içinde de, doğrusal programlama modülleri vardır.

Doğrusal programlama modellerinin çözümünde, paket programların yanısıra, araştırmamızın da konusu olan cebirsel modelleme dilleri geliştirilmiştir. Genel olarak

“**cebirsel modelleme dilleri**”, büyük çaplı optimizasyon problemleri için geliştirilen birer bilgisayar sistemleridirler.⁹

Gerçek yaşamda doğrusal programlama modellerinin birçok kısıt ve değişkenden oluştuğu gözönüne alınacak olursa, modelin kurulmasının ve verilerin eksiksiz ve doğru olarak girilmesinin zor olacağı, aynı zamanda uzun zaman alacağı açıktır. İşte bize bu konu da büyük kolaylıklar sağlayan AIMMS, AMPL, GAMS, LINGO, MGG ve MPL gibi cebirsel modelleme dilleri geliştirilmiştir. Daha önce de belirttiğimiz gibi bu cebirsel modelleme dilleri aynı ismi taşıyan birer bilgisayar sistemine sahiptirler. Bu sistemlerin yaptığı iş, cebirsel modelleme dilinde yazılmış bir optimizasyon problemini kullanılacak algoritma cinsinden ifade edip “solver” larda çözdürmektir. Burada adı geçen “solver”, sistemler tarafından kullanılan ve optimizasyon problemlerinin eniyi çözümünü veren bilgisayar programlarıdır. Cebirsel modelleme dili ile yazılmış bir optimizasyon problemi farklı solver’larda çözdürülüp istenilen sonuçlar elde edilebilir. Cebirsel modelleme dilleri tarafından kullanılan solver’lar ve bunların kullandığı algoritmalar aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Algoritma tipleri ve bunların kullandığı çözüm metodları:

Lineer (Simplex): Amaç fonksiyonu ve kısıtları lineer olan modeller, simplex metod.

Lineer (İç ya da Sınır): Amaç fonksiyonu ve kısıtları lineer olan modeller, iç ya da sınır metodu.

Şebeke (Ağ): Amaç fonksiyonu lineer ve kısıtları ağ akışı olan modeller, ağ akışları için simplex metod.

Kuadratik: Amaç fonksiyonu konveks ya da konkav kuadratik ve kısıtları lineer olan modeller, simplex-tip ya da iç-tip metod.

Lineer Olmayan Konveks: Amaç fonksiyonu tamamı doğrusal olmayan ve konveks ya da konkav, kısıtları doğrusal olan modeller, iç-tip metod.

Lineer Olmayan: Amaç fonksiyonu ve kısıtları sürekli fakat tümü doğrusal olmayan modeller, gradyent, newton, lagrange çarpanı ve iç-nokta metodları.

⁹ Robert Fourer, “Extending A General-Purpose Algebraic Modelling Language To Combinatorial Optimization: A Logic Programming Approach” **Interfaces in Computer Science and Operations Research**, (1998), s.31.

Tamsayılı Lineer: Amaç fonksiyonu ve kısıtları lineer ve bazıları ya da tümü tamsayılı değerler alan değişkenlerin olduğu modeller, dal ve sınır tekniği.

Tamsayılı Lineer Olmayan: Amaç fonksiyonu ve kısıtları sürekli fakat tümü doğrusal olmayan ve değişkenlerin bazılarının ya da tümünün tamsayılı değerler aldığı modeller, dal ve sınır tekniği.

Cebirsel modelleme dilleri tarafından kullanılan solver'lar ve bunların kullandığı algoritma tipleri Tablo 3.1. de verilmiştir.

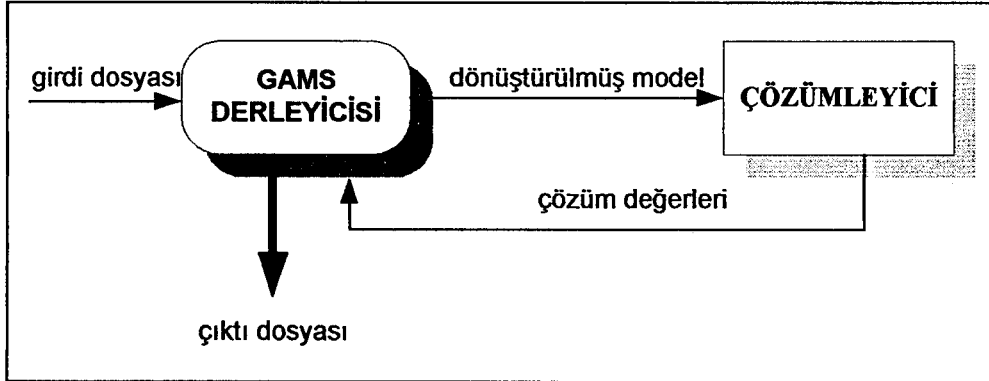
Tablo 3.1. Solver Listesi

Solver	Kullanılan Algoritma Tipi
BPMPD	Lineer (iç)
CONOPT	Lineer Olmayan
CPLEX	Lineer (simplex), Lineer (iç), Şebeke, Kuadratik, Tamsayılı Lineer
DONLP2	Lineer Olmayan
FortMP	Lineer (simplex), Lineer (iç), Kuadratik, Tamsayılı Lineer, Tamsayılı Kuadratik
FSQP	Lineer Olmayan
GRG2, LSGRG	Lineer Olmayan, Tamsayılı Lineer Olmayan
LAMPS	Lineer (simplex), Tamsayılı Lineer
LANCELOT	Lineer Olmayan
LOQO	Lineer (iç), Kuadratik, Lineer Olmayan
LP_SOLVE	Lineer (simplex), Tamsayılı Lineer
MINOS	Lineer (simplex), Lineer Olmayan
MOSEK	Lineer (simplex), Lineer (iç), Kuadratik, Lineer Olmayan Konveks, Tamsayılı Lineer, Tamsayılı Kuadratik
NPSOL	Lineer Olmayan
OSL	Lineer (simplex), Lineer (iç), Şebeke, Kuadratik, Tamsayılı Lineer
SNOPT	Lineer Olmayan
SOPT	Lineer (simplex), Kuadratik, Lineer Olmayan Konveks, Tamsayılı Lineer
WSAT(OIP)	Tamsayılı Lineer
XA	Lineer (simplex), Tamsayılı Lineer
XLSOL, LS-XLSOL	Lineer (simplex), Kuadratik, Tamsayılı Lineer
XPRESS	Lineer (simplex), Lineer (iç), Kuadratik, Tamsayılı Lineer

Bundan sonraki kesimde cebirsel modelleme dillerinden GAMS ve AMPL ele alınmış ve doğrusal programlama modellerinin bu sistemler ile nasıl çözdürüldüğü açıklanmaya çalışılmıştır.

2. GAMS (GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM)

Sistem olarak GAMS oldukça basit bir sistemdir. Bu sistemde GAMS derleyicisine (compiler) ve ayrı ve bağımsız olan solver yazılımlarına ek olarak, GAMS tarafından üretilen çıktı dosyasına karşın GAMS tarafından işleme tabi tutulan veri dosyası vardır. GAMS sisteminin nasıl çalıştığı aşağıdaki şekilde görülmektedir.¹⁰



Şekil 3.1. GAMS Sistemi

GAMS sisteminde girdi ve çıktı dosyaları sıradan text dosyalarıdır. MS-DOS, UNIX ve WINDOWS işletim sistemlerindeki herhangi bir programda (wordpad, notepad, write, vb.) yazdığımız model, girdi dosyasını (input file) oluşturmaktadır. Bu dosyayı GAMS sisteminde çözdürebilmek için aşağıdaki şekilde kaydetmemiz gerekmektedir.

C:\gams\gams ilkmodel ya da C:\gams\gams ilkmodel.gms

Yukarıdaki şekilde olduğu gibi ilkmodel adıyla kaydettiğimiz dosyayı istediğimiz başka herhangi bir isim altında kaydedebiliriz. Bu dosya GAMS derleyicisi tarafından kullanılacak olan solver yazılımının okuyabileceği şekilde değiştirilerek solver'da çözdürüp sonuçları alınmaktadır. Yine GAMS derleyicisi tarafından herkesin anlayabileceği şekilde çıktı dosyası (output file) oluşturulur. Bu dosyayı ise şu şekilde olduğu gibi elde edebiliriz.

¹⁰ Deniz Aksın, **Teach Yourself Gams** (İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Basımevi, 1998), s.2.

C:\gams\gams ilkmodel o=ilkoutput.txt ya da
 C:\gams\gams ilkmodel.gms o=ilkoutput.txt

Oluşturulan modeli çözdürmek için ise, GAMS sisteminin command bölümünde aşağıdaki ifadeyi yazmak yeterlidir.

```
SOLVE İLKMODEL USING LP MINIMIZING TOTCOST;
DISPLAY X.L, Y.L, TOTCOST.L;
```

Yukarıdaki ifade, x ve y karar değişkenleri olan minimum maliyetli bir modelin lineer programlama algoritmasını kullanarak çözüm değerlerini elde etmemizi sağlamaktadır. Amaç fonksiyonunun cinsine (max, min) ve kullanılacak olan çözüm algoritmasına bağlı olarak çözüm için gerekli ifadeyi yazmamız gereklidir. Aşağıda bununla ilgili birkaç örnek verilmiştir:

```
SOLVE İKİNCİMODEL USING NLP MAXIMIZING PROFIT;
DISPLAY X.L, Y.L, PROFIT.L;
```

ya da,

```
SOLVE ÜÇÜNCÜMODEL USING NLP MAXIMIZING REVENUE;
DISPLAY X.L, Y.L, REVENUE.L;
```

Oluşturulan bir modelin GAMS dilinde nasıl yazıldığını aşağıda verilen örneklerle açıklamaya çalışalım.¹¹

```
$TITLE ORNEK MIX: A PRODUCT MIX PROBLEM FROM HAMDY TAHA (Karşık üretim
problemi)
$INLCOM/**/
*
$OFFUPPER
*
```

¹¹ Deniz Aksen, **Teach Yourself Gams** (İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Basımevi, 1998), s.45.

SETS

I ulaşım ağı /1*5/;

I2 ikinci ulaşım ağı /1*5/;

J boya tipi /ee, ii/;

K hammadde tipi /a*b/;

SCALAR

DEMRESTR1 /1/ DEMRESTR2 /2/;

PARAMETERS

CAP(I,I2) ulaşım ağının kapasitesi '[i,i2]'

/ (1,5)=100, (1,2)=45, (1,4)=50, (2,3)=40, (1,1)=45, (3,2)=75, (5,4)=115, (5,3)=60 /;

PRICE (J) / ee=3, ii=2 /;

AVAI (K) Kullanılabilir hammadde

/ A=6, B=8 /;

TABLES USAGE (J,K) boyalarda kullanılan hammadde miktarları

	a	b
ee	1	2
ii	2	1;

VARIABLES

Y keyfi iki-değerli değişken

X(J) her bir boyadan günlük üretilecek miktar

FLOW (I,I2) ulaşım ağı (i,i2)

Z(J) amaç fonksiyonu değeri

POSITIVE VARIABLE X(J), Y, FLOW(I,I2), Z;

X.L("EE")=E=5.0,

Y.L=E=X.L("EE")/2.0,

FLOW(I,J).LO=E=CAP(I,J)/2;

EQUATION

OBJ amaç fonksiyonu.

CAPACITY(I,I2) ulaşım ağı kapasitesi,

DEMAND1 talep kısıtı 1,

DEMAND2 talep kısıtı 2,

CONSTRY iki-değerli değişken kısıtı.

RESOURCE(K)	kullanılabilir hammadde miktarı;
OBJ	$Z(J)=E=\text{SUM}(J, \text{PRICE}(J)*X(J))-Y,$
CAPACITY(I,I2)	$\text{FLOW}(I,I2)=L=\text{CAP}(I,I2),$
DEMAND1	$X('II')-X('EE')=L=\text{DEMRESTR1},$
DEMAND2	$X('II')=L=\text{DEMRESTR2},$
RESOURCE(K)	$\text{SUM}(J, \text{USAGE}(J,K)*X(J))=L=\text{AVAI}(K),$
CONSTRY	$Y=G=10;$

Problemin GAMS dili ile ifadesi yukarıda görüldüğü gibidir. Bu haliyle problem çözüme hazırdır ve amaç fonksiyonun aldığı maksimum değeri ile değişkenlerin aldığı değerleri elde etmek için aşağıdaki ifadeyi yazmamız yeterlidir.

```
SOLVE ORNEK USING LP MAXIMIZING Z(J);
DISPLAY X, Y, FLOW, DEMAND1.M, DEMAND2.M, RESOURCE.M, OBJ.M;
```

Yukarıda üretim ve ulaştırma problemini ele alan bir örnek verilmiştir. Modeldeki kümeler (I, I2, J, K), SETS grubunda gösterilmiştir. I ve I2 kümesinin elemanları ((i,i2)ler), 1'den 5'e kadar değişmektedir. Üretilen boya tipleri ee ve ii, bunlarda kullanılan hammadde çeşitleri ise a ve b olarak gösterilmiştir.

Sonraki gruplarda ise; sayısal değerler, parametreler, karar değişkenleri ve pozitif değerli değişkenler belirtilmiştir.

Son olarak EQUATION grubunda ise; amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılar belirtilmiştir. Burada “=E=” ifadesi eşittir, “=L=” ifadesi küçük eşit, “=G=” ifadesi de büyük eşit anlamına gelmektedir.

Yukarıdaki örnekle oluşturulan bir modelin GAMS cebirsel modelleme dili ile nasıl ifade edileceği ve çözdürüleceği açıklanmaya çalışılmıştır. Bundan sonraki kesimde ise doğrusal programlama modellerinin AMPL (A Modeling Language For Mathematical Programming) ile ifadesi ve çözdürülmesi ele alınmıştır.

3. AMPL (A Modeling Language For Mathematical Programming)

AMPL, genel olarak büyük ölçekli optimizasyon ya da matematiksel programlama olarak bilinen, üretim, dağıtım, karışım ve bunlar gibi diğer problemleri ifade etmek için geliştirilen bir bilgisayar dilidir.

AMPL'nin bilinen cebirsel notasyonu ve birbirini etkileyen komut çevresi ile modeller tasarlanıp formüle edildikten sonra, farklı "solver" larda çözdürülüp sonuçları incelenebilirler.

Üretim ortamlarında şartların ve ihtiyaç duyulan kaynakların hızlı bir şekilde değişiklik gösterdiği durumlarda, AMPL'nin esnekliği sayesinde modellerin kısa zamanda prototiplerinin kurulması ve geliştirilmesi sağlanmaktadır.¹²

AMPL modelleme dilinde optimum sonuca ulaşmak için yapılması gereken işlemler sırasıyla aşağıdaki gibidir.¹³

- Modelin formüle edilmesi – Problemin değişkenlerinin, amaç fonksiyonunun ve kısıtlayıcılarının genel formda ifade edilmesi.
- Problem ile ilgili verilerin toplanması ve detayların tanımlanması.
- Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların "model" ve "data" da eşitlikler şeklinde gösterilmesi.
- Problemin çözülmesi – kullanılacak olan algoritmanın seçilip programın çalıştırılması ve değişkenlerin optimum değerlerinin bulunması.
- Sonuçların analizi.
- Gerekli görülen yerlerde değişikliklerin yapılması ve yukarıdaki işlemlerin tekrarlanması.

3.1. Doğrusal Programlama Modelinin AMPL İle İfadesi

Bu kesimde doğrusal programlama modeli oluşturulmuş bir problemin AMPL modelleme dili ile ifade edilmesi ve çözdürülmesi üzerinde durulacaktır. Şekil 3.2.de üretim problemi için genel doğrusal programlama modeli görülmektedir.

¹² <http://www.ampl.com/FAQ/index.html>

¹³ Robert Fourer, David M. Gay ve Brian W. Kernighan, **A Modeling For Mathematical Programming** (The Scientific Press Series, 1993),s.XII.

Burada da görüldüğü gibi tüm modellerde bulunan veriler ve ifadeler şunlardır:

- **Kümeler**, üretilen ürünlerin oluşturduğu küme gibi,
- **Parametreler**, üretim ve kar oranları gibi,
- **Karar değişkenleri**, sonuçları aranan değişkenlerin tanımlanması,
- **Amaç fonksiyonu**, maximum mu yoksa minimum mu olduğunun belirtilmesi,
- **Kısıtlayıcılar**, çözüm için gerekli olan şartların belirtilmesi.

Yukarıdaki maddelerde belirtilenler yerine getirildikten sonra doğrusal programlama modeli cebirsel formda yazılabilir.

Parametreler:	P , üretilen ürünlerin kümesi a_j = her bir ürün için saat başına üretim miktarı, $\forall j \in P$ b = kullanılabilir saat miktarı c_j = her bir ürün için birim kar, $\forall j \in P$ u_j = her bir ürün için maksimum üretim miktarı, $\forall j \in P$
Karar Değişkenleri:	X_j = her bir ürün için üretim miktarı, $\forall j \in P$
Amaç Fonksiyonu:	$Max Z = \sum_{j \in P} c_j X_j$
Kısıtlayıcılar:	$\sum_{j \in P} (1/a_j) X_j \leq b$ $0 \leq X_j \leq u_j, \forall j \in P$ için

Şekil 3.2. Genel Üretim Modelinin Cebirsel Formu

Yukarıdaki modelde P kümesindeki ürün sayısı eğer fazla sayıda olsaydı, mesela; 40'dan fazla olsaydı 120'den fazla parametre değeri (her bir $a_j, c_j, ve u_j$ için 40),

40'dan çok karar değişkeni, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcılarda çok sayıda terim olacaktır. Bu halde iken model yukarıda olduğu gibi genel formda yazılabilmekte, fakat açık olarak doğrusal programlama modelini tanımlamak ve yazmak oldukça zor ve karmaşık olacaktır. Matematiksel model burada olduğu gibi genellikle kısa ve anlaşılır bir biçimde ifade edilir, bu da bilgisayar diline kolaylıkla çevrilebilir ve çözüm aranır. Gerçekte modeller nadiren basittir, genellikle modellerde daha çok küme, parametre, değişken, kısıtlayıcı vardır ve amaç fonksiyonunun terimleri daha fazladır. Bu nedenle modelleri formüle etmede ve çözümünü bulmada bilgisayar dillerinin sağladığı büyük kolaylıklar vardır.

AMPL dili ile, kapalı formda verilen matematiksel model sıradan kelimeler kullanılarak kolaylıkla ifade edilebilir ve programda işleme konulabilir. Şekil 3.3. de üretim modelinin AMPL dili ile ifade edilmiş model dosyası verilmiştir.

set P;

param a (j in P);

param b;

param c (j in P);

param u (j in P);

var X (j in P);

maximize kar: sum {j in P} c[j]*X[j];

subject to zaman: sum {j in P} (1/a[j])*X[j]<=b;

subject to limit: {j in P} 0<=X[j]<=u[j];

Şekil 3.3. Üretim Modelinin AMPL İle İfadesi (uretim.mod)

Üretilen ürünlerin oluşturduğu küme,

set P;

olarak belirtilmiştir. Burada küme ismi olarak "ürün" ya da başka herhangi bir kelime de kullanılabilir.

param a (j in P);
 param b;
 param c (j in P);
 param u (j in P);

Modelin parametreleri ise yukarıda görüldüğü gibi tanımlanmaktadır. (j in P); a, c ve u parametrelerinin P kümesinin eleman sayısı (üretilecek ürün sayısı) kadar olduğunu ifade etmektedir.

Modeldeki karar değişkenleri ise,

var X (j in P);

şeklinde gösterilmektedir.

maximize kar: $\sum \{j \text{ in } P\} c[j]*X[j]$;

Amaç fonksiyonu maksimum kar yapılıdır ve $c_j X_j$ çarpımlarının toplamı maksimum karı vermektedir.

Son olarak kısıtlayıcılar,

subject to zaman: $\sum \{j \text{ in } P\} (1/a[j])*X[j] \leq b$;

subject to limit: $\{j \text{ in } P\} 0 \leq X[j] \leq u[j]$;

şeklinde ifade edilmektedir. Her bir ürün için, birim başına üretim zamanı ile toplam üretilen ürün sayısının çarpımı kullanılabilir saatten az ya da ona eşit olmalıdır. Karar değişkenlerinin negatif olmama ve toplam üretim miktarının maksimum üretim miktarından küçük ya da ona eşit olması şartı limit kısıtında belirtilmiştir.

Şimdi bir örnekle, üretim modelinin AMPL ile model ve data dosyalarının oluşturulup çözdürülmesini açıklayalım. Bir fabrikada, saatte 200 ton bant ve 140 ton bobin üretilmektedir. Bu ürünlerden ton başına elde edilen birim karlar sırasıyla 25 \$ ve 30 \$ dir. Haftalık talep miktarı (maksimum üretilen miktar) ise bant için 6000, bobin için 4000 tondur. Fabrikada bir haftada çalışma saati toplam 40 saattir. Buna göre toplam karı maksimum kılacak şekilde oluşturulan doğrusal programlama modelini

AMPL ile ifade etmeye çalışalım. Modelin AMPL ile ifadesinde model dosyası Şekil 3.3.de olduğu gibidir.

Şekil 3.4.de ise üretim modelindeki parametrelerin değerlerinin girildiği data dosyası görülmektedir.

```
set P := bant bobin;
param :      a      c      u :=
  bant      200    25    6000
  bobin     140    30    4000;
param b := 40;
```

Şekil 3.4. Üretim Modelinin data Dosyası (uretim.dat)

Bu modeli AMPL dili ile daha anlaşılır olacak biçimde Şekil 3.5.de olduğu gibi de ifade edebiliriz. Verilen örnek problemi AMPL dili ile yukarıda görüldüğü gibi ifade ettikten sonra çözüm değerlerini elde etmek oldukça kolaydır.

Oluşturulan model ve data dosyalarını AMPL Programında sırasıyla uretimplani.mod ve uretimplani.dat olarak kaydettikten sonra programın command kısmında aşağıdaki ifadeyi yazıp “enter” tuşuna basarak problemin optimum çözüm değerini bulabiliriz.

```
ampl: model uretimplani.mod;
ampl: data uretimplani.dat;
ampl: solve;
MINOS 5.4: optimal solution found.
2 iterations, objective 192000
```

Modeldeki karar değişkenlerinin (bant ve bobinden haftalık üretilecek miktar) değerlerini ise aşağıdaki ifadeyi yazarak elde edebiliriz.

```
ampl: display uretim;
uretim[*] :=
bant      6000
bobin     1400
```

```

set urun;                                # ürünler

param oran {urun}>0;                       # her bir üründen bir saatte üretilen miktar
param kullanilabilirzaman>=0;            # haftalık toplam çalışma saati
param kar {urun};                          # birim karlar
param talep {urun}>=0;                     # ürünlere olan haftalık talep miktarları

var uretim {p in urun}>=0, <=talep[p];     # üretim miktarları sıfırdan büyük ya da eşit,
                                           # talepten küçük ya da eşit olmalıdır

maximize toplam_kar: sum {p in urun} kar[p]*uretim[p];
                                           # amaç fonksiyonu: tüm ürünlerin satışından elde
                                           # edilecek toplam kar

subject to zaman: sum {p in urun} (1/oran[p])*uretim[p]<=kullanilabilirzaman;
                                           # kısıtlayıcı: tüm ürünlerin üretimi için harcanan
                                           # zaman haftalık toplam çalışma saatinden küçük
                                           # ya da eşit olmalıdır.

### (uretimplani.mod) ###

set urun := bant bobin;

param:   oran   kar   talep :=
bant    200   25   6000
bobin   140   30   4000;

param kullanilabilirzaman := 40;

### (uretimplani.dat) ###

```

Şekil 3.5. Üretim Modelinin Geliştirilmiş Model ve Data Dosyası

Sonuçlarda görüldüğü gibi optimum sonuç değerleri; maksimum kar 192000 \$, haftada banttan üretilcek miktar 6000 ton ve bobinden üretilcek miktar ise 1400 tondur.

3.2. Modele Alt Sınır ve Yeni Değişken Eklenmesi

Bu durumu ele aldığımız örneğe alt sınır ve yeni bir karar değişkeni ekleyerek açıklamaya çalışalım. Fabrikada üretilen ürünler için haftalık minimum üretim miktarları verilmiş olsun. Bu durumda, bu şartı modele ekleyebilmek için, üretim miktarının talep miktarından küçük ya da ona eşit olması gerektiğini belirttiğimiz,

`var üretim {p in ürün} >=0, <=talep[p];`

ifadesini şu şekilde değiştirmeliyiz:

`var üretim {p in ürün} >=minüretim[p], <=talep[p];`

Aynı zamanda model dosyasına, minimum üretim miktarının sıfırdan büyük olduğunu ifade eden,

`param minüretim {ürün} >=0;`

ifadesini de eklemeliyiz.

Fabrikada üretilen ürünlere “ambalaj” adında yeni bir ürün eklenirse, model dosyasında bir değişiklik yapmamıza gerek yoktur. Sadece bu değişken ile ilgili verileri data dosyasına girmemiz yeterlidir. Bu durumda oluşan yeni data dosyası Şekil 3.6. da görüldüğü gibi olur.

```
set urun := bant bobin ambalaj;
```

```
param: oran kar minuretim talep :=
bant    200  25  1000  6000
bobin   140  30   500   4000
ambalaj 160  29   750   3500 ;
```

```
param kullanilabilirzaman := 40;
```

```
### (uretimplani.dat) ###
```

Şekil 3.6. Ekleme Yapılmış Üretim Modeli Data Dosyası (uretimplani.dat)

Meydana gelen bu yeni modeli çözdürdüğümüzde şu sonuçları elde ederiz:

```
ampl: model uretimplani.mod;
ampl: data uretimplani.dat;
ampl: solve;
MINOS 5.4: optimal solution found.
2 iterations, objective 194828.5714

ampl: display minuretim, uretim, talep;
:      minuretim  uretim  talep  :=
bant    1000      6000    6000
bobin   500       500     4000
ambalaj 750      1028.57  3500
;
```

Burada görüldüğü gibi bant, bobin ve ambalaj için haftalık talep miktarları sırasıyla; 6000, 4000 ve 3500 ton iken bunlara karşın haftada en az 1000 ton bant, 500 ton bobin ve 750 ton ambalaj üretilmesi istenmektedir. Optimum çözüm değerlerine bakıldığında

6000 ton bant, 500 ton bobin ve 1028.57 ton ambalaj üretilmesi karı maksimum kılmaktadır.

Bu bölümde doğrusal programlama modellerinin cebirsel modelleme dilleri ile ifade edilmesi ve bilgisayar programlarında çözdürülmesi genel olarak açıklanmıştır. Bundan sonraki kesimde ise, doğrusal programlama modellerinin çözümünde kullanılan paket programlar ile cebirsel modelleme dillerinin ana hatlarıyla karşılaştırılması yapılmıştır.

4. CEBİRSEL MODELLEME DİLLERİ İLE PAKET PROGRAMLARIN KARŞILAŞTIRMASI

Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerdeki değişkenlerin, parametrelerin ve kısıtlayıcı koşulların çok sayıda olması, bu problemlerin çözümünde bilgisayar programlarını kullanmayı zorunlu kılmaktadır. Genel olarak matematiksel programlama ya da optimizasyon diye adlandırılan, doğrusal programlama, doğrusal olmayan programlama, ulaştırma modelleri, atama modelleri, tamsayılı programlama gibi optimizasyon problemlerinin sonuçlarının bulunmasında kullanılan paket programlar ve cebirsel modelleme dilleri geliştirilmiştir.

Cebirsel modelleme dilleri ile paket programları karşılaştıracak olursak, aralarındaki fark sadece kullanımdadır. Sonuçta elimizdeki problemi hangisiyle çözdürürsek çözdürelim elde edeceğimiz sonuç aynı olacaktır.

Bir doğrusal programlama modelini herhangi bir paket programda çözmek için belli bir süreci takip etmek gerekmektedir. Öncelikle programın ana menüsünden doğrusal programlama seçeneğini seçmemiz gerekir. Daha sonra amaç fonksiyonunun hangi (maksimum ya da minimum) yapıda olduğunu belirtmeliyiz. Bundan sonraki aşamada ise değişkenler tanımlanıp ilerleyen aşamada parametre değerleri karşımıza çıkan tabloda girilir. Yapılan işlemlerin sonunda dosya yeni bir isim altında kaydedilip doğrusal programlama modülünün ana menüsünden “solve problem” şıkkı seçilerek optimum çözüm değerlerine ulaşılır.

Diğer taraftan aynı problemi cebirsel modelleme dilleri yardımıyla çözmek istersek, problemi istediğimiz dilde (GAMS, AMPL, vb.) yazıp bir isim altında model ve data dosyaları olarak kaydetmemiz gerekir. Daha sonra ilgili programda bu dosya isimlerini girip “solve” komutunu girdiğimizde optimum çözüm değerlerine ulaşırız.

Görüldüğü üzere bir problemi paket programlar yardımıyla çözmek için önce kullanılacak olan programlama metodunu seçerken, cebirsel modelleme dillerini kullandığımızda böyle bir şey yapmamıza gerek yoktur. Eldeki değişken sayısı ve kısıtlayıcı sayısı çok ise, bunların paket programa girişini yapmak uzun zaman almakta ve dikkat edilmesi gerekmektedir. Oysa cebirsel modelleme dilleri ile bir problemi ifade ettiğimizde data dosyası model dosyasından ayrı olduğundan bu verileri girmek daha kolaydır. Hatta karar değişkenleri ve parametrelerin değerleri oluşturulan tablolara kaydedilebilir. Her ikisinde de modelde meydana gelebilecek değişiklikleri programa yansıtılabilmek mümkündür. Ancak bu değişiklikleri cebirsel modelleme dillerinde yapmak daha kolaydır. Model ve data dosyası ayrı olduğundan, data dosyasında parametre değerlerindeki değişikliklerin yapılması modelin yapısını bozmayacaktır. Öbür taraftan modelin yapısında bir değişiklik olması pek çok parametre değerinin bulunduğu data dosyasını etkilemeyecektir.

Diğer taraftan, değişken sayısı ve kısıtlayıcı sayısının az olduğu optimizasyon problemlerinde paket programların kullanılmasının daha kolay ve kullanışlı olduğu söylenebilir. Özellikle okullarda okutulan matematiksel programlama ya da doğrusal programlama gibi derslerde karşılaşılan problemleri bu programlarla çözmek kolay olacaktır. Ancak gerçek hayatta değişken ve kısıtlayıcı sayısının çok fazla olduğu düşünülürse cebirsel modelleme dilleri daha kullanışlı olacaktır. Bir işletmenin üretim politikası ve mevcut kaynaklarının doğrultusunda oluşturulan model cebirsel modelleme dili ile ifade edilirse, bu işletmenin üretim planı ile ilgili tüm sonuçlar elde edilebilir.

Sonuç olarak cebirsel modelleme dilleri gerçek hayatta oldukça kullanışlıdır. İyi bir çalışma ile işletmeler, üretim planlamasında kullandıkları programları kendi bünyelerinde oluşturabilirler.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ÜRETİM PLANLAMA VE KONTROLÜ

1. ÜRETİM PLANLAMASININ ÖNEMİ

Üretim planlaması ve kontrolü, bir üretim yönetimi faaliyeti olup, belli ürünlerin üretilmesi için gerekli tüm araçların tespiti, değerlendirilmesi ve düzenlenmesini içerir. Üretim planlaması için APICS (American Production and Inventory Control Society) tarafından verilen tanım şöyledir:

Üretim planlaması gelecekteki imalat faaliyetlerinin (veya miktarlarının) düzeylerini veya limitlerini belirleyen bir fonksiyondur.¹⁴ Bu demektir ki, üretim planlaması, hangi ürünün üretileceğini belirtmek, teçhizat ihtiyacını ortaya koymak ve ürünlerin doğru sayılarda ve istenilen zamanlarda yapılmasını sağlayacak çizelgeleri hazırlamak için kullanılan bir ön-üretim faaliyetidir. Özetle üretim planlaması ve kontrolü, üretimden sorumlu yöneticinin gereken zamanda, üretim hedeflerine verimli bir şekilde ulaşabilmesi için ona yol gösteren önemli bir yönetim aracıdır.

Üretim planlama ve kontrolünün hedefi, kaynak kayıplarını en aza indirmek ve üretimde en yüksek verimliliği sağlamaktır. En yüksek verimlilik ise istenilen miktarda ürünü, istenilen zamanda ve kalitede, en iyi ve en ucuz yöntemlerle üretmekle sağlanır.

Üretim planlamasının önemi üretim sistemlerinin gelişmesine paralel olarak hızla artmıştır. Modern bir imalat işletmesinde üretim planlamasının kaçınılmaz bir şekilde yer almasını gerektiren nedenler şöyle sıralanabilir:

- Üretim sistemlerinin faaliyet yoğunluğu ve karmaşıklığı.
- İşletme içi faaliyetlerin koordinasyonu zorunluluğu.
- İşletmeler arasındaki bağımlılık ve ilişkilerin gelişmesi.
- Tüketici külesinin genişlemesi ve isteklerinin değişik olması.

¹⁴ Bülent Kocu, **Üretim Yönetimi** (Onuncu Baskı, İstanbul: İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Araştırma ve Yardım Vakfı, 1998), s.442.

- Tedarik ve dağıtım faaliyetlerinin geniş bir alana yayılması.
- Hizmet, kalite ve fiyat rekabetinin yoğunlaşması.
- İşletmenin ekonomik düzeyde çalışmasını sağlamak amacı ile malzeme, makine zamanı ve insangücü kayıplarının minimum düzeye indirilme zorunluluğu.

2. ÜRETİM SİSTEMLERİ

Üretim planlaması ve kontrolü faaliyetlerinin seviyesi ve ayrıntıları, üretim sistemlerinin tiplerine göre farklılık gösterir. Bu faaliyetler, ürün miktarı arttıkça ve imal edilen ürünlerin çeşitliliği azaldıkça basitleşirler. Örneğin; sipariş tipi üretimde, özellikle eğer talep miktarlarında ve tiplerinde düzensizlik varsa, uzun zaman aralıkları hatta bir gün için bile üretimin planlanması çok karışık hale gelebilir. Kafiye tipi üretimde miktarlar arttıkça ve imalat daha düzenli hale geldikçe planlama ve kontrol işlemleri daha basitleşmektedir. Diğer taraftan kitle üretimi, önemli ölçüde sermaye yatırımına ihtiyaç göstermekte fakat tesisin ürünlerin tasarımında çok az seçim imkanı bulunduğundan, daha az üretim yönetimine gerek olmaktadır.¹⁵

Kısaca üretim planlama ve kontrol sisteminin yapısı, bu sistemin uygulanmaya konulacağı üretim sisteminin tipine bağlıdır. Bu nedenle üretim tiplerinin daha ayrıntılı incelenmesi gerekmektedir. Şimdi bu sistem tiplerini daha ayrıntılı olarak inceleyelim:

2.1. Siparişe Göre Üretim

Küçük miktarlarda fakat yüksek düzeyde ürün çeşitliliğini kapsayan belirli siparişleri karşılamak üzere yapılan üretimdir. Doğal olarak, ürün çeşitliliği ve düşük üretim miktarları işlemlerde tekrarlılığı da en az düzeye indirmektedir. Bu sistemlerde, birçok değişik işlemi yapabilen çok işlemliler tezgahlar kullanılır. Bunun sonucu ise, her tezgaha bir operatör kullanmak yerine, değişik tezgahlarda çalışabilecek esnek işçi kullanımı kaçınılmazdır. Talebin yapısındaki değişkenlik sebebiyle sipariş tipi üretimin yöneticileri üretim faaliyetlerinin bütün safhalarında daha büyük sorunlarla karşılaşır.

¹⁵ Thomas E. Wollmann, William L. Berry ve D. Clay Whybark, **Manufacturing Planning and Control Systems** (Dördüncü Baskı, A Division of The McGraw-Hill Companies, 1997).

Yüksek düzeyde imalat ara stokları, düşük tezgah ve işçi kullanımı, yüksek iş akışı, denetimdeki güçlükler, ana yönetim sorunlarıdır.

Siparişe göre üretim, talep düzenliliğine bağlı olarak aşağıdaki şekillerde gerçekleştirilebilir:

(i) Az sayıda mamulün bir defada üretilmesi: “Proje tipi üretim” olarak da bilinen bu sistemlerde, üretim tekniklerinin geliştirilmesine yönelik araştırma ve çalışmaların faydası çok kısıtlıdır. Ayrıca standart üretim metotlarının ve standart zamanların olmaması üretim planlamasını çok zorlaştırır.

(ii) Az sayıda mamulün talep geldikçe belirli aralıklarda üretilmesi,

(iii) Az sayıda mamulün talep geldikçe belirsiz aralıklarda üretilmesi.

Bu iki tip üretim, “atölye tipi üretim” olarak da bilinir. Bu sistemlerde üretimde tekrarın getirdiği bazı kolaylıklar mevcuttur. Ürünlerin daha evvelden yapılması, bunların tanınması üretim esnasında karşılaşılabilecek zorlukların önceden görülmesini sağlar. Özellikle ürün, siparişleri önceden tespit edilebilen belirli aralıklarla geliyorsa, üretim planlama ve kontrolü daha kolaylaşır. Ayrıca tekrardan dolayı metot geliştirme ve standart zaman bulma çalışmalarının maliyeti daha düşük olur.

2.2. Parti Üretimi

Bu tip üretim sistemlerinde belirli bir siparişi ya da sürekli talebi karşılamak için benzer veya aynı cinsten ürünler parti halinde üretilir. Bu sistemlerin en büyük özelliği, bir parti bitmeden diğerinin üretimine geçilmemesidir. Ayrıca talep süreklidir ve sipariş tipi üretimde olduğu kadar değişken değildir. Bu sistemlerde iki ana sorun parti büyüklükleri ve parti adetlerinin tespiti ve partilerin çizelgelenmesidir. Parti büyüklükleri ve parti tekrarları arttıkça kazanılan deneyim, üretimin planlanması, planın uygulanması ve kontrolündeki en önemli zorluklardan biri olan belirsizliği azaltır. Bunun yanı sıra işlemlerin tekrarı sonucunda atölye seviyesinde beceri artar. Parça tipi üretimde, üretim planlama ve kontrol çalışmaları sipariş tipi üretime göre daha kolaydır. Bununla beraber partinin bir defalık veya belirsiz aralıklarda ya da belirli aralıklarda

üretilmesi de planlama çalışmalarını kolaylaştırıp, zorlaştırabilir. Takdir edilebileceği gibi üretim planlama ve kontrolünün en kolay olduğu tip partilerin belirli aralıklarda üretildiği sistemlerdir.

Aslında, (i) Ürün çeşitliliği azaldıkça, (ii) Üretim miktarları arttıkça ve (iii) İşlem tekrarlılığı arttıkça, diğer bir deyişle kesikli üretimden sürekli üretime geçildikçe, üretim planlama ve kontrolü faaliyetlerinin kolaylaştığı görülecektir. Genelde sipariş tipi üretimle parti üretiminin bir kısmı (bir defalık parti üretimi ve az sayıda belirsiz aralıklarda parti üretimi) kesikli üretim olarak tanımlanır. Parti üretiminde belirli aralıklarda, sık sık tekrar edilen büyük partilerin üretilmesi bu tip üretimi sürekli üretim sistemlerine yaklaştırır.

2.3. Sürekli Üretim (Seri Üretim)

Yüksek miktarlarda fakat düşük seviyede çeşitlilik gösteren birimler için uygulanan üretim şeklidir. Uzmanlaşmanın gerçekleştirildiği bu üretim sistemlerinin kurulabilmesi için talebin üretim hızından fazla olması şartı vardır. Diğer bir deyişle, üretimin tümü pazar bulabiliyorsa, bu tip bir sistemin kurulması anlam taşır. Aksi halde özel ve pahalı makine ve teçhizat gerektiren bu tip üretim sistemlerinde üretim esnekliği olmadığından, talep düşüşlerinin maliyeti çok yüksek olur.

Sürekli üretimde, birbirinden farklı operasyon sıralarına ve yardımcı üretim araçlarına ihtiyaç gösteren değişik ürünlerin imalatında ortaya çıkan karmaşıklıklar ve zorluklar yoktur. Bu tip üretim ileri bir teknolojiyi gerektirir ve karmaşık ürünleri üreten sistemlerde görülür. Ana özelliği ürün akışı (ürünün hareket halinde olması) ve tesislerin üretilen ürüne göre tasarlanmasıdır.

Bu tip üretimde ana sorunlar şunlardır:

- Sürekli üretim için iyi dengelenmiş bir üretim hattı tasarımı yapmak,
- Hat üzerindeki tezgahların güvenilirliği ve bakım-onarımı sorularına cevap bulmak,
- Hammadde ve yarı mamul ihtiyacını zamanında sağlamak,
- Ürün tasarımı çalışmalarını etkin bir düzeyde sürdürmek,

- Üretim hattının düzgün işleyişini sağlayacak şekilde ara stok düzeylerini tespit etmek.

Seri üretimde, sistemin başlangıç noktasından başlayan hammadde, yarı mamul ve parça gibi girdiler işlem birimlerinden geçer ve son ürün haline dönüşerek sistemden çıkarlar.

Seri üretim, akışık ve kesikli seri üretim olmak üzere ikiye ayrılır. Akışık kitle üretiminde işlenen hammadde ve ürünler doğal yapıları itibariyle kendiliğinden akarlar. Çimento, şeker, petrokimya ve gıda maddeleri üretimi bu üretimin en önemli örnekleridir.

Kesikli seri üretim, birim ürün akış hattı tipi üretim olarak da bilinir. Motorlu taşıt montaj hatları bu üretim tipinin en güzel örnekleridir. Bu üretim sistemlerinde ürün, tek tek birimler halinde, birbirini takip eden iş istasyonlarındaki gerekli işlemlerin yapılmasıyla oluşur. Tesislerin, üretilecek ürünün özelliklerine göre tasarlandığı bu sistemler teknolojik açıdan en gelişmiş üretim tipini oluştururlar.

Daha önce de belirtildiği gibi sürekli üretimde, ürün çeşitliliğinin azlığı, işlemlerin tekrarlılığı ve talebin belirginliği, planlama ve kontrol çalışmalarını daha kolaylaştırmaktadır. Kesikli üretim planlamasında karşılaşılan sorunlar bu sistemlerde görülmez. Tablo 4.1. de kesikli üretim ve sürekli üretim sistemlerinin karşılaştırılması verilmektedir.

İşletmelerde, bu üretim tiplerini kesin olarak birbirinden ayırmak oldukça zordur. Genelde, bir işletme içinde birkaç üretim tipini bir arada görmek mümkündür. Ancak üretim tiplerinin doğru olarak belirlenmesi, üretim planlama ve kontrol çalışmalarının temelini oluşturur, çünkü üretim tiplerinin yapısal çeşitliliğinden kaynaklanan değişik problemler planlama ve kontrol çalışmalarını yönlendirirler.

Tablo 4.1. Kesikli Üretim ve Sürekli Üretim Kıyaslaması

	Kesikli Üretim	Seri Üretim
Üretim miktarı	Mamul miktarı az, çeşit fazla	Mamul miktarı fazla, çeşit az
Kullanılan makine ve teçhizat	Çok amaçlı evrensel tezgahlar, hız az, verimlilik düşük	Özel tezgahlar, hız yüksek, verimlilik yüksek
Yerleşme düzeni	Gruplanmış halde	Mamule göre seri düzenleme (üretim hattı)
İşyeri düzeni	Dengelemek zor, gecikmeler var	Dengelemek mümkün
İşçilik	Kalifiye eleman	Vasıfsız işçilik
İş hazırlama faaliyetleri	Çok yoğun, ancak basit	Az, ancak karmaşık ve özen gerektirir
Fabrika işçi taşıma maliyetleri	Evrensel taşıma tezgahları, taşıma çok yoğun	Araç hızı yüksek tertibatlar
Tamir-bakım	Arıza etkisi az	Bakım planlaması çok önemli
Üretim kapasitesi	Esnek kapasite	Komple yeni yatırım

3. ÜRETİM PLANLAMA VE KONTROL SİSTEMİNİN TEMEL ELEMANLARI

Planlama, imal edilecek olan ürün ve üretim kaynakları hakkındaki verilerin analizi ile başlar. Bu veriler sayesinde belirlenmiş olan hedeflere verimli şekilde ulaşmak üzere firma kaynaklarının kullanımı, bir program hazırlanarak ana hatları ile verilir. Başka bir anlatımla, üretim planı, çeşitli imalat kısımları için alt hedefleri, önceden tespit edilmiş zaman devreleri cinsinden ortaya koyar. Bu alt hedeflere ulaşılması da üretim sisteminin ana hedefinin gerçekleşmesini destekler. Operasyonlar sırasıyla ve üretim planında tespit edilmiş olan detaylara göre yerine getirilir. Diğer taraftan kontrol, hedeflere

ulaşılması için, bilgi geri iletimi yolu ile operasyonları başlatır veya denetler. Bu kontrol aşamasında, ana hedeflere ulaşılmasını garanti altına almak için kısım hedeflerinin yeniden düzenlenmesi veya düzeltilmesi durumu gerekebilir.

Herhangi bir üretim planlaması faaliyeti için ön şart, talep raporudur. Üretilecek ürünlere ait talep şekli planlama faaliyetini sıralayabilmekte ve üretim planlaması döneminin süresini etkileyebilmektedir.

Bilindiği gibi üretim planlamasının üç düzeyi vardır: Uzun dönem, orta dönem ve kısa dönem. Yaklaşık bir ila beş yıllık planlama dönemi olan uzun dönem üretim planlaması, teknolojik tahminlere bağlıdır ve işletmenin toplu politikasını etkiler. Bu nedenle, üst düzey yöneticilerinin kararları ve eğilimleri tarafından belirlenen uzun dönem üretim planlaması, kapsam dışı bırakılmıştır. Diğer taraftan planlama dönemi bir ayla bir yıl arasında olan orta dönem planlama (ana planlama) ve kısa dönem üretim planlaması (detaylı planlama) derhal kullanılacak planları kapsar.

Ana üretim planlaması üretim hızının ve işgücü düzeyinin tespiti ve böylece tamamlanmış mal, stok düzeyinin ve talebi karşılamak üzere fazla mesai veya dışarıya iş verme ihtiyacının belirlenmesi ile ilgilenen orta dönem bir üretim planlamasıdır. Operasyonların planlanması ana planın temelini oluşturur.

Operasyonların planlamasında üç karar alınır:

- Hangi operasyonların gerekli olduğunun belirlenmesi,
- Bu operasyonların hangi iş merkezlerinde yapılacağının belirlenmesi,
- Bu operasyonların sıralarının belirlenmesi.

Bu kararların sıralanması, ana planın karakteristiğini belirler. Sürekli üretim veya geniş ölçekli üretimler için yukarıdaki kararlar, bir montaj hattı gibi esneklikten oldukça uzak bir üretim sisteminin tasarımını sağlar. Bu sistemlerde, ana plan oldukça statiktir ve sistem içinde imal edilen her mal için çizelge aynı olacağından her kalem mal üretimi için plan yapmak gerekli değildir. Bu sistemlerde talep, genellikle talebe dayanarak hazırlanmış ana plana göre sürekli yenilenen tamamlanmış mal stoklarından karşılanır.

Kesikli üretim sistemlerinde, her bir ürün için üretim çizelgesi hazırlamak gerekir. Böylece ana plan, üretilecek ürünün tipine ve miktarına bağlı olarak sık sık değişir. Genellikle ürünler sipariş üzerine yapılır ve talep tamamlanmış mal stoklarından karşılanmaz. Bu durum, üretim planlaması ve pazarlama arasındaki sıkı bir ikili iletişim ve ana planda bir seri güncelleştirme gereğini doğurur.

Farklı üretim sistemlerinde, farklılık göstermesine karşın, üretim planlama ve kontrol elemanları genel olarak üç ana başlık altında incelenebilir:

3.1. Ön Planlama

Ön planlama aşamasındaki çalışmalar olmaksızın güvenilir bir üretim planının yapılması olanaksızdır. Ön planlama çalışmaları aşağıdaki konuları içerir:

- Tüketici araştırması, satış tahminleri,
- Mamul tasarımı ve geliştirme,
- Tesis yatırım politikası,
- İş yeri düzeni.

3.2. Planlama

Planlama çalışmaları iki ana konuda yapılır.

3.2.1. Kaynaklara Yönelik Planlama

Malzeme, metot, makine, insangücü planlaması.

Malzeme Planlaması:

Üretimin çeşitli aşamalarda gerekli hammadde, yarı mamul, parça gibi girdilerin istenilen miktar ve zamanda hazır olması gerekir. Malzeme planlaması çalışmaları, malzeme kalitelerinin tespiti, gerekli miktar ve tedarik şartları, standardizasyon, dışalım, muayene gibi konuların belirlenmesi işlerini kapsar.

Metot Tasarımı:

Bu planlama elemanının fonksiyonu üretim metotlarının incelenmesi ve bunlardan mevcut üretim imkanları çerçevesinde en iyisinin seçilmesi ve standart hale getirilmesidir.

Makine ve İnsangücü Planlaması:

Üretim için gerekli makine, yardımcı alet ve teçhizatın istenilen anda ve yeterli miktarda hazır olma çalışmaları da bu planlamanın içeriğine dahildir. Aynı şekilde, yeterli sayıda ve istenilen nitelikte işgücünün, gerektiği zaman gereken yerde bulundurulması da önemli bir kaynak planlama çalışmasıdır.

3.2.2. Yapılacak İşlerin Planlaması

Hangi ürünün ne zaman, ne miktarda, hangi tezgahta yapılmasının belirlendiği üretime yönelik planlamanın elemanları ise şunlardır:

Rotalama (Yönlendirme):

Rotalama çalışmaları üretim tesisi içerisindeki iş akışının belirlenmesi çalışmalarını kapsar. Bu çalışmaların sonunda, tezgahlar bazında yapılacak işler, gerekli yardımcı aletler belirlenir ve iş pusulaları hazırlanır.

Tahmin:

Bu planlama elemanı yapılacak işlerin sürelerinin tahmine yönelik çalışmalarını kapsar, zaman etüdü teknikleriyle tahmin edilen zaman standartları, üretim planının zaman boyutunu oluşturduğundan bu standartların gerçeğe yakın olması şarttır.

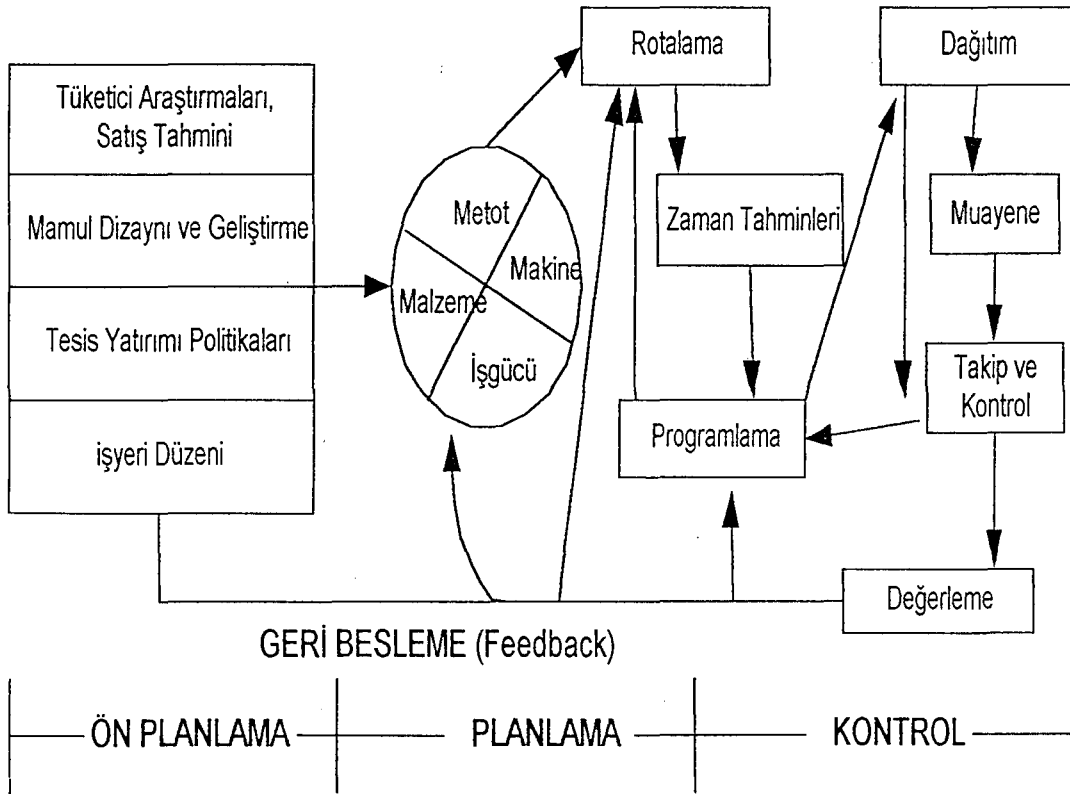
Programlama:

Programlama çalışmaları yükleme ve çizelgeleme elemanlarından oluşur. Yükleme, tezgahlara iş dağıtımını çalışmalarını içerir. Yükleme elemanının temel amacı iş yükünü tezgahlar arasında eşit olarak dağıtmak ve sonuçta dengeli bir iş akışı sağlamaktır. Yükleme çalışmalarını takiben çizelgeleme elemanı devreye girer ve her tezgahta işlenecek olan parçaların, zaman bazında tezgahlara dağıtımını çalışmaları tamamlanır.

Bu çalışmalar sonunda, her tezgahta hangi işin ne zaman başlayıp, biteceği ve onu takiben hangi işin devreye gireceği ayrıntılı olarak belirlenmiş olur.

3.3. Kontrol

Üretim kontrolü elemanları, dağıtım, takip kontrol, muayene ve değerlendirme olarak tanımlanır. Kontrolün en önemli fonksiyonu, üretimdeki aksamaların ve planda sapmaların tespit edilmesi ve gerekli düzeltmelerin yapılabilmesi için bilgi geri iletiminin sağlanmasıdır.



Şekil 4.1. Üretim Planlama ve Kontrolü Elemanları

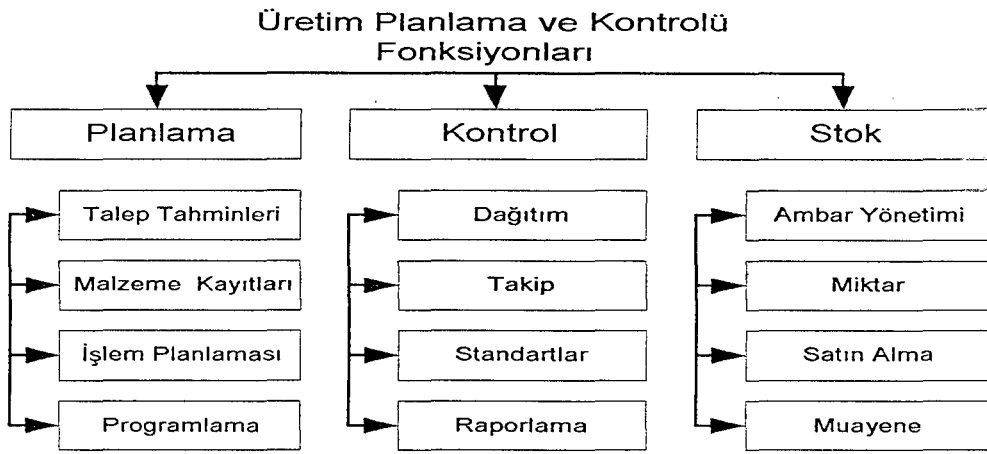
Dağıtım, üretim planında belirlenen işlerin tezgahlara ve iş merkezlerine dağıtılıp, gerekli malzeme, alet ve teçhizatın gerekli yerlere istenilen zamanda ulaştırılması çalışmalarıdır.

Takip-kontrol elemanı ise dağıtımı yapılan işlerin zamanında tamamlanıp, gecikmelerin önlenmesi çalışmalarını içerir.

Muayene, üretilen ürünün miktarının ve kalitesinin kontrolü olarak tanımlanır.

Değerleme, geleceğe yönelik planlama çalışmalarına ışık tutması açısından çok önemlidir. Değerleme, planlama ve kontrol aşamaları arasında önemli bir iletişim mekanizmasıdır. Değerleme çalışmaları sonunda, uzun veya kısa vadeli tedbirlerin neler olması gerektiği ortaya çıkar.

Şekil 4.1.de üretim planlama ve kontrolü elemanları verilmiştir. Şekil 4.2.de ise üretim planlama ve kontrolü fonksiyonları özetlenmiştir.



Şekil 4.2. Üretim Planlama ve Kontrolü Fonksiyonları

4. ANA ÜRETİM PLANLAMASI

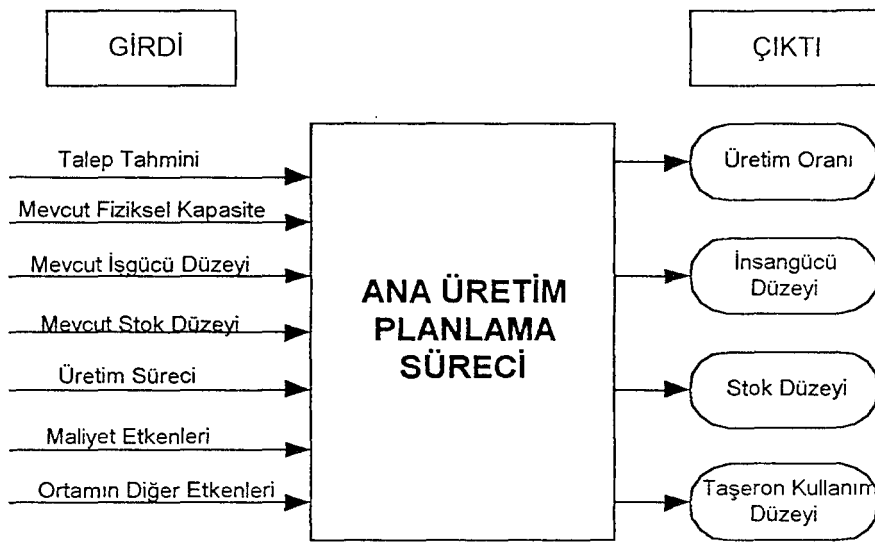
4.1. Genel Çizgileriyle Ana Üretim Planlaması

Üretim planlaması, en genel anlamıyla, gelecek bir planlama dönemi için üretim hedeflerinin tespit edilmesi olarak tanımlanabilir. Üretim planlamasının amacı, belirlenen üretim hedeflerine ulaşabilmek ya da mevcut satış imkanlarından faydalanabilmek için kaynakların en iyi (optimal) kullanımını tespit etmektir.¹⁶ Üretim yönetimini etkileyen şartlar sabit olmadığı zaman (talepteki değişimler, maliyet faktörleri ya da kapasite sınırları), etkili kaynak kullanımı elde edebilmek için üretim

¹⁶ Nesime Acar, *Üretim Planlama Yöntem ve Uygulamaları* (Üçüncü Baskı, Ankara: Milli Prodüktivite Merkezi, 1989), s.52.

toplu bir şekilde planlanmalıdır. Bu planlama faaliyetlerinin zaman boyutu, dinamik değişimlerin doğasına göre ayarlanmaktadır. Eğer talep mevsimsel ise tüm mevsim dönemi planlama boyutu içine alınır. Genel olarak ana üretim planlaması, orta dönemli bir planlama çalışması olup üç ay ile bir yıllık bir planlama dönemini kapsar.

Üretim planlama sürecinin temel girdileri, talep, mevcut kaynaklar, süreç planlama çıktıları ve ortamın diğer etkenleridir. Üretim planlama sürecinin girdileri ve çıktıları Şekil 4.3.de gösterilmiştir.¹⁷



Şekil 4.3. Üretim Süreci Girdi Çıktı İlişkisi

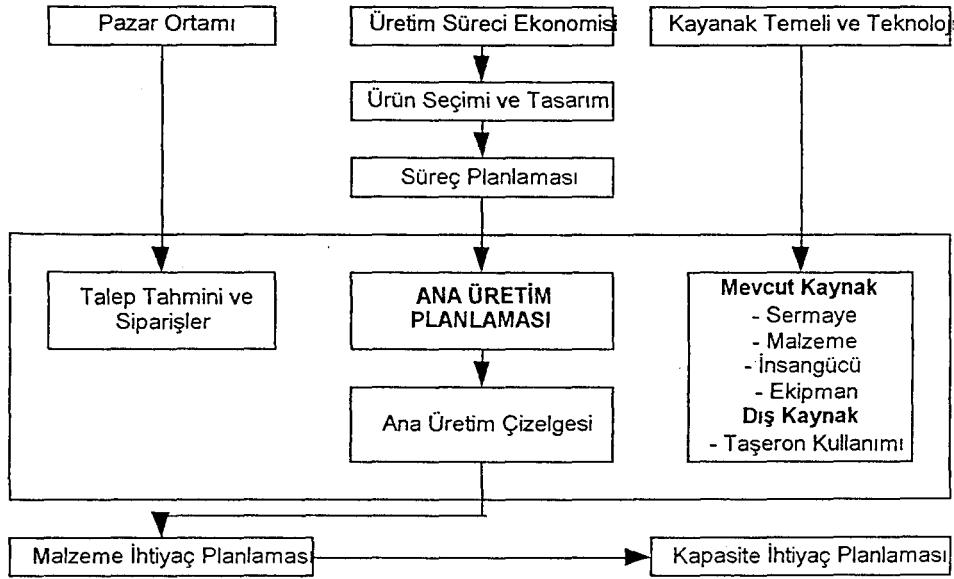
Üretim planının önemli çıktısı, ana üretim çizelgesidir. Bu çizelge, üretim sisteminin her dönem, talep edilen üründen ne miktarlarda üretilmesi gerektiğini belirtir. Ana üretim planında belirlenen dönem bazındaki üretim oranları, üretim çizelgesinin hazırlanmasında temel girdiyi oluşturur.

Ana üretim planlama faaliyetinin, tüm üretim sistemi içindeki yeri, önceki ve sonraki faaliyetler bakımından Şekil 4.4.de gösterilmiştir.

¹⁷ Hakan Kağncıoğlu, "Üretim Planlama ve Kontrolü" Ders Notları (Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2001).

Ana üretim planlama fonksiyonunu, tasarım ve kontrol fonksiyonlarından ayırdebiliriz. Tasarım kararlarının sınırlamaları az olduğu için esnekliği geniştir, çünkü fabrika halen kurulma aşamasındadır.

Diğer yandan, kontrol kararlarında, kısa dönemde değişkenler değişmediği için, belirli renkler, ölçüler, parça stokları ve üretim seviyeleri gibi detaylar üzerinde yoğunlaşılır. Ana planlamanın odak noktası ise toplam üretim, stok ve işgücüdür.



Şekil 4.4. Ana Üretim Planlaması Faaliyetinin Üretim Sistemi İçindeki Yeri

Birçok işletmenin ana üretim planlamasını önemli kılan, hammadde stoğu, satışlar ve reklam kampanyaları, iş görüşmeleri, stok, ulaşım anlaşmaları ve yeni teçhizat alımları için orta dönem kararlarının kesin olarak sonuca bağlanması gereklidir. Genellikle bu, kesin kararların değiştirilmesi maliyetli ve zordur.

Bazı işletmelerin ürününün talebi bilindiği ve sabit olduğu için ana üretim planlaması kolaydır. İstenilen hammadde anında temin edilebilir, üretim yöntemi tamamen kontrol altındadır ve bu üretim yöntemi ile ilgili geliştirilmiş yenilikler şu ana kadar yoktur. Bu tip işletmeler doğrudan programlamaya (scheduling) geçebilir ve ana üretim planlamayla uğraşmazlar.

Ana üretim planlama yönteminin uygulanmadığı işletmelerde programlama zamanı çeşitli problemlerle karşılaşılır; teslim zamanına uyamazlar, hammadde yokluğu ile karşılaşılır, ürüne ait olan kimi parçalar fazla üretilir, kimi ise yeterli gelmez, bazı

bölümler fazla mesai yaparken, bazı bölümler ise işsizlikten boş kalır. Bu tip problemler çizelgeleme problemi gibi gözüксе de, bunların asıl kaynağı yeterli planlamanın yapılmamasıdır.

4.2. Ana Üretim Planının Hazırlanması

Üretim planlarında öncelikle ele alınan bilgi taleptir. Bunu doğal karşılamak gerekir. Zira asıl amaç tüketicinin istediği mamulü istenilen zamanda ve miktarda hazır bulundurmaktır. Talep tahminlerinin duyarlılığını etkileyen iki faktör vardır.¹⁸

- (i) *Zaman*: Tahminlerin kapsadığı zaman aralığı uzadıkça duyarlılık azalır.
- (ii) *Ayrıntıya İnme Derecesi*: Talebi tahmin edilecek mamul sayısı arttıkça duyarlılık azalır. Uygun biçimde oluşturulan mamul grupları için yapılan talep tahminleri daha duyarlıdır.

Bu iki özellik gözönüne alınırsa, üretim planının uygun bir zaman aralığını kapsayacak biçimde ve ayrıntıya fazla inilmeden düzenlenmesinin yerinde olacağı söylenebilir. Mamullerin gruplandırılması üretim araçları ve imalat yöntemleri hakkında köklü bilgiye sahip olmayı gerektirir. Teknolojik olanakların, makine ve insangücü kapasitesinin ve diğer faktörlerin kısıtlayıcı etkileri, ancak bu konuda bilgili olmakla hesaba katmak mümkündür.

O halde bir üretim planının hazırlanmasında uyulması gereken prensipler;

- a. *Uygun planlama periyodunun seçimi,*
- b. *Uygun mamul gruplarının oluşturulması ve*
- c. *Kısıtlayıcı faktörlerin bilinçli olarak hesaba katılması.*

şeklinde ifade edilebilir. Bu prensiplere göre hazırlanacak bir üretim planı; belirli zaman aralıklarındaki üretim miktarlarını, imalatın plana uygun yürümesini kontrol edecek araç ve yöntemleri ve tüm fabrikayı kapsayan iş yükü dağıtım düzenini belirleyen bir araç olacaktır. Üretim planları; bir yandan tezgah başındaki işçiye o gün ne yapacağını

¹⁸ Bülent Kobu, *Üretim Yönetimi* (Onuncu. Baskı, İstanbul: İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Araştırma ve Yardım Vakfı, 1998), s.443.

bildiren iş emirlerinin temel malzemesini oluştururken, diğer yandan her düzeydeki yöneticiye yol gösteren bir kontrol aracı niteliğini taşıyacaktır.

Üretim planında yer alan mamul grupları, aynı imalat işletmelerini gören veya aynı makinelerde işlenen mamullerden oluşmalıdır. Bu konuda satış ile ÜPK arasında sıkı bir işbirliği yapılmalıdır. Pazarlama açısından yapılan bir mamul gruplamasından üretim planlamasında yararlanmak güçtür. Talep tahmin çalışmalarında ÜPK'nın görev almasının nedenlerinden biri budur.

Üretim planlarının yönetici ve uygulayıcılara daha fazla yararlı olmasını sağlamak için basit ve kolay anlaşılacak biçimde dizayn edilmesi şarttır. Planlama prosedürünün yanısıra, sonuç olarak ortaya çıkan tablo, diyagram ve ölçülerde basitliğe özen gösterilmelidir. Özellikle ölçme birimlerinin parça sayısı, işçilik saati gibi imalatta kullanılan birimler arasından seçilmesine dikkat edilmelidir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

UYGULAMA

FLOKSER GROUP SÜETSER FABRİKASI ANA ÜRETİM PLANLAMASI

1. İŞLETME TANIMI

1986 yılında İstanbul’ da kurulan Flokser Group, sektöründe dünyanın en önde gelen kaplama kumaş, suni deri ve flok kumaş (nylon velvet) üreticisi ve ihracatçısıdır. 105.000 m²’lik alan üzerine kurulu olan üretim merkezi, ileri teknolojiyle donatılmış makine parkıyla modern bir entegre tesistir.

Flokser Group, üretim alanına göre 3 fabrikadan oluşmaktadır. POLİSER, SÜETSER ve DOKSER fabrikalarında; PU/PVC kaplama kumaş, suni deri, nonwoven ve yuvarlak örme kumaş, naylon kadife olarak da tanımlanan floklu kumaş ve süet ürünleri ve de dokuma kumaş üretimi yapılmaktadır. Şirketin tüm bu üretim merkezlerinde toplam 1000 civarında kişi çalışmakta olup, bunların 250’si idari ve teknik personelden oluşmaktadır. Yetişmiş insangücü ile dünya standartlarında üretim yapan şirket, 1999 yılında ISO 9001 belgesi almaya hak kazanmıştır. Dünya standartlarında üretim yapan ve müşterilerine yüksek kalite ürün ve hizmet vermeyi ana amacı olarak gören Flokser Group, faaliyet gösterdiği sektörlerdeki en önemli uluslar arası kuruluşları olan **SATRA, Amerikan Flok Derneği ve Almanya Flok Derneği**’nin üyesidir. Teknolojik yatırımlarına devam eden Flokser Group’un tüm üretim merkezlerinin üretim kapasitesi (kaplama kumaş, suni deri ve flok kumaş dahil) 30 milyon metredir ve bu kapasiteyle dünyanın en büyük kaplama kumaş üreticilerinden biri olarak kabul edilmektedir. Beş kıtada 52 ülkeye ihracat yapan firma, 2000 yılında gerçekleştirdiği 24 Milyon dolarlık ihracatla, İTKİB (İstanbul Tekstil ve Konfeksiyon İhracatçılar Birliği) tarafından birincilik sertifikasıyla ödüllendirilmiştir.

Döşemelik, giyimlik, ayakkabılık ürünleriyle dünya pazarlarında, alanlarında lider olan müşterilerle çalışan Flokser Group, müşteri ihtiyaçlarına daha hızlı cevap verebilmek amacıyla Avrupa’da ve ABD’de satış/pazarlama ofislerini faaliyete

geçirmiştir. Avrupa'da Flokser UK, Flokser Spain ve Flokser Germany; ABD'de Flokser USA adıyla açılan ofislerle mevcut müşterilere daha iyi ve daha hızlı hizmet vermek amaçlanırken yeni müşterileri de Flokser Group ailesine dahil etmek hedeflenmektedir.

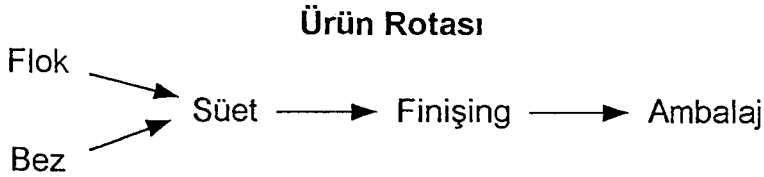
Kuruluş Tarihi	1986
Adres	Atatürk Sanayi Bölgesi, Ürgüplü Cad. No:1, Hadımköy, 34860 İstanbul
Faaliyet	Tekstil, kaplama kumaş, insan yapımı deri, flok kumaş (nylon velvet)
Kurucular	Rafet Tükek, Rasim Tükek, Yasin Tükek
Üretim	PVC PU kaplama kumaş, insan yapımı deri, flok kumaş (nylon velvet), nonwoven, örme ve dokuma kumaş ürünleri
İstihdam	2002: 1000
Kalite Belgesi	ISO 9001
Pazarlar	Avrupa, ABD, Afrika, Ortadoğu
Fabrikalar	1- POLİSER: Pu/pvc kaplama kumaş ve suni deri fabrikası 2- SUETSER: Flok kaplama fabrikası 3- DOKSER: Dokuma fabrikası

Cebirsel modelleme dilleri ile doğrusal programlama metodunu kullanarak yapılan ana üretim planlaması çalışması Flokser Group dahilindeki Suetser Fabrikasında yapılmıştır.

1.1. İşletmenin Bugünkü Üretim Planlama Sistemi

Suetser Fabrikasında döşemelik, giyimlik, ayakkabılık ve çantalık olmak üzere floklu kumaş ve süet ürünleri üretilmektedir. İşletmede, ilgili mühendisler tarafından MRP ve MPS programları yardımıyla üretim planlaması çalışmaları yapılmaktadır. Fabrikada üretilen ürünler Tablo 5.1.de gösterilmiştir. Ürün rotası ise özet olarak Şekil 5.1.de gösterildiği gibidir. Her ürün her makineden geçmektedir. Makine kapasitelerine göre

her bir ürün için hesaplanan saat başına üretim miktarları Tablo 5.1.de verilmiştir. Fabrika günde 3 vardiyadan 24 saat, haftada 6 gün, ayda 26 gün çalışmaktadır. Talebin fazla mesai yapılmadan karşılanabilmesi istenmektedir. Bu yüzden model, normal mesai saati göz önüne alınarak kurulmuştur.



Şekil 5.1. Ürün Rotası

Firma politikası; katma değeri yüksek ürünlere öncelik vermektir, yalnız gelen tüm siparişleri karşılamak gibi bir zorunluluk vardır. Hammadde kısıtı yoktur, işletmeye gelen ham bezler yeterli miktarda olup yine kendilerine ait fabrikada dokunmaktadır.

Tablo 5.1.de ürünler, oranlar (her bir ürün için saat başına üretim miktarı), mevcut stok düzeyleri, üretim maliyetleri ve stok bulundurma maliyetleri gösterilmiştir. Hesaplama ve gösterimde kolaylık olması açısından ürünlere ait üretim miktarları, 1 birim 50 mtüle eşit olacak şekilde ele alınmıştır. Örneğin; ocak ayı talebi 107650 mtül olan ürünün ocak ayı talep değeri 2153 birim olarak gösterilmiştir. Ürün stok maliyeti sabit olup, 50 mtüllük top başına 2 dolardır. Yani her bir ürünün 1 birimini stokta bulundurma maliyeti 2 dolardır.

Tablo 5.2.de ocak, şubat ve mart aylarına ait talep tahminleri verilmiştir. Talep tahminleri sekiz pazarlama şirketinden alınmış olup, geçmiş 3 senenin verileri ve tahmini 2002 ekonomik hareketleri kullanılarak istatistiksel olarak hesaplanmıştır.

Tablo 5.1. Ürünlerin; Oran, Mevcut Stok Düzeyleri, Üretim Maliyetleri ve Stok Bulundurma Maliyetleri

Sektor	Ürün Adı	Oran (Br/Saat)	Mevcut Stok (Br)	Üretim Maliyeti (\$/Br)	Stok Maliyeti (\$/Br)	
Döşemelik	wetprint	40	100	155	2	
	sybarian	40	100	125	2	
	tender	30	80	120.5	2	
	ältara	20	50	185	2	
	tango	20	50	125	2	
	cash	20	50	125	2	
	hermes	15	0	125	2	
	dragon	15	0	125	2	
	älize	15	0	125	2	
	airo	15	0	114	2	
	eros	5	0	127.5	2	
	breeze	5	10	128	2	
	Giyimlik	ceren	30	70	150	2
		velvet	20	25	163.5	2
galata		10	10	135	2	
xmoon		10	10	130	2	
smart		10	0	112.5	2	
denim		5	0	125	2	
natali		5	0	125	2	
grex		5	0	205.5	2	
catdia		5	0	135	2	
cat		5	0	130	2	
Ayakkabılık	panter	20	20	234	2	
	atina	10	10	230	2	
	safari	5	40	152.5	2	
Çantalık	luis	20	15	85	2	
	dkaplama	5	0	160	2	
	crystal	10	10	75	2	
	scope	5	0	120	2	

Ürünlerin satış fiyatları dolar üzerinden olup her ay için aynıdır. Satış fiyatları aylara göre talep tahminleri ile birlikte Tablo 5.2.de gösterilmiştir.

Tablo 5.2. Aylık Talep Tahminleri ve Ürünlerin Satış Fiyatları

Sektör	Ürün Adı	Talep Tahminleri			Satış Fiyatı (\$/Br)
		Ocak (Br/Ay)	Şubat (Br/Ay)	Mart (Br/Ay)	
Döşemelik	wetprint	2153	1906	1660	182.5
	sybarian	1884	1668	1451	180
	tender	807	715	622	145
	altara	538	476	414	225
	tango	538	476	414	175
	cash	538	476	414	175
	hermes	270	238	207	162.5
	dragon	270	238	207	190
	alize	270	238	207	190
	airo	270	238	207	180
	eros	135	120	103	150
	breeze	135	120	103	185
	Giyimlik	ceren	760	933	908
velvet		254	311	303	210
galata		127	155	151	205
xmoon		127	155	151	200
smart		127	155	151	137.5
denim		63	77	76	150
natali		63	77	76	150
grex		63	77	76	250
catdia		63	77	76	170
cat		63	77	76	165
Ayakkabılık	panter	200	310	197	270
	atina	100	155	98	270
	safari	703	1085	688	182.5
Çantalık	luis	155	238	151	160
	dkaplama	100	155	98	200
	cristal	155	238	151	97.5
	scope	100	155	98	145

2. İŞLETMEDE DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ UYGULAMASI

Bu kısımda, işletmenin kaynakları ve üretim politikası doğrultusunda, doğrusal programlama modeli kurulmuş ve kurulan model cebirsel modelleme dili ile ifade edilmiştir. Daha sonra da modelin çözümü ve sonuçları açıklanmıştır.

Modeldeki karar değişkenleri; üretim miktarları, stok miktarları ve satış miktarlarıdır. Hangi üründen, hangi ay, ne kadar üretileceğini gösteren karar değişkeni olan üretim miktarlarını x_{ij} ile gösterirsek, stok miktarlarını y_{ij} ile, satış miktarlarını da z_{ij} ile gösterebiliriz.

Modeldeki parametreler; oranlar (ürünlerin saat başına üretim miktarları), başlangıç stok miktarları, aylık toplam kullanılabilir çalışma saatleri, aylara göre ürünlere olan talep miktarları, üretim maliyetleri, stokta bulundurma maliyetleri ve ürünlerin satış fiyatlarıdır.

Amaç fonksiyonu ise; maksimum karı verecek şekilde üretim, stok ve satış miktarlarının belirlenmesi doğrultusunda olacaktır.

2.1. Modelin Formüle Edilmesi

Yukarıdaki bilgilerin ışığı altında doğrusal programlama modeli aşağıdaki şekilde kurulabilir.

Karar Değişkenleri:

x_{ij} = j. ayda i. üründen üretilecek miktar,

y_{ij} = stok miktarı (i. üründen j. aya kalacak miktar),

z_{ij} = j. ayda i. ürünün satış miktarı.

Parametreler:

v_i = i. üründen saat başına üretim miktarı,

k_i = i. ürünün başlangıç stok miktarı,

r_j = j. ayda toplam kullanılabilir çalışma saati,

d_{ij} = talep miktarları (j. ayda i. ürünün talep miktarı),

c_i = üretim maliyeti,

s_i = stokta bulundurma maliyeti,

t_{ij} = i. ürünün j. aydaki satış fiyatı,

T = ay olarak zaman genişliği,

N = toplam ürün sayısı.

Kısıtlayıcılar:

(i) Kapasite Kısıtı:
$$\sum_{i=1}^N (1/v_i) x_{ij} \leq r_j$$

Toplam üretim miktarlarının saat başına üretim miktarlarına bölümü, o aydaki toplam kullanılabilir çalışma saatinden büyük olamaz.

(ii) Başlangıç Stok Seviyesi Kısıtı:
$$y_{i0} = k_i, i=1,2,\dots,N$$

Başlangıç stok seviyesi verilen değere eşit olmalıdır.

(iii) Talep Kısıtı:
$$\left(\frac{8}{10}\right) d_{ij} \leq z_{ij} \leq d_{ij}$$

Tahmini talep miktarlarının en az %80' inin kesin talep olarak geleceği öngörüldüğünden ve firma politikası doğrultusunda tüm taleplerin karşılanabilmesi ya da her üründen mutlaka imkanlar dahilinde belli bir miktar üretilebilmesi için satış miktarları, talep miktarlarından küçük, talebin %80' den büyük olmalıdır.

(iv) Üretim Kısıtı:
$$\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^T x_{ij} + (y_{i,j-1} - y_{ij}) \right) = z_{ij}$$

Üretim miktarları ile bulunulan aydaki stok miktarının bir sonraki aya kalacak stok miktarının farkının toplamı, o aydaki satış miktarına eşit olmalıdır.

(v) **Negatif Olmama Kısıtı:** $x_{ij} \geq 0, y_{ij} \geq 0, z_{ij} \geq 0$

Modeldeki karar değişkenleri; üretim miktarları, stok miktarları ve satış miktarları sıfırdan büyük veya en az sıfıra eşit olmalıdır.

Amaç Fonksiyonu:
$$\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^T (t_{ij} z_{ij} - c_i x_{ij} - s_i y_{ij}) \right)$$

Toplam gelir maksimum karı verecek şekilde olmalıdır. O halde, doğrusal programlama modelini aşağıdaki şekilde olduğu gibi yazabiliriz.

$$MaxZ = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^T (t_{ij} z_{ij} - c_i x_{ij} - s_i y_{ij}) \right)$$

Kısıtlayıcılar;

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{v_i} \right) x_{ij} &\leq r_j && \text{Kapasite} \\ \sum_{i=1}^N y_{i0} &= k_i && \text{Stok Miktarı} \\ \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^T \left(\frac{8}{10} \right) d_{ij} \right) &\leq z_{ij} && \text{Talep} \\ \sum_{i \in N} \left(\sum_{j \in T} z_{ij} \right) &\leq d_{ij} && \text{Talep} \\ \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^T x_{ij} + (y_{i,j-1} - y_{ij}) \right) &= z_{ij} && \text{Üretim} \\ x_{ij} \geq 0, y_{ij} \geq 0, z_{ij} \geq 0 &&& \text{Negatif Olmama} \end{aligned}$$

2.2. Modelin Cebirsel Modelleme Dili (AMPL) İle İfade Edilmesi

Modeli cebirsel modelleme dili (AMPL) yardımı ile yazmak için, modeldeki, karar değişkenlerini, parametreleri, amaç fonksiyonunu ve kısıtlayıcıları belirttiğimiz model dosyasını ve parametrelerin aldığı değerleri gösterdiğimiz data dosyasını oluşturmamız gereklidir.

Şekil 5.2.de ana üretim planının model dosyası (uretimplan.mod) ve Şekil 5.3.de data dosyası (uretimplan.dat) gösterilmiştir.

KÜME

set urun; # ürünler

PARAMETRELER

param T>0; # aylar
 param oran {urun}>0; # ürünlerin saat başına üretim miktarı
 param stok0 {urun}>=0; # başlangıç stok düzeyi
 param zaman {1..T}>=0; # aylık kullanılabilir saat

param talep {urun,1..T}>=0; # talep miktarları

param uretimmalieti {urun}>=0; # birim üretim maliyetleri

param stokmalieti {urun}>=0; # birim stok maliyetleri

param gelir {urun,1..T} >=0; # birim satış fiyatları

KARAR DEĞİŞKENLERİ

var Uretim {urun,1..T}>=0; # üretim miktarları
 var Stok {urun, 0..T}>=0; # stok miktarları

```

var Satis {p in urun, t in 1..T} >=(8/10)*talep[p,t], <=talep[p,t];
                                                    #satılacak miktarlar

### AMAÇ FONKSİYONU ###

maximize toplam_kar:
    sum {p in urun, t in 1..T} (gelir[p,t]*Satis[p,t]-uretimmaliyeti[p]*Uretim[p,t]
    -stokmaliyeti[p]*Stok[p,t]);

### KISITLAYICILAR ###

subject to kapasite {t in 1..T}:
    sum {p in urun} ((1/oran[p])*Uretim[p,t])<=zaman[t];

subject to baslangic {p in urun}:
    Stok[p,0]=stok0[p];

subject to denge {p in urun, t in 1..T}:
    Uretim[p,t]+Stok[p,t-1]=Satis[p,t]+Stok[p,t];

```

Şekil 5.2. Ana Üretim Planlaması Model Dosyası (uretimplan.mod)

Ana üretim planı için model yukarıda görüldüğü gibidir. Modelle ilgili varsayımlar doğrusal programlama modelinin oluşturulmasında ayrı ayrı açıklanmıştır. Burada ise modelin yazılmasında doğrusal programlama formundaki yazılışına göre bazı farklar vardır.

```

var Uretim {urun, 1..T} >=0;
var Stok {urun, 0..T} >=0;

```

Karar değişkenlerinin negatif olmama kısıtı kısıtlayıcılar kısmında değil, karar değişkenleri tanımlanırken ≥ 0 şeklinde gösterilerek belirtilmiştir.

```
var Satis {p in urun, t in 1..T} >=(8/10)*talep[p,t], <=talep[p,t];
```

Aylık satış ve üretim miktarlarının saptanmasına yardımcı olan kısıt, Satis karar değişkeninin tanımında verilmiştir. Bu kısıt ile ilgili varsayım doğrusal programlama modelinin kurulması aşamasında belirtilmiştir.

Doğrusal programlama modelinin data dosyası;

```
param T:=3;
```

```
set urun:= wetprint sybarian tender altara tango cash
hermes dragon alize airo eros breeze ceren velvet galata
xmoon smart denim natali grex catdia cat panter atina
safari luis dkaplama cristal scope;
```

```
param zaman:=1 624 2 624 3 624;
```

param:	oran	stok0	uretimmalieti	stokmalieti :=
wetprint	40	100	155	2
sybarian	40	100	125	2
tender	30	80	120.5	2
altara	20	50	185	2
tango	20	50	125	2

cash	20	50	125	2
hermes	15	0	155	2
dragon	15	0	125	2
alize	15	0	125	2
airo	15	0	114	2
eros	5	0	127.5	2
breeze	5	10	128	2
ceren	30	70	150	2
velvet	20	25	163.5	2
galata	10	10	135	2
xmoon	10	10	130	2
smart	10	0	112.5	2
denim	5	0	125	2
natali	5	0	125	2
grex	5	0	205.5	2
catdia	5	0	135	2
cat	5	0	130	2

panter	20	20	234	2
atina	10	10	230	2
safari	5	40	152.5	2
luis	20	15	85	2
dkaplama	5	0	160	2
cristal	10	10	75	2
scope	5	0	120	2 ;

param gelir: 1 2 3 :=

wetprint	182.5	182.5	182.5
sybarian	180	180	180
tender	145	145	145
altara	225	225	225
tango	175	175	175
cash	175	175	175
hermes	162.5	162.5	162.5
dragon	190	190	190
alize	190	190	190

airo	180	180	180
eros	150	150	150
breeze	185	185	185
ceren	215	215	215
velvet	210	210	210
galata	205	205	205
xmoon	200	200	200
smart	137.5	137.5	137.5
denim	150	150	150
natali	150	150	150
grex	250	250	250
catdia	170	170	170
cat	165	165	165
panter	270	270	270
atina	270	270	270
safari	182.5	182.5	182.5
luis	160	160	160

dkaplama	200	200	200	
cristal	97.5	97.5	97.5	
scope	145	145	145	;
param talep:	1	2	3	:=
wetprint	2153	1906	1660	
sybarian	1884	1668	1451	
tender	807	715	622	
altara	538	476	414	
tango	538	476	414	
cash	538	476	414	
hermes	270	238	207	
dragon	270	238	207	
alize	270	238	207	
airo	270	238	207	
eros	135	120	103	
breeze	135	120	103	
ceren	760	933	908	

velvet	254	311	303
galata	127	155	151
xmoon	127	155	151
smart	127	155	151
denim	63	77	76
natali	63	77	76
grex	63	77	76
catdia	63	77	76
cat	63	77	76
panter	200	310	197
atina	100	155	98
safari	703	1085	688
luis	155	238	151
dkaplama	100	155	98
cristal	155	238	151
scope	100	155	98 ;

Şekil 5.3. Ana Üretim Planlaması Data Dosyası (uretimplan.dat)

Modelin AMPL ile ifadesinde data dosyası yukarıda görüldüğü gibidir. Burada görüldüğü gibi data dosyasında parametrelerin aldığı değerler gösterilmektedir. Satış fiyatları her ay aynı olmasına rağmen tüm aylar için değerler yazılmıştır. Böylelikle sonraki aylarda satış fiyatlarında olabilecek değişiklikler kolaylıkla data dosyasına yansıtılabilecektir.

Ana üretim planının cebirsel modelleme dili (AMPL) ile yazılması yukarıda görüldüğü gibidir. Problemin çözümü için her şey hazırlanmış durumdadır. Artık oluşturulan modelin çözümünü elde edebilir ve sonuçların analizini yapabiliriz.

2.3. Doğrusal Programlama Modeli Sonuçları

Bir önceki kesimde görüldüğü gibi oluşturulan doğrusal programlama modeli, cebirsel modelleme dili (AMPL) ile yazılarak çözümü araştırılmıştır. Uygulamada oluşturulan modelin çözümü için AMPL Plus Student Edition 1.6 programı kullanılmıştır. Doğrusal programlama modelinin çözülmesiyle elde edilen sonuçlar çalışmanın ekler kısmında verilmiştir.

Bu çalışmada kullanılan AMPL Plus Student Edition 1.6 programı, 300 kısıt ve 300 değişkenden oluşan bir doğrusal programlama modelini çözebilmektedir. Cebirsel modelleme dili ile yazılan modeli daha önce uretimplan.mod ve uretimplan.dat olarak AMPL klasörü içine kaydetmiştik. Çözüm için yapılacak şey ise, AMPL Plus programını çalıştırıp command kısmında aşağıdaki ifadeyi yazmaktır.

```
ampl: option solver cplex;
ampl: model uretimplan.mod;
ampl: data uretimplan.dat;
ampl: solve;
```

Yukarıdaki işlemi yaptıktan sonra program bize, doğrusal programlama modelinin optimum sonucunu verecektir.

Karar değişkenlerinin aldığı değerleri görebilmek için, aşağıdaki ifadeleri sırasıyla yazmamız gerekmektedir.

```
ampl:display Uretim;
```

ampl: display Stok;
 ampl: display Satis;

Elde edilen sonuçlar eklerde de görüldüğü gibi oldukça açık ve anlaşılırdır. Ek A. da görüldüğü gibi, yapılan üretim planlaması çalışması sonucunda elde edilen maksimum kar 1.375.589.2 dolardır.

Burada hangi ayda, hangi üründen, ne kadar üretileceği açıkça görülmektedir. Örneğin; “alizer” den birinci ay 216, ikinci ay 190.4, üçüncü ay ise 207 birim üretilmesi planlanmıştır. Uygulamanın başında hesaplama ve yazımda kolaylık olması açısından 1 birim 50 mtüle eşit olacak şekilde birim değiştirmiştir. Eğer istenirse bu sonuçları 50 ile çarparak mtül cinsinden de ifade edebiliriz. Bu durumda, birinci ay (216x50) 10800, ikinci ay 9520, üçüncü ay da 10350 mtül “alizer” üretilmelidir denilebilir.

Sonuçta dikkati çeken bir nokta ise, “breeze” den ilk ay 194 birim, üçüncü ay 103 birim üretilmesine karşın ikinci ay hiç üretilmemesi gibi bir durumun ortaya çıkmasıdır. Bu durum “denim” ve “eros” ürünleri için de sözkonusudur. İlk ay bu ürünlerden fazla üreterek ikinci ayın talebini stoktan karşılamak karı maksimum kılmaktadır.

Ek B. de aylara göre stok seviyeleri gösterilmiştir. Genelde stok miktarlarının sıfır olduğu görülmektedir. Zaten bu da karar vericiler tarafından istenilen durumdur.

Ek C. deki sonuçlar ise üretim ve stok miktarlarına bağlı olarak değerler alan satış miktarlarıdır. Bunlar aylara göre karşılanacak olan talep miktarlarıdır. Bu sonuçlara göre eldeki kaynaklar doğrultusunda, karı maksimum kılacak şekilde, bazı ürünlerde tahmini talep miktarlarının tamamını, bazı ürünlerde ise talep miktarlarından daha azını üretmek gerekmektedir.

Sonraki eklerde ise duyarlılık analizleri ile ilgili sonuçlar verilmiştir. Amaç fonksiyonu katsayıları ve sağ taraf sabitlerinin alabileceği alt ve üst sınır değerlerini elde edebilmek için;

```
model uretimplan.mod;
data uretimplan.dat;
option solver cplex;
option cplex_options 'sensitivity';
solve;
```

yukarıdaki ifadeyi yazıp optimum sonuç değeri çıktıktan sonra istenilen değişkenle ilgili duyarlılık analizi için aşağıdaki şekilde olduğu gibi istediğimizi ifade etmemiz gereklidir.

`display Satis.down, Satis.current, Satis.up;`

Ek D. de “satış” değişkeninin alabileceği değerlerin alt ve üst sınırları görülmektedir. Örneğin; “airo” nun 3. aydaki satış fiyatı 180 dolar (cari değer) iken, alt sınır 124 dolardır ve üst sınır değeri yoktur ($-1e+20$, $1e+20$; alt sınır veya üst sınır olmadığını ifade eder). “Airo” için 3. ayda satış fiyatı bu değerler arasında kaldığı sürece karımızda bir azalma olmayacaktır.

Ek E. de “sağ taraf sabitleri” nin duyarlılık analizlerinin sonuçları görülmektedir. Burada da görülebileceği gibi kapasitenin kullanımında pek fazla değişiklik yapılamayacağı anlaşılmaktadır. Daha sonraki sonuçlar ise aylara göre stok seviyelerinin durumuna bağlantılı olarak izlenebilecek üretim-stok politikasını belirtmektedir.

SONUÇ

Cebirsel modelleme dilleri ile doğrusal programlama metodunu kullanarak yapılan bu ana üretim planlaması çalışmasının ortaya çıkardığı sonuçları iki ana başlık altında toplayabiliriz. Bunlardan birincisi üretim planlaması açısından işletmeye sağlanan kaynak tasarrufu ve kazancın artması, diğeri ise doğrusal programlama metodunu kullandığımız optimizasyon problemlerinin bilgisayar ile çözümünde kullanılan cebirsel modelleme dillerinin bize sağladığı kolaylıklardır.

Yapılan ana üretim planlaması sonucu işletme tarafından elde edilecek olan kar 1.375.589 \$ olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç işletmenin daha önceki üretim politikası doğrultusunda elde edeceği kardan yaklaşık 35.000 \$ daha fazladır. Yapılan çalışmada işletmenin sıfır stok ile çalışma hedefi birkaç ürün dışında tutturulmuştur.

Elde edilen sonuçlar sayesinde işletmedeki üretim faaliyetlerinin bir plan ve program sayesinde yapılabilmesi sağlanmıştır. Hangi üründen, hangi ay, ne kadar üretileceği belli olduğundan üretimde çıkabilecek aksamaların ve karışıklıkların önüne geçilmiş olacaktır.

Çalışmanın cebirsel modelleme dilleri açısından sonuçlarından en önemlilerinden birisi, uygulama açısından bize sağladığı kolaylıktır. Bu sayede modelin oluşturulması ve verilerin modele dahil edilmesi oldukça kolay olmuştur. Oluşturulan model, işletmenin üretim politikası ve ortamın şartları değişmedikçe sonraki dönemler için de sadece verilerin değiştirilmesiyle tekrar kullanılabilir. Daha önceki bölümlerde de anlatıldığı gibi, cebirsel modelleme dilleri ile oluşturulan doğrusal programlama modelinde, model ve data dosyaları ayrı dosyalar olduğundan parametrelerdeki değişiklikler modelin yapısını etkilememektedir.

Uygulamada kullanılan AMPL Plus Student Edition 1.6 yerine profesyonel versiyonu kullanılarak daha uzun bir zaman aralığını kapsayan dönemler için de üretim planlaması yapılabilir. Örneğin; bir yıllık ana üretim planlaması, bu program sayesinde değişken ve kısıt ne kadar çok olursa olsun kolaylıkla yapılabilir. Aynı zamanda,

gerçekleşen olaylar karşısında modele ilaveler yapmak veya modelden çıkartmalar yapmak da mümkündür.

Tüm cebirsel modelleme dillerinin olduğu gibi uygulamada kullandığımız AMPL nin de kullanımı basit ve sonuçları anlayıp analiz etmek kolaydır. Bu sebeple program, işletmede çalışanlar tarafından da kolaylıkla kullanılabilir ve sonuçları uygulanabilir.

Oluşturulan program, bir ekip tarafından geniş ve kapsamlı bir çalışma ile işletmenin ihtiyaçlarını kapsayacak şekilde geliştirilebilir. Bu sayede üretim planlaması çalışmaları için temin edilen MRP ve MPS programlarına çok fazla ihtiyaç kalmayacaktır. Bu da bu tür programlara harcanan paradan tasarruf edilmesini sağlayacaktır. İşletmenin kendi üretim planlaması ile ilgili programları kendi bünyesinde oluşturması, ortaya çıkabilecek sorunlara cevap verebilecek şekilde olacaktır. Oysa dışarıdan temin edilen programlar standart olduğundan işletmeye uyumu için programlarda değişikliklerin yapılması gerekmektedir.

Sonuç olarak, Flokser Group Sütser Fabrikası'nda yapılan ana üretim planlaması ile işletmede karın artmasının sağlamanın yanısıra, işletmedeki üretim planlama çalışmalarının daha az harcamalarla yapılması sağlanmıştır. Bu sayede işletmeler cebirsel modelleme dilleri ve bunlara ilişkin programları kullanarak yapacakları bir ekip çalışmasıyla kendi üretim planlama sistemlerini kendileri oluşturabileceklerdir.

EKLER

SAYFA

A. OPTİMUM SONUÇ VE AYLARA GÖRE ÜRETİM MİKTARLARI.....	81
B. AYLARA GÖRE STOK MİKTARLARI.....	83
C. AYLARA GÖRE KARŞILANACAK TALEP (SATIŞ) MİKTARLARI.....	84
D. DUYARLILIK ANALİZLERİ “SATIŞ”.....	85
E. DUYARLILIK ANALİZLERİ “SAĞ TARAF SABİTLERİ”	88

EK A. OPTİMUM SONUÇ VE AYLARA GÖRE ÜRETİM MİKTARLARI

```
option solver cplex;
model uretimplan.mod;
data uretimplan.dat;
solve;
CPLEX 6.5.3:
CPLEX 6.5.3: optimal solution; objective 1375589.2
115 simplex iterations (58 in phase I)
```

```
display Uretim;
```

```
Uretim [*,*]
```

:	1	2	3	:=
airo	237.325	190.4	207	
alizer	216	190.4	207	
altara	380.4	380.8	414	
atina	70	124	98	
breeze	194	0	103	
cash	488	476	414	
cat	50.4	61.6	76	
catdia	50.4	61.6	76	
ceren	690	933	908	
crystal	114	190.4	151	
denim	112	0	60.8	
dkaplama	80	124	98	
dragon	216	190.4	207	
eros	204	0	82.4	
galata	91.6	124	151	
grex	50.4	61.6	76	
hermes	216	190.4	165.6	
luis	140	238	151	
natali	104.35	7.65	60.8	
panter	140	248	197	
safari	522.4	868	678.275	
scope	80	124	78.4	
smart	101.6	124	151	
sybarian	1784	1668	1451	
tango	488	476	414	

tender	565.6	572	622
velvet	178.2	248.8	303
wetprint	2053	1906	1660
xmoon	91.6	124	151

;

EK B. AYLARA GÖRE STOK MİKTARLARI

```

display Stok;
Stok [*,*]
:          0      1      2      3      :=
airo      0      0      0      0
alize    0      0      0      0
altara   50      0      0      0
atina   10      0      0      0
breeze   10     96      0      0
cash    50      0      0      0
cat      0      0      0      0
catdia  0      0      0      0
ceren   70      0      0      0
cristal 10      0      0      0
denim    0     61.6     0      0
dkaplama 0      0      0      0
dragon   0      0      0      0
eros     0     96      0      0
galata   10      0      0      0
grex     0      0      0      0
hermes   0      0      0      0
luis    15      0      0      0
natali   0     53.95     0      0
panter  20      0      0      0
safari   40      0      0      0
scope    0      0      0      0
smart    0      0      0      0
sybarian 100     0      0      0
tango    50      0      0      0
tender   80      0      0      0
velvet  25      0      0      0
wetprint 100     0      0      0
xmoon   10      0      0      0
;

```

EK C. AYLARA GÖRE KARŞILANACAK TALEP (SATIŞ) MİKTARLARI

```

display Satis;
Satis [*,*]
:          1          2          3          :=
airo      237.325    190.4     207
alize     216      190.4     207
altara    430.4     380.8     414
atina     80       124        98
breeze    108       96         103
cash     538      476        414
cat       50.4      61.6       76
catdia    50.4      61.6       76
ceren     760      933        908
crystal  124      190.4     151
denim     50.4      61.6     60.8
dkaplama  80       124        98
dragon    216      190.4     207
eros     108       96         82.4
galata    101.6     124        151
grex     50.4      61.6       76
hermes    216      190.4     165.6
luis     155      238        151
natali    50.4      61.6     60.8
panter    160      248        197
safari    562.4     868        678.275
scope     80       124        78.4
smart    101.6     124        151
sybarian 1884     1668     1451
tango     538      476        414
tender    645.6     572        622
velvet    203.2     248.8     303
wetprint 2153     1906     1660
xmoon     101.6     124        151
;

```

EK D. DUYARLILIK ANALİZLERİ "SATIŞ"

```

model uretimplan.mod;
data uretimplan.dat;
option solver cplex;
option cplex_options 'sensitivity';
solve;
CPLEX 6.5.3:
sensitivity

CPLEX 6.5.3: optimal solution; objective 1375589.2
115 simplex iterations (58 in phase I)

suffix up OUT;
suffix down OUT;
suffix current OUT;
display Satis.down, Satis.current, Satis.up;
:          Satis.down Satis.current  Satis.up      :=
airo      1          179.333         180           180
airo      2          -1e+20          180           180.667
airo      3           124            180           1e+20
alize     1          -1e+20          190           191
alize     2          -1e+20          190           191.667
alize     3           135            190           1e+20
altara    1          -1e+20          225           234.5
altara    2          -1e+20          225           235
altara    3           192.5          225           1e+20
atina     1          -1e+20          270           329
atina     2          -1e+20          270           330
atina     3           245            270           1e+20
breeze    1          -1e+20          185           326
breeze    2          -1e+20          185           328
breeze    3           158            185           1e+20
cash      1           174.5          175           1e+20
cash      2           175            175           1e+20
cash      3           132.5          175           1e+20
cat       1          -1e+20          165           328
cat       2          -1e+20          165           330

```


cat	3	160	165	1e+20
catdia	1	-1e+20	170	333
catdia	2	-1e+20	170	335
catdia	3	165	170	1e+20
ceren	1	183	215	1e+20
ceren	2	183.333	215	1e+20
ceren	3	155	215	1e+20
cristal	1	-1e+20	97.5	174
cristal	2	-1e+20	97.5	175
cristal	3	90	97.5	1e+20
denim	1	-1e+20	150	323
denim	2	-1e+20	150	325
denim	3	-1e+20	150	155
dkaplama	1	-1e+20	200	358
dkaplama	2	-1e+20	200	360
dkaplama	3	190	200	1e+20
dragon	1	-1e+20	190	191
dragon	2	-1e+20	190	191.667
dragon	3	135	190	1e+20
eros	1	-1e+20	150	325.5
eros	2	-1e+20	150	327.5
eros	3	-1e+20	150	157.5
galata	1	-1e+20	205	234
galata	2	-1e+20	205	235
galata	3	150	205	1e+20
grex	1	-1e+20	250	403.5
grex	2	-1e+20	250	405.5
grex	3	235.5	250	1e+20
hermes	1	-1e+20	162.5	221
hermes	2	-1e+20	162.5	221.667
hermes	3	-1e+20	162.5	165
luis	1	134.5	160	1e+20
luis	2	135	160	1e+20
luis	3	92.5	160	1e+20
natali	1	-1e+20	150	323
natali	2	-1e+20	150	325
natali	3	-1e+20	150	155
panter	1	-1e+20	270	283.5
panter	2	-1e+20	270	284

panter	3	241.5	270	1e+20
safari	1	-1e+20	182.5	350.5
safari	2	-1e+20	182.5	352.5
safari	3	177.5	182.5	187.5
scope	1	-1e+20	145	318
scope	2	-1e+20	145	320
scope	3	-1e+20	145	150
smart	1	-1e+20	137.5	211.5
smart	2	-1e+20	137.5	212.5
smart	3	127.5	137.5	1e+20
sybarian	1	149.75	180	1e+20
sybarian	2	150	180	1e+20
sybarian	3	128.75	180	1e+20
tango	1	174.5	175	1e+20
tango	2	175	175	1e+20
tango	3	132.5	175	1e+20
tender	1	-1e+20	145	153.5
tender	2	-1e+20	145	153.833
tender	3	125.5	145	1e+20
velvet	1	-1e+20	210	213
velvet	2	-1e+20	210	213.5
velvet	3	171	210	1e+20
wetprint	1	179.75	182.5	1e+20
wetprint	2	180	182.5	1e+20
wetprint	3	158.75	182.5	1e+20
xmoon	1	-1e+20	200	229
xmoon	2	-1e+20	200	230
xmoon	3	145	200	1e+20

;

EK E. DUYARLILIK ANALİZLERİ "SAĞ TARAF SABİTLERİ"

display kapasite.down, kapasite.current, kapasite.up;

: kapasite.down kapasite.current kapasite.up :=

1	622.578	624	626.178
2	622.578	624	626.178
3	598.425	624	625.945

;

display denge.down, denge.current, denge.up;

: denge.down denge.current denge.up :=

airo	1	-32.675	0	21.325
airo	2	-32.675	0	21.325
airo	3	-29.175	0	383.625
alize	1	-32.675	0	21.325
alize	2	-32.675	0	21.325
alize	3	-29.175	0	383.625
altara	1	-93.5667	-50	-21.5667
altara	2	-43.5667	0	28.4333
altara	3	-38.9	0	511.5
atina	1	-31.7833	-10	4.21667
atina	2	-21.7833	0	14.2167
atina	3	-19.45	0	255.75
breeze	1	-20.8917	-10	-2.89167
breeze	2	-10.8917	0	7.10833
breeze	3	-9.725	0	127.875
cash	1	-93.5667	-50	-21.5667
cash	2	-43.5667	0	28.4333
cash	3	-38.9	0	511.5
cat	1	-10.8917	0	7.10833
cat	2	-10.8917	0	7.10833
cat	3	-9.725	0	127.875
catdia	1	-10.8917	0	7.10833
catdia	2	-10.8917	0	7.10833
catdia	3	-9.725	0	127.875
ceren	1	-135.35	-70	-27.35
ceren	2	-65.35	0	42.65
ceren	3	-58.35	0	767.25

cristal	1	-31.7833	-10	4.21667
cristal	2	-21.7833	0	14.2167
cristal	3	-19.45	0	255.75
denim	1	-10.8917	0	7.10833
denim	2	-10.8917	0	7.10833
denim	3	-9.725	0	127.875
dkaplama	1	-10.8917	0	7.10833
dkaplama	2	-10.8917	0	7.10833
dkaplama	3	-9.725	0	127.875
dragon	1	-32.675	0	21.325
dragon	2	-32.675	0	21.325
dragon	3	-29.175	0	383.625
eros	1	-10.8917	0	7.10833
eros	2	-10.8917	0	7.10833
eros	3	-9.725	0	127.875
galata	1	-31.7833	-10	4.21667
galata	2	-21.7833	0	14.2167
galata	3	-19.45	0	255.75
grex	1	-10.8917	0	7.10833
grex	2	-10.8917	0	7.10833
grex	3	-9.725	0	127.875
hermes	1	-32.675	0	21.325
hermes	2	-32.675	0	21.325
hermes	3	-29.175	0	383.625
luis	1	-58.5667	-15	13.4333
luis	2	-43.5667	0	28.4333
luis	3	-38.9	0	511.5
natali	1	-10.8917	0	7.10833
natali	2	-10.8917	0	7.10833
natali	3	-9.725	0	127.875
panter	1	-63.5667	-20	8.43333
panter	2	-43.5667	0	28.4333
panter	3	-38.9	0	511.5
safari	1	-50.8917	-40	-32.8917
safari	2	-10.8917	0	7.10833
safari	3	-9.725	0	127.875
scope	1	-10.8917	0	7.10833
scope	2	-10.8917	0	7.10833
scope	3	-9.725	0	127.875

smart	1	-21.7833	0	14.2167
smart	2	-21.7833	0	14.2167
smart	3	-19.45	0	255.75
sybarian	1	-187.133	-100	-43.1333
sybarian	2	-87.1333	0	56.8667
sybarian	3	-77.8	0	1023
tango	1	-93.5667	-50	-21.5667
tango	2	-43.5667	0	28.4333
tango	3	-38.9	0	511.5
tender	1	-145.35	-80	-37.35
tender	2	-65.35	0	42.65
tender	3	-58.35	0	767.25
velvet	1	-68.5667	-25	3.43333
velvet	2	-43.5667	0	28.4333
velvet	3	-38.9	0	511.5
wetprint	1	-187.133	-100	-43.1333
wetprint	2	-87.1333	0	56.8667
wetprint	3	-77.8	0	1023
xmoon	1	-31.7833	-10	4.21667
xmoon	2	-21.7833	0	14.2167
xmoon	3	-19.45	0	255.75

;

KAYNAKÇA

- Acar, Nesime. **Üretim Planlaması Yöntem ve Uygulamaları**. Üçüncü basım. Ankara: Milli Prodüktivite Merkezi Yayınları, 1989.
- Aksen, Deniz. **Teach Yourself Gams**. İstanbul: Boğaziçi University Printhouse, 1998.
- Bazaraa, Mokhtar S. ve Jarvis, John J. **Linear Programming and Network Flows**. New York: John Wiley&Sons, Inc, 1977.
- Eilon, Samuel. **Elements of production Planning and Control**. Londra: Collier-Macmillan Limited, 1962.
- Esin, Alptekin. **Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri**. İkinci basım. Ankara: Gazi Üniversitesi Basın-Yayın Yüksekokulu Basımevi, 1983.
- Ferris, Michael C., Fourer, Robert ve Gay, David M. "Expressing Complementarity Problems In An Algebraic Modeling Language and Communicating Them To Solvers." **SLAM Journal on Optimization** 9, 1999.
- Fourer, Robert. "Extending A General-Purpose Algebraic Modeling Language To Combinatorial Optimization: A Logic Programming Approach." **Interfaces in Computer Science and Operations Research**, 1998.
- Fourer, Robert, Gay, David M. ve Kernighan, Brian W. **AMPL A Modeling Language For Mathematical Programming**. USA: The Scientific Press Series, 1993.
- Fourer, Robert, Gay, David M. ve Kernighan, Brian W. "AMPL: A Mathematical Programming Language." **Management Science** 36, 1990.

- Gass, Saul L. **Linear Programming Methods and Applications**. Dördüncü basım. USA: McGraw-Hill Book Company, 1975.
- Kağnıcıoğlu, C. Hakan. "Ana Üretim Planlamasına Doğrusal Programlama Yaklaşımı ve Bir Uygulama." Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi. Anadolu Üniversitesi SBE, 1991.
- Kara, İmdat. **Yöneylem Araştırmasının Yöntembilimi**. Eskişehir: Eskişehir İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayınları No:215/139., 1979.
- Kara, İmdat. **Doğrusal Programlama**. Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, 1991.
- Kobu, Bülent. **Üretim Yönetimi**. Onuncu basım. İstanbul: İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Araştırma Vakfı, 1998.
- Luenberger, David G. **Introduction To Linear and Nonlinear Programming**. California: Addison-Wesley Publishing Company, 1973.
- Nash, Stephen G. ve Sofer, Ariela. **Linear and Nonlinear Programming**. McGraw-Hill International Editions, 1996.
- Serper, Özer ve Gürsaka, Necmi. **Doğrusal Programlama**. Bursa: BİTİA İşletme Fakültesi Yayını No:15., 1982.
- Taha, Hamdy A. **Operations Research An Introduction Fourth Edition**. New York: Macmillan Publishing Company, 1989.
- Thesen, Arne. **Computer Methods In Operations Research**. Londra: Academic Press, Inc., 1978.

Tulunay, Yılmaz. **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**. İstanbul: İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayın No:108., 1980.

Winston, Wayne L. **Operations Research: Applications and Algorithms**. Third edition. USA: Wadsworth Publishing Company, 1997.

Wollmann, Thomas E., Berry, William L., Whybark, D. Clay. **Manufacturing Planning and Control Systems**. Fourth edition. A Division of The McGraw-Hill Companies, 1997.

<http://www.gams.com>

<http://www.ampl.com/FAQ/index.html>, 1 Mayıs 2002.