

## ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA ÇÖZÜM TEKNİKLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

Yrd. Doç. Dr. Mahmut ATLAS\*

### ÖZ

*Çok amaçlı programlama, Yöneylem Araştırmasının hızla gelişen alanlarından birisidir. Çok amaçlı programlama, çoklu amaçların aynı anda gerçekleşmesinin düşünüldüğü bir matematiksel programlamadır. Pek çok optimizasyon problemi doğası gereği birden çok ve bir biriyle çelişen amaçlar içermektedir. Çok amaçlı problemlerin çözümünde dört genel yaklaşımın(karar vericiden tercih bilgisinin çözüm sürecinin: öncesinde, esnasında veya sonrasında alınması ya da alınmaması yaklaşımları) avantaj ve dezavantajları tartışılmıştır. Bu çalışmada çok amaçlı programlama problemlerinin çözümünde kullanılmak üzere geliştirilmiş çözüm tekniklerinin sınıflandırılması amaçlanmaktadır. Bu makalede tartışılan teknikler, metodolojik yönleri ile ele alınmıştır, çözüm tekniklerinin detaylı incelemesi ise çalışma alanının dışında tutulmuştur.*

**Anahtar Kelimeler:** *Çok amaçlı, programlama, tercih bilgisi, çözüm teknikleri.*

## A CLASSIFICATION MULTIOBJECTIVE PROGRAMMING SOLVING TECHNIQUES

### ABSTRACT

*Multiobjective programming has been one of the fastest growing areas of Operation Research . Multiobjective programming is a mathematical programming, a way of considering multiple objectives explicitly and simultaneously in a multiobjective programming framework. As most optimizations problems are multiobjective to their nature, there are many methods available to tackle these kind of problems. Multiobjective problems are discussed in terms of advantages and disadvantages of the four general approaches(articulation of the decision maker's preference structure over the multiple objectives prior to, during, or after the optimization) towards multiobjective programming. The aim of this study is to classify the solving techniques developed for solving multiobjective programming problems. The techniques discussed in this study have been considered in methodological aspects the detailed analysis of solution techniques have not been included.*

**Keywords:** *Multiobjective, programming, preference information, solving techniques*

\* Anadolu Üniversitesi İ.İ.B.F. İşletme Bölümü, e-mail: matlas@anadolu.edu.tr



## 1. GİRİŞ

Son 30-40 yılda Çok amaçlı programlama; yönetim bilimi, yöneylem araştırması, uygulamalı matematik ve mühendislik alanında ki araştırmalarda artarak kullanılan bir yöntem durumuna gelmiştir. Çok amaçlı programlama, özellikle yöneylem araştırmasında hızla gelişen alanlardan birisidir.

Günümüzde yöneylem araştırması adreslerinde(kitap, makale, internet, vb.) matematiksel programlama modellerinin büyük çoğunluğu, tek amaçlı olarak kullanılmaktadır. Örneğin, işletmelerde kapasite artırma maliyetlerinin en küçüklenmesi gibi. Aynı problem için ikinci bir amaç, dış pazara açılma veya çalışanları mutlu kılmak olabilir. Böyle bir problem için tek amaçtan daha çoğuna gereksinim vardır. Dolayısıyla çoğu problemde, olası seçeneklerden yalnız birini seçme zorunluluğu her zaman gerçekçi değildir(Joro vd., 1998).

Çok amaçlı matematiksel programlama, bir matematiksel programlama yapısı içinde çoklu amaçların aynı zaman da gerçekleşmesinin düşünüldüğü bir yoldur. Bu önemli alandaki çalışmaların çoğu 1970'den sonra görülmeye başlamıştır(Evans, 1984).

Çok amaçlı matematiksel programlamaya ilginin artmasının bir çok nedeni vardır. Bunlardan **birincisi** ve en önemlisi, çoğu karar probleminin doğasında çok amaçlılık vardır. Örneğin; üretim planlaması problemleri, stok planlama problemleri, yer seçimi problemleri ve kapasite artırım problemleri çok amaçlı problemlere örnek teşkil etmektedir. Böyle problemlerin doğasında olan çok amaçlılıkların nedeni basittir: bir üretim işletmesinde kapasite artırımını amaçlandığımda, buna ek olarak araştırma ve sermaye maliyetlerini en küçükleme amacını, sistem güvenliği amacını, çevre koşullarına uygun üretim amacını ve müşteri memnuniyeti amacını da birlikte getirebilmektedir.

Çok amaçlı matematiksel programlamaya olan ilgi artışının **ikinci** nedeni ise; çoğu üretim planlama probleminde çok sayıda "standart"ı(ISO 9000, 90001 vb.) kabul etme zorunluluğudur. Bunun için karar vericilerin, sektördeki endüstri uyumunu sağlaması gerekmektedir.

Son olarak çok amaçlı matematiksel programlamaya olan ilgi artışının **üçüncü** nedeni, çok amaçlı problemlerin çözümü için, son yıllarda hesaplama kolaylığı ve çözüm hızında pek çok gelişme sağlanmasıdır. Özellikle bilgisayardaki gelişmeler problem çözümlerine yansımıştır. Bunun sonucu olarak çok amaçlı matematiksel programlama çözüm algoritmaları, daha çok kullanılabilir hale gelmiştir. Ek olarak çok amaçlı algoritmaların çoğunda karar verici ve bilgisayar arasında karşılıklı bir etkileşim sürecine ihtiyaç vardır, bu etkileşimli yaklaşım bilgisayar ve bilgisayar hesaplamalarında esnek çalışma olanağı sağlamaktadır(Evans, 1984).

Bu çalışmada, çok amaçlı matematiksel programlama problemlerinin çözümünde kullanılmak üzere geliştirilmiş çözüm tekniklerinin sınıflandırılması amaçlanmaktadır. Bu makalede tartışılan teknikler, metodolojik yönleri ile ele alınacaktır. Sunulan teknikleri geliştirenler; üretim yönetimi, planlama, yer seçimi, tasarım mühendisliği vb. geniş bir alana uygulanmak üzere tasarlamışlardır. Bununla birlikte çok amaçlı matematiksel programlama çözüm tekniklerinin detaylı değerlendirilmesi ve incelemesi bu makalenin çalışma alanının dışında tutulmuştur. Çok amaçlı programlama problemlerinin çözümünde kullanılan çözüm teknikleri için iki temel sınıflandırma şekli benimsenmiştir:

**Birincisi;** tercih bilgisinin gereğine ve zamanına bağlı çözüm teknikleridir. Çok amaçlı optimizasyon için tercih bilgisi zamanına bağlı dört genel yaklaşımın(Karar vericiden tercih bilgisinin: i. Çözümde önce, ii. Çözüm esnasında iii. Çözümde sonra alınması ve iv. Tercih bilgisi alınmadan)avantaj ve dezavantajları, üçüncü bölümde tartışılmıştır. Ek olarak çok amaçlı matematiksel programlama için son yıl-

larda geliştirilen algoritmaların (tekniklerin) çoğu da bu bölüm de verilmiştir. Elbette ki algoritmaların tümündeki gelişmelerden bahsedilmemiştir. Ancak bu alandaki çözüm yaklaşımları toplu olarak sunulmaya çalışılmıştır. **İkincisi** ise; karar değişkenlerinin sürekli ya da en az birinin kesikli olmasına göre yapılan sınıflandırmadır. Son olarak çalışmanın son bölümünde tartışılan tekniklerden en iyisi için (gerçek uygulamalarda) bir düşünce ortaya konmuştur.

Çözüm tekniklerini sınıflandırmada, kesin sınırlandırmalar aramak doğru değildir. Çünkü tekniklerin bir çoğu yapısı itibarı ile birden çok sınıfa dahil olabilmektedir. Örneğin, doğrusal programlama için kullanılan teknikler, doğrusal olmayan programlama içinde kullanılabilir. Bununla birlikte verilen sınıflandırma, ilgili tekniklerin yararlandığı problem tiplerine uymaktadır.

Bu çalışmanın bir sonraki bölümünde çok amaçlı matematiksel programlamanın tanımı ve terminolojisi verilmeye çalışılmıştır.

## 2. PROBLEMİN TANIMI ve TEMEL KAVRAMLAR

Bu çalışmada değinilen teknikler; bir karar vericinin yardımıyla amaç fonksiyonlarını optimize eden karar değişkenlerinin  $S=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  her biri için en uygun değeri bulmayı amaçlamaktadır. Bu karar değişkenlerinin,  $p$ - amaç sayısı ( $p \geq 2$ ) olmak üzere, amaç fonksiyonları  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)$  'dır. Bu fonksiyonların her birinin maksimize edilmesini amaçlayan çok amaçlı problem aşağıdaki gibi yazılabilir (Evans, 1984).

$$\text{Max } f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)] \quad (I)$$

Kısıtlar

$$x \in S$$

Burada  $p \geq 2$  olmak üzere problemin amaç fonksiyonları:  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)$ , problemin karar değişkenleri:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ve  $S=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 'de uygun çözüm alanını göstermektedir.

*Tanım (Üstün Çözüm):* Amaç fonksiyonlarının her birini ve hepsini birlikte maksimize eden çözüm ( $x^s \in S$ ) "Üstün Çözüm" olarak adlandırılır. Eğer çok amaçlı problem (I)'in çözümü  $x^s$ , yalnız ve yalnız  $x^s \in S$  ve  $f_i(x^s) \geq f_i(x)$   $i=1, 2, \dots, p$  ise, her  $x \in S$  sağlayan çözüm Üstün Çözümdür. Üstün çözümlerden birisi "İdeal Çözüm"dür.

*Tanım (İdeal Çözüm):* İdeal çözüm, uygun çözüm alanında bir noktadır. Problem için optimum amaç fonksiyonu değeri  $f^I = (f_1^I, \dots, f_p^I)$ .  $f_i^I$  için  $i= 1, 2, \dots, p$  olmak üzere çok amaçlı model:

$$\text{Max } f_i^I(x)$$

Kısıtlayıcılar

$$x \in S$$

Bu modelde, bütün amaçlar en büyükleme yönünde ise geçerlidir. Amaçlardan herhangi biri en küçükleme yönünde ise onun, en büyükleme yönüne dönüştürülmesi gerekir (Lieberman, 1991).



Çok amaçlı programlamada, genellikle birbiriyle çelişen amaçlar söz konusudur ve p - amaçtan en az ikisi doğası gereği çelişir. Bu nedenle bütün amaçların en iyi şekilde karşılandığı tek bir optimum çözümün bulunması çok nadir bir durumdur(Taha, 2000). Bu gibi durumlarda karar verici en iyi çözüm yerine etkin çözümlere yönelir. Etkin çözümlerin her biri en az bir amaç için diğer aday çözümlerden daha iyi sonuç vermektedir. Genel olarak etkin çözüm;

*Tanım(Etkin çözüm):* Problem(I)'in bir etkin çözümü  $x^E$ ,  $x^E \in S$  'yi sağlayan uygun çözümdür. Öyle ki:

$$x \in S$$

$$f_i(x^E) \leq f_i(x) \quad \forall_i \text{ için, } i=1,2, \dots, p$$

$$\text{ve} \quad f_i(x^E) < f_i(x) \quad \exists_i \text{ için, } i=1,2, \dots, p$$

Başka bir ifade ile etkin çözüm; problemin optimum çözümü olmadığında, her bir amaca mümkün olduğunca yaklaşan ve amaçlardan en az birini sağlayan çözümdür. Problemin uygun çözüm kümesinde birden çok etkin çözüm olabilir. Bu etkin çözümlerden birisi, karar verici tarafından tercih edilir. Bu tercihin yapılabilmesi için en az iki etkin çözümün karar vericinin önüne konabilmesi gerekir.

Çok amaçlı matematiksel programlama problemlerinin çözümünde kullanılan çözüm yaklaşımları için iki temel sınıflandırma şekli benimsenmiştir:

Bunlardan **birincisi**; karar vericiden alınacak tercih bilgisine ve zamanına dayalı sınıflandırmadır. Bu sınıflandırmada çözüm teknikleri, karar vericinin tercih bilgisi zamanına(çözüm sürecinin başında, esnasında ve sonunda) göre üç farklı grup da ifade edilmeye çalışılacaktır. Bunlara dördüncü olarak tercih bilgisinin istenmediği durumlar da eklenirse;

- i. Tercih bilgisini çözüm sürecinin başında isteyen teknikler,
- ii. Tercih bilgisini çözüm süreci esnasında isteyen teknikler,
- iii. Tercih bilgisini çözüm sürecinin sonunda isteyen teknikler,
- iv. Tercih bilgisi istemeyen teknikler,

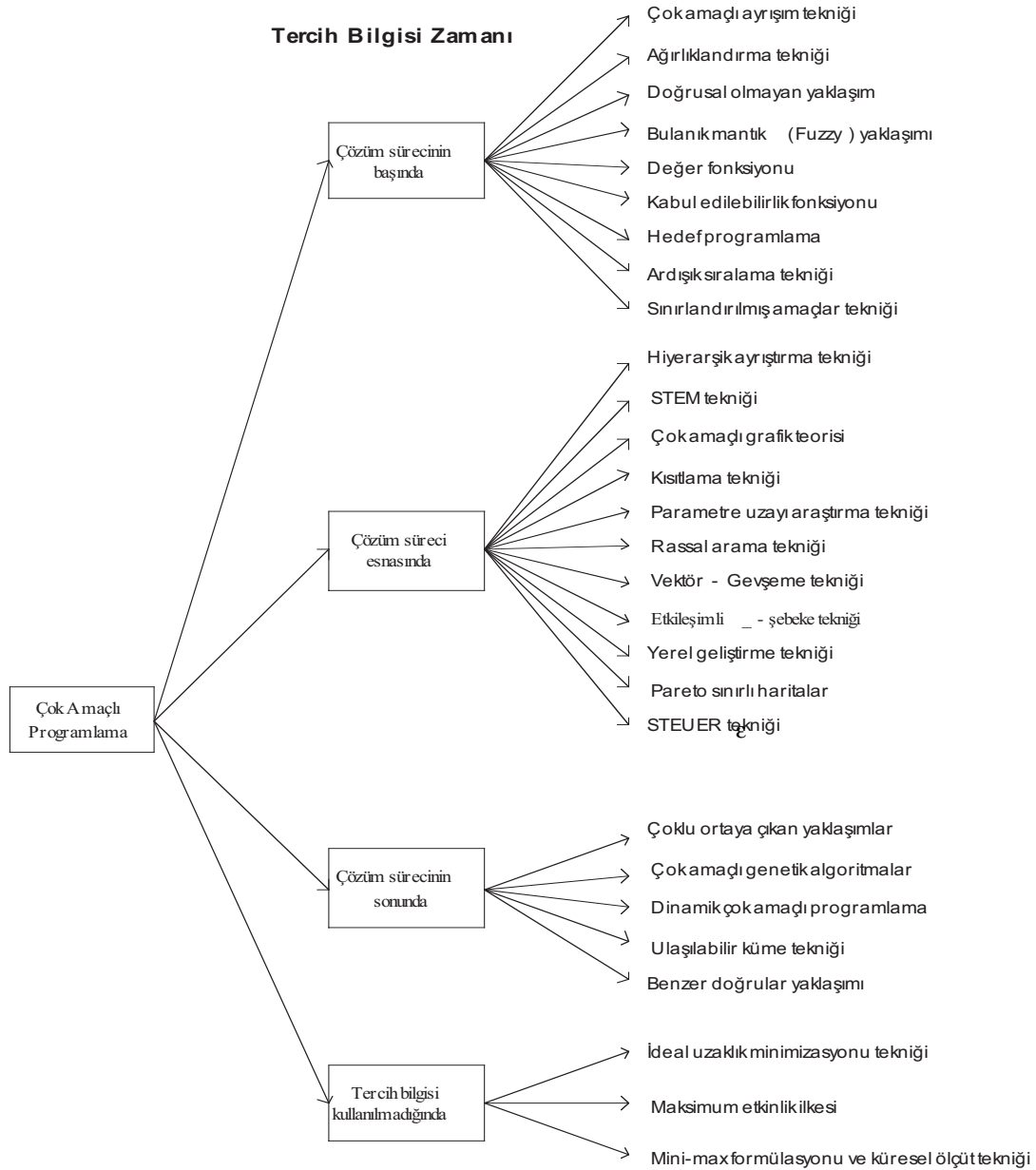
Bununla birlikte daha problemin başlangıcında karar vericinin(veya vericilerin) kullanılacak tercih yapısı hakkında bilgisi olması gerekir(Evans, 1984; Ruzika ve Wiecek, 2005).

Çok amaçlı matematiksel programlama probleminin çözümünde kullanılan çözüm yaklaşımlarının **ikinci** sınıflandırma şekli ise; modeldeki karar değişkenlerinin yapısına dayandırılmış olan sınıflandırmadır. Karar değişkenlerinin sürekli ya da kesikli olmasına göre de sınıflandırmaya gidilebilmektedir.

Tercih yapısına ve karar değişkenlerinin yapısına göre yapılan iki sınıflama şeklinden, daha çok görülen ve benimsenen; tercih yapısına bağlı sınıflandırma şeklidir. Çalışmanın üçüncü bölümünde tercih yapısına bağlı çözüm teknikleri üzerinde durulacaktır. Dördüncü bölümde ise karar değişkenlerinin yapısına göre sınıflandırmaya kısaca yer verilmeye çalışılacaktır.

### 3. TERCİH BİLGİSİNE DAYALI TEKNİKLER

Çok Amaçlı Matematiksel Programlama Probleminin çözümünde, karar vericinin tercihinin başvurulması bilinen bir yoldur. Tercih bilgisinin zamanlamasına bağlı olarak farklı çözüm teknikleri kullanılabilir. Tercih bilgisinin zamanına dayalı çözüm tekniklerinin sınıflandırması Şekil 1’de gösterilmeye çalışılmıştır (Evans, 1984; Lieberman, 1991).



Şekil 1. Çok Amaçlı Matematiksel Programlama Çözüm Tekniklerinin Tercihe Dayalı Sınıflandırması

### 3.1. Tercih Bilgisinin Çözüm Sürecinin Başında İstendiği Teknikler

Çok amaçlı optimizasyonu gerçekleştirmede en yaygın olarak kullanılan yol, karar vericinin tercihlerini önceden belirtmesine dayalı tekniklerdir. Bu tür önsel yaklaşımlar ile optimum çözümlere ulaşmak (veya yaklaşmak) daha kısa zamanda ve daha kolay olmaktadır. Bu tür yaklaşımların en büyük dezavantajı ise karar vericinin tercih bilgisini belirlemede yaşadığı güçluktur. Çünkü önsel tercih belirtmek bir anlamda belirsizlik altında tercih yapmaktır (Atlas, 2005).

#### 3.1.1. Çok Amaçlı Ayrışım Tekniği

Çok amaçlı programlama problemlerinin çözümünde daha çok görülen yaklaşım; problemleri daha kolay çözülebilir yapıya dönüştürmektir. Çok amaçlı ayrıştırma tekniğinde de, çok amaçlı problem daha kolay çözülebilecek alt amaçlara ayrılır. Böylece tek amaçlı basit problemlerin çözümü ile ana problemin çözümüne ulaşılmaya çalışılır. Yinede bu teknikle, alt amaç fonksiyonu- $f_i(x)$  değerlerinin ayrı ayrı hesaplanması için çok zaman gerekmektedir (Lieberman, 1991; Engau, 2007). Çok amaçlı ayrışım tekniği, orijinal problemin sayısal fonksiyonunu, nihai amaç için ön bilgi gibi kullandığından, tercih bilgisinin önceden olması sınıfında yer almaktadır.

#### 3.1.2. Ağırlıklandırma Tekniği

Çok amaçlı programlama problemlerinin çözüm teknikleri içinde en kolay olan ve beklide en çok kullanılan teknik, ağırlıklandırma yaklaşımıdır. Amaç fonksiyonunda yer alan amaçlar için karar vericinin tercihlerine göre farklı ağırlıklar ( $w_i$ ) kullanılır (Taha, 2000; Youness, 1995).

Modelde her bir amaç için bir ağırlık ( $w_i$ ) belirlenmesinin yanında, kısıtlayıcılar kümesine de bu ağırlıklarla ilgili koşul eklenir. Böylece model aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\min \sum_{j=1}^k w_j f_j(x)$$

$$x \in S$$

$$\sum w_i = 1$$

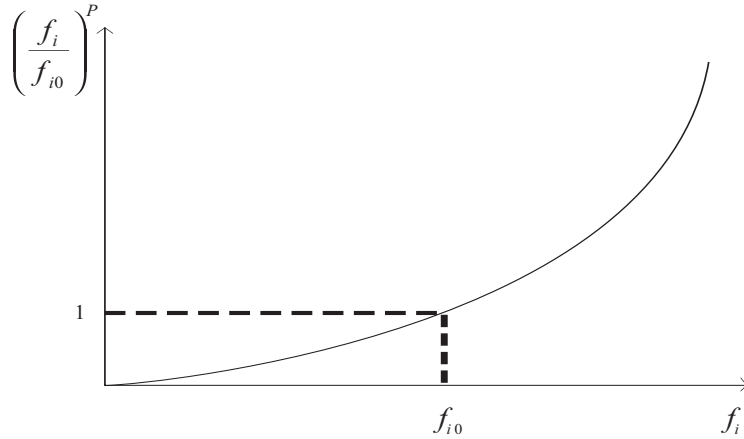
#### 3.1.3. Doğrusal Olmayan Yaklaşım

Doğrusal olmayan çok amaçlı programlama modeli:

$$\min \sum_{j=1}^k \left( \frac{f_j(x)}{f_{j0}} \right)^p$$

$$x \in S$$

Bu modelde her bir amaç,  $f_{j0}$  'a oranlanır.  $f_{j0}$  : en iyi çözüm için  $j$ . amaç fonksiyonu değerini ifade etmektedir.  $p$ -ise  $f_j$ 'de ne ölçüde bir iyileştirme olduğunu ifade etmektedir. Şekil 2'de  $p=3$  için  $(f_j/f_{j0})^p$  'yi  $f_j$ 'nin bir fonksiyonu olarak gösterilmiştir (Andersson, 2004; Kumar, vd. 1991).



Şekil 2.  $p=3$  için  $(f_i/f_{i0})^p$  'yi  $f_i$ 'nin Bir Fonksiyonu Olarak Gösterme

### 3.1.4. Bulanık(Fuzzy) Mantık Yaklaşımı

Bulanık kümeler kavramı, bir ifadenin eş zamanlı olarak kısmen doğru ve kısmen yanlış olabildiği çoklu mantık üzerine kurulmuştur. Bulanık mantıkta  $\mu$ -her bir amaç fonksiyonu için doğruluk düzeyini gösterirken;  $\mu=0$  iken ifade yanlış,  $\mu=1$  iken ifade doğrudur. Çok amaçlı optimizasyon probleminde her amaç için bir  $\mu_i(f_i(x))$ 'i atarır.  $\mu_i$ , i. amacın gerçekleşme düzeyini ifade eder.  $f_i(x)$ 'in değeri, amacın gerekliliklerini ne ölçüde karşıladığını ifade eder ve  $\{0, 1\}$  aralığında bir değer elde etmek için  $\mu_i$  tarafından bulanıklaştırılır(Özkan, 2003; Mohan and Nguyen, 1998). Böylece; bulanık amaç fonksiyonu;

$$F_{\text{fuzzy}}(x) = \text{Min}(\mu_1(f_1(x)), \mu_2(f_2(x)), \dots, \mu_k(f_k(x))) \text{ ya da,}$$

$$F_{\text{fuzzy}}(x) = \prod_{i=1}^k (\mu_i(f_i(x))) \text{ olur.}$$

Bulanık çok amaçlı model;

$$\begin{aligned} &\text{Max } F_{\text{fuzzy}}(x) \\ &x \in S \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir (Andersson, 2004).

### 3.1.5. Değer Fonksiyonu

Değer fonksiyonu, karar vermenin temelini oluşturur. Çok amaçlı programlamada öncelikle her bir amaç için değer fonksiyonları belirlenir. Her bir amacın değer fonksiyonun belirlenmesinde, karar vericiyle yoğun bir çalışma yapılmalıdır. Değer fonksiyonu tekniğinde her bir amaç için değer fonksiyonu ( $U_i(f)$ ) doğru olarak belirlenebildiğinde, onun çözümü karar vericiyi tatmin edebilir. Tabii ki burada, karar vericinin tercihleri ortaya koymada bir "bilgi vakumunda" olması gerekir. Değer fonksiyonları:  $U(f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) = U(F(x))$  şeklinde de gösterilebilir. Farklı amaçları bir araya toplamak için genellikle değer fonksiyonlarının toplanabildiği ya da çarpılabildiği varsayılmaktadır. Basitçe ifade etmek gerekirse;

$$U(F(x)) = \sum_{i=1}^k U_i(f_i(x)) \text{ ya da}$$

$$U(F(x)) = \prod_{i=1}^k U_i(f_i(x)) \text{ şeklinde gösterilebilir.}$$

Eğer  $U(F(x))$  karar vericinin bir tasarımı gerçekte nasıl değerlendirdiğini ortaya koyabilirse, toplam faydanın en büyüklmesi, karar vericiye göre en iyi çözümü olur. Ancak, bir problem için değer fonksiyonlarını türetmek ve toplam değer fonksiyonunu ortaya koymak çok zordur (Andersson, 2004).

### 3.1.6. Kabul Edilebilirlik Fonksiyonu

Kabul edilebilirlik fonksiyonu karar vericinin her hedef için ortaya koyduğu kabul edebilme olasılığını ifade eder.  $a(z)$ ,  $z$ -performans özelliğini tanımlayan fonksiyon ve  $p(z)$ ,  $z$ 'inci hedefin kabul edilebilir olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere; tüm hedefler göz önüne alındığında;

$$p_i = \int_x a(z)p(z)dz \quad P_{aac} = \prod_{i=1}^k p_i \text{ iken, model,}$$

$$\text{Max } P_{aac}(x)$$

$$x \in S$$

Kabul edilebilir fonksiyon, değer fonksiyonu ve bulanık mantık formülleri birbirine çok benzer görünebilir. Ancak her birinin farklı teorik çerçeveleri vardır (Andersson, 2004).

### 3.1.7. Hedef Programlama

Hedef programlama yöneylem araştırmasında, çok amaçlı problemlerin çözümü için yaygınca kullanılan ve en çok bilinen tekniktir. Karar verici için bu tekniğin en önemli özelliği, her amaca doyurucu bir hedef değer atayabilmesidir (Öztürk, 2007). Hedef programlamada karar verici ulaşmak istediği her bir amaç için sayısal bir hedef değer belirler. Çok amaçlı problemin çözümü sonunda, hedef değerlerden sapmaları en küçükleyen çözüm "tercih edilen çözüm" olarak adlandırılır (Hahn, 1984). Hedef programlama modelinin genel matematiksel gösterimi:

$$\min Z \left[ \sum_{i=1}^m (d_i^+ + d_i^-)^a \right]^{1/a} \quad (a=1)$$

Kısıtlayıcılar

$$x \in S$$

$$f_i(x) - d_i^- + d_i^+ = b_i \quad i=1,2,\dots,m$$

$$d_i^- \cdot d_i^+ = 0 \quad \forall i$$

$$X, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad \forall i$$

Burada:  $d_i^-$  i. hedeften negatif yönde sapma,



$d_i^+$  : i. hedeften pozitif yönde sapmadır.

Çoklu hedefler, derecelendirme veya önceliklendirme ile sıralanabilir. Hedef programlama modelinin çözümünde öncelikle, en üst öncelikli hedefe ulaşılmaya çalışılır. Daha sonra sırasıyla daha alt öncelikli hedefler göz önüne alınır (Atlas ve Keçek, 2000; Atlas, 2005).

Hedef programlama tekniğinin en önemli avantajının, çoklu amaçların birlikte ele alınabilmesi olduğu kabul edilmektedir. Bunun yanında, aynı öncelik düzeyleri haricinde, standart bir ölçü birimine gerek duyulmaması da diğer bir avantaj olarak sayılabilir (Camm, 1996).

Hedef programlama bazı dezavantajlara da sahiptir. Birincisi, karar vericilerin yeterli bilgisi olmadığı durumlarda hedefleri sıralamak zorunda kalmalarıdır. Bunun yanında hedeflerin öncelik düzeylerinin işletmedeki farklı karar vericilere göre farklılık göstermesidir. İkincisi, bazen karar verici yüksek öncelikli bir hedeften çok az saptmaya izin vererek, düşük öncelikli bir hedefe daha fazla yaklaşmak isteyebilir. Hedef programlama böyle bir değiş-tokuşa izin vermez (Taha, 2000; Winston, 1994).

### 3.1.8. Ardışık Sıralama Tekniği

Ardışık sıralamada karar verici, amaçların optimize edileceği sırayı belirler. Bir sözlükte A'nın B'den önce gelmesi gibi, karar verici içinde i. amaç j. amaçtan önce gelmektedir. Bu belirlemede çözüm, en önemli amaca bağlı olarak değerlendirilip sıralanmaktadır. En önemli olduğu varsayılan amaca bağlı model aşağıdaki gibi yazılabilir (Andersson, 2004).

$$\text{Max}_{f_i}(x)$$

$$x \in S$$

Ardışık sıralama tekniği tek başına pek fazla kullanılmazlar. Ancak diğer tekniklerle, örneğin; hedef programlamada, hedef seçiminin bir parçası olarak kullanılabilir.

### 3.1.9. Sınırlandırılmış Amaçlar Tekniği

Bu teknikte, karar vericiden öncelikle her bir amaç için en düşük ve/veya en yüksek kabul edilebilir düzey  $L_j$  (alt sınır) ve  $H_j$  (üst sınır) değerlerini belirlemesi istenir. Bu durumda model;

$$\text{Max}_{f_r}(x)$$

$$x \in S$$

$$f_j(x) \geq L_j$$

$$f_j(x) \leq H_j \quad j = 1, 2, \dots, k \quad j \neq r$$

Bu tekniğin eksikliği, çözüm hakkında bilgi sahibi olmayan karar vericiden, alt ve üst sınır değerlerini belirlemeye zorlamaktır. Zorlamayla belirlenmiş sınır değerleriyle ulaşılan sonuçlar karar vericiyi tatmin etmeyebilir. Yine amaçlar arasından  $f_r(X)$ ' in seçiminde bazı zorluklarla karşılaşılabilir. Dolayısıyla bu teknikler daha çok diğer tekniklerle birlikte kullanılmaktadır (Hwang and Masud, 1979; Atlas, 2005).



### 3.2. Tercih Bilgisinin Çözüm Sürecinde İstendiği Teknikler

Tercih bilgisinin çözüm süreciyle birlikte kullanıldığı yaklaşımlarda; karar verici çözümün her aşamasında tercih yapabilir. Karar verici ile çözümün aşamaları sürekli etkileşim halindedir. Bilgisayar, ürettiği aday çözümü karar vericiye sunar, karar verici kabul ederse durulur. Kabul etmezse, bilgisayar karar vericiye bir önceki çözümden daha iyi bir çözüm üretir. Bu süreç, karar verici ulaşılan çözümü kabul edinceye kadar veya daha iyi bir çözüm bulunulamayınca kadar sürdürülür (Andersson, 2004; Stewart, 1999).

Tercih bilgisinin çözüm süreciyle birlikte adım adım belirtilmesi durumunda çok amaçlı matematiksel programlama algoritmaları; genellikle karar verici ile bilgisayar arasında etkileşimli yaklaşımlar içerir. Bu algoritmalar genelde orijinal çok amaçlı problemlerle ilişkilendirilen, tek amaçlı problemlere optimum çözüm bulunması için başlatılır. Bundan sonra karar vericinin, çoklu amaçlara yönelik olarak tercih yapısıyla ilgili bilgi sağlaması gerekir. Bu tercih bilgisi kullanılarak algoritma bir sonraki aşama için yeni bir tek amaçlı problem meydana getirilir (Karar vericinin bir önceki aşamada bulunduğu çözüme, bu aşamada bulacağı çözümü tercih edeceği düşüncesiyle). Ulaşılan çözümün optimum çözüme yeterince yaklaştığı kararı, bilgisayar programı veya karar verici tarafından verilene kadar aşamalara devam edilir (Lieberman, 1991).

Çözüm sürecince tercih bilgisi kullanan teknikler genel olarak etkileşimli olarak adlandırılır ve çok amaçlı matematiksel programlama çözümünde, etkin çözümler sunar. Bu teknikler, karar vericinin problemin karmaşıklığı nedeniyle “önceden” tercih bilgisi sunmadığı hipotezine göre çalışır. Bu gruba giren yaklaşımların çoğu karar verici ile model arasındaki diyalogun organizasyonu için olanak sağlar. Karar verici, çözüm süreci ilerledikçe, problem hakkında bilgi sahibi oldukça tercih bilgisi verir (Andersson, 2004; Lofti vd., 1997).

Çözüm sürecinde tercih bilgisine dayalı tekniklerin (yaklaşımların) bazı avantajları vardır. Şöyle ki ;

- “Önceden” tercih bilgisi verilmesine gerek duyulmaz,
- Yalnızca tercih bilgisi gerekir.
- Karar verici her adımda problemi daha iyi anlamaya başlar.
- Karar verici, araştırmada daha aktif rol aldıkça, nihai çözümü kabul etme, dolayısıyla uygulama olasılığı artar.

Çözüm sürecinde tercih bilgisine dayalı tekniklerin (yaklaşımların) bazı dezavantajları da vardır. Şöyle ki ;

- Çözümler karar vericinin tercihlerini ne kadar iyi ifade ettiğine bağlıdır.
- Karar vericinin tüm araştırma sürecinde büyük çaba harcaması gerekir.
- Çözümler karar vericinin tercihlerine bağlıdır. Eğer karar verici tercihlerinin değiştirirse, süreç yeniden baştan başlatılmalıdır.
- Bilgisayar hesaplamaları daha önceki yöntemlerden daha fazla çaba gerektirir.

Çözüm sürecinde tercih bilgisine dayalı teknikler, karar vericiye aşırı yük getirerek ilerleme sağlayabilen yaklaşımlar içerir. Bu yaklaşımlara çoğu amaç ve kısıtlayıcı fonksiyonlarının, doğrusallık ve farklılaşabilme varsayımını temel aldıkları için kolay uygulanabilir teknikler değildir (Evans, 1984).

### 3.2.1. Hiyerarşik Ayrışma Tekniği

Çok amaçlı programlamada büyük boyutlu problemlerin (yüzlerce değişken ve kısıtlayıcıdan oluşan) çözümünde, diğer teknikler hesaplama gücünü getirmektedir. Böyle problemlerde çözümü kolaylaştırmak için; n-amaçlı vektör optimizasyonu problemi, n-tane optimizasyon problemine ayrıştırılmakta ve en önemli amaç dışında kalan n-1 adet alt problem, kısıtlayıcıya dönüştürülmektedir (Lieberman, 1991).

Hiyerarşik ayrışma tekniği, özel alt problemlerin çözümü için orjinal bir yol değildir. Ancak diğer tekniklerden ayrılan özelliği; Çok amaçlı problemin alt problemlere ayrılabilmesi varsayılır. Böylece, büyük ölçekli matematiksel programlama için kolay bir hesaplama yolu verilmiş olur.

### 3.2.2. STEM Tekniği

STEM tekniği yada STEP tekniğinde, karar vericiden gelen tercih bilgileri, çözüm uzayını aşama aşama daraltmak için kullanılır. Genel model, sınırlandırılmış ve ağırlıklandırılmış amaçlarla yeniden formüle edilir. (Andersson, 2004).

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^k (w_i^h (f_i(x) - f_i^*))^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$x \in S^h$$

$$w_i^h > 0 \quad \sum_{i=1}^k w_i^1 = 1$$

Burada h-iterasyon sayısını,  $f_i^*$ -ideal çözüm ve p-ise 1 ile  $\infty$  arasında bir parametredir. Min-max formülasyonunu çözmek ve farklı amaçların büyüklüğünü eşitlemek için ağırlıklara ihtiyaç duyulur. Bu tekniğe amaçlara ulaşmak için çözüm uzayı iterasyon iterasyon daraltılır.

### 3.2.3. Çok Amaçlı Grafik Teorisi

Bu teknik, yönlendirilmiş bir grafikte STEM tekniği ile en kısa yolu bulmaya çalışır. n+1 düğüm ve iki farklı tip de yay vardır. Bunlar düğümlerin (i ile i+1; i=1,2, . . . , n-1) yan yana bağlantısı ve alternatif düğümlerin (j ile j+2; j=1,2, . . . , n-1) bağlantısını sağlar (Lieberman, 1991).

### 3.2.4. Kısıtlama Tekniği

Amaçların ve kısıtlayıcıların fonksiyonel biçimine bakmaksızın, problemlere uygulanabilen çok yönlü bir yaklaşımdır. Teknik, çok amaçlı problem çözümlerinin, kısıtlayıcılar sisteminin uyumunu kolayca kontrol edilebilecek hale dönüştürmektedir. Bu dönüşümde aşağıdaki fonksiyon kullanılır.

$$z_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{\text{enkörü}}}{f_i^{\text{ideal}} - f_i^{\text{enkörü}}}$$

Burada, x- karar değişkenleri vektörünü,

$f_i$ - i. amaç fonksiyonu değerini

$z_i$ -i. amacın değeri



$z_i(x)$  fonksiyonu her bir amacın ideal değerlerine ulaşmaya kadar ki değerini gösterir. Bir “tercih” her bir amaç için karar vericinin seçtiği amaç değerleri olarak tanımlanır. Bu tercihler bir kısıt gibi problemin kısıtlayıcı sistemine eklenir. Uygun çözüm bölgesi, yeni kısıtlayıcıyla “en iyi uzlaşık çözüm” bulununcaya kadar daraltılır. Yukarıdaki dönüşüm formülüyle ideal noktaya olan geometrik aralık, enküçülenmeye çalışılır. Bu teknik, tam sayılı doğrusal olmayan ve hiyerarşik programlama problemlerinin çözümünde farklı bir yaklaşım olarak sunulabilmektedir.(Lieberman, 1991)

### 3.2.5. Parametre Uzayı Araştırma Tekniği

Bu teknikte ileri örnekleme teknikleri kullanılmaktadır. Öncelikle karar verici tarafından her bir amaç için kabul edilebilir minimum hedef değerleri atanır. Daha sonra, doğrusal programlama ile “yaklaşık kötü olmayan küme” uygun deneme noktalarından aday çözümler türetir. Eğer türetilen aday çözümlerin hiçbiri önceden belirlenen hedef değerlerine ulaşamazsa; “yaklaşık kötü olmayan küme” elde edilemeye kadar deneme noktalarının daha iyi örnekleri türetilir(Lieberman, 1991; Jones, vd., 2002).

Parametre uzayı araştırma tekniği, makine planlama problemlerinin çözümünde kullanılır. Bu teknik, kısıtlayıcı sayısının çok olduğu veya karar değişkenleri sayısının çok fazla(birkaç düzine) olduğu problemler için uygun değildir.

### 3.2.6. Rassal Atama Tekniği

Bu teknikte çok amaçlı orijinal problem, tek amaçlı probleme indirgenmektedir. Karar verici; önceden türetilmiş olan  $x^{s-1}$  ve  $x^s$  çözümlerinden hareketle, tek amaçlı problem için yeni parametre değerleri  $w^{(s+1)}$  türetir(Lieberman, 1991). Bu teknikte tartılı toplam,

$$\sum_{i=1}^m w_i f_i(x)$$

veya tartılı max min model,

$$\max \min w_i^{s+1} \cdot f_i(x)$$

$$x \in S \quad \text{olur.}$$

### 3.2.7. Vektör-Gevşeme Tekniği

Bu teknik çok amaçlı doğrusal olmayan problemlere, adım adım çözüm yaklaşımı uygulamaktadır. Tek amaçlı durumdan farklı olarak, olası arama yollarının bir aralığı ve alternatif çözümlerin çeşitliliği vardır(Lieberman, 1991).

### 3.2.8. Etkileşimli $\epsilon$ -Şebeke Tekniği

Bu teknikte, kötü olmayan çözüm setinin örnek şebeke üzerinde uygulanmasıyla, sürekli doğrusal olmayan çok amaçlı programlama problemlerinin çözümlerini daraltan bir teknik durumundadır. Problemin çoklu amaçları ( $f_1(x), \dots, f_p(x)$ ) bütünleştirildiği genel bir fonksiyonda,  $\phi(\bar{\lambda}, f(x))$  kullanılmaktadır. Parametre uzayının  $\epsilon$ -şebekesinde  $\bar{\lambda}$  'nın parametre değerlerinde problemin çözüm sonucuna ulaşılabilir(Lieberman, 1991; Ignizio, 1983).

### 3.2.9. Yerel Geliştirme Tekniği

Bu teknikte, çok amaçlı programlama problemi, stokastik programlama probleminin değişik bir tipi olarak gösterilmektedir. Burada amaçlar için görece önem dereceleri belirlenir. Bu tip algoritmaların (genel stokastik programlama problemi için geliştirilmiş algoritmalar) her bir iterasyonda tesadüfi değişkenler için olasılık dağılımları kullanılır. Öncelikle karar vericiden ya hedef değerleri ya da amaç fonksiyonu değerleri için tercih bilgisi alınır. Bu teknik sanayi işletmelerinde (traktör üretimi gibi) karmaşık üretim problemlerinde kullanılmaktadır (Lieberman, 1991).

### 3.2.10. Pareto Sınırlı Haritalar

Pareto sınırlı haritalar tekniği, çoklu amaç fonksiyonunu tek bir amaç fonksiyonuna bütünleştirir ve daha sonra sonuç fonksiyonunu optimize etmeye çalışır. Bunu yaparken, aday sonuçların bir kümesini elde etmek üzere, ölçeğin parametresini sistematik olarak değiştirir. Bu aday sonuçların kendi içinde etkileşimi, karar vericinin tercihleri dikkate alınarak belirlenir (Lieberman, 1991; Ruzika and Wiecek, 2005).

### 3.2.11. Steuer Tekniği

Steuer tekniği, çoklu amaçların her biri için sürekli olarak değişen ağırlıklar kullanan bir tekniktir. Bu teknikte önceden belirlenmiş  $t$  sayıda iterasyonla yakınsama gerçekleşmektedir. Her bir iterasyonda karar verici  $p$  sayıda baskın olmayan çözüm seçeneği arasından seçim yapılmaktadır. Genellikle iterasyon sayısı  $t$ , amaç sayısı  $k'$  ya eşittir ve  $p \leq k'$  dir. Çözüm süreci, bulunan çözüm kümesi ile ideal çözüm arasındaki uzaklığı minimize etmeye çalışarak ilerler (Andersson, 2004; Lofti vd, 1997).

## 3.3. Tercih Bilgisinin Çözüm Sürecinden Sonra İstendiği Teknikler

Tercih bilgisinin çözüm sürecinden sonra kullanılan yaklaşımlar, bir probleme yönelik tüm etkin çözümleri bulmakla ilgilenir. Karar vericiye tüm çözümler sunulur ve etkin çözümlerden birisini seçmesi istenir. Bu teknikler çözüm alternatiflerinin türetilmesi ile ilgilenmektedir.

Bu tür tekniklerin en büyük avantajı, çözümlerin karar vericinin tercihlerinden bağımsız olmasıdır. Çözüm bir kez yapılır. Bununla birlikte üç dezavantajı bulunmaktadır. Birincisi; algoritmalar çok karmaşıktır ve bu nedenle karar vericiler tarafından anlaşılması güçtür. İkincisi; çoğu gerçek problemi bu yaklaşımla çözümlenmesi için çok büyüktür. Üçüncüsü ise, karar vericinin çok fazla sayıda çözüm arasından seçim yapmak zorunda kalmasıdır (Evans, 1984).

### 3.3.1. Çoklu Ortaya Çıkan Yaklaşımlar

Bu bölümde Pareto optimum sınırında bir örnek nokta kümesi elde etmek için en sık kullanılan yöntemler ele alınacaktır. Karar verici, Pareto sınırı üzerinde birbirinden uzak noktalardan oluşan bir küme oluşturarak sınırın biçimi ve dolayısıyla amaçlar arasındaki olası alternatif maliyetler hakkında bilgi edinebilir (Andersson, 2004).

### a. Ağırlıklı Toplam Tekniği

Ağırlıklı toplam tekniğinde optimizasyon problemi aşağıdaki gibi modellenir.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^k w_i f_i(x)$$

$$x \in S$$

$$\Lambda = \left\{ w \in \mathbb{R}^k \setminus w_i \geq 0 \sum_{i=1}^k w_i = 1 \right\}$$

Çoklu optimizasyonda Pareto sınırı üzerinde çok sayıda nokta bulmak için farklı ağırlık vektörleri  $w$  kullanılmaktadır. Bu teknik Pareto optimum sınırı üzerinde çok sayıda nokta bulmanın en kolay ve en doğrudan yoludur. Ancak bu teknik önemli bir takım sınırlılıkları bulunmaktadır. Noktaların Pareto sınırı üzerinde eşit biçimde dağılmasını sağlayacak ağırlıkları seçmek zordur. Çözüm uzayı konveks olmadığına ise bir başka sorun ortaya çıkar; bu durumda herhangi bir  $w \in \Lambda$  için optimizasyon problemi çözümlenerek, tüm Pareto optimum çözümler elde edilemez (Andersson, 2004; Lofti, vd. 1997).

$$\text{Min } \left\{ \sum_{i=1}^k (w_i f_i(x))^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$x \in S$$

$$w \in \Lambda$$

$p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  koşulunu sağlayan bir tamsayıdır.  $p$ 'ye uygun bir değer verildiğinde, tüm Pareto optimum noktalar bulunabilir. Ancak,  $p$ 'ye verilebilecek böyle bir değer en başta bilinmez. Bununla birlikte  $p$ 'ye verilen en yüksek değer, optimizasyon probleminin çözümünü zorlaştırır. En uç durum, yani  $p = \infty$  olduğunda ise, problem ağırlıklı Min-max formülasyonu olarak adlandırılır (Huang, 2003; Marler, 2005).

### b. e-kısıt Tekniği

e-kısıt tekniğinde amaçlardan yalnız  $i$ . amaç optimizasyon için seçilir ve diğerleri kısıt olarak formüle edilir.

$$\text{Min } \{ f_i(x) \}$$

$$f_j \leq e_j \quad j \neq i, \quad j=1,2,\dots,k$$

$$x \in S$$

Kısıt değeri  $e_j$ , sürekli olarak değiştirilerek Pareto sınırı üzerinde farklı noktalar elde edebilir. Pareto sınırının uç noktaları hesaplanarak, farklı amaç fonksiyonları hesaplanabilir ve bunlara göre kısıt değerleri, seçilebilir. Bu yöntem, Pareto sınırı devam ettikçe, örneğin  $f_j = e_j$  olmak üzere, bir Pareto optimum çözümlendiği sürece, Pareto sınırı üzerinde yayılmaya imkan bulabilir.

Çoklu ortaya çıkan yaklaşımlara, ağırlıklı toplam tekniği ve e-kısıt tekniği yanında “Normal sınır etkileşimi” ve “Çok amaçlı simüle edilmiş sertleştirme” teknikleri de eklenebilir (Andersson, 2004).

### 3.3.2. Çok Amaçlı Genetik Algoritmalar

Son zamanlarda pek çok farklı türde çok amaçlı genetik algoritmalar geliştirilmiştir. Genetik algoritmaların diğer tekniklere göre en önemli avantajı, bağımsız amaçlardan oluşan çok amaçlı yapıyı ustalıkla idare edebilmesidir.(Andersson, 2004). Çok amaçlı genetik algoritmalar Pareto temelli ve Pareto temelli olmayan yaklaşımlar olarak iki gruba ayrılır.

#### a. Pareto Temelli Olmayan Yaklaşımlar

Her bir bağımsız amaca, baskın olmayan çözümler üretmek için vektör değerlendirme yapılıdır. Ancak çözüm uzayının uçlarında toplanma eğilimi gösteren tüm Pareto temelli olmayan teknikler, Pareto kümesinin büyük bir bölümünü incelemeyen, bırakma eğilimi göstermektedir(Andersson, 2004).

#### b. Pareto Temelli Yaklaşımlar

Pareto temelli yaklaşımlarda Pareto optimallik koşuluna göre düzenlemek için baskın olmayanları sıralama tekniğini ileri sürer(Andersson, 2004).

### 3.3.3. Dinamik Çok Amaçlı Programlama

Dinamik programlama problemlerinin çok amaçlı çözümünde, zamanın kesikli aralıklarla bölündüğü ve takip eden kararların etkilenmediği varsayımına bağlı olarak pekte kötü olmayan çözümler sunulur. Çok karmaşık durumlar için benzer algoritmaların benzerliğinden yararlanır(Lieberman, 1991).

### 3.3.4. Ulaşılabilir Küme Tekniği

Ulaşılabilir küme tekniği, tüm amaç fonksiyonları ve kısıtlayıcıların, amaç fonksiyonu değerleri tarafından(alt uzay üzerinde) tanımlanan konveks fonksiyonlar için, tahminler yaparak çözümler üretir. Doğrusal çok amaçlı matematiksel programlama problemi çözüm teknikleri simpleks tekniğine dayanırken, ulaşılabilir küme tekniği yaklaşımı doğrusal eşitsizliklerin teorisine dayanmaktadır. Bu teknikle, karar vericinin etkin çözümü seçmesi işi kolaylaştırır. Gelişmelere göre, yer ve çevre planlaması ile ilgili problemlerde büyük kolaylık sağlamaktadır(Lieberman, 1991).

### 3.3.5. Benzer Doğrular Yaklaşımı

Bu teknikte iki kriterli konveks programlama probleminin doğrusal benzerliğine dayanır ve her adımda benzerlikte, olası maksimum hatanın ölçümü için bir ölçüt-  $\delta$  sağlar(Hillier and Lieberman, 1995).

## 3.4. Tercih Bilgisinin İstenmediği Teknikler

Bu yaklaşımlar, karar vericiden tercih bilgisinin istenmediği(ne çözüm sürecinden önce, ne çözüm sürecinde ve ne de çözüm sürecinden sonra) teknikleri içerir. Bu tekniklerde tercih bilgisi istenmese de gerçekte kullanıcı veya problemi modelleyen tarafından açıkça belirtilmeyen örtülü bir tercih dikte edilmektedir.

### 3.4.1. İdeal Uzaklık Minimizasyonu Tekniği

Bu teknik, çok amaçlı problemler için “ideal nokta” kavramını kullanmaktadır. Çok amaçlı problemlerin çözümünde ilk çalışılan teknik olarak bilinir(Lieberman, 1991). Çok fonksiyonlu dinamik kontrol problemlerinin çözümü için tasarlanmış yöntem, ideal yörünge  $f_i^I(x)$  ile uygun yörüngeler kümesinin  $f_i^E(x)$  arasındaki uzaklığı minimize eder:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^k [f_i^I(x) - f_i^E(x)]^2$$

$f_i^I(x)$  : ideal çözüm,  
 $f_i^E(x)$  : etkin çözümdür.

### 3.4.2. Maksimum Etkinlik İlkesi

Bu teknik ideal çözüm kavramını kullanmaktadır. Bununla birlikte çok amaçlı programlama probleminde, bütün amaçların maksimize edildiğini varsayar ve minimum görelî erişimi maksimize eden çözümleri arar. Her bir amaç fonksiyonu  $f_i(x)$ , ideal referans değeri,  $f_i^I(x)$  en kötü çözüm değeri  $f_i^{\text{kötü}}$  olmak üzere,

$$Z_i(x) = \frac{f_i(x) - f_i^{\text{kötü}}}{f_i^I - f_i^{\text{kötü}}} \quad i=1,2, \dots, p$$

$f_i(x)$ : i. amacın etkin çözüm değeri,

$Z_i(x)$ : i. amaç değeridir.

Kabul etmek gerekir ki bu formülasyon oyun teorisinde, maksimizasyon problemine denktir. Teknikteki gelişimin sürmesi, oyun teorisine benzerlikten daha çok genel uygulamasının artması ile mümkündür. Teoriye yenilik getirmeyen bu teknik hedef programlamaya benzer. Bu teknik, ekonomik planlama, çok amaçlı rota programlama ve dinamik üretim planlamasında uygulanabilmektedir(Lieberman, 1991).

### 3.4.3. Mini-max Formülasyonu ve Küresel Ölçüt Tekniği

Bu tür teknikler herhangi bir tercih bilgisi kullanmaz. Min-max formülasyonu bir aday çözümden ideal çözüme olan görelî uzaklığın enküçüklenmesini temel alır. Buna bağlı optimizasyon problemi:

$$\min \left[ \sum_{j=1}^k (f_j(x) - f_j^*)^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

$x \in S$

Burada  $p, 1 \leq p \leq \infty$  ‘dur.

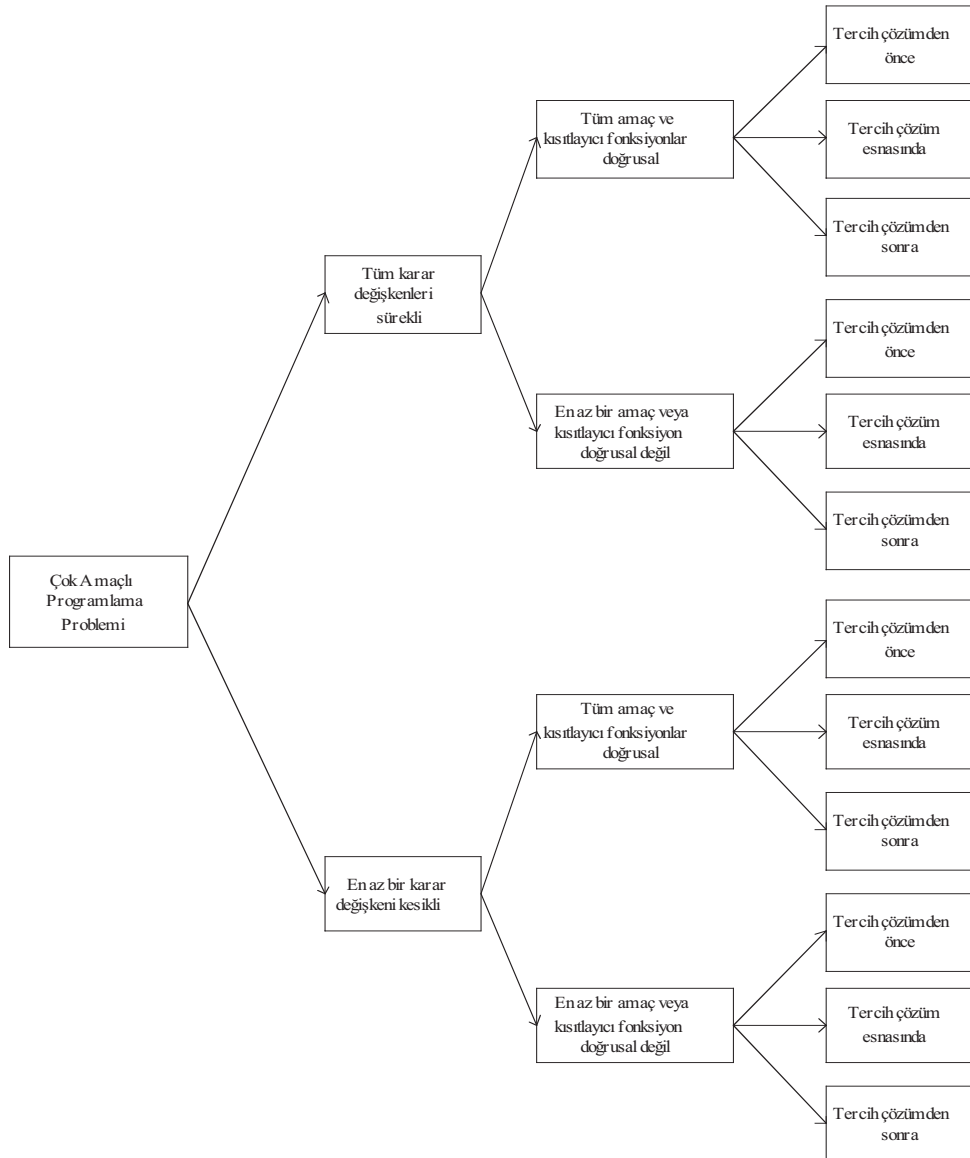
Buraya kadar açıklanmaya çalışılan tekniklerin çoğu tek amaçlı matematiksel programlama çözümünde kullanılan tekniklerin bazı eklentili halleridir. Örneğin: çok amaçlı doğrusal programlama çözümü için geliştirilmiş tekniklerin çoğunda, simpleks tekniğinin değişik varyasyonları kullanılmaktadır(Evans, 1984).



Çalışmanın bundan sonraki bölümünde çok amaçlı matematiksel programlama çözüm teknikleri karar değişkenlerinin yapısına göre sınıflandırılmasına değinilmiştir. Teknikler, tercih bilgisinin ortaya konma zamanının yanı sıra, modelde yer alan karar değişkenlerinin türüne göre de sınıflandırılmaktadır(örneğin: tüm karar değişkenlerinin sürekli veya en az bir karar değişkeninin kesikli olması).

#### 4. ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARINI KARAR DEĞİŞKENLERİNİN YAPISINA GÖRE SINIFLANDIRMA

Çok amaçlı matematiksel programlama problemlerinin çözüm teknikleri, modelin karar değişkenlerinin sürekli ve kesikli(tamsayı) olmasına göre de sınıflandırılabilir. Karar değişkenlerinin yapısına göre sınıflandırma Şekil 3' de gösterilmeye çalışılmıştır.



Şekil 3. Çok Amaçlı Programlamanın Karar Değişkenlerinin Yapısına Göre Sınıflandırılması

#### 4.1. Karar Değişkenlerinin Sürekli Olduğu Çok Amaçlı Problemlerin Çözüm Teknikleri

##### a. Amaçlar ve Kısıtlayıcılar Doğrusal

Bu alanda geliştirilen algoritmaların çoğu çok amaçlı doğrusal programlamayı çözümlenebilmektedir (örneğin: tüm amaç fonksiyonlarının ve kısıtlayıcı fonksiyonların doğrusal olduğu modeller).

Maximin Programlama” ve “Doğrusal Hedef Programlama” tercih bilgisinin önceden verilmesinin söz konusu olduğu çok amaçlı doğrusal programlamayı çözen tekniklere örnektir.

STEM tekniği, çözüm sürecinde tercih bilgisinin söz konusu olduğu çok amaçlı doğrusal programlamayı çözen ilk tekniktir. STEM, ideale olan maksimum ağırlıklı uzaklıkları minimize eden tek amaçlı model uygular. Bu tek amaçlı problem için kısıtlayıcılar kümesi, ilk aşamadaki orijinal çok amaçlı probleminkiyle aynıdır. Daha sonraki her aşamada karar vericiden, amaçlar için belirlediği hedef düzeylerini tekrar ayarlaması istenir. GPSTEM, Hedef Programlama ile STEM’in kombinasyonundan oluşmaktadır. Yaklaşım, STEM’den her bir aşamada amaç programlamasının, tek amaçlı model gibi kullanılması ile farklılık gösterir. GPSTEM’in , STEM’e göre düşünülen avantajı “Etkin çözümün” Hedef Programlama yaklaşımı kullanımından dolayı daha az iterasyonla elde edilebileceğidir.

Çok amaçlı doğrusal programlama çözümünde, çözüm sonrası tercih bilgisi uygulayan algoritmalar iki gruba ayrılabilir.

- Yeterli tüm etkin uç nokta aramasına yoğunlaşanlar,
- Yeterli tüm etkin nokta aramasına yoğunlaşanlar (uç nokta olup olmamasına bakmaksızın)

İlk gruptaki tüm algoritmalar üç aşamadan oluşmaktadır. Birinci ve ikinci aşamalar sırasıyla başlangıç uç ve başlangıç etkin uç noktaların bulunmasını içerir. Üçüncü aşamada geriye kalan tüm etkin noktalar bulunur. Birinci ve ikinci aşama sadece klasik doğrusal programlama yöntemleri gerektirdiğinden gerçekleştirilmesi kolaydır. Üçüncü aşama, yaklaşımları itibarıyla farklılık gösteren algoritmaların olduğu zor bir süreçtir (Evans, 1984). Bu alanda yakın zamanda yapılan çoğu çalışma ikinci gruba giren teknikler (yani, yeterli tüm etkin noktaları arayan teknikler) üzerine yoğunlaşmaktadır. Bunun sebebinin bir çok problemde etkin çözümün, kısıtlayıcı kümesinin bir uç noktası olmayan, etkin nokta olmasındandır

Gerçekte çok amaçlı doğrusal programlama için etkin çözümler üreten tekniklerin tamamı ya da tamamına yakını çoğunlukla tatmin edici değildir. Bu nedenle optimizasyon öncesi her bir amaca eklenen ağırlıklara bir alt ve üst sınır atayarak, etkin noktaları eleme yoluna gidebilir. Böylece optimizasyon sonucunda türetilecek çözüm sayısını azaltabilecek bir filtre yapılmış olur (Evans, 1984).

##### b. En Az Bir Amaç Veya Kısıtlayıcı Fonksiyon Doğrusal Değil

Karar değişkenlerinin sürekli olduğu çok amaçlı doğrusal olmayan programlamasının çözümü için az sayıda teknik geliştirilmiştir. Bu tekniklerin çoğu karar vericinin güç ödünleşme bilgisini gerektirirler.

Doğrusal olmayan yapıda, değer fonksiyonunu belirleme güçlüğü nedeniyle karar verici için bir değer fonksiyonunun var olduğu varsayılır. Değer fonksiyonunun doğrudan ortaya konması, karar vericiden tercih ön bilgisinin alınmasında büyük kolaylık sağlamaktadır. Değer fonksiyonunun doğru şekilde ortaya konması, etkin çözüme daha hızlı ulaşılmasına olanak sağlar (Evans, 1984).

## 4.2. Karar Değişkenlerinin Kesikli(Tamsayı) Olduğu Problemlerin Çözüm Teknikleri

Çok amaçlı matematiksel modellere yönelik, en az bir karar değişkeninin tam sayı olması koşulu ile sınırlandırıldığı araştırmalar daha 1976 yılından bu yana görülmektedir.(Evans, 1984). Bu nedenle araştırmaların çoğu literatürde çokça görülmemektedir. Bunlar aşağıdaki duruma göre de sınıflandırılabilir:

- i. Kesme düzlem algoritmaları
- ii. Dinamik programlama ve onun değişik varyasyonlarından birini kullanan algoritmalar
- iii. Tek amaçlı tamsayı programlama yaklaşımı kullanan algoritmalar(Örneğin; dal ve sınır)

Şimdi bunları sırayla açıklanmaya çalışılacaktır.

### i. Kesme Düzlem Algoritmalar

Bir probleme en iyi uzlaşan çözümü bulmak için etkileşimli yaklaşımlardır. Bu algoritmalar kesme düzlemi algoritması ile benzer şekilde çalışır. Doğrusal olmayan amaç ve kısıtlayıcı denklemliler problem-lerin çözümünde de ele alınabilirler.

### ii. Dinamik Programlama ve Onun Değişik Varyasyonları

Tam sayılı karar değişkeni içeren çok amaçlı matematiksel programlama çözümü için Dinamik programlamanın bir türünü kullanan algoritmalar, özel ayrıştırılabilir bir problem yapısı gerektirmektedir. Örneğin zaman sürecinde, bir dizi birbiriyle bağlantılı kararlar genellikle bir biçimde inceleyebilir.

### iii. Tek Amaçlı Tamsayı Programlama Yaklaşımı Kullanan Algoritmalar(Örneğin Dal ve Sınır)

Algoritmaların üçüncü kategorisi, tamsayı veya karma tamsayı programların çözümünde klasik yaklaşımların açık bir biçimde uygulamaları ile ilişkilendirilmesidir. Çok amaçlı 0-1, doğrusal programlama için tüm yeterli sonuçları bulmak için Balas'ın saklı listeleme algoritmasını kullanmaktadır. Çok amaçlı karma tamsayı doğrusal programlamada en iyi uzlaşan çözümü bulmak için de dal ve sınır tekniği kullanılmaktadır(Evans, 1984).

## 5. SONUÇ

Bu noktada okuyucuların pek çoğunda “En iyi teknik hangisi?” sorusu akla gelecektir. Bu soruya cevap olmak üzere, çeşitli çalışmalar(çeşitli kriterlere göre karşılaştırma) yapılmışsa da, değerlendirmeler anlamlı deneyim ve testlerden değil de, daha çok sezgiseldir. Bunun sebebi ise, bu alanın yeni olması ve tekniklerin çok az sayıda gerçek uygulamasının yapılabildiği olmasıdır. Gerçekten karar vericiyle ilgili kriterlere göre, tekniklerin değerlendirmesi tecrübe edildiği alanlar olmadan zordur. Bunlara ek olarak, bir çözüm tekniğinin etkinliği problemin özelliklerine bağlıdır. Bu özellikler; kullanılan matematiksel modelin yapısı, değişken ve kısıtlayıcı sayısı hatta amaç sayısı olabilir.

Bundan sonra, çok amaçlı matematiksel programlama konusunda yapılacak çalışmalar için dört önemli alan öne çıkmaktadır.

**İlk olarak;** üç tip yaklaşımın(tercih bilgisinin önsel / çözüm esnasında/ çözüm sonrası istenmesi) kombinasyonunu içeren algoritmalar gelecek çalışmalarda öne çıkacak yaklaşımlardır. Bu yaklaşımların kombinasyonu üç ayrı yaklaşımın avantajını taşıırken, dezavantajlarını da azaltacaktır

**İkinci olarak,** yeni araştırmalarla geliştirilen sezgisel yaklaşımlar veya yeni tekniklerin birbiriyle birleşimiyle ortaya çıkan karmaşık teknikler çok amaçlı büyük modellerin çözümüne yönelebilir. Bu alandaki araştırmalar (pek çok problemde olduğu gibi) özellikle, tam sayılı karar değişkenlerini gerekli kılmaktadır.

**Üçüncü olarak;** matematiksel programlamada çoklu amaçlara belirsizlik ve risk faktörünü dahil edecek araştırmalardır.

Son olarak; dördüncü ve beklide en önemli çalışma alanı, gerçek karar vericilerle, gerçek uygulamaları içerecek araştırmaların yapılması alanıdır. Litaretürde çok az gerçek uygulamaya rastlanabilmektedir. Bu, çalışma alanının yeni olması sebebiyle anlaşılabilir bir durumdur. Bununla birlikte, tek amaçlı problem çözümünün aksine çok amaçlıda karar vericiyle etkileşimli olunması, çok amaçlı problemlerin çözümünün tamamlayıcı bir parçasıdır. Bu nedenle, bu alanda yapılacak araştırmalar çok önemlidir.

## KAYNAKÇA

- Atlas, M. ve Keçek, G. (2000).** Hedef programlama ve bir seramik işletmesinde uygulama denemesi, Anadolu Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, Cilt: XVI Sayı: 1,2: 81-04 Anadolu Üniversitesi Yayınları; No: 1258.
- Atlas, M.(2004-2005).** Çok amaçlı programlamada karar vericinin etkisi, Review of Social, Economic and Busibess Studies 5/6: 339-352, Estern Mediterranean University Pres.
- Andersson, J. (2004).** A survey of multiobjective optimization in engineer desig, Technical Report:LİTH-IKP- R-1097, Linköping University, (erişim tarihi 21 Şubat 2006) (<http://www.machine.ike.lie.s/staft/johon/files/pdf>)
- Camm, J.D., ve Evans, J.R. (1996).** Management Science, s:865, South-Western College Pubolishing, Ohio.
- Evans, G. (1984).** An Overviev of techniques for solving multiobjective marhematical programs, Management Science, 30(11): 1268-1282
- Engau, A., (2007).** Domination anad decomposition in multiobjective programming, Ph.D., Clemson University, (erişim tarihi 26 ekim 2007) (<http://www.proquest.umi.com/pdbwep?index= 1296118991>).
- Epen, G.D., Gould, F.J., Schmidt, C.P., Moore, J.H. ve Weatherford, L.R. (1998).** Introduction Management Science, s:702, 5th Edition, Prentice Hall Int. Inc., New Jersey.
- İgnozi, J.P.,(1983).** An aproach to the modeling and analysis of multiobjective generalized network, European journal of operation research, 12(4): 357-362.
- Hahn, R.W., (1984).** On reconciling conflicting goals: applications of multiobjective programming, Operation Research 32(1): 221-241

- Hillier, F.S. ve Lieberman, G.J. (1995).** Introduction to operations research, Sixth Edition, McGraw-Hill, Inc. New York. S: 558-606.
- Huang, Chen-Hung, (2004).** Development of multi-objective concurrent subspace optimization and visualization methods for multidisciplinary design, Ph. D., State University of New York at Buffalo, (erişim tarihi 26 Mart 2006)(<http://www.proquest.umi.com/pdbwep?index=764887241>).
- Hwang C.-L. ve Masud A. S., (1979).** Multiple Objective Decision Making Methods and Applications, State of The Art Survey, Springer Verlag, Berlin
- Jones, D.F., Miravazi, S.K. ve Tamiz, M. (2002).** Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art, European journal of operation research, 137(1): 1-10
- Joro, T., Korhonen, P. ve Wallenius, J. (1998).** Structural comparison of data envelopment analysis and multiple objective linear programming, Management Science 44(7): 962-970
- Kumar, P., Singh, N. ve Tewari, N.K., (1991).** A nonlinear goal programming model for multistage, multiobjective decision problems with application to grouping and loading problem in a flexible manufacturing system, European journal of operation research, 53(2): 166-172.
- Lieberman, E.R., (1991).** Soviet Multi-objective mathematical programming methods: an overview, Management Science 37(9): 1147-1165
- Lofti, V., Yoon, Y.S. ve Zionts, S. (1997).** Aspiration-based search algorithm (ABSALG) for multiple objective linear programming problems: Theory and comparative tests. Management Science, 43(8): 1047-1060.
- Marler, R.T. (2005).** A study of multi-objective optimization methods for engineering applications, Ph. D., The University of Iowa, (erişim tarihi 25 Aralık 2006) (<http://www.proquest.umi.com/pdbwep?index=913535091>).
- Mohan, C. N., (1998).** Reference direction interactive method for solving multiobjective fuzzy programming problems, European journal of operation research, 107(3): 599-614
- Özkan, M.M. (2003).** Bulanık hedef programlama, Ekin kitabevi, Bursa, 288s.
- Öztürk, A. (2007).** Yöneylem Araştırması, Genişletilmiş 11. baskı, Ekin kitabevi, Bursa, 877s.
- Ruzika, S. ve Wiecek, M.M. (2005).** Approximation methods in multiobjective programming, Journal of optimization theory and applications, 126(3): 473 (erişim tarihi 2 Nisan 2006) (<http://www.proquest.umi.com/pdbwep?index=885145291>).
- Stewart, T. J. (1999).** Evaluation and refinement of aspiration-based methods in MCDM, European journal of operation research, 113(3): 643-653.
- Taha, H. (2000).** Operations research an introduction, (6. Basımdan Çeviri: Yöneylem Araştırması) Çeviren ve Uyarlayan: Ş. Alp Baray ve Şakir Esnaf, Literatür yayınları, 43: 343-361
- Tulunay, Y. (1980).** Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları, s:743, Sermet Matbaası, İstanbul.



**Winston, W.L. (1994).** Operations Research, s: 1318, Third Edition, Duxbury Pres, California

**Youness, E. A. (1995).** A direct approach for finding all efficient solutions for multiobjective programming problems, European journal of operation research, 81(2): 440-444.