

ARASTIRMA MAKALESİ /RESEARCH ARTICLE

**TAGUCHİ TASARIMININ UYGULANMASI VE KLASİK KESİRLİ ÇOKETKENLİ
TASARIMLA KARŞILAŞTIRILMASI**

Nurten DERViŞOĞLU¹, F.Zehra MULUK²

ÖZ

Cevap değişkenine etki eden etkenlerin ve düzeylerinin çok olduğu deneyleri tasarlamak ve etki tahminlerini kolaylıkla elde edebilmek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler, tüm deneme kombinasyonlarının yer aldığı deneyleri tasarlamak ve ayrıca tüm deneme kombinasyonları arasından belli bir düzenle örnek çekerek etki tahminleri yapabilecek şekilde düzenlenmiştir. En kullanışlı tasarım oluşturabilmek ve en iyi tahminleri yapabilmek için uygun yöntemin seçilmesi gerekir. 2^k tasarımlarıyla benzer düzenle örnek çekilen 3^k tasarımlarında, 2^k sisteminden farklı olarak eşdeğer bozulumu görülmektedir. Bunun etkileşim bileşenlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu eşdeğer bozulumu etki tahminlerinde sapmaya neden olmaktadır. Taguchi tasarımı, klasik Kesirli Çoketkenli tasarımlardan farklı olarak bu bozulumu Dikey Dizin üzerinde gözlemleme olanağı vermektedir. Dolayısıyla hangi tanımlayıcı bağıntının kullanılması ve hangi eşdeğerlerin ihmal edilmesi gerektiği konusunda fikir vermekte ve tasarımın daha yakın tahminler elde etmek üzere düzenlenmesine olanak sağlamaktadır.

Anahtar Kelimeler : Taguchi tasarımları, Doğrusal grafikler, Dikey dizinler, Grafik teorisi, Kesirli tekrarlı deneyler, 3^k tasarımları

**AN APPLICATION OF TAGUCHI DESIGN AND THE COMPARISON OF FRACTIONAL
FACTORIAL DESIGN**

ABSTRACT

Several methods are developed to design experiment with lots of factors and levels and to obtain factors effects. This methods are organized to design experiment with all trial combinations and to estimate the effects. Appropriate design method must be selected to obtain the best estimator. 2^k design and 3^k design are different with respect to estimators. Unlike 2^k design, 3^k design has allias problem. It is thought that this problem results from interaction components. Allias problem cause aberration in estimation. Unlike the classical Fractional Factorial Design, Taguchi Design is enable to observe allias problem on orthogonal array. Therefore, Taguchi Design put forward an idea about which defining relation must be use and which allias must be ignored. Consequently, Taguchi Design is enable to design experiment to obtain the best estimations.

Keywords: Taguchi design, Linear graphs, Orthogonal array, Graph theory, Fractional factorial design, 3^k design

¹ Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü 06532 ANKARA

E-posta: ndervis@hacettepe.edu.tr

² Başkent Üniversitesi Sigortacılık ve Risk Yönetimi Bölümü ANKARA

E-posta: zmuluk@baskent.edu.tr

1. GİRİŞ

Endüstride süreç gelişimi araştırmalarında yapılan deneyleri tasarlamak için, en çok bilgiyi en kısa sürede, en az maliyet ve işgücüyle elde eden çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Deney tasarımı için klasik sayılabilecek bazı yöntemlerin zorlukları, bu konuda yeni çalışmaların yapılmasına neden olmuştur. 1980 ve sonrası özellikle ürün geliştirmede kullanılan Taguchi yöntemi bu çalışmalardan biridir. Yapı olarak klasik kesirli yöntem ve Taguchi yöntemi birbirinden farklıdır. Bu farklılık 3^k sisteminde daha önem kazanmaktadır. Klasik kesirli çoketkenli tasarımda etkileşimlerin tümü ihmal edilmedikçe ana etkilerin tahminleri hakkında bilgi elde edilmesinin çok zor olduğu söylenmektedir (Montgomery,2001:379; Hicks,1973: 225). Fakat Taguchi tasarımında dikey dizinin görselliği, sapmanın hangi etkileşim bileşenlerinden kaynaklandığını gösterdiğinden bazı tasarımlar için daha iyi tahminler elde edilebilmektedir.

Bu çalışmada, Taguchi tasarımıyla daha iyi tahminlerin nasıl elde edildiğini göstermek amacıyla, ilk önce Taguchi tasarımında kullanılan Dikey Dizinin oluşturulması, Doğrusal Grafikler ve Üçgensel Tabloların kullanımı anlatılmıştır. Daha sonra bir uygulamayla, Taguchi tasarımının uygulanması aşamaları gösterilmiş, Klasik Kesirli Çoketkenli deney tasarımı ile karşılaştırılmıştır.

2. TAGUCHİ TASARIMI

2.1 3^k Sisteminde Doğrusal Grafikler, Dikey Diziner ve Üçgensel Tablolar

Taguchi, deneycinin tecrübelerine dayanarak önemliliğinin test edilmesini istediği, genellikle ana etkilerin tahmin edilmesine yönelik deneylerle ilgilenir. Bu deneyler deneme kombinasyonlarının tümünün değil, Dikey Diziner(D.D.),Üçgensel Tablolar(Ü.T.) ve Doğrusal Grafikler(D.G.) araçları kullanılarak bir kesrinin incelenmesi esasına dayanır. Bu araçlar bir katalogta toplamıştır(Taguchi,1987:1128).

2.2 Dikey Diziner

Bir D.D., $L_N(s^k)$ ile gösterilir. $L_N(s^k)$ D.D.i, s tane farklı elemana sahip, her bir sütun çiftinde, bütün olası s^2 eleman çiftinin aynı sıklıkla görüldüğü $N \times k$ boyutlu bir matristir. N ; D.D.de yer alan satır sayısı, ve k ; sütun sayısıdır (Taguchi, 1987:1021; Kacker and Tsui,1990). Taguchi, 3^k -sisteminde D.D.in elemanlarını göstermek için 1,2 ve 3 gösterimini kullanmıştır.

Tablo 2.1'de; (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3) eleman çiftleri, her bir sütun çiftinde aynı sıklıkla bir kez ortaya çıktığından dikeylik koşulu sağlanmaktadır. Bu aynı zamanda, her bir sütunda 1,2 ve 3 elemanlarının eşit sayıda 3 kez görüneceği anlamına gelmektedir. D.D.den yararlanıp deney tasarlamak istendiğinde satırlar deneme kombi-

Tablo 2.1. $L_9(3^4)$ Dikey Dizini

	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

nasyonlarını, sütunlar etki ve etkileşimleri oluşturur, örneğin $L_9(3^4)$ D.D.i, 4 sütun ve 9 satır içerdiğinden, bu D.D.den ancak 9 denemede 4 etkinin hesaplandığı bir tasarım yapılabilir. 3^2 deneyinde 9 deneme vardır ve iki etken 1. ve 2. sütunlara atanarak $L_9(3^4)$ D.D. tamamlanmış 3^2 deneyini ifade etmektedir. Örneğin; A, B gibi iki etken olsun. Her iki etken de üç düzeylidir. Bu durumda deneyde A, B, AB, AB^2 etkileri hesaplanacaktır. $L_9(3^4)$, D.D.de A etkeni birinci sütuna, B etkeni ikinci sütuna, AB etkileşim bileşeni üçüncü sütuna ve AB^2 etkileşim bileşeni dördüncü sütuna atanır. $L_9(3^4)$ 'de, 1. ve 2. sütunlar temel sütunlardır. Temel sütun D.D.de deneme kombinasyonlarını belirleyen sütunlardır. Dolayısıyla ana etkenler öncelikle temel sütunlara atanmalıdır. Bu durumda tasarım Tablo 2.2'de olduğu gibidir;

Tablo 2.2. 3^2 deney düzeni

	A	B	AB	AB ²
sütun no:	1	2	3	4

3^k -sistemli D.D.lerin her bir sütunu 2 serbestlik derecesine sahiptir. AB etkileşimi, her biri 2 serbestlik derecesine sahip AB ve AB^2 bileşenlerine ayrılır. Her biri bir sütuna atanır. A, B, C, D gibi üç düzeyli 4 etken olsun. Tüm deneme kombinasyonlarını denemek için imkan olmadığından sadece 9 denemeye etkiler tahmin edilmeye çalışılsın. Bu deneyde sadece ana etkileri tahmin etmek mümkündür. Bu durumda tasarım nasıl olmalıdır. Deney, N satırlı, $L_N(s^k)$ D.D.de, her biri 3 düzeye sahip, k etkenli 3^k tamamlanmış çok-etkenli deneyinin, $N/3^k$ kesri olarak değerlendirilebilir. Deney 4 etkenden oluştuğuna göre tam deney 81 deneme kombinasyonu içermektedir. Yukarıdaki tanıma göre $9/81 = 1/9$ kesrini uygulamak gerekir. Dolayısıyla seçilen kesirde 9 deneme kombinasyonu olmalıdır. Bu deney için $L_9(3^4)$ D.D.i uygundur. Bu deney 3^{4-2} kesirli çoketkenli tasarımıdır. Doğrusal grafikler ve üçgensel tablolar yardımıyla yapılan atamalar Tablo 2.3'deki gibidir.

Tablo 2.3. Sütun atamaları

A	B	C	D
1	2	3	4

Tablo 2.2. ve Tablo 2.3 karşılaştırıldığında, $C = AB$ ile $D = AB^2$ 'ye eşdeğer olduğu görülebilir. Tanımlayıcı bağıntı yapısı; $I = ABC = AB^2D$ dir. 3^k çöketkenli tasarımı her blokta 3^{k-p} gözlem bulunan 3^p blokta, p etki bloklarla karışmak üzere bölünebilir. Tanımlayıcı bağıntı yapısı p bağımsız etkileşim ve $(3^p - 2p - 1)/2$ genelleştirilmiş etkileşimden oluşur (Montgomery,2001:382). Etkileşim bileşeni veya herhangi ana etkinin eşdeşi, I ve I^2 ile etkinin mod (3)'e göre çarpımından üretilir. Örnekte 3^4 çöketkenli tasarımı $3^{4-2}=3^2=9$ gözlem bulunan $3^2=9$ blokta, 2 etki bloklarla karışmak üzere bölünebilir. Tanımlayıcı bağıntı $p = 2$ etkiden oluşur. Bunlar $I = ABC = AB^2D$ olabilir. $(3^p - 2p - 1)/2 = (3^2 - 2 \times 2 - 1)/2 = 2$ genelleştirilmiş etkileşim içerir. Bunlar I ve I^2 'den elde edilir.

$$ABC \times AB^2D = A^2B^3CD = A^2CD = AC^2D^2$$

$$ABC \times (AB^2D)^2 = ABC \times A^2B^4D^2 = A^3B^5CD^2 = B^2CD^2 = BC^2D$$

$$I = ABC = AB^2D = AC^2D^2 = BC^2D$$

(Montgomery,2001:380).

Taguchi(1987:1021)'nin kitabında, D.D.lerin oluşturulması anlatılmıştır. D.D.ler latin karelerden(L.K.) oluşmaktadır. L.K.ler; s satır ve s sütundan oluşan, $s \times s$ boyutlu bir kare matristir. Taguchi, L_1, L_2, \dots, L_{s-1} ile gösterilen $s \times s$ boyutlu L.K.lerden s^r , ($r = 2, 3, \dots$) büyüklüğünde, $(s^r - 1)/(s - 1)$ sütunlu bir D.D. oluşturulabileceğini belirtmiştir (Dey, 1985; Taguchi, 1987). Bu yöntemle 3×3 boyutlu L.K.lerden 3^k -sisteminin D.D.leri, 4×4 boyutlu L.K. lardan 4^k - sisteminin D.D.leri, 5×5 boyutlu L.K.lerden 5^k sisteminin D.D.leri oluşturulabilir.

2.3 Latin Kare Yöntemi kullanılarak 3^k Sisteminde Dikey Dizin Oluşturma

3^k -sisteminin D.D.lerini oluşturmaya ilk olarak en basit D.D. olan $L_9(3^4)$ 'ün oluşturulması ile başlansın. Tanıma göre L_{s-1} tane L.K. kullanılması gerekmektedir. $s = 3$ olduğundan $L_{s-1} = L_{3-1} = L_2$ yani L_1, L_2 L.K.leri kullanılacaktır. L_1 ve L_2 , $s \times s = 3 \times 3$ boyutludur. D.D., $s^r = 3^2 = 9$ büyüklüğündedir. $(s^r - 1)/(s - 1) = (3^2 - 1)/(3 - 1) = 4$ tane sütun olmalıdır. D.D.in tanımını hatırlanırsa, istenen etken ve etkileşim etkilerini hesaplamak için tüm deneme kombinasyonlarını ya da deneme kombinasyonlarının bir kesrini gösteren matristir. Bu tüm deneme kombinasyonlarını gösteren matrisler, 1,2,3 sayılarının deneme kombinasyonlarını gösterdiği küçük boyutlu matrislerden oluşur. Bu küçük boyutlu matrisler L.K. lerdir. 3^k -sisteminin D.D.lerini oluşturan 1,2,3 sayılarının sıralanışının olası tüm durumları şu şekildedir:

1. mümkün hal	1	2	3
2. mümkün hal	1	3	2
3. mümkün hal	2	3	1
4. mümkün hal	2	1	3
5. mümkün hal	3	1	2
6. mümkün hal	3	2	1

Bu 6 mümkün halden 1., 3. ve 5. L_1 'i, 2., 4. ve 6. L_2 'yi oluşturmaktadır. Böylelikle tüm olası durumlar iki matris halinde gösterilmiş olmaktadır.

Tablo 2.4. Latin Kareler

	1	2	3		1	3	2
$L_1 =$	2	3	1	$L_2 =$	2	1	3
	3	1	2		3	2	1

İki L.K üst üste konulduğunda, 3×3 boyutlu Greko L.K. L_3 elde edilir. L_3 , Tablo 2.5'de verilmiştir. $L_9(3^4)$ bu L_3 'den elde edilmiştir(Dey,1985). L_3 'den, $L_9(3^4)$ 'ü oluşturulur.Tablo 2.5'deki matris Greko L.K.nin sütun numaraları X 'in birinci indisi, satır numaraları X 'in ikinci indisi olmak üzere ve X sütun \times satır'a karşılık gelen sayı da bu sütun ve satır numaralarının çakıştığı matris elemanı olmak üzere kodlama yapılmış, Tablo 2.6'da verilmiştir.

Tablo 2.5. Greko L.K.

	1	2	3
1	11	23	32
2	22	31	13
3	33	12	21

Tablo 2.6. Kodlanmış Greko L.K.

	1	2	3
1	$X_{11} = 11$	$X_{21} = 23$	$X_{31} = 32$
2	$X_{12} = 22$	$X_{22} = 31$	$X_{32} = 13$
3	$X_{13} = 33$	$X_{23} = 12$	$X_{33} = 21$

Tablo 2.6'da verilen X 'lerin sütun indisleri alt alta yazılarak L_9 'un 1.sütunu, satır indisleri alt alta yazılarak L_9 'un 2.sütunu xij'lerin eşitlikleri de sırası ile 3. ve 4. sütunu oluşturmuştur. Bu dizi Tablo 2.7'de verilmiştir.

Tablo 2.7. L_9 Dikey Dizini

X	sütun x satır		1	2	3	4
1	1	$X_{11} = 11$	1	1	1	1
1	2	$X_{12} = 22$	1	2	2	2
1	3	$X_{13} = 33$	1	3	3	3
2	1	$X_{21} = 23$	2	1	2	3
2	2	$X_{22} = 31$	2	2	3	1
2	3	$X_{23} = 12$	2	3	1	2
3	1	$X_{31} = 32$	3	1	3	2
3	2	$X_{32} = 13$	3	2	1	3
3	3	$X_{33} = 21$	3	3	2	1

1,2,3 sayılarının kombinasyonları olan Latin Karelerden, Greko Latin Kare oluşturulmuş ve bundan da L_9 D.D. oluşturulmuştur. Diğer 3^k -sisteminin D.D.leri olan $L_{27}(3^{13})$, $L_{81}(3^{40})$, $L_{243}(3^{121})$ D.D. leri $L_9(3^4)$ 'den elde edilebilir. $L_{27}(3^{13})$ 'ün, $L_9(3^4)$ 'den nasıl oluşturulduğunu Bölüm 2.4'de anlatılmıştır (Taguchi, 1987).

2.4 $L_{27}(3^{13})$ Dikey dizininin oluşturulması

Birinci adımda $L_9(3^4)$ D.D.i üç kez genişletilir. Bu şu anlama gelmektedir; $L_9(3^4)$ 'deki her eleman arka arkaya üç kez yazılır. Bu genişletilmiş $L_9(3^4)$ D.D.i, $L_{27}(3^{13})$ 'nin ilk dört sütununu oluşturur. İkinci adımda, 5. sütun eklenir. 5. sütunda 1,2,3 sayıları arka arkaya dokuz kez tekrarlanır. 5. sütunda 1. ve 2. sütun gibi, deneme kombinasyonlarını oluşturan temel sütundur. 6. ve 7. sütun 1. ve 5. sütuna atanan etkenlerin etkileşimlerine ait bileşenleri taşır. 6. ve 7. sütun Greko L.K. den elde edilmektedir. $L_{27}(3^{13})$ 'deki 1. sütun Tablo 2.5'deki Greko L.K.de bulunan sütun numaralarını, $L_{27}(3^{13})$ 'deki 5. sütun Tablo 2.5'deki Greko L.K.deki satır numaralarını göstermek üzere, Tablo 2.5.'de bu satır ve sütun numaralarının Greko L.K.de kesiştiği noktada bulunan X_{ij} sırası ile 6. ve 7. sütunu oluşturur. Taguchinin D.D.lerin oluşturulması için anlattığı yöntemle elde edilen L_{27} D.D.i ile Taguchi Kataloğunda yer alan L_{27} D.D. inin sütunları yer değiştirilmiş olduğundan yöntemin adımlarını teker teker anlatmakta fayda vardır. Taguchi yönteminde 6. ve 7. sütunlar 1. ve 5. sütuna yerleştirilen etkenlerin etkileşim bileşenleri olduğu gibi 8. ve 9. sütunlar 2. ve 5. sütuna yerleştirilen etkenlerin etkileşim bileşenleri olan 8. ve 9. sütunlar tıpkı 6. ve 7. sütunların oluşturulduğu gibi oluşturulmaktadır. 2. sütun elemanları Tablo 2.5'deki Greko L.K.deki sütun numaraları ve 5. sütun elemanları Tablo 2.5'deki Greko L.K.deki satır numaralarını göstermektedir. Tablo 2.5'de bulunan Greko L.K.deki bu satır ve sütun numaralarının kesiştiği noktada bulunan X_{ij} 'nin sırası ile birinci elemanlı 8. sütunu ve ikinci elemanı 9. sütununu göstermektedir. L_{27} D.D.deki diğer sütunlar aynı yöntemle oluşturulur. L_{27} 'deki 3. ve 5. sütunlara atanan etkenlerin etkileşim bileşenleri 10. ve 11. sütunlardır. 4. ve 5. sütunlara atanan etkenlerin etkileşim bileşenleri ise 12. ve 13. sütunlarda yer almaktadır. Bu sütunlar da L_{27} 'ye eklenerek, Tablo 2.8'de gösterilmiştir. Böylelikle $L_{27}(3^{13})$ D.D.i tamamlanmış olur. Daha öncede söylediğimiz gibi Taguchinin verdiği bu yöntemle oluşturulan $L_{27}(3^{13})$ D.D.i katalogda verileden farklıdır. Bu fark Ü.T.larda ve D.G.lerde de görülmektedir. Dolayısıyla çözümlenelerde katalogdaki D.D.i kullanılmalıdır. Bu farklılık sütunların atamalara bağlı olarak yer değiştirebileceğini göstermektedir. Sütunların yerleri şu şekilde değişmiştir;

Yönteme göre $L_{27}(3^{13})$ sütun atamaları

$$\begin{aligned} 1 \times 5 &\Rightarrow 6 \text{ ve } 7 \\ 2 \times 5 &\Rightarrow 8 \text{ ve } 9 \\ 3 \times 5 &\Rightarrow 10 \text{ ve } 11 \\ 4 \times 5 &\Rightarrow 12 \text{ ve } 13 \end{aligned}$$

Kataloga göre $L_{27}(3^{13})$ sütun atamaları

$$\begin{aligned} 1 \times 5 &\Rightarrow 6 \text{ ve } 7 \\ 2 \times 5 &\Rightarrow 8 \text{ ve } 11 \\ 3 \times 5 &\Rightarrow 9 \text{ ve } 13 \\ 4 \times 5 &\Rightarrow 10 \text{ ve } 12 \end{aligned}$$

2.5 Dikey Dizilere Sütun Atamaları

$L_{27}(3^{13})$ D.D.inin yöntemle bulunan ve katalogda yer alan, 33 tam modelin etken ve etkileşim bileşenlerinin atanması şöyle olacaktır; $L_{27}(3^{13})$ D.D.de yöntemle bulunanda da, katalogda yer alanda da 1.,2. ve 5. sütunlar temel sütunlardır. Dolayısıyla ana etkenler bu sütunlara atanmalıdır. Çünkü deneme kombinasyonlarını bu sütunlar oluşturacaktır. Doğrusal grafikler ve üçgenel tabloların kullanımı sonucunda atamaların belirlendiği varsayalım. 1. sütuna A etkenini, 2. sütuna B etkenini ve 5. sütuna C atansın. Sütunlara atanan etkileşim bileşenleri Tablo 2.8'deki gibi bulunur. Ü.T.lar ve D.G.ler katalogdaki D.D.e göre oluşturulduğundan çözümlenelerde katalogdaki $L_{27}(3^{13})$ kullanılmıştır. $L_{27}(3^{13})$ 'deki atamaları doğrulamak için Ü.T.lar kullanılabilir.

2.6 Üçgenel Tablolar

Dikey dizinin sütunlarına etken ya da etkileşim atamak için yol gösterici olarak Ü.T.lar geliştirilmiştir. Ü.T.lar, iki sütuna atanan etkenlerin, etkileşimlerinin hangi sütunda ortaya çıkacağını gösterir. Taguchi kataloğunda sadece 3^k -sisteminde $L_{27}(3^{13})$ ve $L_{81}(3^{40})_{ij}$ Ü.T.ları verilmiştir. Fakat üçgenel tabloların bir özelliği, büyük çaplı Ü.T.'ların küçük çaplı Ü.T.ları içermesidir. Dolayısıyla $L_{27}(3^{13})_{ij}$ ' su aynı zamanda $L_9(3^4)_{ij}$ içermektedir. $L_9(3^4)_{ij}$ 'un kullanılışı inceleyelim;

Tablo 2.9. $L_9(3^4)_{ij}$

	1	2
1	(1)	3
2		4
		(2)

$L_9(3^4)$ D.D.de, 1. ve 2. sütuna atanan etkenlerin etkileşimi 3. ve 4. sütunlarda yer alır. Üçgenel tabloda sütun ve satır numaraları D.D.deki sütun numaralarıdır. Örneğin; üçgenel tablodaki 1. satırı ve 1. sütunu D.D.deki sütun numaralarını gösterdiğinden, bir sütunun kendisiyle etkileşimi yine kendisi olduğundan (1) ile gösterilir.

Tablo 2.8. $L_{27}(3^{13})$ 'ye 10.,11.,12. ve 13. etkileşim sütunlarının eklenmesi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	$x_{11} = 1$	1	$x_{11} = 1$	1	$x_{11} = 1$	1	$x_{11} = 1$	1
2	1	1	1	1	2	$x_{12} = 2$	2	$x_{12} = 2$	2	$x_{12} = 2$	2	$x_{12} = 2$	2
3	1	1	1	1	3	$x_{13} = 3$	3	$x_{13} = 3$	3	$x_{13} = 3$	3	$x_{13} = 3$	3
4	1	2	2	2	1	$x_{11} = 1$	1	$x_{21} = 2$	3	$x_{21} = 2$	3	$x_{21} = 2$	3
5	1	2	2	2	2	$x_{12} = 2$	2	$x_{22} = 3$	1	$x_{22} = 3$	1	$x_{22} = 3$	1
6	1	2	2	2	3	$x_{13} = 3$	3	$x_{23} = 1$	2	$x_{23} = 1$	2	$x_{23} = 1$	2
7	1	3	3	3	1	$x_{11} = 1$	1	$x_{31} = 3$	2	$x_{31} = 3$	2	$x_{31} = 3$	2
8	1	3	3	3	2	$x_{12} = 2$	2	$x_{32} = 1$	3	$x_{32} = 1$	3	$x_{32} = 1$	3
9	1	3	3	3	3	$x_{13} = 3$	3	$x_{33} = 2$	1	$x_{33} = 2$	1	$x_{33} = 2$	1
10	2	1	2	3	1	$x_{21} = 2$	3	$x_{11} = 1$	1	$x_{21} = 2$	3	$x_{31} = 3$	2
11	2	1	2	3	2	$x_{22} = 3$	1	$x_{12} = 2$	2	$x_{22} = 3$	1	$x_{32} = 1$	3
12	2	1	2	3	3	$x_{23} = 1$	2	$x_{13} = 3$	3	$x_{23} = 1$	2	$x_{33} = 2$	1
13	2	2	3	1	1	$x_{21} = 2$	3	$x_{21} = 2$	3	$x_{31} = 3$	2	$x_{11} = 1$	1
14	2	2	3	1	2	$x_{22} = 3$	1	$x_{22} = 3$	1	$x_{32} = 1$	3	$x_{12} = 2$	2
15	2	2	3	1	3	$x_{23} = 1$	2	$x_{23} = 1$	2	$x_{33} = 2$	1	$x_{13} = 3$	3
16	2	3	1	2	1	$x_{21} = 2$	3	$x_{31} = 3$	2	$x_{11} = 1$	1	$x_{21} = 2$	3
17	2	3	1	2	2	$x_{22} = 3$	1	$x_{32} = 1$	3	$x_{12} = 2$	2	$x_{22} = 3$	1
18	2	3	1	2	3	$x_{23} = 1$	2	$x_{33} = 2$	1	$x_{13} = 3$	3	$x_{23} = 1$	2
19	3	1	3	2	1	$x_{31} = 3$	2	$x_{11} = 1$	1	$x_{31} = 3$	2	$x_{21} = 2$	3
20	3	1	3	2	2	$x_{32} = 1$	3	$x_{12} = 2$	2	$x_{32} = 1$	3	$x_{22} = 3$	1
21	3	1	3	2	3	$x_{33} = 2$	1	$x_{13} = 3$	3	$x_{33} = 2$	1	$x_{23} = 1$	2
22	3	2	1	3	1	$x_{31} = 3$	2	$x_{21} = 2$	3	$x_{11} = 1$	1	$x_{31} = 3$	2
23	3	2	1	3	2	$x_{32} = 1$	3	$x_{22} = 3$	1	$x_{12} = 2$	2	$x_{32} = 1$	3
24	3	2	1	3	3	$x_{33} = 2$	1	$x_{23} = 1$	2	$x_{13} = 3$	3	$x_{33} = 2$	1
25	3	3	2	1	1	$x_{31} = 3$	2	$x_{31} = 3$	2	$x_{21} = 2$	3	$x_{11} = 1$	1
26	3	3	2	1	2	$x_{32} = 1$	3	$x_{32} = 1$	3	$x_{22} = 3$	1	$x_{12} = 2$	2
27	3	3	2	1	3	$x_{33} = 2$	1	$x_{33} = 2$	1	$x_{23} = 1$	2	$x_{13} = 3$	3

- $1 \times 2 \Rightarrow A \times B \Rightarrow I = AB, I^2 = AB^2$
- $1 \times 5 \Rightarrow A \times C \Rightarrow I = AC, I^2 = AC^2$
- $2 \times 5 \Rightarrow B \times C \Rightarrow I = BC, I^2 = BC^2$
- $3 \times 5 \Rightarrow AB \times C \Rightarrow I = ABC, I^2 = ABC^2$
- $4 \times 5 \Rightarrow AB^2 \times C \Rightarrow I = AB^2C, I^2 = AB^2C^2$

- | | |
|----------|----------|
| Yöntemle | Katalog |
| 3 ve 4 | 3 ve 4 |
| 6 ve 7 | 6 ve 7 |
| 8 ve 9 | 8 ve 11 |
| 10 ve 11 | 9 ve 13 |
| 12 ve 13 | 10 ve 12 |

3^k -sisteminde üçgenel tablolar, 2^k -sisteminden farklıdır. 3^k -sisteminde her bir etkileşim bileşenlerine ayrılır. Örneğin; 1. sütuna A etkeni, 2. sütuna B etkeni atanırsa, bu iki etkenin etkileşimi olan AB 4 serbestlik derecedir, AB ve AB² gibi ikişer dereceli iki bileşene ayrılır. AB; 3. sütunda, AB²; 4. sütunda elde edilebilir. Taguchi kataloğunda ki üçgenel tablolardan yararlanılabilir.

2.7 Doğrusal Grafikler

Taguchi, etken ve etkileşimleri D.D.in sütunlarına atamak için, Ü.T.lara alternatif olarak, D.G.ler yöntemini önermiştir. Bir D.G.; bir D.D. sütunları arasındaki bazı etkileşim ilişkilerinin grafiksel gösterimidir. Burada kullanılan grafikler, grafik tanımının gerektirdiği simetriklik, yansızlık şartlarını sağlar. Bu yöntemin Ü.T. lara göre avantajı; kullanımın kolay ve etkileşimleri grafik çizerek göstermenin görsel olarak çekici olmasıdır(Kacker and

Tsui,1990; Peace,1993). D.D.in sütun numaraları nokta ve kenarlarla ifade edilir. İki nokta arasındaki kenar, o noktalara atanan etkenlerin etkileşimlerinin sütun numaralarını ifade eder. Doğrusal grafikteki nokta ve kenarların sayısı, D.D.deki sütun sayısına eşittir. Bir D.D., pek çok D.G.e sahip olabilir. Her grafiğin D.D.i, Ü.T.su ile tutarlı olmak zorundadır. Örneğin; L_{16} D.D.inin 800 den fazla D.G.e sahip olduğu belirtilmiştir. Taguchi her D.D. için seçilmiş D.G.ler vermiş ve bunları standart doğrusal grafikler olarak adlandırmıştır. D.D.ler için katalogta yer alan her standart D.G., diğerine izomorfik olmayan grafiklerdir. Bazı D.D.ler için bir standart grafiğin izomorfik grafikleri de verilmiştir(Taguchi,1987:1128;Wu and Chen,1992).

Taguchi kataloğundaki en basit 3^k sisteminin grafiği $L_9(3^4)$ D.D.inin, Şekil 2.1'de görülen $L_9(1)$ grafiğidir. Grafiklerin kullanımına geçmeden önce bazı tanımların verilmesi gerekir. Taguchi

katalogunda D.D.ler gruplara ayrılmıştır. D.D. sütunlarının gruplara ayrılmasının nedeni; her biri deneyin farklı denemelerini oluşturan 1., 2. ve 3. derece önemli etkenleri bularak, deneyin yapılmasını kolaylaştırmaktır. Burada 1. derece önemli etkenler; 1. gruba, 2. ve 3. derece önemli etkenler sırasıyla 2. ve 3. gruba karşılık gelir(Taguchi, 1987:1121).

Grupların şu iki özelliği vardır;

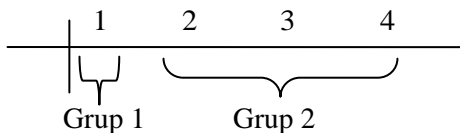
1. Farklı gruplara ait iki etkenin etkileşimi, her zaman yüksek dereceden gruba ait sütündür.
2. Aynı gruba ait iki etken arasındaki etkileşimin, her zaman en az bir bileşeni daha düşük dereceden grupta görünür.

Grup sembolleri;

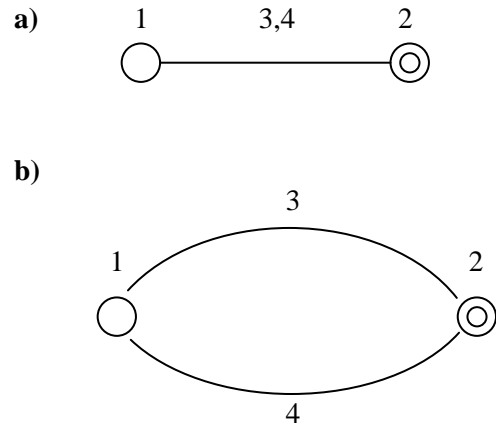
Sembol	○	⊙	●	●
Grup	Grup 1	Grup 2	Grup 3	Grup 4

Bu semboller, D.G. üzerinde noktalara atanan etkenlerin ve bunlara ait etkileşimlerin önemlilik dereceleri hakkında fikir vermek için kullanılmaktadır. Örneğin $L_9(3^4)$ 'de iki temel sütun vardır ve bunlar 1. ve 2. sütunlardır. Dolayısıyla, bu iki sütuna ana etkenler atanmalıdır. 1. grupta temel sütunlardan biri, 2. grupta ise temel sütunlardan diğeri ve temel sütunların etkileşim bileşenleri yer almaktadır. Temel sütunlara ana etkenler atandığına göre ve birinci dereceden önemli olduklarına göre temel sütunların yer aldığı grup birinci dereceden önemli etkilerin hesaplandığı sütunları içermektedir. İkinci dereceden önemli etkilerin çoğunlukta bulunduğu gruba 2. Grup denmiştir. $L_{27}(3^{13})$ 'de üçüncü dereceden önemli etkilerin yani üçlü etkileşimlerin çoğunlukta olduğu grup 3. Grup olarak isimlendirilir. Dolayısıyla D.G.ler üzerinde bir noktaya atanan etkinin, nokta sembolüne bakarak önemlilik durumu gözlemlenebilir. Grup özelliklerini 3^k sisteminde ele alalım. Bunun için 2. gruptaki sütunların ikisinin etkileşim bileşenlerinin biri 1. grupta, diğeri 2. gruptadır. 2. gruptaki hangi iki sütuna atanan etken ya da etkileşim alırsa alınsın etkileşimlerinin bileşenlerinden biri, bir alt dereceden grupta yer alır. Birinci özellik ise örneğin 1. gruptan birinci sütunu ve ikinci gruptan 2. sütunu alınırsa, etkileşim bileşenleri 3 ve 4, 2. gruptadır. Dolayısıyla iki farklı gruptan alınan sütunların etkileşimi üst dereceden grupta yer alır kuralı da sağlanmış olur. Aynı özellikler diğer 3^k sistemindeki D.D.ler de Ü.T. lar yardımıyla gözlemlenebilir.

Tablo 2.10. $L_9(3^4)$ Dikey Dizisinde Gruplandırma



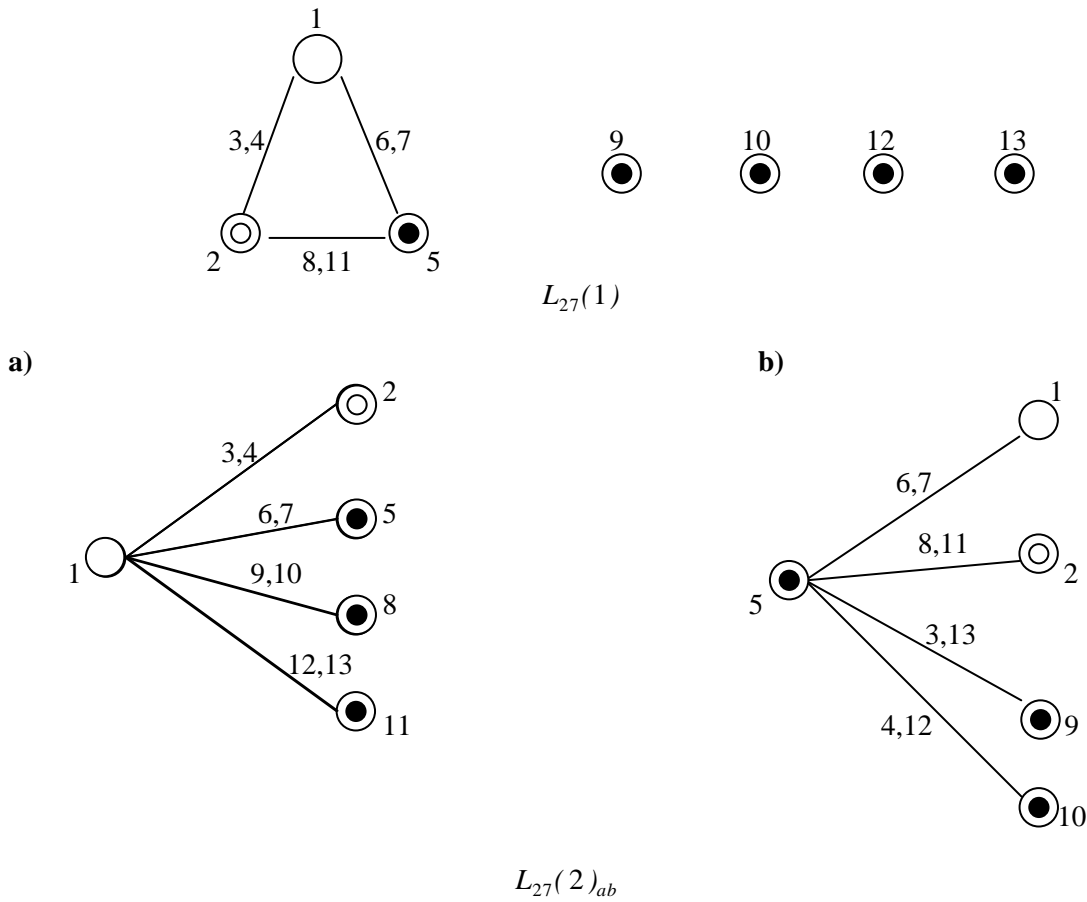
3^k sisteminde Taguchi katalogunda ki ilk grafik ve dolayısıyla en basit grafik $L_9(1)$ dir.



Şekil 2.1. $L_9(1)$ grafiği

$L_9(3^4)$ D.D.de iki grup yer almaktadır. 1. sütun 1. grupta, 2. sütun 2. grupta yer aldığından grup işaretleriyle gösterilmiştir. 1. ve 2. sütunlar temel sütunlar olduğundan ana etkiler noktalara atanmışlardır. Sütunlar arasındaki etkileşim 3,4 kenarı olarak isimlendirilen ara çizgide gösterilmiştir. Şekil 2.1.(a) grafiğine alternatif olarak Şekil 2.1.(b) çoklu kenar gösterimi önerilmiştir. 3^k sisteminde etkileşim bileşenlerine ayrıldığından 2^k sisteminden farklı olarak bir kenara iki sütun atanmaktadır. Bu iki sütun bir etkileşim etkisinin bileşenlerini göstermektedir. $L_9(1)$, $L_9(3^4)$ 'ün standart doğrusal grafiğidir. $L_9(1)$, grafik teorisine göre derece dağılımı $D(1,1)$ olup 1-düzgün grafikdir(Wallis,2000:13). $L_9(1)$ 'e atamalar yapılırken katalogda yer alan $L_9(3^4)$ 'ü kullanılır. $L_9(3^4)$ 'ü tablosuna göre 1. ve 2. sütunun etkileşimi 3. ve 4. sütunda yer almaktadır. $L_{27}(3^{13})$ 'e ait iki standart grafik, $L_{27}(1)$ ve $L_{27}(2)$ olarak verilmiştir. $L_{27}(2)$ için bir izomorfik grafik katalogda yer almıştır. $L_{27}(3^{13})$ 'e ait doğrusal grafikler Şekil 2.2.'de aşağıda yer almaktadır; Tablo 2.8'deki $L_{27}(3^{13})$ D.D.de üç temel sütundan birincisi 1.Grupta, 2. temel sütun ve ikili etkileşimlerden bazıları 2.Grupta ve üçüncü temel sütun ve bazı ikili etkileşimlerle, tüm üçlü etkileşimler 3.Grupta yer alır.

Grafiklerden de $L_{27}(3^{13})$ D.D.in grup özelliklerini sağladığı görülmektedir. $L_{27}(3^{13})$ D.D.i incelendiğinde üç temel sütun olduğu görülür. Bunlar 1.,2. ve 5. sütunlardır.Şekil 2.2. $L_{27}(1)$ 'de bu temel sütunlar noktalarda yer almaktadır. 1. ve 2. sütun arasındaki etkileşim bileşenleri olan 3. ve 4. sütunlar, 1 ve 2 noktaları arasındaki kenar ile gösterilmektedir. Benzer şekilde sütun etkileşim bileşenleri grafikte kenar olarak gösterilmiştir. Grafiklerin yorumu uygulama kısmındaki, sütun atamalarında daha iyi anlaşılacaktır. $L_{27}(2)$, a ve b grafiği grafik teorisinde ta

Şekil 2.2. $L_{27}(1)$ ve $L_{27}(2)_{ab}$

nımlanan tamamlanmış iki parçalı grafik yapısında dır(Wallis,2000:8).

D.G.de etkileşimlerin tümü için bilgi olmayabilir. Bu nedenle bir standart D.G., D.D. de ki her bir sütun çifti arasındaki etkileşimleri göstermeyebilir. Böyle bir bilgi , sadece Ü.T.lardan elde edilebilir. Örneğin $L_{27}(2)_b$ 'de 5. ve 6. sütuna atanan etkilerin etkileşiminin hangi sütunda yer alacağı görülememektedir. Katalogda verilen Üçgensel tabloda tüm olası etkileşimlerin hangi sütunda yer alacağı görülebilir (Phadke,1989;Peace,1993).

Bir D.D. için birbirinden farklı D.G.ler verilmesinin nedeni , değişik deney düzenleri oluşturulmasına olanak sağlanmasıdır. Bu tasarımlarda tüm etken ve etkileşimleri gösteren grafik , tahmin edilmek istenen etken ya da etkileşimlerin atandığı nokta ve kenarlar bir grafik ve tahmin edilmek istenmeyen etken ve etkileşimleri temsil eden nokta ve kenarlar diğer grafik olmak üzere iki bağlantısız grafik oluşturulabilir. Tahmin edilmek istenmeyen bağımsız parçalar olarak yeni tasarım oluşturulabilir.

2.8. Etken ve Etkileşimlerin Doğrusal Grafiklere Atanması Aşamaları

1. Deneyde tahmin edilmek istenen etkilerin listesine göre , Taguchinin ihtiyaçlar kümesi dediği,

küme oluşturulur. Bu etkilerin tahmin edilebileceği ve imkan dahilindeki deneme sayısına göre en küçük D.D. seçilir. Deneyin serbestlik derecesi(S.D.) hesaplanır ve D.D. in sütunlarına atanan etken ya da etkileşimlerin S.D. ile karşılaştırılır.

2. İhtiyaçlar kümesine göre, ana etkilerin tepeler ve etkileşimlerin tepeleri birleştiren doğrularla gösterildiği, D.G.lere benzeyen bir grafik çizilir. Taguchi ihtiyaçlar D.G. olarak adlandırmıştır.
3. Adım 1'de belirlenen Dikey Dizinlerin sütunlarına atama yapılırken uygun doğrusal grafiğin bulunması aşamasında , ihtiyaçlar grafiği alt grafik tanımına göre standart doğrusal grafiğin alt grafikleri oluşturularak izomorfik hale getirilmeye çalışılır (Dervişoğlu,2003:10-17).
4. Etken ve etkileşim bileşenlerinin D.D.deki sütunlara atanması için , seçilen standart D.G. kullanılır. İhtiyaçlar D.G ile standart D.G. izomorfik ise, aralarındaki birbir eşlemeden yararlanarak , atamalar kolaylıkla yapılabilir. Ancak ihtiyaçlar D.G.i ihtiyaçlar kümesine göre değişeceğinden, atamaların bu şekilde yapılması her zaman mümkün değildir.
5. İzomorfiklik tanımından yararlanarak, olası sütun atamaları karşılaştırılabilir.

Taguchi tasarımı kullanma aşamalarını anlayabilmek için örnek üzerinde görmek yararlı olacaktır (Kacker and Tsui, 1990; Peace, 1993). Çeşitli uygulamalar Dervişoğlu, 2003'de incelenebilir.

3. UYGULAMA

3^k deneyinde, Taguchi tasarımı ve klasik kesirli çöketkenli tasarımın, kullanım kolaylığı yönünden karşılaştırılmasını yapabilmek için Hicks 1973'de klasik yöntemlerle çözümlenmiş üç düzeyli ve üç etkenli, bir problem uygulama olarak kullanılmıştır. Ancak alınan problemin konumuza uygunluğunu sağlayabilmek için üç etkende nicel özelliğe sahip olarak düşünülmüştür. Problem ile ilgili veriler Tablo 3.1.'de sunulmuştur. Problemin klasik yöntem ile çözümlenmiş, sonuçlar Tablo 3.2.'de verilmiştir (Hicks, 1973:144).

Yapılan testler sonucunda, A ve B'nin cevap değişkeni üzerindeki etkisi önemsiz, C'nin ise önemli çıkmıştır. Etkileşim etkileri önemsiz olarak bulunmuştur.

Tablo 3.1. Üç Tekrarlı 3^3 Çöketkenli Deneyi Verileri

(C)	(A)								
	1			2			3		
	(B)								
1	1,0	0,2	0,2	1,0	1,0	1,2	1,7	0,2	0,5
	1,2	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	0,7	1,0
	1,7	0,7	-0,3	0,5	0,0	0,5	1,2	1,0	1,7
2	5,0	3,2	3,5	4,0	3,2	3,7	4,5	3,7	3,7
	4,7	3,7	3,5	3,5	3,0	4,0	5,0	4,0	4,5
	4,2	3,5	3,2	3,5	4,0	4,2	4,7	4,2	3,7
3	7,5	6,0	7,2	6,5	5,2	7,0	6,7	7,5	6,2
	6,5	6,2	6,5	6,0	5,7	6,7	7,5	6,0	6,5
	7,7	6,2	6,7	6,2	6,5	6,8	7,0	6,0	7,0

Tablo 3.2. 3^3 Deneyinin Klasik Çöketkenli Tasarım ile Elde Edilen Varyans Çözümlenme Tablosu

Kaynak	sd	KT	KO
A	2	3,48	1,74
B	2	6,14	3,07
AB	2	2,33	1,165
AB ²	2	1,74	0,87
C	2	468,9	234,45
AC	2	0,29	0,145
AC ²	2	0,30	0,15
BC	2	0,655	0,3275
BC ²	2	0,302	0,151
ABC	2	0,22	0,11
ABC ²	2	0,24	0,12
AB ² C	2	0,39	0,195
AB ² C ²	2	0,19	0,095
Hata	54	9,98	
Toplamlar	80	495,24	

Tablo 3.1'de verilen bilgiler, tam deney olarak Taguchi tasarımıyla çözülecektir. Böylelikle tam deneyin klasik çöketkenli deney tasarımı ve Taguchi tasarımı ile çözümlenmesi karşılaştırılacaktır.

3.1 Taguchi Tasarımı Yöntemiyle Tam Deneyin Çözümlenmesi

Taguchi Tasarımı ile çözümlenmede uygulanacak yol adım adım verilecektir.

Adım 1:

İhtiyaçlar kümesi: İhtiyaçlar kümesi belirlenir. Burada bu küme Tablo 3.2'de verilenler ile tam örtüşmesi için;

$$(A, B, AB, AB^2, C, AC, AC^2, BC, ABC, AB^2C, BC^2, AB^2C^2, ABC^2)$$

dir.

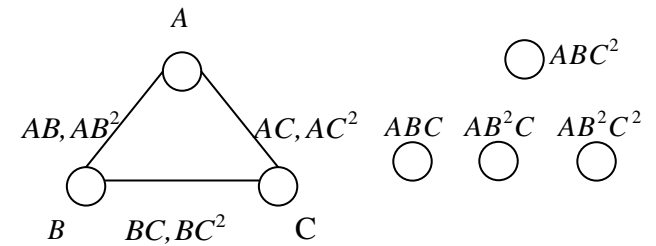
Serbestlik derecesi: Her bir etki 2 serbestlik derecesine sahip olduğundan toplam serbestlik derecesi 2^6 dir.

Deneme sayısı: Tam deney olduğundan tüm olası kombinasyonlar 27 olup, 27 deneme yapılacaktır.

Tahmin edilmek istenen etki sayısı: Tüm etken ve etkileşim bileşenleri tahmin edilmek istendiğinden 13 etki tahmin edilecektir. Dolayısıyla 13 sütunlu 27 deneme yapılmak istendiğinden 27 satırlı bir dikey dizin kullanılmalıdır. En uygun dikey dizin $L_{27}(3^{13})$ dir (Taguchi, 1987:1158).

Adım 2:

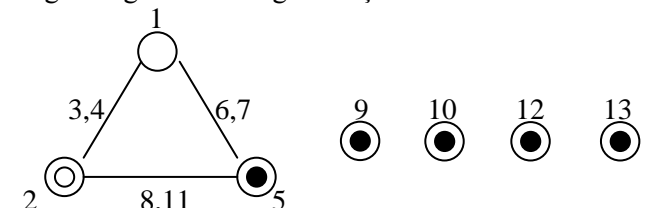
Belirlenen ihtiyaçlar kümesi için uygun doğrusal grafik belirlenir;



Şekil 3.1. İhtiyaçlar grafiği

Adım 3:

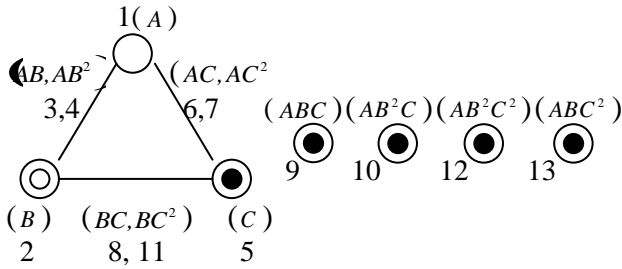
Belirlenen ihtiyaçlar kümesine uygun standart doğrusal grafik katalogdan seçilir.



Şekil 3.2. Standart doğrusal grafik

Adım 4:

Bu iki grafik izomorfik olduğundan uygun dikey dizin aşağıdaki gibi olacaktır (Derişoğlu,2003:79).



Şekil 3.3. Atamalar yapılmış doğrusal grafik

Adım 5:

$L_{27}(3^{13})$ dikey dizine yapılacak atamalar için Şekil 3.3’deki bilgiler kullanılır. Atama sonucu Tablo 3.3’de verilmiştir.

Tablo 3.3. Dikey Dizinelere Taguchi Kataloglarında Yapılan Atamalar

A	B	AB	AB ²	C	AC	AC ²	BC	ABC	AB ² C	BC ²	AB ² C ²	ABC ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Deney bu şekilde tasarlandıktan sonra sayısal hesaplamalara, yani etki ve kareler toplamlarının hesaplanma yöntemi aşağıdaki gibi olacaktır.

Cevap değişkeni son sütun da yer almıştır. Elde edilen dikey dizin Tablo 3.4’de yer almaktadır.

Bu dikey dizinden etkilerin hesaplanması için doğrusal ve karesel etkiler bulunacaktır. Doğrusal etkiyi hesaplamak için $L_{27}(3^{13})$ dikey dizininde 1 yerine ‘-1’, 2 yerine ‘0’ ve 3 yerine ‘1’ değerleri konularak, her sütun Y sütunu ile çarpılır. Her sütunun toplamı sütun başlığındaki etkinin bağıntı değerini verir.

Hesaplamalar sonucunda aşağıdaki doğrusal etkiler için bağıntı değerleri elde edilmiştir:

Karesel etkilerin bağıntı değerlerini bulmak için $L_{27}(3^{13})$ dikey dizininde 1,2,3 yerine 1,-2,1 değerleri konulmuş karesel etkiler için bağıntı değerleri elde edilmiştir:

Doğrusal ve karesel bağıntı değerlerinden elde edilecek etkiler toplanarak etki hesaplanmış olur. Daha sonra kareler toplamları bulunarak test işlemlerine geçilir. Etkileri ve kareler toplamlarını hesaplamak için aşağıdaki formüller kullanılır;

$$Etki = \frac{\sum y_{jm} c_{jm}}{n \times (\sum c_{jm}^2)} = \frac{bağ.}{n \times (\sum c_{jm}^2)} \quad (1)$$

$$K.T. = \frac{(\sum y_{jm} c_{jm})^2}{n \times (\sum c_{jm}^2)} = \frac{(bağ.)^2}{n \times (\sum c_{jm}^2)} \quad (2)$$

$$A_D = 0,137 \quad A_K = 0,1235 \quad A_D + A_K = 0,2605$$

$$KT_{A_D} = 1,01 \quad KT_{A_K} = 2,47 \quad K_{A_D} + K_{A_K} = 3,48$$

$$A = 0,2605 \quad KT_A = 3,48$$

$$B = -0,0432 \quad KT_B = 6,14$$

$$AB = -0,0728 \quad KT_{AB} = 2,33$$

$$AB^2 = -0,2062 \quad KT_{AB^2} = 1,74$$

$$C = 2,849 \quad KT_C = 468,9$$

$$AC = 0,0828 \quad KT_{AC} = 0,29$$

$$AC^2 = 0,079 \quad KT_{AC^2} = 0,30$$

$$BC = -0,0617 \quad KT_{BC} = 0,655$$

$$ABC = -0,021 \quad KT_{ABC} = 0,302$$

$$AB^2C = -0,0728 \quad KT_{AB^2C} = 0,22$$

$$BC^2 = -0,0247 \quad KT_{BC^2} = 0,24$$

$$AB^2C^2 = 0,0975 \quad KT_{AB^2C^2} = 0,39$$

$$ABC^2 = 0,0679 \quad KT_{ABC^2} = 0,19$$

Sayısal olarak klasik deney sonuçlarıyla karşılaştırıldığında, bazı etkileşimlerin sayısal değerleri aynı ancak bazı etkileşim etkilerinin yerleri değişik bulunmuştur.

Tablo 3.5, Latin kare yönteminden geliştirilen dizinler için etken ve etkileşimlerin atanmasını vermektedir.

Tablo 3.3 ve Tablo 3.5 karşılaştırıldığında etkileşim bileşenlerinin atanmasında Taguchi katalogları ile Latin kare yönteminden geliştirilen dizinler arasında bir fark olduğu görülür. Klasik yöntem ile bulunan sonuçlar Latin kare yönteminden geliştirilen dizinden elde edilen sonuçlar ile bire bir örtüşmektedir. Yukarıda belirtilen yer değişikliğinin nedeni de buradan kaynaklanmaktadır.

3.2 Klasik Tasarım Ve Taguchi Tasarımı İle Seçilen Kesirden Etki Tahmini

Tam deneyin uygulanmasının çoğu zaman tercih edilmemesi nedeniyle, geliştirilen yöntemlerden biri Klasik Kesirli Çoquetkenli deney tasarım yöntemidir. 3^3 çoquetkenli deneyinde, 9 deney yapma olanağı bulunduğu kabul edilsin. Tam deneyin 1/3 kesri için $C = AB^2$ üretici kullanılarak elde edilen bloklar Tablo 3.6.’da verildiği gibidir:

Tablo 3.4. $L_{27}(3^{13})$ Dikey Dizini

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	39
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	139
1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	21,7
1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	1,4
1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1	1	10,4
1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2	2	18,4
1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2	2	-0,1
1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3	3	10,2
1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	20,4
2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	3	1,5
2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1	1	11
2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	18,7
2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2	2	1
2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3	3	10,2
2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1	1	17,4
2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1	2	1,7
2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2	3	11,9
2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	20,5
3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	2	4,1
3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	14,2
3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	21,2
3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1	1	1,9
3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	1	11,9
3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3	2	19,5
3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3	2	3,2
3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	3	11,9
3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2	2	19,7

A	B	AB	AB ²	C	AC	AC ²	BC	ABC	AB ² C	BC ²	AB ² C ²	ABC ²
7,4	-10,8	-8,3	-7,9	158,9	3	4	0,1	1,1	-2,7	-2,7	-4,1	2,6

A	B	AB	AB ²	C	AC	AC ²	BC	ABC	AB ² C	BC ²	AB ² C ²	ABC ²
20	25,4	13,1	-9,7	-15,1	4,4	0,8	-10,3	-6,7	-3,7	4,1	3,5	3,2

Tablo 3.5. Dikey Dizinelere Latin Kare Yöntemi ile Yapılan Atamalar

A	B	AB	AB ²	C	AC	AC ²	BC	BC ²	ABC	ABC ²	AB ² C	AB ² C ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Tablo 3.6 C = AB² Üretici Kullanılarak Elde Edilen Bloklar

Blok 1	Blok 2	Blok 3
L = 0	L = 1	L = 2
113	111	112
121	122	123
132	133	132
212	213	211
223	221	222
231	232	233
311	312	313
322	323	321
333	331	332

$$A = BC^2 = ABC^2$$

$$B = AC = ABC$$

$$C = AB^2 = AB^2C^2$$

olacaktır (Montgomery,2001, Box vd., 1978).

Blok 2'nin seçildiği varsayılsın Kesirli tekrarlı deney için etkenlerin kareler toplamları;

$$KT_A = 1.57 \quad KT_B = 2.13 \quad KT_C = 142.41$$

elde edilir.

Örnekten elde edilen sonuçlara göre, A ve B etkisi önemsiz, C etkisi ise önemli çıkmıştır. Bu sonuçlar tam deney sonuçları ile benzerlik göstermektedir.

Bu bloklardan biri seçilmesi halinde eşdeğer yapısı:

Klasik yöntemle karşılaştırılabilmesi için aynı şartlar ve aynı bilgi tercihleri ile Taguchi tasarımı uygulanmıştır. Klasik yöntemde olduğu gibi A, B, C etkileri tahmin edilmek istenmiştir. 9 deneme yapma olanağı vardır. Taguchi tasarımı adımları uygulanır-

Adım 1:

İhtiyaçlar kümesi : (A, B, C)

Serbestlik derecesi: 6

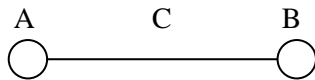
Deneme sayısı:9

Tahmin edilmek istenen etki sayısı: 3

Uygun dikey dizin en az üç sütun ve 9 satırdan oluşmalıdır. En uygun dikey dizin $L_9(3^4)$ dür.

Adım 2:

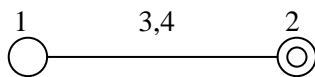
İhtiyaçlar grafiği; $L_9(3^4)$ 'da iki temel sütun olduğundan bir etken etkileşim bileşenlerinden biriyle karıştırılmak zorundadır. C , etkenini etkileşim bileşenlerinden biri ile karıştırılsın. Bu durumda C , kenar üzerinde bulunacaktır.



Şekil 3.4. İhtiyaçlar grafiği

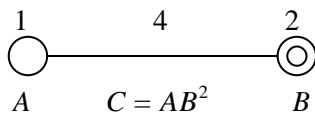
Adım 3:

Standart doğrusal grafik;



Şekil 3.5. Standart doğrusal grafik $L_9(1)$

Adım 4:



Şekil 3.6. Atamalar yapılmış doğrusal grafik $L_9(1)$

Klasik yöntemle karşılaştırabilmek amacıyla $C = AB^2$ olarak seçildi.

Adım 5:

1	2	3	4
A	B		$C = AB^2$

Sütun atamaları yukarıdaki gibi yapıldıktan sonra tasarımın Çözüm tipi, eşdeş yapısı tanımlayıcı bağıntıdan faydalanarak bulunur.

$C = AB^2$ olduğundan, tanımlayıcı bağıntı $I = AB^2C$ 'dir.

Farklı üreteç seçmek, farklı sonuçlar oluşturacaktır. Bu konu, halen incelenmekte ve çeşitli makaleler yayınlanmaktadır (Chen vd., 1993).

Eşdeş yapısı klasik yöntemdekini aynıdır. Dolayısıyla sayısal sonuçlar da klasik yöntemle aynı çıkmalıdır. Sütun atamaları sonucunda elde edilen dikey dizin, Tablo3.7'de verilmiştir:

Tablo 3.7 $C = AB^2$ Üreteci Kullanıldığında $L_9(3^4)$ Dikey Dizin Atamaları ve Blok 2'nin Karşılaştırılması

	1	2	3	4	Blok 2		
	A	B	AB	$C = AB^2$	L = 1		
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	1	2	2
3	1	3	3	3	1	3	3
4	2	1	2	3	2	1	3
5	2	2	3	1	2	2	1
6	2	3	1	2	2	3	2
7	3	1	3	2	3	1	2
8	3	2	1	3	3	2	3
9	3	3	2	1	3	3	1

Görüldüğü gibi L=1 için oluşturulan dikey dizin, deneyin uygulanacağı yapıdır. Klasik yöntemle elde edilen Blok 2'ye Taguchi yöntemiyle elde edilen dikey dizin karşılık gelmektedir.

2^k sisteminde olduğu gibi, 3^k sisteminde de $\ell_A \rightarrow A + BC^2 + ABC^2$ $\ell_B \rightarrow B + AC + ABC$ $\ell_C \rightarrow C + AB^2 + AB^2C^2$ eşitliklerin sağlanması beklenir ancak, etkileşim bileşenleri nedeniyle bu eşitlik sağlanamamaktadır. Fakat dikey dizin üzerinde bu eşitsizliğin kaynağı görülebilmektedir. Bu nedenle Taguchi tasarımı kullanım açısından daha uygundur denilebilir.

Dikey dizin üzerinde eşdeş yapısı Tablo 3.8'de verilmiştir.

Tablo 3.8'de işaretlenmiş, seçilen kesirdeki A'nın eşdeşi olan BC^2 'de 4. deneme kombinasyonundan itibaren eşitsizlik olduğu görülmektedir. Bu eşdeş yapısında bozulma olduğunu gösterir.

Dikey dizinde eşdeş yapısı aşağıdaki gibi görünmektedir.

$$A = ABC^2 \neq BC^2$$

$$B = AC \neq ABC$$

$$C = AB^2 \neq AB^2C^2$$

Bu durum şu anlama gelmektedir; kesirden aşığıdaki etki tahminlerini yapmak gerekirken

$$l_A = A + BC^2 + ABC^2$$

$$l_B = B + AC + ABC$$

$$l_C = C + AB^2 + AB^2C^2$$

eşdeş yapısındaki sorun nedeniyle bu tahmin sapmalı olacaktır. Klasik yöntemlerde de aynı sorun vardır. Taguchi yönteminde, bu sapmanın hangi etkileşim bileşenlerinden kaynaklandığı görülmektedir. Bu örnekte eğer C etkeni AB'ye atansaydı eşdeş yapısı daha bozuk olacaktı. Dolayısıyla daha az sapmalı ve en az sayıda etkileşim bileşeni ihmal edilerek klasik yöntemden daha iyi tahminler elde edilmesine olanak sağlamaktadır.

Taguchi tasarımı sonucunda elde edilen dikey dizin Tablo3.9'da verilen gibidir(Peace 1993). Tasarım sonucunda seçilen deneme kombinasyonlarına karşılık gelen cevap değişkenleri de tabloda yer almıştır.

Tablo 3.9.Kesirli Deneyde Taguchi Tasarımı için Dikey Dizin

A	B	C = AB ²	Y
1	1	1	3,9
1	2	2	10,4
1	3	3	20,4
2	1	3	18,7
2	2	1	1
2	3	2	11,9
3	1	2	14,2
3	2	3	19,5
3	3	1	3,2

Doğrusal bağıntı değerleri;

A	B	C = AB ²
2,2	-1,3	50,5

dir.

Karesel bağıntı değerleri;

A	B	C = AB ²
8,4	10,5	-6,3

dir.

Tablo 3.8. Dikey Dizinin Üzerinde Eşdeş Yapısı

A	B*	AB	(AB ²)	(C)	AC*	A ²	BC	ABC*	AB ² C	BC ²	(AB ² C ²)	ABC ²	Y
❖ 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3,9
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	13,9
1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	21,7
1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	3	3	1,4
❖ 1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1	10,4
1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2	18,4
1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2	-0,1
1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3	10,2
❖ 1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	20,4
2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1,5
2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1	11
❖ 2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2	18,7
❖ 2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2	1
2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3	10,2
2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1	17,4
2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1	1,7
❖ 2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2	11,9
2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	20,5
3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	4,1
❖ 3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3	14,2
3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1	21,2
3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1	1,9
3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	11,9
❖ 3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3	19,5
❖ 3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3	3,2
3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	11,9
3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2	19,7

Bağıntı değerleri Eşitlik(1) ve Eşitlik(2)'deki etki ve kareler toplamı formüllerinde yerine konularak doğrusal ve karesel etkiler ve kareler toplamları bulunur.

$$\begin{array}{lll} A_D = 0,122 & A = 0,2775 & KT_A = 1,5756 \\ A_K = 0,155 & & \\ B_D = -0,072 & B = 0,1224 & KT_B = 2,135 \\ B_K = 0,194 & & \\ C_D = 2,8 & C = 2,68 & KT_C = 143,14 \\ C_K = -0,116 & & \end{array}$$

Elde edilen kareler toplamları klasik Kesirli Çoquetkenli deneylerle bulunan kareler toplamları ile aynıdır. Dolayısıyla klasik yöntem ve Taguchi tasarımını aynı sonucu vermektedir.

Kesirden elde edilen etki tahminleri ile eşdeğer yapısına göre tam deneydeki etkilerin toplamları eşitliğini sağlayıp sağlamadığını incelenmiştir. Taguchi dikey dizininde gözlemlenen eşdeğer yapısında sapma nedeniyle bu eşitliğin teorik olarak sağlanması beklenmemektedir. Kesirli çoquetkenli deney için varyans çözümleme tablosu Tablo 3.10'daki gibidir.

Tablo 3.10. Kesrin varyans çözümleme tablosu

Kaynak	sd	KT	KO
A	2	1,5756	0,7878
B	2	2,135	1,0675
C	2	143.11	71,55
Hata	74		

$F_{2,76,0,95} = 3,15$ Bu tablo değerine göre A ve B önemsiz, C ise önemlidir.

Tam deney ve kesirden elde edilen test sonuçları aynıdır.

4. SONUÇ

Tam deneyin klasik yöntem ile bulunan sonuçlarıyla, Taguchi yöntemi ile bulunan sonuçları aynı çıkmaktadır. Tam deneyden klasik yöntemle seçilen kesir sonuçları ve Taguchi yöntemiyle seçilen kesir sonuçları da aynı çıkmaktadır. Taguchi yöntemi 3^k -sistemindeki etkileşim bileşenlerinden kaynaklanan eşdeğer yapısındaki problemi açıkça göstermektedir. Taguchi yöntemiyle doğrusal grafikler, dikey dizinler ve üçgensel tabloların kullanımı tasarımın kolayca yapılmasını sağlamakta ve probleme getirdiği görsellik, sapmaların kolayca görülmesine imkan vermektedir. Diğer tasarım biçimlerinde de sapma miktarları bu şekilde dikey dizin üzerinden görülürse, hangi etkileşim bileşenlerinin ihmal edilmesi gerektiği belirlenebilir. Bu durumda klasik yöntemden daha az sapmaya sahip tahminler elde edilmesine olanak sağlanmış olur.

KAYNAKÇA

- Box, G.E.P., Hunter, W.G. and Hunter, J.S. (1978). *Statistics for Experimenters*, John Wiley and Sons, USA .
- Chen, J., Sun, D. X. and Wu, C. F. J. (1993). A catalogue of two-level and three-level fractional factorial designs with small runs. *International Statist. Rev.* 61, 131-145.
- Dervişoğlu, N. (2003). *Kesirli Tekrarlı Deneylerde Grafiksel Modelleme*, Hacettepe Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, Ankara.
- Dey, A. (1985). *Orthogonal Fractional Factorial Designs*, New Delhi, Wiley Eastern.
- Hicks, C. (1973). *Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler* (Çev. Muluk, F.Z.; Toktamış, Ö.; Karaağaoğlu, E.; Kurt, S.), Akademi Matbaası, Ankara.
- Kacker, R.N. and Tsui, K.L. (1990). Interaction graphs: Graphical aids for planning experiments, *J. Qual. Technol.* 22, (1), 1-14.
- Montgomery, D.C. (2001). *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley and Sons, USA, 5th edition .
- Peace, G.S. (1993) *Taguchi Methods: A hands-On Approach*, Addison-Wesley Publishing, M.A., USA.
- Phadke, M.S. (1989), *Quality Engineering Using Robust Design*, AT&T Bell Laboratories, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Taguchi, G. (1987). System of Experimental Design, *UNIPUB/Kraus International Publications* 2, Michigan.
- Wu, C.F.J. and Chen, Y.Y. (1992). A graph-aided method for planning two-level experiments when certain interactions are important, *Technometrics* 34, 162-175.
- Wallis, W.D. (2000). *A Beginner's Guide to Graph Theory*, Hamilton Printing, Boston .



Nurten DERVİŞOĞLU, 1998 yılında Lisans eğitimini Gazi Üniversitesi İstatistik Bölümünde yaptıktan sonra, Lisansüstü eğitimine Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümünde devam etmektedir. Yüksek Lisans tezini Deney tasarımı alanında yaptıktan sonra, şuan Doktora tez aşamasındadır ve Ortak Değişim Katsayısı üzerine çalışma yapmaktadır.



Fatma Zehra MULK, 1944 doğumludur. Lisans eğitimini Ankara Üniversitesi Matematik Bölümünde, Doktora eğitimini Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümünde tamamlamıştır. 10 Yüksek Lisans, dört Doktora tezinin danışmanlık yapmıştır. Deney tasarımı, kalite, uygulamalı istatistik konularında makaleleri ve kitapları bulunmaktadır. Halen Başkent Üniversitesi Sigortacılık ve Risk Yönetimi Bölümünde çalışmaktadır.