

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
TAHMİNİ ÖĞRENME YOLLARINA DAYALI
ÖĞRETİMLERİNDEKİ PEDAGOJİK YOLLARININ**

DESTEKLENMESİ

Doktora Tezi

Deniz EROĞLU

Eskişehir, 2016

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN TAHMİNİ ÖĞRENME
YOLLARINA DAYALI ÖĞRETİMLERİNDEKİ PEDAGOJİK YOLLARININ
DESTEKLENMESİ**

Deniz EROĞLU

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi





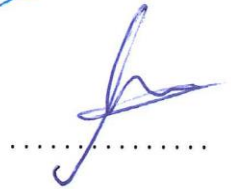
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Kasım, 2016

Bu Tez Çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1406E301 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Deniz EROĞLU'nun "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Tahmini Öğrenme Yollarına Dayalı Öğretimlerindeki Pedagojik Yollarının Desteklenmesi" başlıklı tezi 28.11.2016 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Doç.Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	: Prof.Dr. Hülya GÜR	
Üye	: Prof.Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR	
Üye	: Doç.Dr. Nilüfer KÖSE	
Üye	: Doç.Dr. Abdulkadir ERDOĞAN	



Prof.Dr. Esra CEYHAN

Anadolu Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü

ÖZET

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN TAHMİNİ ÖĞRENME YOLLARINA DAYALI ÖĞRETİMLERİNDEKİ PEDAGOJİK YOLLARININ DESTEKLENMESİ

Deniz EROĞLU

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kasım, 2016

Danışman: Doç. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde kullanabilecekleri pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır. Katılımcı eylem araştırması olarak gerçekleştirilen bu çalışmada iki ortaokul matematik öğretmeni ve araştırmacı işbirliği içinde çalışarak öğretmenlerin gerçekleştirdikleri uygulamalar geliştirilmeye yani pedagojik yollarda gelişim göstermeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırma 10 haftada gerçekleştirilmiş, altıncı sınıf cebir öğrenme alanına yönelik tahmini öğrenme yolları planlanarak öğretmenler tarafından uygulaması gerçekleştirilmiş ve öğretmenlerin öğretimlerinde kullandıkları pedagojik yollarına odaklanılmıştır. Araştırmada öğretmenlerle yapılmış ön görüşmeler, öğretim videoları, mesleki gelişim oturumlarının videoları ve araştırmacının alan notları veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada uygulanan mesleki gelişim etkinlikleriyle öğretmenlerin öğretimlerinde kullandıkları bilgi ve becerilerinde büyük bir değişim ve gelişim gösterdikleri görülmüştür. Bu değişim ve gelişim öğrenci düşüncesinin kullanımı, sınıf içi tartışmalara dayalı pedagojik yollar, temsillerin kullanımı ve matematik öğretim bilgisi bağlamında gerçekleşmiştir. Öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin sağlanmasına yönelik gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen sonuçlara ve gelecekte yapılabilecek benzer çalışmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Tahmini öğrenme yolları, Ortaokul matematik öğretmenleri, Cebir, Pedagojik yol.

ABSTRACT

SUPPORTING MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' PEDAGOGICAL WAYS IN THEIR TEACHINGS BASED ON HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORIES

Deniz EROĞLU

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Education, November, 2016

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The purpose of this study is to enable the elementary school mathematics teachers to make progress in the pedagogical ways that they can use in the teaching process designed in accordance with the expected learning trajectories. In this study, conducted as participatory action research, it was aimed that two junior high school math teachers and the researcher would improve their teaching practices by working in collaboration. That is, it was aimed to enable the math teachers to make progress in pedagogical ways. The research was completed in 10 weeks. The expected learning trajectories for the sixth grade algebra learning areas were planned and put into practice by the teachers. The focus was centred on the pedagogical ways used in teachers' teaching practices. Preliminary discussions with the teachers, instructional videos and the researcher's field notes were used as data sources in this research. It was shown that with professional development activities applied in this research, the teachers displayed a major change and development in knowledge and skills they use in their teaching practices. Such changes and developments took place within the context of the use of student ideas, educational ways based on classroom discussions, the use of demonstrations and the knowledge of mathematical instruction. Recommendations are offered with respect to the findings of this study carried out to enable teachers' professional development and for similar studies that can be carried out in the future.

Keywords: Hypothetical learning trajectory, Middle school mathematics teachers, Algebra, Pedagogical ways.

27/12/2016

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm ver ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.


Deniz EROĞLU

ÖNSÖZ

Eğitim bir ülkenin geleceği adına olmazsa olmaz kriterlerden bir tanesidir ve eğitimin kalitesini artıracak olan en temel unsur da öğretmenlerdir. Ancak ülkemizde maalesef ki öğretmenlik mesleği herkesin yapabileceği bir iş olarak görülmekte ve kültürel özelliklerden dolayı da bir kadın mesleği olarak dillerde gezdirilmektedir. Oysa öğretmenlik ülke adına sahip olduğu sorumluluk dikkate alındığında çok önemli bir meslektir. Yanı sıra herkesin yapabileceği bir iş olmaktan ziyade, öğretmenliğin bireylerin eğitim süreci sonunda kazanacağı ve sürekli geliştirilmesi gereken becerilerle yürütülebilecek bir meslek olduğunu birçok araştırma ortaya koymaktadır.

Ülkemizde sürekli değişen eğitim sistemiyle birlikte öğretmenler yalnız bırakılmakta, sadece seminer dönemlerinde gerçekleştirilen video konferanslar yoluyla programlar tanıtılmaya çalışılmakta, öğretmenlerin hızlı bir biçimde ortaya koyulan sistemlere adapte olmaları ve öğretim programlarını mükemmel bir şekilde uygulamaları beklenmektedir. Ne yazık ki ülkemizde öğretmenlerin mesleki olarak geliştirilmesini sağlayacak eğitimlerde eksikliklerin olduğu göze çarpmakta ve öğretmenlerin hizmete başladıktan sonraki süreçte meslekleri adına yeterli gelişimi gösteremedikleri gözlenmektedir. Nitekim araştırmacılar nezdinde öğretmenler ile araştırma yapmanın çok zor olduğu düşünülmektedir. Yapılan araştırmalarda ülkemizde öğretmenler ile gerçekleştirilen araştırma sayısının çok az olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğretmenlerin mesleğe atıldıktan sonra da gelişmesi gerektiği düşünülerek başlatılan ve sonlandırılan bu çalışmada, iki ortaokul matematik öğretmenin mesleki gelişimi sağlanmaya çalışılmıştır. Özel olarak ise araştırmanın amacı, iki ortaokul matematik öğretmenin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde kullanabilecekleri pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır. Bu araştırmanın geleceğin mimarı olacak öğretmenlerin geliştirilmesi sürecine katkı getirmesi ve ülkemizde gerçekleştirilmesi arzulanan mesleki gelişim programlarına bir model olması umulmaktadır. Öğretmenlerin uygulamalarının gelişmesi gerektiğinin ve gelişebildiğinin bir kanıtı olan bu çalışmayla ayrıca okullar ve üniversiteler arasında bağ kurulmasının önemini anlaşılması temenni edilmektedir.

Bu araştırmanın gerçekleştirilmesinde birçok kişinin emeği bulunmaktadır.

Öncelikle bir araştırmacı olarak beni yetiştirerek bu tezin ortaya çıkmasını sağlayan, tez sürecinde hem akademik hem de manevi anlamda hiçbir fedakârlığı esirgemededen bana destek veren, ayrıca doktora eğitimim başladığı günden beri bazen bir anne, bazen bir arkadaş, bazen de bir meslektaş olarak hem iyi hem de kötü günlerimde her zaman yanımda duran ve beni sürekli motive eden, göstermiş olduğu bu özveriler karşısında hiçbir zaman hakkını ödeyemeyeceğim çok değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Dilek TANIŞLI'ya sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora eğitimim boyunca beni hem akademik hem de manevi olarak her zaman destekleyen, tez izleme komitelerimde ve savunma jürimde yer alarak tezimin ilerlemesine ve gelişmesine katkı sağlayan çok değer verdiğim sevgili hocam Doç. Dr. Nilüfer KÖSE'ye teşekkürlerimi sunarım.

Tez sürecim boyunca tez izleme komitelerimde yer alan ve uzak yollardan gelerek fedakârlığını esirgemeyen, tezimin ilerlemesine ve gelişmesine katkı sağlayan ve beni sürekli motive eden değerli hocam Prof. Dr. Hülya GÜR'e, tez savunma jürimde yer alarak tezimin gelişmesine katkı sağlayan değerli hocam Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR'a ve doktora sürecim boyunca beni akademik olarak destekleyen ve tez savunma jürimde yer alarak tezimin gelişmesine katkı sağlayan çok değerli hocam Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimimde beni hem akademik hem de kişisel olarak yetiştiren ve dört yıl boyunca aynı anabilim dalında alıştığım Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında alışan tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca doktora eğitimim boyunca sağladığı maddi destekler için Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu'na teşekkürlerimi sunarım.

Lisans zamanlarımda beri hem iyi hem de kötü bütün günlerimde yanımda olan, o tiz sesiyle beni her zaman motive eden ve enerjisizliğime enerji katan canım arkadaşım Arş. Gör. Seher Avcu'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Anadolu Üniversite'sinde geçirdiğim süre boyunca uzunca bir zaman aynı odayı paylaştığım ve süreçte her zaman yardımına koşmuş değerli arkadaşlarım Dr. Ayça AKIN, Arş. Gör. Osman BAĞDAT, Arş. Gör. Ecmel YAŞAR, Arş. Gör. Mediha GÜNER, Arş. Gör. Gülsüm YILDIRIM ve Arş. Gör. Ayla ATA BARAN'a vermiş oldukları destek ve güzel dostlukları için teşekkür ederim. Doktora eğitiminin zorluğunu birlikte yaşadığım

ve bu zorlukları aşmada desteklerini esirgemeyen değerli arkadaşlarım Duygu YILDIRIM, Faik CAMCI, Dr. Candaş UYGAN, Dr. Zeynep AKKURT, Arş. Gör. Fatma KIZILTOPRAK, Onur TOPRAK'a ve programdaki diğer tüm arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Her anımı, üzüntümü, sevincimi birlikte paylaştığım, her zaman desteğini gönülden hissettiğim ve yaşlarımız ilerledikçe kıymetini daha çok anladığım canım kardeşim Münevver Mehtap KARAKAŞ'a ve kardeşimin kalbini çalıp hayatımıza ortak olan, desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, dünyalar tatlısı yeğenim Elif Eslem'imın babası ve canım arkadaşım Dr. Ali KARAKAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Varlığıyla hayatıma anlam katan, süreçte yaşadığım bütün zorluklara karşı benimle birlikte mücadele eden, sakin ve uzlaşmacı tavrıyla beni her zaman motive eden ve hayatım boyunca desteğine her zaman ihtiyaç duyduğum ve bundan sonraki hayatımda da her an yanımda olmasını arzuladığım çok değerli eşim, hayat arkadaşım Yılmaz EROĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yazıyla yapılan teşekkür, eşimin hayatıma kattıklarının yanında denizde bir damla kadar kalsa da onun desteği olmadan yaptıklarımı yapamazdım. Desteğine minnettarım.

Doktora eğitimim süresince onu ihmal ettiğimden kaynaklı yaşadığım sıkıntılarda saflığı, masumiyeti ve "canım annem benim" deyişiyile gücüme güç katan canımdan çok sevdiğim ilk göz ağrım Mustafa Ayberk'ime; eğitimimin son zamanlarında hayatıma katılan ve ben de varım diyerek gülücükleriyle tükenen enerjimi yeniden kazanmamı sağlayan küçük elma kurdum ve tırtıl kurabiyem Ahmet Furkan'ıma hayatıma kattıkları değer ve anlam için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak hem maddi hem de manevi olarak bütün hayatını çocuklarına adanmış, bugünlere gelmemde baş mimar olan, en zor zamanlarımda her zaman yardımına koşan, destekleriyle her zaman güçlü olmamı sağlayan ve göstermiş oldukları sabır, anlayış ve özveriden dolayı haklarımı hiçbir zaman ödeyemeyeceğim çok değerli annem Selma ÇELİKSOY ve babam İsmail ÇELİKSOY'a gönülden sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Eskişehir, 2016
Deniz EROĞLU

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	v
ÖNSÖZ.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiv
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xvii
SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xx
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Teorik Çerçeve.....	6
1.2.1. Tahmini öğrenme yolları.....	7
1.3. Amaç.....	24
1.3.1. Araştırma problemleri.....	24
1.4. Araştırmanın Önemi.....	24
1.5. İlgili Alan Yazın.....	26
1.5.1. Tahmini öğrenme yollarıyla ilgili yapılmış araştırmalar.....	26
1.5.2. Cebir öğretimi.....	29
1.6. Tanımlar.....	32
2. YÖNTEM.....	34
2.1. Araştırmanın Deseni.....	34
2.2. Pilot Çalışma.....	38
2.3. Katılımcılar.....	39
2.4. Araştırmacının Rolü.....	39

2.5. Katılımcı Eylem Araştırması Sürecinde Gerçekleştirilenler	40
2.5.1. Birinci hafta MGO	41
2.5.2. İkinci hafta MGO	44
2.5.3. Üçüncü hafta MGO	47
2.5.4. Dördüncü hafta MGO	48
2.5.5. Beşinci hafta MGO	50
2.5.6. Son dört haftada gerçekleştirilen MGO'ları	52
2.6. Verilerin Toplanması ve Analizi	53
2.6.1. Verilerin toplanması	53
2.6.2. Verilerin analizi	55
2.7. Geçerlik ve Güvenirlik	59
3. BULGULAR VE YORUMLAR	61
3.1. Öğretmen Bilgisi	61
3.1.1. Damla Öğretmen'in bilgisi	61
3.1.2. Emre Öğretmen'in bilgisi	69
3.2. Öğretmenlerin Mesleki Gelişim Sürecindeki Öğretimleri	76
3.2.1. Birinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	76
3.2.2. İkinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	97
3.2.3. Üçüncü hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	115
3.2.4. Dördüncü hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	131
3.2.5. Beşinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	149
3.2.6. Altıncı hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	174
3.2.7. Yedinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	187
3.2.8. Sekizinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	201
3.2.9. Dokuzuncu hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar	215
4.3. Öğretmenlerin Dokuz Haftalık Öğretimlerinin Özeti	227
4.4. Öğretmenlerin Araştırma Sürecini Değerlendirmeleri	231
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	235
4.1. Sonuç	235
4.1.1. Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik sonuçlar	235
4.1.2. Temsillerin kullanımına yönelik sonuçlar	236
4.1.3. Diğer pedagojik yolların kullanımına yönelik sonuçlar	237

4.1.4. Matematik öğretim bilgilerine yönelik sonuçlar	237
4.2. Tartışma.....	238
4.3. Öneriler	246
4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik yapılan öneriler.....	246
4.3.2. Gelecek araştırmalar için öneriler	248
KAYNAKÇA.....	249
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 1.1. Matematik Öğretim Bilgisi Modeli.....	18
Tablo 2.1. Araştırmaya katılmış öğretmenlere ait bilgiler.....	39
Tablo 2.2. Birinci hafta mesleki gelişim oturumu.....	41
Tablo 2.3 Değişken Kavramına Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları.....	43
Tablo 2.4. İkinci hafta mesleki gelişim oturumu.....	44
Tablo 2.5. Cebirsel İfadelere Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları.....	45
Tablo 2.6. Üçüncü hafta mesleki gelişim oturumu.....	46
Tablo 2.7. Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları.....	47
Tablo 2.8. Dördüncü hafta mesleki gelişim oturumu.....	48
Tablo 2.9. Cebirsel İfadelerle Çıkarma İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları.....	49
Tablo 2.10. Beşinci hafta mesleki gelişim oturumu.....	49
Tablo 2.11. Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları.....	51
Tablo 2.12. Araştırmanın veri toplama sürecine ait zaman çizelgesi.....	53
Tablo 3.1. Emre Öğretmen'in Değişken Kavramına Yönelik Derslerinde Kullandığı Tablo Örneği.....	93
Tablo 3.2. Damla Öğretmen'in Sınıfında Kullanılan Tablo Temsili ve Sembolik Temsiller.....	200
Tablo 3.3. Öğrencinin problemin çözümüne yönelik oluşturduğu tablo.....	210
Tablo 3.4. Öğretmenlerin İlk Beş Haftada Öğrenci Düşüncesinin Kullanımına Yönelik Kullandığı Pedagojik Yollar.....	228

Tablo 3.5.	Öğretmenlerin Temsillerin Kullanımına Yönelik Kullandığı Pedagojik Yollar.....	229
Tablo 3.6.	Öğretmenlerin Kullandığı Diğer Pedagojik Yollar.....	231

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Simon'un Matematik Öğretim Döngüsü içindeki Tahminin Öğrenme Yolları Modeli.....	8
Şekil 1.2. Simon'un Matematik Öğretim Döngüsü.....	14
Şekil 1.3. Ball'un Matematik Öğretim Bilgisi Modeli.....	16
Şekil 1.4. Ulusal Araştırma Konseyi Tarafından Oluşturulmuş Öğretimsel Üçgen Modeli.....	19
Şekil 1.5. Cebir Öğretimi için Bilgi Kavramsal Çerçevesi.....	22
Şekil 2.1. Öğretmenlerin Eylem Araştırması Sürecinde Gerçekleştirmiş Olduğu Etkinlikler	37
Şekil 3.1. Damla Öğretmen'in Sahip Olduğu Cebir Öğretim Bilgisi.....	60
Şekil 3.2. Emre Öğretmen'in Sahip Olduğu Cebir Öğretim Bilgisi.....	67
Şekil 3.3. Öğretmen'in Görüşmesinde Kullanılan Örüntü Problemine ait Şekil Temsili.....	70
Şekil 3.4. Birinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	74
Şekil 3.5. Örüntü Problemine ait Şekil Temsili.....	76
Şekil 3.6. Öğretim etkinliğinin İçerdiği Şekil Örüntüsü.....	83
Şekil 3.7. Damla Öğretmen'in Birinci Hafta Yolları.....	84
Şekil 3.8. Tırtıl Problemi.....	86
Şekil 3.9. Emre Öğretmen'in Birinci Hafta Yolları.....	92
Şekil 3.10. İkinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	94
Şekil 3.11. Damla Öğretmen'in İkinci Hafta Yolları-1.....	102

Şekil 3.12.	Damla Öğretmen'in İkinci Hafta Yolları-2.....	103
Şekil 3.13.	Kazak Problemi.....	104
Şekil 3.14.	Emre Öğretmen'in İkinci Hafta Yolları-1.....	108
Şekil 3.15.	Emre Öğretmen'in İkinci Hafta Yolları-2.....	110
Şekil 3.16.	Üçüncü Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	111
Şekil 3.17.	Damla Öğretmen'in Üçüncü Hafta Yolları.....	119
Şekil 3.18.	Emre Öğretmen'in Üçüncü Hafta Yolları.....	127
Şekil 3.19.	Dördüncü Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	129
Şekil 3.20.	Damla Öğretmen'in Dördüncü Hafta Yolları.....	136
Şekil 3.21.	Emre Öğretmen'in Dördüncü Hafta Yolları.....	144
Şekil 3.22.	Beşinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	145
Şekil 3.23.	Dikdörtgenin Çevresinin Hesaplanmasına ilişkin Probleme ait Şekil Temsili.....	146
Şekil 3.24.	Kürdan Sayısı Problemine ait Şekil Temsili.....	148
Şekil 3.25.	Dikdörtgenin Alanının Hesaplanması Problemine ilişkin Şekil Temsili.....	150
Şekil 3.26.	Damla Öğretmen'in Beşinci Hafta Yolları.....	157
Şekil 3.27.	Emre Öğretmen'in Beşinci Hafta Yolları.....	168
Şekil 3.28.	Altıncı Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	169
Şekil 3.29.	Altıncı Hafta Öğretim Etkinliği.....	170
Şekil 3.30.	Damla Öğretmen'in Altıncı Hafta Yolları.....	175

Şekil 3.31.	Emre Öğretmen'in Altıncı Hafta Yolları.....	181
Şekil 3.32.	Yedinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	182
Şekil 3.33.	Yedinci Hafta Öğretim Etkinliği.....	182
Şekil 3.34.	Öğrencinin Çizmiş Olduğu Hatalı Şekil Temsili.....	185
Şekil 3.35.	Damla Öğretmen'in Yedinci Hafta Yolları.....	189
Şekil 3.36.	Emre Öğretmen'in Yedinci Hafta Yolları.....	194
Şekil 3.37.	Sekizinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	195
Şekil 3.38.	Sekizinci Hafta Öğretiminde Kullanılan Örüntü Problemi.....	196
Şekil 3.39.	Damla Öğretmen'in Sekizinci Hafta Yolları.....	201
Şekil 3.40.	Emre Öğretmen'in Sekizinci Hafta Yolları.....	206
Şekil 3.41.	Dokuzuncu Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar.....	208
Şekil 3.42.	Dokuzuncu Hafta Öğretiminde Kullanılan Problemler.....	208
Şekil 3.43.	Damla Öğretmen'in Dokuzuncu Hafta Yolları.....	212
Şekil 3.44.	Emre Öğretmen'in Dokuzuncu Hafta Yolları.....	218
Şekil 3.45.	Damla ve Emre Öğretmen'in Son Değerlendirmeleri.....	221

GÖRSELLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Görsel 3.1. Damla Öğretmen'in Örüntü Problemi için Oluşturduğu Tablo.....	63
Görsel 3.2. Emre Öğretmen'in Tablo Temsili.....	72
Görsel 3.3. Örüntü Problemine ait Şekil Temsili.....	75
Görsel 3.4. Öğrencinin Ders Arasında Doldurmuş Olduğu Tablo.....	75
Görsel 3.5. Damla Öğretmen'in Dersinde Kullanılan Kürdan Sayısı Problemi.....	77
Görsel 3.6. Damla Öğretmen'in Dersinde Kullanılan Örüntü Problemi.....	80
Görsel 3.7. Öğrencinin Doldurmuş Olduğu Tablo.....	82
Görsel 3.8. Öğrencilerin Sözel Duruma Yazdıkları Hatalı Cebirsel İfadeler.....	96
Görsel 3.9. Öğrencilerin Sözel Duruma Yazdıkları Hatalı Cebirsel İfadeler.....	105
Görsel 3.10. Damla Öğretmen'in Öğrencilerinin $(3a+5)+(2a+3)$ İşlemi için Oluşturdukları Somut Model.....	116
Görsel 3.11. Damla Öğretmen'in Öğrencilerinin $3a+5a$ İşlemi için Oluşturdukları Somut Model.....	118
Görsel 3.12. Emre Öğretmen'in Öğrenci Hatasını Gidermek İçin Çizmiş Olduğu Model.....	122
Görsel 3.13. Emre Öğretmen ve Öğrencinin Çizmiş Olduğu Model.....	125
Görsel 3.14. Öğrencinin $3k+2$ İfadesi İçin Oluşturduğu Model.....	130
Görsel 3.15. Öğrencinin $-4k-5-3k+3$ İfadesi için Oluşturduğu Hatalı Model.....	132
Görsel 3.16. Öğrencinin Oluşturmuş Olduğu Tablo.....	134
Görsel 3.17. Emre Öğretmen'in Eklemiş Olduğu Örnek Ve Temsilleri.....	139

Görsel 3.18.	Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulmuş Model ve Cebirsel İşlemler.....	141
Görsel 3.19.	Emre Öğretmen'in Oluşturduğu Tablo ve Matematiksel Temsili.....	142
Görsel 3.20.	Kürdan Sayısı Probleminin Damla Öğretmen'in Sınıfındaki Çözümü.....	149
Görsel 3.21.	Damla Öğretmen'in Dikdörtgenin Alanını Hesaplaması ve Dağılma Özelliği Temsili.....	151
Görsel 3.22.	Damla Öğretmen'in $2(2k+1)$ İşleminin Modeli ve Dağılma Özelliği Temsili.....	152
Görsel 3.23.	Damla Öğretmen'in Hatayı Çürütmek İçin Kullanmış Olduğu Örnek.....	155
Görsel 3.24.	Emre Öğretmen'in Dikdörtgenin Çevresini Hesaplaması ve Dağılma Özelliği Temsili.....	160
Görsel 3.25.	Emre Öğretmen'in Dikdörtgenin Alanını Hesaplaması ve Dağılma Özelliği Temsili.....	162
Görsel 3.26.	Öğrencinin $3(k-2)$ İşlemine İlişkin Eksik Modeli.....	163
Görsel 3.27.	Öğrencinin $3(k-2)$ İşlemine İlişkin Oluşturduğu Model.....	164
Görsel 3.28.	Öğrencinin $2a+4$ için Oluşturduğu Model.....	166
Görsel 3.29.	Emre Öğretmen'in Hatalı Öğrenci Yanıtı Analizinde Kullanmış Olduğu Modeller.....	167
Görsel 3.30.	Öğrencinin Sembolik İfadelerin Eşitliğini Gösterirken Yapmış Olduğu İşlemler.....	197
Görsel 3.31.	Öğrencilerin 50. Adımı Hesaplamak İçin Yazmış Oldukları Sembolik Temsiller.....	203
Görsel 3.32.	Öğrencilerin n. Adımı Hesaplamak İçin Yazmış Oldukları Kuralın Sembolik Temsilleri.....	203
Görsel 3.33.	Emre Öğretmen'in Dersinde Yazılan Sembolik Temsiller...	205
Görsel 3.34.	Üçüncü Problemin Çözümü İçin Oluşturulmuş Şekil ve Sembolik Temsil.....	211

Görsel 3.35.	Öğrencinin Yazdığı Kural-1.....	214
Görsel 3.36.	Öğrencinin Yazdığı Kural-2.....	214
Görsel 3.37.	Emre Öğretmen'in Derslerinde Oluşturulan Tablo Temsilleri.....	215
Görsel 3.38.	Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulan Şekil Temsilleri.....	216
Görsel 3.39.	Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulan Sembolik Temsil.....	216

SİMGE VE KISALTMALAR DİZİNİ

TÖE	: Tahmini Öğrenme Yolları
ÖE	: Öğrenme Yolları
PISA	: The Programme for International Student Assessment
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
TEOG	: Temel Öğretimden Orta Öğretime Geçiş
BYÖ	: Bilişsel Yönlendirmeli Öğretim
DB	: Dönüşüm Bilgisi
TB	: Temel Bilgi
İKB	: İlişki Kurma Bilgisi
BO	: Beklenmeyen Olaylar
DBM	: Dörtlü Bilgi Modeli
TEDS-M	: Teacher Education and Development Study – Mathematics
NRC	: National Research Council
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
KEA	: Katılımcı Eylem Araştırması
MGO	: Mesleki Gelişim Oturumu

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Türkiye’de öğrencilerin en çok zorlandıkları derslerden biri matematiktir. Hem uluslararası düzeyde yapılan PISA hem de Türkiye’de gerçekleştirilen TEOG gibi sınavların sonuçları bu gerçeği gözler önüne sermektedir. Örneğin, 2012 ve 2016 yıllarında açıklanan PISA raporlarına göre Türkiye matematik sıralamasında son sıralarda yer almıştır. 2012 yılındaki PISA Türkiye raporuna göre öğrencilerin yaklaşık yarısı doğrudan çıkarım yapma, dört işlemi başarıyla gerçekleştirebilme ve sonuçlara ait yüzeysel yorumlar yapabilme olarak belirlenen temel becerilere dahi ulaşamamıştır (MEB, 2015). Öğrenciler matematik derslerinde istenilen başarıya ulaşamadıklarından pek çok ülkede olduğu gibi, Türkiye’de de reform hareketleri yapılmıştır. 2004 yılında öğretim programları farklı bir yaklaşımla yeniden geliştirilmiş (MEB, 2005), ardından 2013 yılında öğretimlerin dört yıl ilkökul, dört yıl ortaokul ve dört yıl lise olarak ayrılmasıyla birlikte programlar tekrar ele alınarak yeni bir düzenlemeye gidilmiştir (MEB, 2013).

Uluslararası alanda olduğu gibi 2013 matematik öğretim programı öğrenciyi merkeze alan, kavramsal anlamayı ve problem çözmeyi önemseyen bir bakış açısı ortaya koymaktadır (MEB, 2013). Öğrencilerin merkeze alınmasına yani öğrenci düşüncesine yapılan bu vurgu, sınıf içi uygulamaların ve öğretimlerin geliştirilmesi için gereken öğretmen bilgisindeki değişikliğin nedeni olarak görülmüştür (Carpenter, Fennema ve Franke, 1996, s.4; Franke ve Kazemi, 2001, s.103). Öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanmasına yönelik yaptıkları çalışmalarında Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs ve Empson (1996) bilişsel yönlendirmeli öğretim (BYÖ) ile öğrencilerin matematiksel düşünce ve problem çözme stratejilerinin anlaşılması ve dinlenmesi için bir çerçeve geliştirmiştir. Bu BYÖ öğretmenlerin öğrenci düşüncesine odaklanmasını sağlayan örnek bir mesleki gelişim programıdır. BYÖ’de öğretmenler için öğretim materyali geliştirilmemiş, bunun yerine öğretim planı geliştirmelerine ve öğrenmeyi sağlayacak materyal kullanmalarına yarayacak öğrenci bilgisi edinmelerine yardım edilmiştir.

Öğrenci düşüncesinin öğretmen gelişimindeki rolüne odaklanılan araştırmalar süreç içerisinde artarak devam etmiştir (Ball ve Cohen, 1999; Silver vd., 2007) ve bu araştırma konularından bir tanesi de öğrenme yollarıdır (ÖY-Learning trajectories). Daro, Mosher ve Corcoran (2011) ÖY kavramının öğretimlerde öğrenci düşüncesinin kullanılması ve anlamlandırılması için öğretmenleri destekleyebileceğini varsaymışlardır. ÖY kavramı, ilk kez Simon (1995) tarafından belirli bir amaç doğrultusunda ilerleyebilmede öğrencinin takip ettiği yolları tanımlamak için kullanılmıştır. Hiçbir öğretmen ya da araştırmacı bir bireyin öğrenirken nasıl ilerleyeceğini tam olarak bilemeyeceğinden dolayı, Simon'un ÖY kavramı tahminlere dayalı olarak ifade edilmiş ve tahmini öğrenme yolları olarak (TÖY-Hypothetical Learning Trajectories) adlandırılmıştır. Araştırmalar yapıldıkça ÖY da çeşitli şekillerde ele alınmaya başlamıştır. Araştırmacılar matematik öğrenme alanında deneysel olarak çeşitli ÖY geliştirmişler ve bu yolları öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde kullanmışlardır (Edgington, 2012; Sztajn vd., 2012, Wilson, 2009).

Öğretmenlerin ideal olarak öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiğini öğretmen yetiştirme programlarına devam ederken yani lisans dönemlerinde aldıkları derslerde kazanmaları gerekmektedir. Öğretmenlerin aldıkları derslerde, matematik bilgisi, pedagoji bilgisi, öğretim programları bilgisi gibi bilgilerle ders anlatırken gereken bilgiler arasında ilişki kurmaları gerekmektedir. Nitekim Singapur ve Finlandiya gibi eğitim açısından önde olan ülkelerde öğretmenlerin lisans dönemlerinde aldıkları dersle öğretmenlik deneyimleri arasında ilişkilendirmeler yapıldığı ifade edilmektedir (Daro, Mosher, ve Corcoran, 2011). Türkiye'deki öğretmen yetiştirme programlarında ise öğretmen adaylarının aldıkları teorik dersler ile öğretmenlik staj deneyimleri arasında ilişki kurabilmeleri, aynı zamanda lisans derslerinde öğrenci bilgilerini güçlendirmeleri için olanaklarının sınırlı olduğu söylenebilir. Diğer taraftan, öğretmen yetiştirme programından çıktıktan sonra öğretmenler de sınıflarında yalnız bırakılmakta ve öğretim programının detaylarını kendilerinin oluşturması beklenmektedir. Geliştirilen bu öğretim programlarıyla birlikte öğretmenlerin de rollerinde önemli değişiklikler olmuştur. Programların uygulanmasında öğretmene önemli görevler düştüğü söylenebilir. Hem 2005 yılındaki hem de 2013 yılındaki öğretim

programlarında öğretmenlerin uygulamaya ilişkin uyması gereken bazı hususlar belirtilmesine karşın, öğretmen genel olarak özgür bırakılmıştır (MEB, 2013, s.13). Öğrenci merkezli etkili bir öğretimin oluşturulmasında etkili faktörlerden biri de şüphesiz öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik anlayışları olarak ele alınabilir. Bu bağlamda öğretmenlerin öğretim uygulamaları konusunda pek çok yeterliliğe sahip olmaları gerektiği söylenebilir.

Öğretim programında belirtilen kazanımların uygulanması, istenilen becerilerin kazandırılması ve öğretim programında belirtilen diğer tüm gerekliliklerin yerine getirilmesinde öğretmen merkezde yer almaktadır. Alan-yazında da öğretmenlerin öğretim sürecinde, öğrencilerin öğrenmelerinde ve akademik başarılarında doğrudan etkilerinin olduğu tartışılan bir konudur ve özellikle matematik dersinde öğretmen faktörü birçok araştırmacı tarafından önemle vurgulanmaktadır (Adler, 1999; Gay, 2008; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Manouchehri ve St. John, 2006; Wachira, Pourdavood, ve Skitzki, 2013). Hill, Rowan ve Ball'un (2005) çalışmalarında öğretmenlerin alan bilgilerinin öğrencilerin akademik başarılarını yordadığı görülmüştür. Wachira ve arkadaşları da benzer şekilde öğretmenlerin gerçekleştirdiği öğretimlerin öğrencilerin matematiği kullanım biçimlerini zaman içinde değiştirdiğini belirtmektedir. Matematik öğretiminin karmaşık bir süreç olduğu göz önüne alındığında öğretmenlerin bilgi ve donanımlarına paralel olarak yapacağı uygulamaların sonucunun da öğrenci üzerindeki etkisi kaçınılmaz bir gerçektir. Bu sürecin öğretmen için zorluğu ise, öğretim uygulamalarında matematik, öğrenci ve öğretim gibi birçok bileşenle ilgili öğretmen bilgisi olarak ifade edebileceğimiz bilgiyi kullanmasını gerektirmesidir (NCTM, 1991).

Öğretmenleri uzmanlaştırırken göz önünde bulundurulması gereken en önemli kriterlerden biri öğretmen bilgisidir (Fennema ve Franke, 1992). Öte yandan matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biri de öğrencilerin matematik öğrenmesini sağlamak olduğundan, bu amacı gerçekleştirebilmede öğrencilerin düşüncelerinin de ön plana çıkarılması oldukça önemlidir. Bu önem öğrenci düşüncesinin önemli bir bileşen olarak belirlenmesinde öğretmenlerin sahip olması gereken bilgide de değişime yol açmış ve öğrenci düşüncesini kullanarak öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkısını destekleyecek çalışmalara yer

verilmiştir (Fennema vd., 1996; Franke, Carpenter, Levi, ve Fennema, 2001; Kazemi ve Franke, 2004; Sherin ve van Es, 2009).

Öğretmenlerin alan bilgileri ve öğretim bilgilerinin başka bir deyişle pedagojik alan bilgilerinin her şeyden önce öğrencilerin matematik konusundaki başarılarını etkileyen en önemli faktörlerden biri olduğu tartışma gerektirmeyen bir gerçektir. Nitekim Hill ve arkadaşlarının çalışmaları, öğretmenlerin matematik öğretim bilgileri geliştirildiğinde öğrencilerinde öğrenme çıktılarının geliştirildiğinin görülmesi için kanıt oluşturmaktadır (Hill, Rowan, ve Ball, 2005). Ancak yapılan birçok araştırmada, öğretmenlerin ve geleceğin öğretmenleri olacak öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri bağlamında eksiklikleri olduğu ortaya koyulan bir gerçektir (Ball, Hill ve Bass, 2005; Evans, 2011; Hill vd., 2008; Ma, 1999; Norton, 2010; Tsao, 2005). Öğretmenlerin bu eksikliklerinin birçok nedeni olabileceği gibi, başta öğretmen yetiştirmedeki eksiklikler ve öğretmenlerin mesleki gelişim yani hizmet içi eğitim eksikliği iki neden olarak ele alınabilir.

Öncelikle öğretmen yetiştirme programı ele alındığında, öğretmen adaylarının matematik öğretim bilgilerini geliştirecek matematik eğitimiyle ilgili az sayıda ders açıldığı görülmektedir. Daha özelde, öğrenci bilgilerini destekleyecek dersler sadece seçmeli derslerle sınırlıdır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının eğitimleri sürecinde öğrenci düşüncelerini, hata ve kavram yanlışlarını öğrenebilecekleri bir olanağın karşılıklarına çıkmadığı söylenebilir. Diğer yandan, hizmet içi eğitim ele alındığında ise, Türkiye’de bu bağlamda eğitim eksiklikleri göze çarpmakta ve öğretmenlerin hizmete başladıktan sonraki süreçte meslekleri adına yeterli gelişimi gösteremedikleri gözlenmektedir. Nitekim Türkiye’de öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi için çeşitli araştırmalar gerçekleştirilse de, öğretmen yetiştirme programlarının niteliği ile öğretmen uygulamalarının etkililiğini ilişkilendiren çalışmaların olmadığı belirtilmektedir (Yıldırım, 2013). Dolayısıyla, öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin ne yönde olması gerektiği de belirlenmemektedir. Hâlbuki mesleki gelişim öğretmenlerin öğrencilerin matematik öğrenmelerini sağlamak için kullanacakları eğitimsel ve bireysel deneyimleriyle ilgilidir (Gann ve Friel, 1993). Ancak Türkiye’de, eğitimde yaşanan hızlı değişimler, öğretmenleri kendilerini yeterli hissetmeleri ve kendilerini geliştirmek istememeleri, hizmet içi eğitimlerin merkezî yapısı,

eğitime ayrılan bütçenin kısıtlı oluşu, Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) ve yükseköğretim kurumları arasındaki eşgüdüm eksikliği gibi birçok faktörden dolayı hizmet içi eğitim faaliyetleri verimli ve etkili olarak gerçekleştirilememektedir (Özoğlu, 2010). Hâlbuki bütün mesleklerde olduğu gibi, öğretmenlik mesleğinde de öğretmenlerin uygulamalarındaki, inançlarındaki ve öğrencilerinin öğrenme çıktılarındaki değişimlere yardım etmek için mesleki gelişim programlarının desteğine gereksinim duyulmaktadır (Gann ve Friel, 1993).

Milli Eğitim Bakanlığının 2014, 2015 ve 2016 yıllarındaki Hizmet İçi Eğitim Planları incelendiğinde, eğitimlerin genel olarak tüm branş öğretmenlerine yönelik olarak gerçekleştirildiği görülmektedir. Örneğin, 2016 yılı Hizmet İçi Eğitim Planında matematik öğretmenlerinin katılması gereken eğitimler FATİH projesi teknoloji destekli matematik eğitici eğitimi kursu, FATİH projesi ders akışı tasarımı, yenilenen öğretim programlarının tanıtımı semineri, ölçme ve değerlendirme kursu, öğretim teknolojileri ve materyal tasarımı kursu şeklinde sıralanmıştır. Nitekim bu kurslar şehirler bazında yapılacak olup, çoğunluğunun sadece bir şehirde verileceği belirtilmiştir. Diğer bir ifadeyle, hizmet içi eğitim kursları bazı şehirlerde verilirken, bazı şehirlerde matematik öğretmenlerinin katılacağı tek bir eğitim dahi bulunmamaktadır. Yalnız bir şehre mahsus olarak “öğretim yöntem ve teknikleri ilköğretim matematik semineri” başlığı altında alan eğitime yönelik sayılabilecek bir eğitim bulunmaktadır.

Öğretmen yetiştirme programlarının ve hizmet içi eğitim eksikliklerinin yanı sıra Türkiye’de öğretmen gelişimi üzerine yapılan çalışmalarda da eksiklikler görülmektedir. Matematik öğretmenlerinin gelişimi üzerine yapılan birçok araştırma matematik öğretmenlerinin kendi deneyimleri yoluyla ve kendi sınıflarında öğrendiklerini ortaya koymuştur (Cobb ve McClain, 2001; Leikin, 2006; Ma, 1999; Nathan ve Knuth, 2003). Türkiye’de öğretmenler ile gerçekleştirilen çalışmalar öğretmenlerin ya da sıklıkla öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin, matematik alan bilgilerinin, öğrenci bilgilerinin, öğretim programı bilgilerinin ve öğretim stratejileri bilgilerinin görüşme, döküman incelemesi ya da gözlemler yoluyla ortaya konulması şeklinde tespitlere dayanmaktadır (Altaylı vd., 2014; Baştürk ve Dönmez, 2011; Dönmez ve Baştürk, 2010; Gökkurt ve Soylu, 2016; Göktürk vd., 2013; Gürbüz ve Durmuş, 2009; Uçar, 2011; Tanışlı, 2013; Türnüklü,

2005). Şimşek ve Boz (2016, s.808) pedagojik alan bilgisi ve bileşenlerini ele alan Türkiye’de yapılmış çalışmaların çoğunluğunun PAB bileşenlerinin belirlenmesine yönelik olduğunu ortaya koymuştur. Öte yandan PAB’nin gelişimi üzerine yapılmış olan çalışmaların çoğunluğunun ise öğretmen adaylarının öğretmen yetiştirme eğitimleri sırasında alan derslerinde kazandıkları ya da geliştirdikleri bilgiye yönelik gerçekleştirildiği tespit edilmiştir (Şimşek ve Boz, 2016, s. 808). Ayrıca yapılan çalışmaların çok azının öğretmenlerin sınıf içinde neler yaptığını açıklığa kavuşturmak üzere gözleme dayandığı belirtilmiştir (Şimşek ve Boz, 2016, s. 814).

Öğretmenlerle ilgili yapılan çalışmaların azlığı ve bu çalışmaların sadece teşhisle sınırlı kalması bir yana, hizmet içi ve öğretmen yetiştirme programlarındaki eksikliklerde göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerle yapılacak ve öğretmenlerin sınıf içinde öğretimlerinin incelendiği araştırmalar konusunda bir boşluğun olduğu göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencilerin merkeze alınması ve düşüncelerinin anlaşılabilir olarak öğretilere adapte edilmesinin ön plana çıktığı günümüzde ÖY gibi öğrencinin düşüncesiyle öğretimi ilişkilendiren yollar ilgi çekmeye başlamıştır. Ancak öğretmenlerin ÖY dayalı bir öğretimi nasıl gerçekleştireceği ve öğrenci düşüncesini ön plana alan öğretimlerin gerçekleştirilmesi için öğretmenlerin kendi sınıflarındaki öğretimlerinden nasıl öğrenecekleri yeni araştırılan bir konu olduğundan henüz çok az şey bilinmektedir. Bununla birlikte, gerek Türkiye’de öğretmen yetiştirme programlarının ve hizmet içi eksikliklerden, gerekse öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerindeki özelden ise öğrenci bilgilerindeki eksikliklerden dolayı, bu çalışmada öğretmenlerin ÖY dayalı tasarlanmış öğretimlerinde kullanacakları pedagojik alan bilgilerinin sınıf içine yansımaları olarak görülen pedagojik yollarda gelişim göstermeleri amaçlanmıştır.

1.2. Teorik Çerçeve

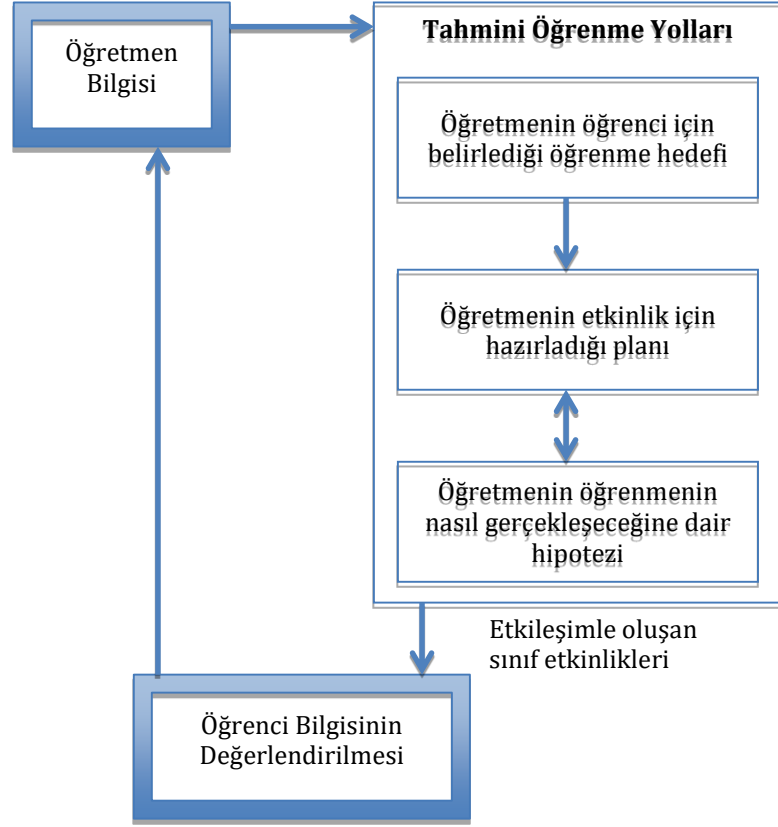
Bu çalışmada, eylem araştırmasıyla gerçekleştirilen mesleki gelişim sürecinde öğretmenlerin TÖY’na dayalı öğretimlerde kullandıkları pedagojik yollardaki gelişimleri incelenmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerle tasarlanmış dersler “Tahmini Öğrenme Yolları” kuramsal çerçevesi dikkate alınarak tasarlanmaya

çalışılmıştır. Aşağıda TÖY kuramsal çerçevesi mevcut araştırmayla da ilişkilendirilerek, ayrıca öğretmenlerin öğretimlerde kullandıkları pedagojik yolları da öğretmen bilgisi çerçevesiyle ilişkilendirilerek ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

1.2.1. Tahmini öğrenme yolları

ÖY kavramı araştırma ile uygulama arasında bir köprü kurmaya başlamıştır. Araştırmalar incelendiğinde, standartların belirlenmesinde (Corcoran, Mosher, ve Rogat, 2009), öğretim programlarının geliştirilmesinde (Clement ve Sarama, 2009), değerlendirme sürecinin planlanmasında (Battista, 2004; Confrey, Maloney, Nguyen, Mojica, ve Myers, 2009) ve sınıf içi uygulamalarda (Bardsley, 2006; Edgington, 2012; Wilson, 2009) ÖY'nin temel olarak kullanıldığı görülmektedir. ÖY kavramı matematik eğitimi alan yazının da ilk olarak Simon tarafından 1995 yılında ortaya atılmış ve TÖY olarak kullanılmıştır. ÖY belirlenen öğrenme hedefleri doğrultusunda öğrencinin takip edeceği öğrenme yollarını tanımlamak için kullanılmaktadır. Hiçbir öğretmen ya da araştırmacı bir öğrencinin öğrenme sürecinin nasıl gerçekleşeceğini tam olarak bilemeyeceğinden ya da tahmin edemeyeceğinden dolayı 'tahminî' ifadesi kullanılmıştır.

Simon (1995, s. 136) TÖY'ni, matematik öğretim döngüsünün bir bileşeni olarak ele almış ve bu bileşeni öğretmen bilgisi ve öğrenci bilgisinin değerlendirilmesiyle de ilişkilendirerek Şekil 1.1'te de görüldüğü üzere döngüsel bir model olarak kavramsallaştırmıştır. Öğretmen bilgisi bir sonraki alt bölümde ayrıntılı olarak açıklanacaktır.



Şekil 1.1. *Simon'un Matematik Öğretim Döngüsü içindeki Tahminin Öğrenme Yolları Modeli*

TÖY kavramı “öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin öğretmenin tahmini” olarak kullanılmıştır (Simon, 1995, s. 136). Öğrenme hedefleri öğrenmenin ilerleyeceği istikameti tanımlarken; öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotez ise öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerinin ve anlayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik tahmini olarak ifade edilmiştir. Öğrencilerin öğrenme süreçleri benzer şekilde gerçekleşmesine karşın, bireysel öğrenmenin herkesin kendine özgü şekilde gerçekleşeceği, ancak öğrenme süreçlerinde ortak noktalar bulunmasından dolayı matematiksel etkinliklerin tahmin edilir yolda ilerleyeceği ve öğrencilerin aynı olan matematiksel görevlerden benzer şekilde yararlanabilecekleri ifade edilmiştir. Simon'a göre ders için belirlenen hedefler ve dersin tasarımı iki ilişkiel etmene dayanır: (1) Öğretmenin matematiksel bilgisi ve (2) Öğretmenin öğrenci bilgisiyle ilgili tahmini. Öğretmenlerin öğrencilerin anlayışlarıyla ilgili yapmış oldukları yorumlar sahip oldukları şemalara (matematik,

öğrenme ve öğrencilerle ilgili) dayandığından ve çıkarımları bu şemaları etkilediğinden dolayı, öğrencilerin 'gerçek' anlayışlarını yansıtmayabilir. Bu yüzden öğretmenlerin öğrencilerle ilgili yapmış olduğu değerlendirmeler sonucunda seçmiş oldukları öğrenme hedefleri TÖY için bir istikamet sağlar.

TÖY kavramı öğretmenlerin bir zamanda tek bir hedefi takip edeceği ya da tek bir yollarını izleyeceği anlamı taşımamaktadır. Aksine, bu kavramın altında bir hedefe sahip olmanın ve öğretim kararlarında bir gerekçenin önemi ve bu düşünme tarzının da tahmini olması yatar. Tahmini öğrenme sürecinin ve öğrenme etkinliklerinin gelişimi karşılıklı olarak birbirinden etkilenen bir süreçtir. Öğrenme etkinlikleri için fikirlerin oluşumu öğretmenin öğrencilerin öğrenme ve düşünceleriyle ilgili hipotezlerine dayanırken, öğretmenlerin öğrencilerin kavramsal gelişimine yönelik tahminleri ise öngörülen etkinliklerin doğasına bağlıdır.

Clement ve Sarama (2004, s.83) ise öğrenme yollarını "belirli bir matematiksel alandaki öğrenci düşüncelerini ve öğrenme süreçlerini betimlemesi, öğretim görevleri aracılığıyla belirlenen ilişkili ve tahmini yollar" olarak tanımlamıştır. Clement ve Sarama (2004, s. 84) öğrenme yollarının matematiksel amaçlar, bilişsel model (gelişimsel ilerleyiş) ve öğretimsel görevler (öğrencilerin gelişimsel düzeylere doğru ilerlemelerini sağlayacak deneyimler) olmak üzere 3 bileşenine vurgu yapmaktadır. Diğer bir çalışmada, Battista (2004) öğrenme yolları yerine öğrenme ilerleyişi kavramını kullanmış ve yolları karmaşıklık düzeyleriyle (levels of sophistication) kavramsallaştırmıştır. Karmaşıklık düzeyleri öğrencilerin formal matematiksel kavramlarında ön-öğretimsel muhakemeden farklı bilişsel platoların (öğretimde ilerleme kaydedilmeyen dönem) sonuna doğru gelişimindeki tabakalardır. Karmaşıklık düzeyi informal ve ön-öğretici muhakemeye başlayıp formal matematiksel kavramlara doğru ilerler.

Bir başka çalışmada ise öğrenme yolları, öğrenci düşüncelerinin informal fikirlerden karmaşık anlayışlara doğru zaman içindeki değişiminin nasıl olduğunun araştırma temelli tanımlanmasıdır (Confrey vd., 2009, s. 347). Confrey ve diğerleri (2009, s. 347) öğrenme yollarını "araştırmacı tahminli ve sıralı-bağlantılı yapıların deneysel destekli tanımı" olarak açıklamaktadır. Sıralı-bağlantılı yapılar; öğrencilerin informal fikirlerden karmaşık kavramlara sıralı bir süreç aracılığıyla

geçmesi için öğretimlerde karşılaştıkları yapılarıdır. Bu tanımda öğrenme yolları – öğretimler aracılığıyla öğrencilerin kavramlarındaki önemli değişikliklerin tanımlanması– olarak vurgulanır. Confrey ve diğerleri (2009, s. 2-3) kendi tanımlarının diğer yaklaşımlardan nasıl farklılaştığını dört maddede açıklarlar. İlk olarak “Araştırmacı-tahminli” ifadesi öğrenme yollarının araştırmacılar tarafından oluşturulan öğrencilerin olası yollarının modelleri olduğunu ifade etmektedir. “Deneysel destekli” ifadesi alan-yazın taraması, bu taramadan elde edilenler sonucu uzman görüşü alınması ve araştırmaların yapılması olmak üzere üç adımda gerçekleştirilen sürece karşılık gelmektedir. “Öğretimler aracılığıyla” ifadesi öğrencilerin sadece materyalleri öğrenmeleri için uygun imkân ve araçlar sağlandığında ilerleyeceğinin ve etkinliklerin sırasının yollarını destekleyecek şekilde tasarlanması gerektiğinin bilinmesini ifade etmektedir. Son olarak, “Sıralı bir süreç aracılığıyla” ifadesi de öğrencilerin problem çözme döngüsüne ve öğrenme sürecine aktif olarak katılma gereksinimine karşılık gelmektedir.

Birçok araştırmacı öğrenme yollarının tanımını farklı şekillerde yapmaya çalışsa ve bazı farklılıklar olsa da, tanımlardaki benzerlikler dikkat çekmektedir. (1) Öğrencilerin sınıflara farklı bilişsel başlangıçlarla girdikleri ve yollarının öğrencileri daha karmaşık fikirlere sürüklediği, (2) görevlerin ve öğretimlerin öğrenme yollarından bağımsız olmadığı, (3) öğrenme yollarının basitten karmaşığa doğru yapılandırılmış anlayış ve düzeylere bağlı oluşturulan amaçları içerdiği, (4) öğrenme yollarının deneysel temelle (alan-yazın taraması, sentezlenmesi ve yapılan öğrenci araştırmaları) oluşturulduğu ancak bazı tahminlerin boşlukları doldurmak için kullanıldığı ve (5) öğrenme yollarındaki boşlukların yine yapılacak deneysel araştırmalarla doldurulabileceği ve başlangıçta yapılan alan-yazın sentezinin şekillendirilmesiyle tekrarlanan bir süreç olduğu öğrenme yollarının kavramsallaştırılmasındaki benzerlikler olarak sıralanmıştır (Maloney ve Confrey, 2010, s. 968).

Öğrenme yollarının farklı kavramsallaştırmalarının arasında bu çalışmada ağırlıklı olarak Simon’un (1995) ortaya atmış olduğu model üzerinden hareket edilmiştir. Buna göre tahmini öğrenme yollarının etkili olarak kullanımı; bir hedefin oluşturulmasına, öğrencilerdeki mevcut bilgilere bağlı olarak görevlerin oluşturulmasına ve öğretmenin öğrencilerle olan etkileşimine yapmış olduğu

yansıtmalara bağlıdır. Tahmini öğrenme yollarına dayalı gerçekleştirilecek bir öğretim ortamında, öğrenmeye ilişkin fırsat oluşturmak için, öğretmenin öğrencilerin mevcut kavrayışları üzerinden başlayıp öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair tahminlerine dayanarak etkinlikler oluşturabileceği ifade edilir (Tzur, 1999, s. 390). Simon'un öğretim modelinde de öğretmen matematikle, öğrenmeyle ve öğretimle ilgili kendi bilgisiyle ve öğrencilerin o andaki kavrayışlarına ilişkin tahminlerine dayanarak amaçlarını şekillendirir ve bu amaçlar doğrultusunda öğrenmeyi sağlamak için etkinlikler planlar. Bu planlamalar boyunca, öğretmen öğrencilerin oluşabilecek düşünme ve öğrenmelerine ilişkin tahminlerde bulunur. Bu tahminlerin bir parçası olarak öğretmen, öğrencilerin belirli etkinlikleri nasıl yanıtlayacaklarını ve yorumlayacaklarını düşünür. Bu öğretim modelinde anahtar rol öğrencinin matematiği kavrayışını öğretmenin anlaması olduğu vurgulanmaktadır. Burada öğretmenin matematiği öğrencilerin matematiksel fikirleri anlamaları için öğretmen tarafından kullanılan bir anlamlandırma aracıdır. Öte yandan öğretmenin öğrencilerin matematiğini anlaması için kendi matematik anlayışını bir kenara bırakması önemlidir (Steffe, 1988, 1990).

Simon'un öğretim modelinde, öğretmen öğrencilerin etkinliğin altında yatan kavrayışını ortaya koyan kelimelerine ve eylemlerine odaklanır. Öğretmenin öğrencinin mevcut kavrayışına ilişkin tahmini, öğretmenin öğrencilerle olan bir sonraki etkileşimini planlamasına temel olmaktadır. Bu yüzden bu iki yolları arasındaki anahtar farklılık 'tahminî' kelimesiyle ortaya konulabilir. Bu, Simon'un yolları öğrenci bilgisinin belirli matematiksel görevler ve sınıf kültürü bağlamında nasıl gelişeceğini tahmin etme çabasıdır. Simon gerçek yollarının bireylerin ve sınıf üyelerinin toplu etkinliğinin bir işlevi ve önceden bilinemeyecek faktörlerin karmaşık etkileşimi olduğunu varsaymaktadır. Bu yüzden öğretmenin öğrencinin gelişen anlamasına ilişkin bilgisinin artması, öğretmenin matematikle ve kavramlara ilişkin matematik öğrenmesiyle ilgili bakış açısının değişmesini yansıtmak için TÖY durmadan ve düzenli olarak değişir.

TÖY'nin bir bileşeni olarak içerisinde yer aldığı matematik öğretim döngüsü, öğretmenlerin görevlere ve içeriğe ilişkin karar verme görüşlerini betimler. Bu

modelde betimlenen karar verme yaklaşımında çeşitli önemli temalar yer almaktadır (Simon, 1995, s. 141);

1. Öğrenci düşüncesi ve anlayışı ciddiye alınır ve öğretimin uygulanmasında ve tasarımında merkezi bir rol verilir,
2. Öğrenci bilgisi geliştikçe, eş zamanlı olarak öğretmenin bilgisi de değişir. Öğrenciler matematik öğrendikçe, öğretmende matematikle, öğrenmeyle, öğretmeyle ve öğrencilerin matematiksel düşünceleriyle ilgili öğrenir.
3. Öğretimin planlanması TÖY'nin oluşumunu içerdiği görülmektedir. Bu görüş öğretmenin öğretim için amaçlarını ve öğrencilerin öğrenme sürecine ilişkin tahminlerin önemini kabul eder ve bunlara önem verir.
4. Öğretmenin sürekli değişen bilgisi, öğretmenin TÖY'nda da sürekli bir değişim meydana getirir.

TÖY'nin bileşenlerini göz önünde bulundurarak, Simon (2014, s.273) beş sonuç çıkarmıştır. Buna göre; (1) İyi bir pedagoji açık olarak ifade edilmiş kavramsal amaçlar ile başlamaktadır, (2) Öğrenciler kendilerine özgü yollarla öğrenmelerine karşın, öğrenme yollarında öğretilere temel oluşturabilecek ortaklıklar söz konusudur, (3) Öğretimsel planlama, muhtemel öğrenci öğrenme sürecine yönelik tahmini içermektedir, (4) Öğrenci öğrenme sürecine yönelik tahmini temel alarak, öğretim öğrenmeyi desteklemek için tasarlanmaktadır ve (5) Öğrenci öğrenmesinin yolları kullanılan öğretimsel müdahaleden bağımsız değildir. Öğrencilerin öğrenmesi, matematik derslerinin yapısı ve içeriğiyle sağlanan fırsat ve kısıtlamalardan önemli derecede etkilenmektedir.

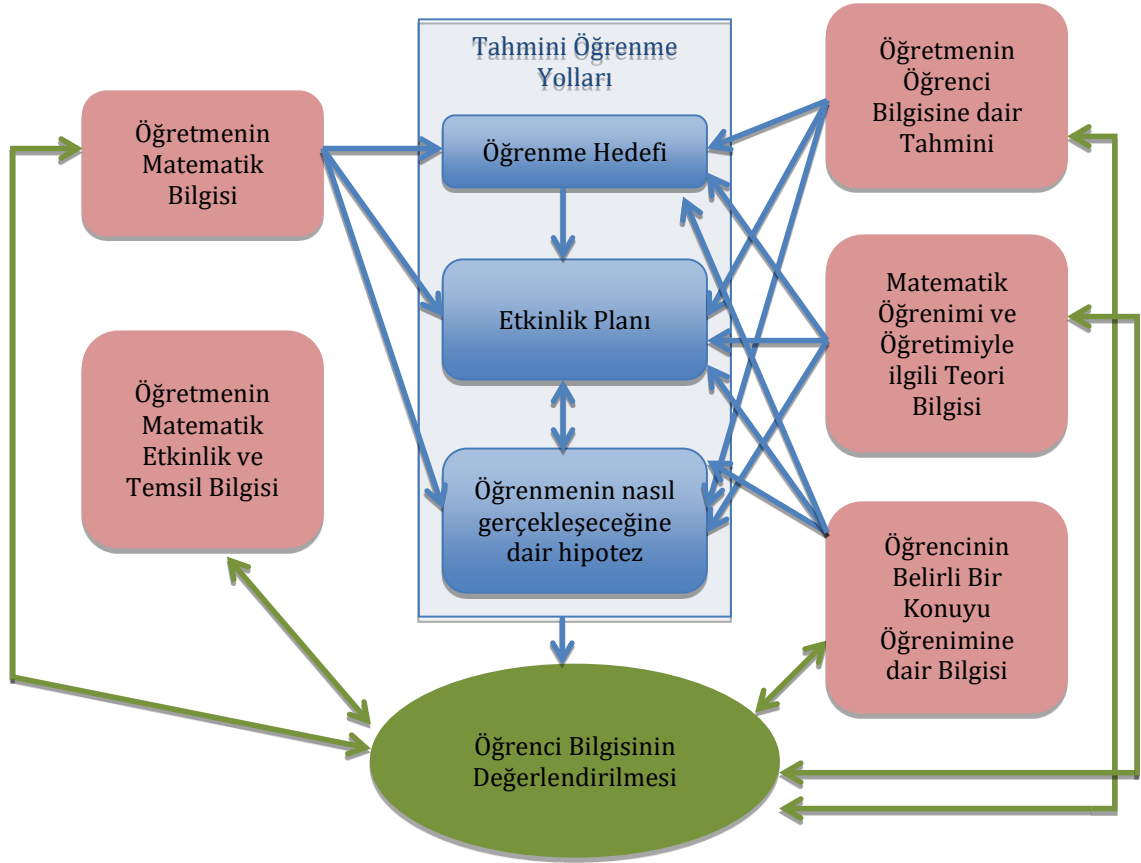
Bu araştırmada öğretmenlerden ortaya koyulması istenilen matematik öğretimi perspektifi, Simon'un (1995) Matematik Öğretim Döngüsü (MÖD) üzerine kurulmuştur. Öğrencilerin güçlü matematiksel kavramlar geliştirmelerini sağlamak, öğretmenlerin sahip oldukları sorumluluğun önemli bir parçası olarak görülmüştür. Öğretimlerin genel amacı öğrencilerin kavramalarında (daha geniş çerçevede matematiksel bilgiyi oluşturacak) istenilen fikirlere doğru dönüşümlerin oluşmasını sağlamaktır (Cobb, Yackel, ve Wood, 1992; von Glasersfeld, 1990). Bunu yapabilmek için öğretmenlerle amaçlar doğrultusunda matematiksel görevler oluşturulmuş, öğretmenler öğrencilerin bu görevlere yansıtma yapmaları için teşvik etmiş ve görevlerle ilgili yorum yapmalarını sağlamak için onları cesaretlendirmiştir.

Öğrencilerin eylemlerine ve kullandıkları dile ilişkin yansımalar yaparak, öğretmenlerden öğrencilerin mevcut kavrayışlarına ilişkin çıkarım yapmaları beklenmiştir. Buna göre, öğretmenlerin öğrencilerin mevcut anlamalarına ilişkin çıkarımları kullanılarak, öğretmenler ile araştırmacının kendi matematiksel anlamaları temel alınarak ve araştırmacının yapmış olduğu alan yazın taramalarıyla desteklenerek tahmini öğrenme yolları belirlenmiştir. Bu araştırmada öğretmenlerle işbirliği içerisinde altıncı sınıf cebir öğrenme alanına ilişkin bir tahmini öğrenme yollarının oluşumu üzerine çalışılmış ve Simon'un öğretim modeline uygun bir öğretim gerçekleştirebilmelerini sağlayacak pedagojik yollarının gelişimi incelenmiştir. Matematik Öğretim Döngüsünde TÖY'ni destekleyen bir bileşen olan öğretmen bilgisi ve araştırmayla olan ilişkisi aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

1.2.1.2. Öğretmen bilgisi

Simon (1995, s.135) incelemiş olduğu öğretim bölümlerinin sonucunda öğretmen bilgi, düşünce, karar verme ve etkinliklerin döngüsel ilişkilendirmelerine dayalı Matematik Öğretim Döngüsünü modelini oluşturmuştur. Sınıftaki öğretim öncesi TÖY'nin oluşumu, öğretmenin etkinlikleri planladığı bir süreçtir. Öğretmen öğrencileriyle etkileşim kurarak ve onları gözlemleyerek, ortaklaşa bir deneyim yaşar. Öğretmen TÖY'nin Şekil 1.2'te görülen döngüsel modelin öğrenci düşüncesini değerlendirmesinin ardından yeni ya da revize edilmiş TÖY ortaya çıkar.

Simon (1995, s. 137) çeşitli bilgi alanları, TÖY ve öğrencilerle etkileşim arasındaki ilişkiyi Şekil 1.2'te gösterilen model ile açıklamıştır.



Şekil 1.2. Simon'un Matematik Öğretim Döngüsü

Simon (1995, s.138) öğretmenin matematik bilgisinin ve öğrenci bilgisi tahmininin, öğretmenin öğrenme hedefinin belirlenmesine katkı sağladığını ifade etmektedir. Bunun yanı sıra, öğretmenin matematiksel etkinlik ve temsil bilgisinin, matematik öğrenimini ve öğretimiyle ilgili teori bilgisinin ve öğrencinin belirli bir konuyu öğrenimine dair bilginin de öğrenme etkinliklerinin ve tahmini öğrenme sürecinin gelişimine katkı sağlayacağı belirtilmiştir. Sonuç olarak öğretmenlerin sahip olduğu bilgi bileşenlerinin tamamı, TÖY'nin oluşumunu ve uygulanma sürecini etkilemektedir. TÖY'nin oluşumunda öğretmen bilgisinin önemi göz önünde bulundurularak, matematik öğretmen bilgisinin diğer bir ifadeyle matematik öğretim bilgisinin nasıl sınıflandırıldığı ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

Öğretmenlerin matematik öğretmeleri için gereken bilgileri tanımlamak ve açıklamak için birçok araştırma yapılmış ve bu bilginin tanımlanması için çeşitli yollar ortaya koyulmuştur. Bu bilgi ilk olarak Shulman (1986) tarafından öğretmenlerin sahip olması gereken bilgilerden biri olarak pedagojik alan bilgisi

(PAB) kavramı ile ortaya atılmış ve bu bilgi pedagojik bilgi ile alan bilgisinin keşişiminde yer alan bilgi türü olarak ele alınmıştır. Shulman'a göre pedagojik alan bilgisi "bir konunun öğretiminde en kullanışlı temsilleri, en güçlü analogileri, temsilleri, açıklamaları ve kanıtları (delilleri), kısaca bir konuyu diğerleri için anlaşılabilir yapmanın yollarını biçimlendirmeyi ve açıklamayı" içermektedir. Shulman'ın çalışmalarından hareketle, matematik eğitimi üzerine çalışmalar yapan bir çok araştırmacı da, öğretmenlerin matematik öğretim bilgisini (mathematical knowledge for teaching) kavramsallaştırmaya çalışmışlardır (Ball, Thames, ve Phelp, 2008; Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990; Hill, Ball, ve Schilling, 2008; Hill, Rowan, ve Ball, 2005; Graeber ve Tirosh, 2008; Ma, 1999; Rowland, 2005; Rowland, 2009).

Yakın zamanda oluşturulmuş ve yaygın olarak kullanılan matematik öğretim bilgisi üzerine oluşturulan kuramsal çerçevelerden biri de Ball, Thames ve Phelps'in (2008) ortaya çıkardığı modeldir. Bu modelde, diğer birçok araştırmacının da kullandığı Shulman'ın (1986) iki alan bilgisi (Konu Alan Bilgisi-KAB ve PAB) kategorileri kullanılmış ve farklı olarak alt bileşenler eklenerek ayrıntılı hale dönüştürülmüştür (Şekil 1.3). Ball, Thames ve Phelp (2008) oluşturdukları öğretmen bilgisi modelindeki kategorilerin keskin çizgilerle ayrılamayacağını ifade etmişlerdir. Bu modelde Shulman'ın konu bilgisi kategorisi 1. Genel alan bilgisi, 2. Matematik sınırındaki alan bilgisi ve 3. Özelleştirilmiş alan bilgisi olmak üzere üç kategoride ele alınmıştır. Pedagojik alan bilgisi kategorisi ise 1. Alan ve öğrenci bilgisi, 2. Alan ve öğretim bilgisi ve 3. Alan ve müfredat bilgisi olmak üzere tekrar üç gruba ayrılmıştır. Ancak farklı sınıflandırmalara karşın, öğretmen bilgisinin bileşenleri değiştirilmemiş, diğer modellerle birlikte detaylandırılmıştır.

Konu Bilgisi (Subject Matter Knowledge)		Pedagojik Alan Bilgisi	
Genel alan bilgisi (Common Content Knowledge)	Özelleştirilmiş alan bilgisi (Specialized content knowledge)	Alan ve öğrenci bilgisi (Knowledge of content and students)	Alan ve müfredat bilgisi (Knowledge of content and curriculum)
Matematik sınırında alan bilgisi		Alan ve öğretim bilgisi (Knowledge of content and teaching)	

Şekil 1.3. Ball'un Matematik Öğretim Bilgisi Modeli

Şekil 1.3'te gösterilen modelde, Shulman'ın (1986) öğretim için gereken bilgi fikrini konu alan bilgisiyle pedagojik alan bilgisi bileşenlerinin bir karışımı olan özelleştirilmiş alan bilgisiyle desteklenmektedir. Örneğin, Shulman'ın PAB altında tanımlamış olduğu iki önemli boyut, Ball'un modelinde "*alan ve öğrenci bilgisi*" ile "*alan ve öğretim bilgisi*" bileşenleri altında ele alınmıştır. Bunlardan ilki öğretmenin kendi öğrencilerinin anlayış ve kavram yanılgıları konusundaki farkındalığı, ikincisi ise konuyu öğrenciler tarafından anlaşılır yapmak için öğretmenin kullanmış olduğu temsil ve örneklerdir. Ball'un modeli ayrıca KAB bileşenini de alt bileşenlerde ele alarak daha detaylı olarak açıklanmıştır.

Shulman (1986) ile Fennema ve Franke'nin (1992) kuramsal çerçevelerinden yola çıkarak oluşturulmuş bir diğer öğretmen bilgisi çerçevesi ise Rowland ve diğerleri (2009) tarafından oluşturulmuş dördü bilgi modelidir (The Knowledge Quartet). Bu model derslerin derinlemesine analizleri sonucunda ortaya çıkmıştır ve öğretmen adaylarının PAB ile KAB'lerinin öğretimler sırasında ortaya çıkış yollarını sınıflandırmak için bir araç olarak kullanılabilir.

Rowland, Huckstep ve Thwaites (2003, s.97-98) bu dört bilgi modelinin bileşenlerini şu şekilde tanımlamıştır: "Temel Bilgi (TB)' öğretmenlerin sınıf içindeki rollerine hazırlık için okulda kazandıkları bilgi, inanç ve anlayışlarını içerir. Bu bilgi ve inançlar temel yoldaki pedagojik seçim ve stratejileri bilgilendirir. İkinci bileşen olan 'Dönüşüm Bilgisi (DB)' hem öğretim için planlamada hem de öğretimin kendisinin içinde görülen eylemdeki bilgiyle ilgilidir. 'İlişki Kurma Bilgisi (İKB)'

matematiksel içeriğin daha az ve daha çok olan soyut parçalarını için yapılan belirli seçim ve kararları birbiriyle birleştirir. 'Beklenmeyen Olaylar (BO)' planlanması neredeyse imkânsız olan sınıf olaylarıyla ilgilidir." Sonuç olarak dörtlü bilgi modeli (DBM); 'Temel Bilgi', 'Dönüşüm Bilgisi', 'İlişki Kurma Bilgisi' ve 'Beklenmeyen Olaylar Bilgisi' olmak üzere dört bileşenden ve bu bileşenlere bağlı bir dizi koddan oluşmaktadır.

TB bileşeninin temel unsurları öğretmenlerin matematik pedagojisiyle ilgili bilgi ve anlayışlarının yanı sıra bununla ilgili inançlarıdır. DB öğretmenlerin kullanmış olduğu örnek ve temsilleri, ayrıca öğrencilerin sormuş olduğu sorulara öğretmenin vermiş olduğu soru ve açıklamaları içerir. İKB farklı dersler, farklı matematiksel fikirler ve dersin farklı bölümleri arasında ilişki kurmayı içerir. Bunun yanı sıra bu bilgi bileşeni içerisinde öğretim içindeki etkinliklerin sıralamasını ve öğrencilerin matematiksel konularda yaşayabilecekleri olası zorluk ve engellerin farkındalığını kapsar. Son olarak BO bileşeni öğretmenin öğrencilerin sorularına, hatalı yanıtlarına uygun şekilde karşılık verme ve ders planını bunlara göre dönüştürmeyle ilgili hazır oluşuyla ilgilidir. DBM, KAB ve PAB'nin sınıf içinde ortaya çıkış yollarının anlaşılması için kullanılabilir. Bu çerçevedeki öğretmen bilgi ve inançlarının tüm bileşenleri, planlamada ve öğretim uygulamasını sürdürmek için bir kaynak olarak kullanılır.

Öğretmen bilgisinin dinamik doğasını karşılayabilme amacıyla Matematikte Öğretmen Eğitimi ve Geliştirme Çalışması'yla da (Teacher Education and Development Study-TEDS-M) matematik öğretim bilgisiyle ilgili matematik alan bilgisi ve matematik pedagojik alan bilgisi olmak üzere bilginin iki temel alt kategorisini birleştirerek kavramsal bir model oluşturulmuştur (Tatto vd., 2008, s.20). Buna göre matematik öğretim bilgisinin en az üç bileşenden oluştuğu varsayılmıştır: (1) Matematik Öğretim Programı Bilgisi, (2) Matematik öğretimi ve öğrenmesi için planlama bilgisi (Ön-etkileşim) ve (3) Matematiği öğretim ve öğrenme için işe koşma (Etkileşim). Oluşturulan bu matematik öğretim bilgisi modeli Tablo 1. 1'de görülmektedir.

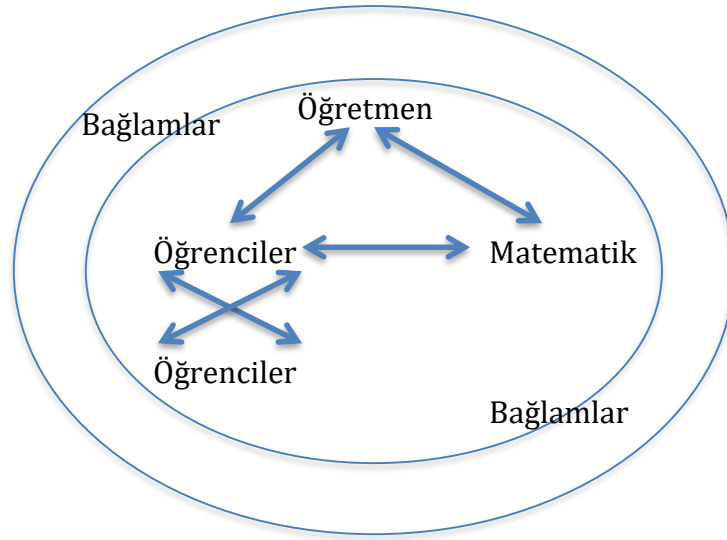
Tablo 1.1. Matematik Öğretim Bilgisi Modeli

Matematik Öğretim Programı Bilgisi	Matematik öğretimi ve öğrenmesi için planlama bilgisi	Matematiği öğretim ve öğrenme için işe koşma bilgisi
Uygun öğrenme kazanımları ortaya koyma	Uygun etkinlikleri seçebilme ya da planlayabilme	Öğrencilerin matematiksel çözüm ve argümanlarını analiz etme ya da değerlendirme
Farklı değerlendirme türlerini/formatlarını bilme	Değerlendirme türlerini seçebilme	Öğrenci sorularının içeriğini analiz etme
Öğretim programı içinde takip edilebilir olası yolları seçebilme ve ilişkileri görebilme	Tipik öğrenci yanıtlarını (yanılgılarını) tahmin edebilme	Tipik öğrenci yanıtlarını (yanılgılarını) tanımlayabilme
Öğrenme programındaki anahtar fikirleri tanımlayabilme	Matematiksel fikirleri göstermek için uygun yöntemleri planlayabilme	Matematiksel işlem ve kavramları gösterebilme ya da açıklayabilme
Matematik öğretim programı bilgisi	Öğretimsel tasarımlar ile didaktik yöntemleri ilişkilendirebilme Matematik derslerini planlayabilme	Çeşitli (yaratıcı) sorular oluşturabilme Beklenmeyen matematiksel durumlara yanıt verebilme Uygun dönüt verebilme

Bu öğretim modelinin bileşenleri Shulman'ın (1987) öğretim bilgisi için üç kategorisi ile Fan ve Cheong'un (2002) tanımladığı pedagojik öğretim programı bilgisi ve pedagojik alan bilgisi kategorilerine karşılık gelmektedir (Tatto vd., 2008, s.20). TEDS-M'de ayrıca öğretim için gereken bilginin öğretmenlerin öğretimsel durumları içinde ele alınması gerektiği varsayılmıştır. Yani genel ve teorik olarak ölçülen öğretmen bilgisinin, durumsal bilgiden (Putnam ve Borko, 2002) yani sınıf ortamından bağımsız olarak değerlendirilmesinin yeterli olup olmadığı tartışılmıştır. Bu düşünceden hareketle de üç bileşen olarak ele alınan kategorilerden biri ön-etkileşim yani derslerden önceki planlama aşamasındaki bilgiye karşılık gelirken, diğer bir kategori sınıf içindeki öğretim durumunda ortaya çıkabilecek bilgi bileşenleri olarak sınıflandırılmıştır. Öğretmenlerin sınıf içinde öğretim yaparken kullandıkları bilgi olarak ele alınabilecek bilgi bileşeni

“Öğrencilerin matematiksel çözüm ve argümanlarını analiz etme ya da değerlendirme, öğrenci sorularının içeriğini analiz etme, tipik öğrenci yanıtlarını (yanılgılarını) tanımlayabilme, matematiksel işlem ve kavramları gösterebilme ya da açıklayabilme, çeşitli (yaratıcı) sorular oluşturabilme, beklenmeyen matematiksel durumlara yanıt verebilme ve uygun dönüt verebilme” alt bileşenlerini içermektedir.

Öğretim durumunda ortaya çıkabilecek bilgi bileşenlerini düşünerek Ulusal Araştırma Konseyi de okul matematiği için gerekli olan üç bilgi türü belirlemiştir: Matematik Bilgisi, Öğrenci Bilgisi ve Öğretimsel Uygulama Bilgisi (National Research Council-NRC, 2001, s.314). Öğretimi bir bağlam içinde öğretmen, öğrenci ve matematik arasındaki etkileşim olarak görmüş ve Şekil 1.4’teki öğretimsel üçgeni tanımlamıştır.



Şekil 1.4. *Ulusal Araştırma Konseyi Tarafından Oluşturulmuş Öğretimsel Üçgen Modeli*

NRC’ye (2001) göre matematik bilgisi, matematiksel gerçekler, kavramlar, işlemler, bunlar arasındaki ilişkiler bilgisini ve bir disiplin olarak yani matematiksel söylemlerin doğasını, matematiksel bilginin nasıl üretildiğine dair matematik bilgisini içermektedir. Öğrenci ve öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiğine dair bilgi ise zaman içinde çocukların çeşitli matematiksel fikirleri nasıl geliştirdiklerine ayrıca gelişimsel süreç içerisinde çocuğun kavramsal olarak nerede olduğuna dair genel bilgiyi içermektedir. Son olarak öğretimsel uygulamalar bilgisi de öğretim

programına, matematiksel fikirleri öğretmek için önemli olan görev ve araçlara, sınıf içi söylemlerin nasıl yönetileceğine ve matematiksel yeterliliklerin gelişimini destekleyecek sınıf içi normlara dair bilgiyi kapsamaktadır. Sonuç olarak NRC'de sınıf içinde var olan öğretmen bilgisini ön plana çıkarmıştır.

Öğretmen bilgisinin TÖY'nin oluşturulması sürecine katkısı sebebiyle yukarıda çeşitli öğretmen bilgi modelleri açıklanmıştır. Bu öğretmen bilgi modelleri incelendiğinde bazı modellerin teorik olarak ölçüme izin verirken, bazılarının da uygulama içerisinde gözlem yapılarak elde edildiği görülmektedir. Bu araştırmada da amaç doğrultusunda uygulamada gözlemler sonucu ortaya çıkmış bilgi modellerinin (Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003; Tatto vd., 2008) bazı bileşenleri TÖY'nin ve cebir öğretimi de göz önünde bulundurularak öğretmenlerin yaptıkları öğretimlerde ortaya çıkmış bazı bilgi bileşenleri geliştirilmeye çalışılmıştır. Araştırma cebir öğrenme alanına yönelik olarak gerçekleştirildiğinden, öğretmen bilgisi başlığının bir alt başlığı olarak cebir öğretimine yönelik öğretmenlerin sahip olması gereken bilgidir bahsedilecektir.

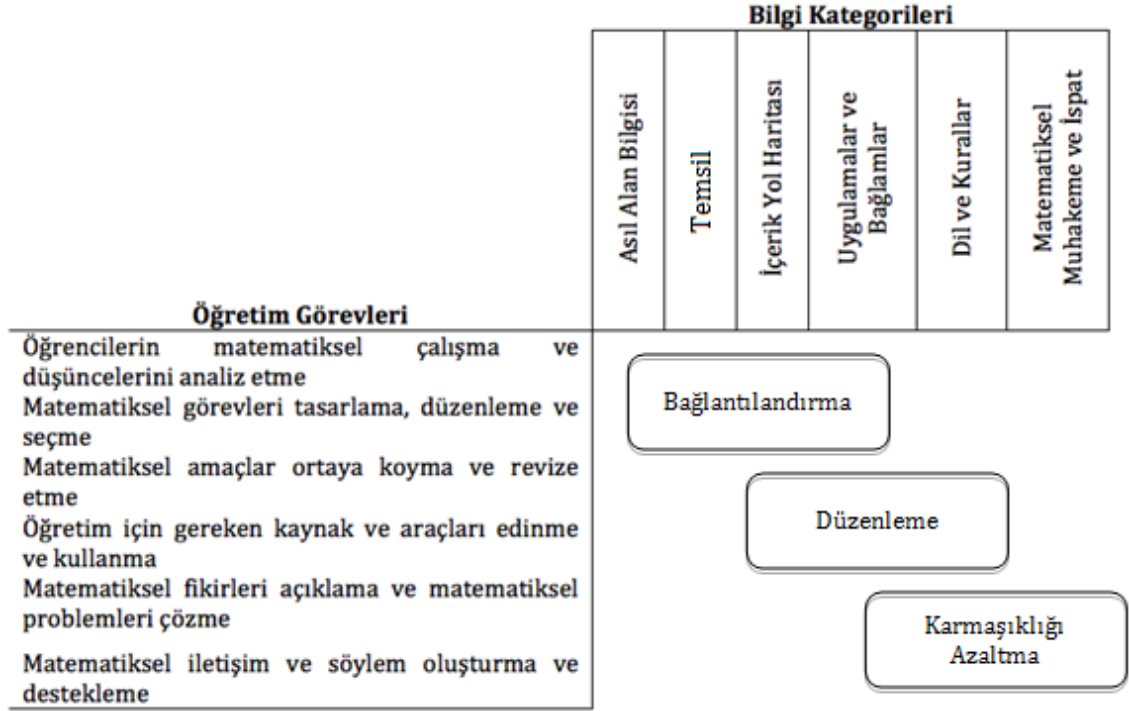
1.2.1.2.1. Cebir öğretim bilgisi

Öğretmen bilgisini kavramsallaştırma çalışmalarının ardından son yıllarda, alana özel öğretimlerin gerçekleştirilebilmesi için gereken öğretmen bilgisinin tanımlanmasına yönelik çalışmalara ilgili artmıştır (Chinnappan ve Lawson, 2005; , Floden ve McCrory, 2007; McCrory vd., 2012). Cebir öğrenme alanı matematik dersi için temel bir bileşen olarak görüldüğünden (NCTM, 2000), araştırmacıların tanımladığı öğretmen bilgisi arasında cebire yönelik öğretmen bilgisi de yer almıştır.

Even (1990) fonksiyon kavramının öğretimi için konu alan bilgisine yönelik analitik bir çerçeve oluşturmuş ve belirli bir matematik konusu için bilgiyi yedi bileşende ele almıştır. Bu yedi bileşen; (1) Temel özellikler, (2) Farklı temsiller, (3) Kavramın gücü, (4) Temel repertuar, (5) Alternatif yaklaşım yolları, (6) Kavrama ait bilgi ve anlayışlar ve (7) Matematiğe ait bilgi şeklinde sınıflandırılmıştır. Temel özellikler bir kişinin zihindeki kavrama ilişkin resimler olarak açıklanmış ve öğretmenin kavrama örnek olabilecek ve olamayacak durumları doğru bir şekilde

ayırt edebilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Farklı temsiller, bir kavramın tam olarak, derinlemesine ve daha iyi anlaşılmasına yarayan farklı bir bakış açısı ve kavramın farklı etiket ya da notasyonlarla temsili olarak ele alınmıştır. Öğrencilerin bir kavrama ait bütün temsilleri bilmesi ve anlaması gerekmezken, öğretmenin farklı temsil çeşitlerini anlaması, kullanabilmesi, bu temsiller arasında gereken ilişkileri ve dönüşümleri gerçekleştirebilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Diğer bileşende ise öğretmenlerin kavramlara ait güçlü özellikleri anlaması gerektiği, kavramın sahip olduğu çeşitli formların, temsillerin, etiketlerin ve notasyonların matematiğin farklı alanlarında kullanımının bilinmesi ve öğretmenlerin de bu alternatif yaklaşımlar ve bunların kullanımıyla ilgili bilgi sahibi olması gerektiği belirtilmiştir. Son olarak, öğretmenlerin kavramın derinlemesine anlaşılması için güçlü örnekleri, önemli ilke, özellik ve teoremleri bilmesi, kavramsal ve işlemsel bilgi ile bunların arasındaki ilişkilendirilmeleri yapabilmesi ve matematiksel bilginin yanı sıra matematiği doğasına ait bilgiye de sahip olması gerektiği açıklanmıştır.

Cebir öğretimine yönelik bir araştırma projesinde ise Ferrini-Mundy ve Senk (2006) Cebir Öğretimi için Bilgi (Knowledge of Algebra for Teaching-KAT) kavramsal çerçevesini iki boyutta ele almıştır. Bu çerçevede Şekil 1.5'te de görüldüğü üzere cebir öğretimi için gereken temel *bilgi kategorileri* ve öğretmenlerin matematiksel bilgilerini uygulayabilecekleri çeşitli *öğretim görevleri* tanımlanmıştır. Bu iki boyuta ilaveten *bağlantılandırma* (bridging), *düzenleme* (trimming) ve *karmaşıklığı azaltma* (decompressing) olmak üzere, cebir öğretim bilgisinin çeşitli elemanlarından yararlanan ve çeşitli öğretim görevlerini içeren karmaşık matematiksel uygulamalar olan üç kapsayıcı kategori de belirlenmiştir.



Şekil 1.5. Cebir Öğretimi için Bilgi Kavramsal Çerçevesi

Bu modele göre bilgi kategorileri; asıl alan bilgisi, temsil, içerik yolları, uygulamalar ve bağlamlar, dil ve kurallar ile matematiksel muhakeme ve ispat olarak sınıflandırılmıştır. Öğretim görevleri ise; (1) öğrencilerin matematiksel çalışma ve düşüncelerini analiz etme, (2) matematiksel görevleri tasarlama, düzenleme ve seçme, (3) matematiksel amaçlar ortaya koyma ve revize etme, (4) Öğretim için gereken kaynak ve araçları edinme ve kullanma, (5) matematiksel fikirleri açıklama ve matematiksel problemleri çözme ve (6) matematiksel iletişim ve söylem oluşturma ve destekleme olarak belirlenmiştir. Ferrini-Mundy ve Senk (2006) bu bilginin ölçülmesi için geliştirdikleri ölçme maddesi geliştirme matrisinde cebir içeriğini; (1) İfadeler, Eşitlikler ve Eşitsizlikler ile (2) Fonksiyonlar ve özellikleri: Doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki ana başlık altında ele almıştır. Cebir içeriğine yönelik farklı sınıflandırmalar olmasına karşın (Bendarz, Kieran ve Lee, 1996), bahsedilen bu iki sınıflandırma genel olarak kabul gören bir sınıflandırmadır (NCTM, 2000).

Belirli bir cebir konusu olan fonksiyonlar için ve genel olarak cebir öğretimi için gereken bu iki bilgi çerçevesi incelendiğinde (1) Temel bilgi ve (2) Temsil Bilgisi ortak iki nokta olarak ortaya çıkmaktadır. Nitekim çoklu temsillerin cebir ve genelde

matematik öğretimindeki önemi de birçok araştırmacı tarafından ifade edilmiştir (Brizuela ve Earnest, 2008; s. 274; Earnest ve Balti, 2008, s. 519; Tall, 1992). Öte yandan yukarıda açıklanan matematik ğretim bilgileri ve özelde de cebir ğretim bilgisi kategorisinde ğrenci çalışmalarının ve düşüncelerinin değerlendirilmesi, matematiksel amaçların ortaya koyulması ve matematiksel görevlerin hazırlanması da sayılabilecek ortak noktalar arasında yer almıştır. Bu ortak noktalardan hareketle ve NCTM'in (2000, s. 394) belirlemiş olduğu "rnt, ilişki ve fonksiyonların anlaşılması, cebirsel semboller kullanılarak matematiksel durum ve yapıların temsil ve analizi, niceliksel ilişkilerin anlaşılması ve temsili için matematiksel modellerin kullanımı ve çeşitli bağlamalarda değişimin analizi" cebir standartlarını kazandırmak için de öğretmenlerin kuramsal çerçevelerde yer alan bilgi bileşenlerine sahip olmaları gerekmektedir.

Altıncı sınıf cebir öğrenme alanı biraz önce ifade edilen (1) İfadeler, Eşitlikler ve Eşitsizlikler konu alanı içine girmektedir. Ortaokul matematik ğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış ğretim sürecinde, kullanmaları gereken pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamak amacını taşıyan bu çalışmada altıncı sınıf cebir öğrenme alanında gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin yukarıda açıklanan matematik ğretim bilgisi ve özelde ise cebir ğretim bilgisi kuramsal çerçeveleri kullanılarak, öğretimler sırasında sınıf içinde ortaya çıkan pedagojik yolları bu ğretim bilgi modellerinden hareketle belirlenmeye ve geliştirilmeye çalışılmıştır. Tahmini ğrenme yollarına dayalı olarak araştırmada ön plana çıkan bir nokta ğrenci düşüncesi olmuş ve öğretmenlerin ğrenci düşüncesi karşısında kullandıkları yollarda gelişim göstermeleri istenmiştir. Hem cebir hem de matematik ğretim bilgisi içinde yer alan temsillerin kullanımı üzerinde de önemle durulmuş ve öğretmenlerin kullanmış oldukları temsiller ayrıntılı olarak ele alınmış ve bu bilgi türünde de ilerlemeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Son olarak araştırma öğretmenlerin sınıf içindeki öğretimleri temel aldığından matematik ğretim bilgisinin sınıf içi etkinliklerde bir yansıması olarak görülen uygulamalar pedagojik yol olarak isimlendirilmiştir.

1.3. Amaç

Bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin TÖY'na uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde, kullanmaları gereken pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır.

1.3.1. Araştırma problemleri

Araştırmanın amacı doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları yanıtlanmaya çalışılmıştır:

1. İki ortaokul matematik öğretmenin TÖY'na uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde pedagojik yolları nasıl değişmiştir?
 - a. İki ortaokul matematik öğretmenin araştırma öncesindeki cebir öğretim bilgisi nasıldır?
 - b. İki ortaokul matematik öğretmenin öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik yolları nasıl değişmiştir?
 - c. İki ortaokul matematik öğretmenin temsillerin kullanımına yönelik yolları nasıl değişmiştir?
 - d. İki ortaokul matematik öğretmenin diğer pedagojik yolları kullanımları nasıl değişmiştir?

1.4. Araştırmanın Önemi

Etkili bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmek için öğrencilerin matematik ile ilgili anlamalarını harekete geçirmenin temel olduğu vurgulanmaktadır (NCTM, 2000). Bununla birlikte, öğretmenlerin uygun amaçları ve matematiksel görevleri seçebilmelerinin etkili bir sınıf söylemi için zemin oluşturduğu da ifade edilmektedir (Franke, Kazemi, ve Battey, 2007; Lambert, 2012; Nathan ve Knuth, 2003). Sınıf söylemlerine öğrencileri dâhil eden öğretmenlerin öğrenci anlamasını tanılamalarını, öğrencilerin düşüncelerini uzman şekilde fark edebilmelerini sağlayacak becerilerinin olması gerekmektedir (Jacob, Lamb, ve Philip, 2010). Öğrencilerin düşüncelerini değerlendiren öğretmenlerin, öğrencilerin bireysel ve

sınıf kültürü içindeki çeşitliliği de düşünerek öğretimsel kararlarını bu bileşenleri dikkate alarak alması önemlidir (NCTM, 2000).

Öğrencileri başarı yolunda adapte edecek, öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini, hangi konularda zorlandıklarını ve bunlar karşısında ne yapacağını bilen iyi eğitim almış bir öğretmenin yerine geçebilecek hiçbir program ya da teknolojinin olmadığı ifade edilmektedir (Daro, Mosher, ve Corcoran, 2011). Öğretmenler öğrenmeyi sağlamak için, öğrencilerin muhakemelerini anlamalı, plan yapmalı ve öğretimler sırasında anlık tepkiler verebilmelidirler (Battista, 2010). Benzer şekilde öğrencilerin matematiksel anlayışlarının yapılandırmasını desteklemek için, öğretmenlerin temel matematiksel fikirleri belirlemesi, öğrencinin düşüncesini anlamak için kavramsal çerçeveleri anlaması ve geçerli değerlendirme görevlerini kullanması gerektiği ifade edilmektedir (Battista, 2004). Bu sebeple, öğretmenlerin sahip oldukları bilgilerin, özellikle de öğrencilerle ilgili bilgilerin gerçekleştirecekleri öğretimler açısından büyük önem taşıdığı söylenebilir.

Öğrenme yollarının, öğrenci düşüncesiyle ilgili modeller oluşturmada ve öğrenci düşüncelerini analiz etmede öğretmenlere bir dil sağladığı belirtilmiştir (Edgington, 2012; Mojica, 2010). Öğrenme yollarının öğrenci düşünceleri ve matematiksel içerik arasında bağ kurmada öğretmenleri desteklediği görülmüş (Battista, 2004; Wilson, Mojica, ve Confrey, 2013), ayrıca öğretmenlere öğrenci düşüncesiyle ilgili bilgi sağladığı da ifade edilmiştir (Battista, 2004). Öğrenme yollarına dayalı tasarlanan öğretimlerle öğretmenlerin öğrenci düşüncesine yönelik bilgilendirilebileceği, öğretim planları hazırlamalarına katkı sağlayacağı ve bu yollarının hazırlanarak öğretmenlerin öğretimler sırasında daha etkili öğretimler gerçekleştirileceği düşünüldüğünden tahmini öğrenme yollarına dayalı öğretimlerde öğretmenlerin pedagojik yollarının geliştirilmeye çalışılması önemli görülmüştür. Bununla birlikte, uluslararası alan-yazın incelendiğinde, öğrenme yolları konusu henüz yeni çalışılmaya başlanmış bir konu olduğundan ve Türkiye’de öğretmenlerle yapılan çalışmalar, özellikle öğretmenlerin sınıf içindeki öğretimlerini inceleyen çalışmalar sınırlı olduğundan dolayı, bu araştırmanın öğrenme yollarına ve öğretmen çalışmaları konusunda alana katkı getireceği düşünülmektedir. Öte yandan, Türkiye’de mesleki gelişimlerde ya da hizmet içi

eğitim eksiklikleri dikkate alındığında, bu araştırmanın öğretmen yetiştiren akademisyenlere ve MEB’de hizmet içi eğitimler düzenleyen eğitimcilere örnek bir mesleki gelişim programı olması bakımından da katkı sağlayabilir.

1.5. İlgili Alan Yazın

Bu bölümde tahmini öğrenme yolları ve cebir öğretimine yönelik yapılmış araştırmalar özetlenmiştir.

1.5.1. Tahmini ğrenme yollarıyla ilgili yapılmış araştırmalar

Sınıf içi uygulamalar ve öğretmenlerin gelişiminde TY’nın temel olarak kullanıldığı görülmektedir (Bardsley, 2006; Edgington, 2012; McKool, 2009; Tzur vd., 2001; Wickstrom, vd., 2012; Wilson, 2009).

Clement ve Sarama’nın (2004) hazırlamış olduğu Yapı Taşları ğretim Programı okul öncesindeki matematiksel kavramların ğretimi için deneysel çalışmalarla desteklenerek hazırlanmış bir ğretim programıdır. Bardsley (2006) yapmış olduğu çalışmasında okul öncesi ğretmenlerinin yapı taşları ğretim programını kullanımlarını incelemiştir. Bardsley (2006) ğretmenlerin mesleki gelişim programına katılma nedenlerine göre ğretim programını kullanımlarının da değiştiğini ifade etmiştir. Örneğin, sınıf etkinliklerini incelemeyi tercih eden öğretmenler daha çok öğrencilerin düzeyler arasındaki ilerleyişine odaklanırken, matematiksel bilgi kazanımına daha çok önem veren öğretmenler ise ğretim programını daha çok öğretimsel kararları vermek için kullanmışlardır. Benzer olarak Yapı Taşları ğretim Programı (Building Blocks) zerine yapılan çalışmalara devam ederek, Clement ve Sarama (2008)  farklı grupta yer alan 36 öğretmenle ğretim programının etkililiği üzerine çalışmışlardır. Birinci gruptaki öğretmenler müdahale grubunu oluştururken, bu öğretmenler öğrenme yollarına dayalı hazırlanmış *Yapı Taşları ğretim Programını* kullanmışlardır. İkinci gruptaki öğretmenler ise karşılaştırma grubunu oluşturmuş ve NCTM (2000) standartlarıyla ilişkili olan *Okulöncesi Matematik ğretim Programını* (Preschool Mathematics Curriculum) kullanmışlardır. Son gruptaki öğretmenler ise okullarında var olan

öğretim programını kullanmaya devam etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda *Yapı Taşları* müdahale grubunda olan öğretmenlerin zengin matematik içerikli sınıf ortamları oluşturabildikleri ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerine karşı daha duyarlı oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerle yapılan ön ve son testlerde *Yapı Taşları Öğretim Programı* uygulanan öğrencilerin diğer iki gruptaki öğrencilere göre daha çok şey kazandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu iki araştırma sonucunda TÖY'nin öğretmenlerin gelişimlerine katkı sağladığı söylenebilir.

McCool (2009) araştırmacıyla işbirliği içerisinde çalışan bir öğretmenin, ölçme öğrenme yollarını öğretimi sırasında ölçme öğretime ve öğrenmesine yönelik kavrayış geliştirme yollarını incelemiştir. Bu çalışmada öğretmen öğrencilerin ölçme kavramına yönelik anlayışlarına yönelik alan-yazındaki çalışmalarını incelemiş, öğrenci çalışma ve görüşmelerini analiz etmiş, yapılacak görüşmeler için TÖY'na dayalı görevler geliştirmiş ve haftalık mesleki gelişim görevlerini tamamlamıştır. Bu çalışma sonucunda öğrenme yörüngeleri çerçevesinde geliştirilen mesleki gelişim programının öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanmalarında öğretmeni desteklediği görülmüştür. Ayrıca mesleki gelişim programına katılan bu öğretmenin öğrencilerin bilgisini değerlendirme becerisinin geliştiği ve öğrencilerin zorlandıkları noktalarda öğretime yön vermek için matematiksel bilgilerini etkili şekilde kullanabilme becerisi kazandığı belirtilmiştir.

Benzer başka bir çalışma da ise Wickstrom ve diğerleri (2012) ölçme öğrenme alanına ait öğrenme yolları çerçevesinde düzenlenmiş mesleki gelişim programına dâhil olan bir öğretmenle durum çalışması gerçekleştirmiştir. Bu çalışmanın sonucunda öğretmenin öğrenme yollarını öğrencilerin düşüncelerini açıklamak için bir dil olarak kullandığı ve öğrencilerin katıldıkları etkinlikleri daha iyi desteklediği görülmüştür. Öğretmen yollarında verilen öğrenci stratejilerini bildiğinde öğrencilerin anlayışlarını daha başarılı şekilde yorumlamıştır. Ancak bu çalışma sonucunda öğrencilerin düşüncelerini ders sırasında yorumlayıp kullanmanın bireysel görüşmelere göre daha zor olduğu belirtilmiştir.

Hazır olarak geliştirilmiş ÖY'nin kullanıldığı bir çalışmada Wilson (2009) öğretmenlerin öğretimlerde ÖY'nı nasıl kullandıklarını incelemiştir. Çalışmada bir konuda ÖY'sını öğrendikleri 20 saatlik mesleki gelişim programına katılmış 10 ikinci sınıf öğretmenin uygulamalarını analiz etmiştir. Araştırmanın sonucunda

ÖY'sının öğretim etkinliğini seçmede, sınıf tartışmalarında öğrencilerle kurdukları iletişimde ve öğrenci çalışmalarını analiz etmede öğretmenlere kuramsal bir çerçeve sağladığı görülmüştür. ÖY öğretmenlere etkinliklerde öğrencilerin çalışmalarındaki düşüncelerini analiz etmelerine, öğrenci düşüncelerini sınıf içinde tartışmalarına ve öğrenci düşünceleri konusunda tahminler yapmalarına yardımcı olmuştur. ÖY ayrıca öğretimler sırasında sınıf içi iletişime de katkı sağlamış, öğretmenlerin öğrencilerin kullanabilecekleri olası stratejileri sentezleyip, öğrenci düşünceleri ile matematiksel fikirler arasında bağ kurmalarına yardım etmiştir. Benzer ÖY kullanılarak gerçekleştirilen bir başka çalışmada Mojica (2010) ise bir öğretim aracı olarak öğrenme yollarının araç olarak kullanımına odaklanılan öğretim yöntemleri dersine katılan öğretmen adaylarının, öğrencilerin düşünceleriyle ilgili model oluştururken öğrenme yollarını nasıl kullandıklarını araştırmıştır. Bu araştırmanın sonucunda da, öğrenme yollarının öğretmen adaylarına öğrencilerin düşünceleriyle ilgili model oluşturmada, öğretimleri ve öğrenci düşüncesini ilişkilendirmede ve öğretilecek matematiksel kavramın derinlemesine anlaşılmasında destek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yapılan bu alan-yazın taraması sonucunda geliştirilmiş öğrenme yollarının, mesleki gelişim sürecinde kullanımının etkili bir yol olduğu sonucu çıkarılabilir. Diğer taraftan TÖY'nin kuramsal çerçeve olarak kullanıldığı ancak öğretmenlere hazır olarak bir ÖY'nin sunulmadığı, sadece öğretmenlerin yaptıkları uygulamaları açıklamaya çalışan çalışmalar da yer almaktadır (Heinz vd., 2000; Tzur vd., 2001). Bu çalışmalar da genellikle öğretmenlerin sahip oldukları perspektiflerle, gerçekleştirdikleri sınıf içi uygulamaları açıklanmaya çalışılmıştır.

Heinz vd.'nin (2000) yaptıkları çalışma öğretmenlerin kendi matematiksel düşüncelerini, öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlamalarını ve öğrencilerin matematiksel fikirlerini geliştirecek yolları öğrenmelerini sağlayacak bir Matematik Öğretmenlerinin Gelişimi projesinin bir parçasını oluşturmaktadır. Araştırmacıların matematik öğretimine dair bakış açıları Simon'un (1995) Matematik Öğretim Döngüsüne dayanmıştır. Araştırmada projeye katılmış bir öğretmenin sınıf içi uygulamalarını incelemiş ve öğretimlerine yönelik görüşmeler gerçekleştirmiştir. Bu araştırmanın sonucunda öğretmenin yapmış oldukları uygulamaları araştırmacılar hem öğretmenin bakış açısına hem de kendi bakış

açlarına göre yeniden yorumlamışlardır. Araştırmanın sonucuna göre öğretmenlerin var olan algılarını belirlemenin onların öğretimlerde kullanacakları kaynakların belirlenmesine imkân tanıdığını belirtmişlerdir. Yani öğretmenlerin algıları onların o anda ne öğrendiklerini desteklemekte ya da sınırlandırmaktadır. Öğretmenlerin algıları ayrıca onların mesleki gelişimlerden edindikleri her bir bilgi ve deneyimi de, kendilerine sunulan eğiticinin planladığı değil kendi algıları doğrultusunda şekillendiği ifade edilmektedir.

Sonuç olarak TÖY'ları hem mesleki gelişim çalışmalarında hem de öğretmenlerin uygulamalarını açıklamayı amaçlayan çalışmalarda bir kuramsal çerçeve olarak kullanılmıştır. Bu çalışmaların sonuçları da TÖY'larını bileşenlerini ya da hazır olarak sunulan ÖY'larını bilmenin matematik öğretimine katkı sunduğunu göstermektedir.

Bir sonraki bölümde araştırmanın konusunu oluşturan ve hazırlanan TÖY'larının oluşturulmasına şekil veren bazı araştırmalar açıklanacaktır.

1.5.2. Cebir öğretimi

TÖY'na yönelik öğretim uygulamalarına ilaveten, araştırmayla ilgili cebir öğretimine yönelik araştırmalar da uygulamalar üzerinde etkili olduğundan, bu bölümde cebir öğretimine yönelik araştırmalara yer verilmiştir. Alan-yazın taramasında öğretmenlerin cebir öğretimine yönelik uygulamalarının incelendiği (Blanton ve Kaput, 2005; Tirosh, Even ve Robinson, 1998), yanı sıra cebir öğretimine yönelik önerilerin yer aldığı araştırmalara rastlanılmıştır (Blanton ve Kaput, 2003; Earnest ve Balti, 2008).

Blanton ve Kaput (2005) uzun süreli mesleki gelişim programına katılmış bir öğretmenin öğrencilerin cebirsel düşüncelerini ne yollarla ve ne kadar desteklediğine dair 57 ders saatini incelemişlerdir. Araştırmada öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerini geliştirecek öğretmen uygulamalarına yönelik sonuçlar ortaya çıkarmışlardır. Buna göre öğretmenin aritmetiğe dair içeriği, genellenmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme gibi cebirsel muhakeme içeren alanlara dönüştürebildiği görülmüştür. Öğretmenin ayrıca aritmetik tabanlı tartışmaları cebirsel düşünme gerektiren tartışmalara ve problem çözme sürecine

dönüştürebilme becerisine sahip olduğu da belirtilmiştir. Araştırmanın sonucu genellenmiş aritmetiğin ve fonksiyonel düşünmenin öğretmenlerin cebirsel düşünceyi geliştirmek için kullanabilecekleri zengin ortamlar sunduğunu göstermiştir.

Bir başka çalışmada Tirosh, Even ve Robinson (1998) yedinci sınıf öğrencilerinin farklı cebirsel ifadeleri bir araya getirerek toplama ($2a+2b=4ab$ gibi) ve sonuca ulaştırmaya çalışma eğilimleri karşısından dört öğretmenin kullandıkları yaklaşımları incelemişlerdir. Bu amaç doğrultusunda öğretmenlerin yaptıkları ders planlarını, öğretimler sırasındaki uygulamalarını ve ders sonrasında öğretmen görüşmelerini veri olarak kullanmışlardır. İki deneyimli öğretmenin öğrencilerin eğilimleri konusunda farkındalıkları söz konusuysen, deneyimsiz olanların eğilimler konusunda farkında olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin dersler sırasında 1) benzer terimleri toplama, 2) meyve salatası yaklaşımı, 3) tersine çalışma, 4) işlem sıralaması ve 5) yerine koyma yollarını kullandıkları görülmüştür. Benzer terimleri toplama yoluna dair olarak araştırmada iki görüş belirtilmiş ve bu görüşler karşısında yazarlar ikilem yaşadıklarını belirtmişlerdir. Bu görüşlerden ilki öğretmenin kullandığı yol yani benzer terimlerin toplanması yolunun bir süre alıştırma olarak tekrar edilmesinin öğrencilerin cebirsel ifadeleri sadeleştirmedeki başarısını sağlamasıdır. Diğer taraftan ikinci görüş ise Davis'in (1989, s. 117) bu yolun kullanımına dair öğrencilerin anlamadan bir ritüel olarak gerçekleştirdiği işlemlerin sonrasında mükemmel bir sonucun gelebileceği beklentisine yapmış olduğu eleştirisidir. Öğretmenlerin öğrencilerin o anda ortaya çıkan ihtiyaçlarını gidermesi gerekirken diğer taraftan öğrencilerin okul yaşantıları boyunca matematikle ilgili geliştirdikleri genel algılarını göz ardı etmemeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Meyve salatası yoluna da ayrıca eleştiri getirmişler ve öğrencilerin $3a$ ve $5e$ 'yi üç armut ve beş elma şeklinde algılamalarının elma ve armut çarpılamayacağı için cebirsel ifadelerin çarpımı için sorun oluşturacağını ifade etmişlerdir. Somutlaştırmanın matematik eğitimi için fayda sağlayabileceğini ancak bu tür bir somutlaştırmanın faydadan ziyade zarar getireceğini belirtmiştir (s. 60). Son olarak da yerine koyma yönteminin ifadelerin eşitliğini göstermek için yararlı olduğunu ancak bu yolunda cebirsel ifadenin bir sonuç ve nesne olarak algılanmasının önüne geçebileceğini ifade etmişlerdir (s. 61).

Cebir öğretimine yönelik gerçekleştirilmiş bir başka çalışmada Blanton ve Kaput (2003, s. 70) ilkokul öğretmenlerinin ders kitabı ya da materyal gibi kendilerinde var olan kaynakları kullanarak bir sınıf ortamını cebirsel düşünmeyi destekleyen bir ortama dönüştürmek için kullanabilecekleri stratejiler geliştirmiş ve bu stratejiyi bir yıl boyunca çalıştıkları bir matematik öğretmenin sınıf ortamında ortaya çıkış biçimlerini tartışmışlardır. Blanton ve Kaput'un (2003, s. 71) cebirselleştirme stratejisine göre öğretmenin sınıf içinde üç çeşit değişiklik yapması gerekmektedir: (1) öğretim materyallerini cebirselleştirme, (2) öğrencilerin cebirsel düşüncelerini bulma ve destekleme ve (3) cebirsel düşünmeye katkı sağlayacak sınıf kültürü ve öğretim uygulamaları oluşturma. Öğretim materyallerini cebirselleştirme ile basit tek bir sayısal sonucu olan aritmetik etkinlik ve problemlerinin, örüntü oluşturma, matematiksel ilişkileri tahmin etme, genelleme ve doğrulama içeren etkinliklere dönüştürme kastedilmektedir. Problemden verilen parametrelerin ya da değerlerin değiştirilmesinin cebirselleştirme için etkili bir yol olduğu ifade edilmektedir. İkinci yol olan öğrencilerin cebirsel düşüncelerini bulma ve desteklemede ise öğrencinin cebirsel ifadelerle aşina olmasını geliştirmek için öğretmenin öğrenci düşüncelerine odaklanması gerektiğini söylemektedir. Bunu yapabilmek için de öğretmenlere "Düşünceni söyler misin?, Farklı bir yoldan çözdün mü?, Bunun doğru olduğunu nasıl biliyorsun? ve Bu yol her zaman çalışır mı?" gibi basit soruları sormaları önerilmiştir. Son olarak cebirsel düşünmeye katkı sağlayacak sınıf kültürü ve öğretim uygulamaları oluşturmaya yönelik yapılabilecek değişiklikte rutin uygulamalardan ayrılmadan, aritmetik konuları içinde modelleme, keşfetme, tartışma, tahmin, varsayım oluşturma ve fikirleri test etme gibi uygulamalara da yer verilebileceğini belirtmişlerdir.

Benzer şekilde bir araştırmanın sonucunda ortaya çıkmış ve cebir öğretiminde kullanılabilecek stratejilerin önerildiği bir başka çalışmada Earnest ve Balti de (2008, s. 519) cebir öğretimi için (1) Tanınmayan sayı ifadelerinin kullanılması, (2) Büyük sayıların kullanılması ve (3) Temsil bağlamlarının kullanılması olmak üzere üç farklı yol önermiştir. Bir örüntü probleminin kullanıldığı ders ile açıkladığı bu yolların, tüm ders sıralaması içinde öğretimsel stratejiler olarak nasıl kullanıldığını göstermiştir. Tanınmayan sayılar ile bir sonuç olarak yazılmayan, tek bir sonuca karşılık gelen ancak içerisinde işlem barındıran ifadeler kastedilmiştir. Bu sayı

ifadelerinin kullanımının sınıf içinde tartışmalar için zemin hazırladığı, tahminler için bir araç olarak kullanılabilirdiği ve örüntünün yazımında bilgiyi kaydetmek için bir yol sağladığı ifade edilmiştir. İkinci yolda ise büyük sayıları kullanmanın öğrencilerin girdi ve çıktı arasındaki fonksiyonel ilişkiyi düşünmesini sağladığı ifade edilmiştir. Ayrıca burada fonksiyon tablolarını da büyük sayılar ile kullanmanın cebirsel muhakemeyi destekleyen bir yol olduğundan bahsedilmiştir. Son olarak temsil bağlamlarının öğrencilerin matematiksel fikir ve muhakeme geliştirmelerine bir zemin hazırladığından bahsedilmiştir. Zengin problem bağlamının cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yetmediği, öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkileri kurmaları ve cebirsel muhakeme yapabilmeleri için uygun temsillerin kullanılması gerektiği ifade edilmiştir. Örneğin, harf notasyonunun bir durumu göstermek için kullanışlı bir yol sağlayabileceği ve bu durumda da tablo çizmenin ve sembolik ifadeleri yazmanın önemli olduğuna değinilmiştir. Bu yolların sadece örüntü bağlamında değil, tüm matematik konularına adapte edilebileceğini ve bu stratejilerin öğrencilerin örüntü bulma, genelleme yapma ve temsiller arasında geçişler yapmalarına yardımcı olacağı belirtilmiştir.

Sonuç olarak cebir öğretimine yönelik yapılmış bu alan-yazın taraması sonucunda cebir öğretiminde örüntü oluşturma, matematiksel ilişkileri tahmin etme, genelleme, varsayım oluşturma, test etme ve doğrulama becerilerinin geliştirilmesinin ön plana çıktığı görülmektedir. Ayrıca cebirsel ifadelerin öğretimine yönelik olarak anlama odaklanmanın, aritmetikten yararlanmanın, temsilleri ve temsiller arası ilişkileri kullanmanın önemli olduğu, cebirsel düşünmeyi geliştirecek sınıf içi tartışmaların ve kültürün cebir öğretimine katkı sağladığı da görülmüştür.

1.6. Tanımlar

Tahmini Öğrenme Yolları: TÖY kavramı bu çalışmada Simon'un (1995) kullandığı anlamıyla öğretmenin öğretim için yapmış olduğu plana karşılık gelmektedir. Araştırma kapsamında matematik öğretim programında yer alan cebir öğrenme alanına yönelik her bir kazanım için hazırlanmış olan her bir plan TÖY'na karşılık gelmektedir. Araştırmada hazırlanan TÖY'ları Simon'un (1995) belirtmiş

olduğu öğrenme hedefi, öğretim etkinlikleri ve öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler olmak üzere üç bileşeni içermektedir.

Pedagojik Yol: Araştırmada pedagojik yol matematik öğretim bilgisi ve özelde ise cebir öğretim bilgisi kuramsal çerçevelerinde de belirtilen ve sınıf içinde öğretimler sırasında öğretmenlerin kullandıkları uygulamalar olarak ele alınmıştır. Diğer bir ifadeyle pedagojik yol, öğretmenlerin sahip olmaları gereken matematik öğretim bilgisinin gerçek öğretim ortamında ortaya çıkan uygulaması olarak ele alınmıştır. Örneğin, tahmini öğrenme yollarına dayalı olarak araştırmada ön plana çıkan bir nokta öğrenci düşüncesidir. Öğretimler sırasında herhangi hatalı bir öğrenci yanıtı karşısında öğretmenin bu hataya karşılık sormuş olduğu bir soru kullanılan pedagojik yol olarak isimlendirilmiş ve araştırma kapsamında öğretmenlerin kullandıkları bu yollarda gelişim göstermelerine çalışılmıştır.

2. YÖNTEM

Bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde kullanabilecekleri pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda, iki matematik öğretmenin araştırmacıyla işbirliği içinde hazırladıkları TÖY'lerini uygulamaları sürecinde kullandıkları pedagojik yollarda gelişim göstermeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda özelleştirilmese de, kuramsal çerçeve göz önünde bulundurularak öğretmenlerin öğrenci düşüncesinin kullanımı ve temsillerin kullanımına dair pedagojik yollarına odaklanılmıştır. Bu yollar hem Simon'un (1995) tanımladığı öğretmen rolleri hem de eylem araştırması komitesi tarafından alınan kararlar doğrultusunda belirlenmiştir. Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcılar, araştırmacının rolü, verilerin toplanması ve analizi süreci ile geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.1. Araştırmanın Deseni

Eğitimde reformlar yapılmaya devam edildikçe, öğretime odaklanan çalışmalar da devam etmek zorundadır. Öğretimleri istenilen doğrultuda değiştirmenin en kestirme yolu da öğretmenlere sağlanan mesleki gelişim programıyla söz konusu olabilir. Guskey (2000, s. 36-37) etkili bir mesleki gelişimin gerçek okul yaşantısı ve öğretmen çalışmalarının merkezinde olması gerektiğini ifade eder ve kaliteli bir mesleki gelişim için (1) katılımcılarla işbirliği içerisinde gerçekleştirilen planlama, (2) zaman ve kaynaklar ve (3) eylem odaklı olmak üzere üç temel ilkedden bahseder. Mesleki gelişimi sağlamak için kullanılan, öğretmenlerin işbirliği içerisinde çalışarak planlama yapmalarına izin veren, öğretim ve öğrenme teorilerinin gelişimine katkı sunan ve öğretimi iyileştirmeye yarayan araştırma türlerinden biri de eylem araştırmasıdır. Bu araştırma eylem araştırması olarak desenlenmiştir. Öğretmenler ve araştırmacı tarafından iş birliğine dayalı olarak planlanan TÖY'lerinin öğretimleri sürecinde öğretmenlerin kullandıkları pedagojik yolları geliştirilmesi amaçlanmış ve araştırma planlama-öğretim-değerlendirme-yansıtma olmak üzere döngüsel bir süreçte gerçekleştirilmiştir.

Eylem araştırması birçok araştırmacı tarafından öğretmenlerin öğretim uygulamalarını anlamak, pedagojilerinin ve öğretimlerinin öğrencilerin gelişimleri üzerindeki etkisini geliştirmek için kullanılan bir öğretmen araştırması olarak tanımlanmaktadır (Carr, 2007; Kemmis, 2010; Somekh ve Zeichner, 2009). Feldman (2002, s. 240) "Eylem araştırması kişilerin kendi uygulamalarını geliştirmek ve daha iyi anlamak için araştırdığında gerçekleşir. Bu araştırma kişiler anlamaya ve geliştirmeye çalıştıkları bir sistem içerisinde hareket ettiklerinden dolayı bir eylem, sistematik ve eleştirel bir inceleme olduğundan dolayı da bir araştırmadır." şeklinde ifade etmiştir. Feldman (2002, s. 240) eylem araştırmasının bir profesyonel topluluğu geliştirmeye, eğitim ortamlarındaki ilişkilerin gücünü anlamaya ve kişilerin kendi uzmanlıklarını geliştirmelerine yardımcı olabileceğini ifade etmektedir.

Eğitim ortamlarında kullanılacak birçok eylem araştırması türü tanımlanmaktadır (Elliott, 1991; Feranncce, 2000; McNiff, 1997; Somekh, 2006). Feranncce (2000) eylem araştırması türlerini şu şekilde sınıflandırmıştır: (1) Bireysel öğretmen araştırması (Individual teacher research), (2) İşbirliğine dayalı eylem araştırması (collaborative action research), (3) Okul çapında araştırma (School-wide research) ve (4) Bölge çapında araştırma (District-wide research). Bir başka sınıflandırmada Kemmis (2010) teknik, uygulamalı ve eleştirel olmak üzere üç farklı türde eylem araştırması olduğunu ifade etmiştir. Berg (2001, s. 186) ise farklı yaklaşımları bir araya getirerek üç çeşit eylem araştırması modeli önermiştir: (1) teknik-bilimsel- işbirliğine dayalı eylem araştırması, (2) uygulama-karşılıklı işbirliğine dayalı-tartışma odaklı eylem araştırması ve (3) özgürleştirici-geliştirici-eleştirel eylem araştırması. Her bir model farklı türdeki amaçlara sahiptir. Buna göre teknik-bilimsel-işbirlikçi eylem araştırması "önceden belirlenmiş bir kuramsal çerçeveye dayalı bir müdahaleyi test etmeyi (s. 186)" amaçlamaktadır. Uygulama-karşılıklı işbirlikçi-tartışma odaklı eylem araştırması modeli "uygulama ve hizmet yönetiminin geliştirilmesi için inceleme (s. 186)" yapmayı amaçlamaktadır. Son olarak özgürleştirici-geliştirici-eleştirel eylem araştırması ise "uygulayıcıların anlayışlarındaki belirsizlikleri ortadan kaldırmalarına yardım etmeyi ve onların topluca yaşadıklarında ortaya çıkan temel problemleri daha iyi anlamalarını

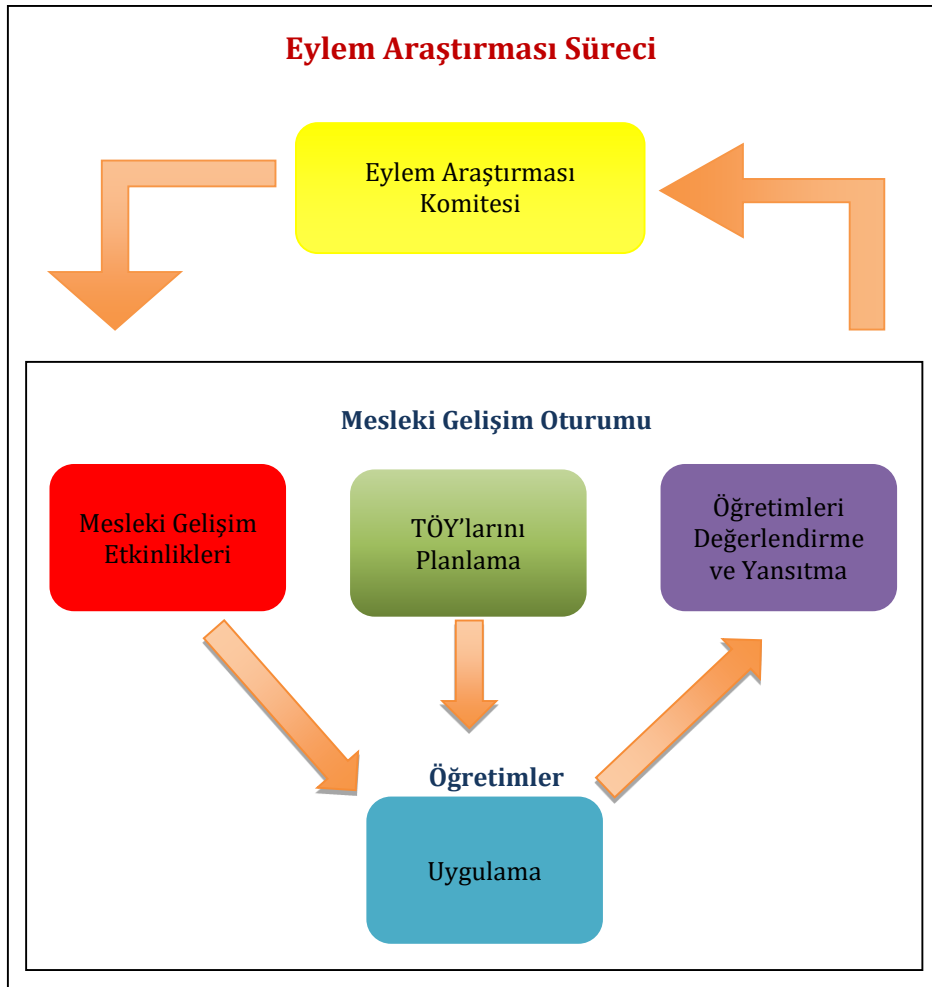
sağlamayı (s. 187)” hedeflemektedir. Berg’in (2001, s. 186) sınıflandırmasında uygulayıcıların geliştirilmesine yönelik bir amacında olduğu görülmektedir.

Eğitim alanında kullanılan ve uygulayıcıları diğer bir ifadeyle öğretmenleri geliştirecek eylem araştırması türü ise katılımcı eylem araştırmasıdır (KEA). Katılımcı eylem araştırmasının amacı, kişilerin, kurumların, toplulukların ve aile bireylerinin yaşantılarının kalitesini artırmak olarak ifade edilmektedir (Stringer, 2007, s.9). Eğitim alanına uygulandığında ise katılımcı eylem araştırmasının okuldaki bireylerin, eğitim sisteminin ve okul topluluğunun güçlendirilmesi ve geliştirilmesi olarak belirtilmektedir (Creswell, 2013). Kemmis ve McTaggart (2000) KEA’nın dört tekrarlanan döngüden oluştuğunu bildirmektedir: (a) değişimin planlanması, (b) sürecin ve değişimin sonuçlarının uygulanması ve gözlenmesi, (c) süreç ve sonuçlara yansıtma yapılması ve (d) yeniden planlama, uygulama, gözlem ve yansıtma yapılması. Eğitim araştırmacıları ilk adımı değişimin nasıl ve hangi konuda olacağını belirlemek için plan yapmaktadırlar. İkinci adım çözüm için gereken eylem ve uygulamaların gerçekleştirildiği adımdır. Üçüncü adım olan gözlem veri toplamak için önemli ve gereklidir. Son olarak yansıtma adımı ilk üç adımı değerlendirmek için kullanılmaktadır. Bu adımların ardından araştırmacı, sonuca ulaşana kadar sürece devam edilmektedir.

KEA sürecinde yansıtma adımının katılımcılarla işbirliği içerisinde gerçekleştirilmesi önemlidir. Burada adımlar birbiriyle çakışmaktadır, başlangıçta yapılan plan öğrenme deneyimi ışığında hükmünü yitirebilir ve yeni bir plana ihtiyaç duyulabilir. Burada başarının ölçütü olarak katılımcıların adımları düzgün şekilde takip etmesi, uygulamalarını değerlendirmesi, geliştirmesi ve anlamasına bağlı olduğu ifade edilmekte ve KEA’nın kullanımı iyi bir uygulayıcı olmak için araştırma ve uygulama arasında bağ kurmanın bir yolu olarak görülmektedir (Hoedebeck, 2011, s. 59). Elliot (1991) eylem araştırmasının amacının bilgi üretmekten ziyade uygulamayı geliştirmek olduğunu ifade etmektedir.

KEA’nın sistematik yapısının araştırma kapsamında öğretmenlerin mesleki gelişimlerini sağlamak için uygun bir desen olduğu görülmektedir. Diğer taraftan KEA sürecinde araştırmacı araştırma sürecinin bir parçası ve zamanla öğretmenlerin mesleki gelişiminde ortaya çıkacak değişimi gözlemleyen kişidir. Öğretmenler ise öğretim uygulamalarını anlamak için yeni fikir ve çerçeveleri

duyarak ilerleyen ve mesleki gelişim sürecini destekleyecek kararların verilmesinde aktif rol üstlenmektedir (Kemmis ve McTaggart, 2000, s. 576). Bu bağlamda KEA olarak gerçekleştirilen bu araştırmada iki ortaokul matematik öğretmeni ve araştırmacı işbirliği içinde çalışarak öğretmenlerin gerçekleştirdikleri uygulamalar geliştirilmeye yani pedagojik yollarda gelişim göstermeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmanın süreci Şekil 2.1’de görüldüğü gibi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.1. Öğretmenlerin Eylem Araştırması Sürecinde Gerçekleştirmiş Olduğu Etkinlikler

Araştırmada sunulan mesleki gelişim etkinlikleriyle öğretmenlere yeni bilgiler edindirilmeye çalışılmış ve bunların ardından edinilen yeni bilgiler doğrultusunda öğretmenlerin de dâhil olduğu planlama sürecine geçilmiştir. Diğer

bir ifadeyle öncelikle öğretmenlere TÖY'nin ne olduğuna, TÖY'nin uygulamasındaki öğretmen rollerine ve cebir öğretimine yönelik mesleki gelişim etkinlikleri uygulanmış ve ardından TÖY'nin planlaması yapılmıştır. Planlanan TÖY'nin uygulaması öğretmenler tarafından gerçekleştirilmiş ve bu süreçte araştırmacı gözlemci olarak veri toplamıştır. Öğretmenler ve araştırmacı uygulamaların ardından bir araya gelerek gerçekleştirilen uygulamanın değerlendirmesini ve yansıtmasını yapmışlardır. Değerlendirme ve yansıtmanın ardından yeni bir planlamaya geçilmiş ve süreç benzer şekilde devam etmiştir.

2.2. Pilot Çalışma

Araştırmacının ÖY'larına yönelik hazırlamış olduğu etkinliklerin işlerliğini kontrol etmek, katılımcı eylem araştırmasının adımlarının uygulanacak etkinliklerle uyumlu olup olmadığını değerlendirmek ve araştırmacının bir katılımcı eylem araştırmasını yönetebilmesi konusunda deneyim kazanması amacıyla bir öğretmenle pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu pilot çalışmada bir ortaokul matematik öğretmeni ile çalışılmış ve bu öğretmen ile toplam beş hafta ve 25 ders saatini içeren bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu pilot çalışmanın aşamaları da ana çalışmanın aşamalarıyla aynı şekilde gerçekleştirilmiştir. Öncelikle öğretmen ile bir araya gelinmiş ve o anda öğretimi yapılan kazanıma ait bir haftalık ders planlanmıştır. Bu planlamanın ardından öğretmen planların öğretimlerini gerçekleştirmiş, araştırmacı da öğretmenin derslerini gözlemlemiş ve video ile kayıt altına almıştır. Ardından araştırmacı, öğretmenin derslerindeki kritik noktaları belirlemiş, bu noktaları tanımlamış ve eylem araştırması komitesine sunmuştur. Eylem araştırması komitesi iki farklı matematik eğitimi uzmanından oluşmuştur. Araştırmacının belirlediği ve tanımladığı kritik noktalar hakkında komitede kararlar alınmış, öğretmen ile yeniden bir araya gelinmiş, bir haftalık dersin videolarından bölümler izlenmiş, değerlendirmesi yapılmış ve bir sonraki haftanın ders planlamasına gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde gerçekleşen döngü beş hafta sürmüştür.

2.3. Katılımcılar

Araştırmaya altıncı sınıfta öğretim veren iki ortaokul matematik öğretmeni katılmıştır. Araştırmaya katılan öğretmenlerin her ikisi de ilköğretim matematik öğretmenliği mezunudur ve her ikisi de uygulama sırasında matematik eğitimi yüksek lisans programına devam etmekteydi. Her iki öğretmen de mesleklerinin dördüncü yıllarını çalışmış ve ilk üç yıl boyunca altıncı sınıfta öğretim gerçekleştirmiştir. Araştırma süreci zaman ve çaba gerektirdiğinden, haftalık mesleki gelişim oturumlarına katılabilecek, planlama yapmaya ve gelişime açık öğretmenler gönüllük esasına dayalı olarak seçilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerden biri merkezdeki ilçe milli eğitim müdürlüğüne bağlı bir ortaokulda görev yaparken, diğeri ise ilçedeki milli eğitim müdürlüğüne bağlı bir ortaokulda görev yapmaktadır. Tablo 2.1’de öğretmenlere ait bilgiler yer almaktadır.

Tablo 2.1. *Araştırmaya Katılmış Öğretmenlere Ait Bilgiler*

Öğretmenler	Mesleki Deneyim	Lisans Programı	Yüksek Lisans Programı	Görev Yerleri
Damla	4 yıl	İlköğretim matematik öğretmenliği	Matematik eğitimi	İlçedeki bir ortaokul
Emre	4 yıl	İlköğretim matematik öğretmenliği	Matematik eğitimi	Merkezdeki bir ortaokul

2.4. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı lisans eğitimini ilköğretim matematik öğretmenliği programında ve yüksek lisans eğitimini ilköğretim matematik eğitimi üzerine yapmıştır. Yüksek lisans tezi ilköğretim matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile ilgilidir. Araştırmacı, araştırma sürecinde TÖY’lerinin planlaması sürecinde ele alınan cebir öğrenimi ve öğretimi ile öğrenci düşüncesini ortaya çıkarma ve sorgulama konularının ele alındığı doktora dersleri almıştır. Ayrıca araştırmacının bu konular üzerine akademik çalışmaları da bulunmaktadır.

Bu araştırma çerçevesinde ise araştırmacı öğretmenlere eylem araştırması sürecinde mesleki gelişim oturumlarında moderatör olarak katılmıştır. Eylem araştırması sürecinde araştırmacı, uygulamanın gerçekleştirilmesi için yer-zaman programlamalarını yapmış, öğretmenlerin amaca odaklanabilmeleri için yansıtıcı sorular sormuş, katılımcıların etkin ve eşit şekilde katılımını sağlamış ve her bir katılımcının sorumluluğunu yerine getirmesi için yönlendirmiştir. Öğretmenler ayrıca uygulama yaptıkları sürece mesleki gelişim oturumlarında, ders içinde ve dışında araştırmacıya problem yaşadıkları durumları sormuşlardır. Bu açıdan araştırmacı hem mesleki gelişim oturumlarında hem de dersler sırasında eğitmen rolünde aktif bir şekilde öğretmenlerin gelişiminde rol almıştır.

Araştırmanın süreci bir sonraki alt bölümde ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

2.5. Katılımcı Eylem Araştırması Sürecinde Gerçekleştirilenler

Pilot çalışmanın ardından ana çalışma için çalışılacak iki matematik öğretmeni belirlenmiş ve bu öğretmenlerin üç hafta boyunca toplamda 15'er saat dersleri gözlemlenmiştir. Bu gözlemler ile hem öğretmenlerin gözlemlenmeye hem de araştırmacının araştırma ortamına uyum sağlaması amaçlanmıştır. Bu gözlemler gerçekleştirilirken öğretmenler tam sayılar ve tam sayılar ile işlemler konusunun öğretimini gerçekleştirmiştir. Bu gözlemler sırasında öğretmenlerin her ikisinin de çok fazla doğrudan açıklamalara yer verdiği, öğrenci düşüncesini derslerine çok az dâhil ettikleri, somut materyal kullanmadıkları, sınıf tartışması ya da küçük grup çalışmasına yer vermedikleri tespit edilmiştir. Diğer bir ifadeyle araştırmada çalışılan iki matematik öğretmenin klasik ve öğretmen merkezli bir öğretim gerçekleştirdikleri görülmüştür. Pilot çalışmada tespit edilen bu durumlardan yola çıkılarak araştırmada öğretmenlerin kullandıkları pedagojik yolları geliştirmeye ve bu yolları yapılandırmacı yaklaşıma uygun şekilde geliştirilmeye karar verilmiştir.

Araştırma sürecinde her hafta öğretmenlerle mesleki gelişim oturumu (MGO) olarak adlandırılan toplantılarda 9 hafta boyunca bir araya gelinmiştir. MGO'ları hem öğretmenlerin uygulayacakları fikirlere dair bilgi edinmelerini sağlamak, hem uygulayacakları TÖY'lerinin planlamasını gerçekleştirmek hem de uygulamaların nasıl gerçekleştiğine yönelik yansıtıcılar yapmak için gerçekleştirilmiştir. Mesleki gelişim oturumlarının ilk beş haftasında haftalık

toplam beş ders saati uygulama planlanıp değerlendirilirken, son dört haftada ise iki ders saati uygulama yapılmıştır. Öğretim programında cebir öğrenme alanı yaklaşık beş hafta sürdüğünden, cebir öğrenme alanına yönelik beş haftalık TÖY planlanırken, araştırmanın devamında öğretmenlerin pedagojik yollardaki gelişimine devam etmek adına 2 ders saatinde uygulamalara devam edilmiştir. Son dört haftada önceki haftalarda planlanan yollarına benzer farklı etkinlikler içeren uygulamalar gerçekleştirilmiştir.

Öğretmenlerle gerçekleştirilen uygulamaların dışında ayrıca araştırmacı araştırmanın tutarlı ve amacına uygun olarak gerçekleştirilebilmesi için iki matematik eğitimcisinin yer aldığı bir eylem araştırması komitesi oluşturmuştur. Araştırmacı her bir haftanın sonunda öğretim videolarında belirlediği kritik olayları tespit ederek tanımlamış ve bu olaylar komite üyelerinin katılımlarıyla birlikte izlenilmiştir. Komite üyeleri, araştırmacının öğretmenlerin pedagojik yollarındaki eksikliklerine yönelik tanımlamalarını onaylayarak, düzeltmeler yaparak ya da çeşitli eklemeler yaparak bir sonraki haftanın mesleki gelişim oturumlarının amaçlarını belirlemiştir. MGO'ların amaçları, mesleki gelişim etkinlikleri ve planlaması yapılan TÖY'nin ne olduğu aşağıda ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

2.5.1. Birinci hafta MGO

Birinci hafta mesleki gelişim oturumunda Tablo 2.2'de de görüldüğü gibi, mesleki gelişim etkinlikleri ve dersi planlama olmak üzere iki temel etkinlik gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2.2. *Birinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu*

Birinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu (MGO)
Amaç 1. Öğretmenlerin örüntü problemlerini çözümlerinde kendi matematiksel anlamalarına odaklanmalarını sağlamak
Amaç 2. Çözülen problemlerin sınıf içinde öngörülen matematik öğretimi yaklaşımına yönelik uyarlanmasını tartışmak
Amaç 3. Matematik Öğretim Döngüsü ve tahmini öğrenme yollarına yönelik öğretmenlerin bilgi kazanmalarını sağlamak

Tablo 2.2. (Devam) *Birinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu*

Amaç 4: Değişken kavramına yönelik ders planlaması ve bu planların araştırmanın öğretim yaklaşımına yönelik uygulanmasına ilişkin öğretmenlerin bilgi kazanmalarını sağlamak	
Mesleki Gelişim Etkinlikleri (MGE)	Dersi Planlama
1. MGE: Problem Çözme	
2. MGE: Problemi Öğretime Entegre Etme	Değişken Kavramına Yönelik TÖY
3. MGE: Matematik öğretim döngüsü hakkında kuramsal bilgi	

Birinci oturumda öncelikle Tablo 2.2’de görüldüğü üzere, dört amaç belirlenmiş ve bu amaçlar doğrultusunda üç temel mesleki gelişim etkinliğine (MGE) odaklanılmıştır. Birincisi, öğretmenlerin kendilerinin örüntü problemlerini çözmeleri ve problemlerin olası çözüm yolları üzerine tartışmalarıdır. Bu etkinliğin amacı, öğretmenlerin öğrenci olarak öğrenecekleri bir öğrenme ortamı içerisinde yer alarak, öğretmenlerin kendi matematiksel anlamalarına odaklanmalarını sağlamaktır (Heinz, vd., 2000). Bu kısımda kısaca matematik öğrenmeye odaklanılmıştır. İkinci etkinlik ise matematik öğretimine yönelik olup, çözülen problemlerin sınıf içinde bir öğretim ortamında nasıl kullanılacağı ile ilgilidir. Bu amaçla etkinliklerde yer alan soruların öğrencilere sorulma nedenlerinin yanı sıra, onların cebirsel düşünme bakımından (değişimin analizi, geriye çalışma gibi) nasıl destekleneceği konusunda öğretmenlere bilgiler verilip tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin şekil örüntülerinde ulaştıkları cebirsel genellemelerini, şekiller ile ilişkilendirmeleri istenmiş ve temsiller arasında geçişlerin öğretimler sırasında nasıl olması gerektiği tartışılmıştır. Son olarak birinci planlamada *tahmini öğrenme yollarının ne olduğu, bileşenlerinin neler olduğu* ve öğretimlerde benimsenecek yaklaşımın nasıl olması gerektiğiyle ilgili bilgiler verilmiştir. Bununla birlikte temel öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmanın öneminden bahsedilerek, örnek öğrenci yanıtlarının neler olacağı, öğretmenlerin daha önceki cebir öğretimlerinde öğrencilerin ne tür yollarla öğrendikleri, öğretmenlerin daha önceki yıllarda karşılaştığı öğrenci zorluklarının, hatalarının ve kavram yanlışlarının neler olduğu konularında konuşmalar yapılmıştır. Öte yandan etkinliklerde ve konuşmalarda öğrencilerin değişken kavramıyla ve örüntüyle ilgili

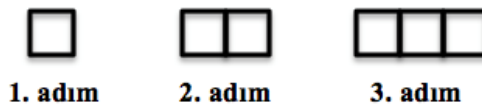
vermiş oldukları örnek çözümler üzerinde konuşularak, öğretmenlerin sınıf içerisindeki öğrenci düşüncelerine hazırlıklı olmaları sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretmenlerin birinci haftaya ilişkin mesleki gelişim etkinliklerinin ardından birinci haftanın kavramı olan değişken kavramının öğretiminde kullanılacak tahmini öğrenme yollarına dayalı ders planlamasına geçilmiştir. Planlamada öğretim programındaki kazanımların neler olduğu incelenmiş ve ders kitabında konunun nasıl işlendiği incelenerek tartışılmıştır. Alan yazın taramalarının sonucunda (Warren ve Cooper, 1998) ve öğretim programında yer aldığı şekilde değişken kavramının örüntü konusuyla birlikte işlenmesine karar verilmiştir. Öte yandan yine alan yazın taramalarının sonucunda şekil örüntülerinin analiz edilmesi, genişletilmesi ve genellenmesinde öğrencilerin ilişkileri incelemesinin doğru sembolik temsili kullanmalarını sağladığı görülmüştür (Orton, Orton, ve Roper, 1999; Thornton, 2001). Ayrıca şekil örüntülerindeki ilişkilerin incelenmesinde değişken, cebirsel ifade ve denklem gibi kavramların öğretilmesinde, öğrencilerin kısa yollar oluşturulmasına yardım etmesinden dolayı değişken kavramının öğretiminde kullanılmasına karar verilmiştir (Kaput, 1999; Smith, 2003). Aynı zamanda yapılan alan yazın taramaları öğretmenlerle paylaşılarak örüntü konusunun tercih edilmesindeki amaçların öğretmenler tarafından benimsenmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Sonuç olarak altıncı sınıfta cebir öğretiminin başlangıç kavramı olan değişkene yönelik öğretimlerin şekil örüntüsüyle başlanmasındaki amaç ve nedenler konusunda öğretmenlerin bilgi sahibi olmaları sağlanmıştır. Birinci mesleki gelişim oturumunda hazırlanmış örnek bir etkinliğin TÖY Tablo 2.3'te, hafta boyunca uygulanan etkinlikler ise Ek 1'de sunulmuştur.

Tablo 2.3. *Değişken Kavramına Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları*

Öğrenme hedefi: Değişken kavramının anlamlandırılması

Öğretim etkinliği: Kürdan problemi



Yukarıda kürdanlarla oluşturulmuş bir örüntünün ilk üç adımı gösterilmiştir. Buna göre,

Tablo 2. 3. (Devam) *Değişken Kavramına Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları*

<ul style="list-style-type: none">- Dördüncü ve beşinci adımları kürdanlarla oluşturunuz.- 10. adımdaki şekil kaç kürdandan oluşmaktadır? Bulunuz.- 50. adımdaki şekil kaç kürdandan oluşmaktadır? Bulunuz.- Herhangi bir adımdaki kürdan sayısını bulmak için bir kural oluşturunuz. 25, 75, ve 81. adımlardaki kürdan sayısını bulunuz.
--

Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler:

1. Şekil örüntüsünü kürdanlarla oluşturarak kürdan sayısının hesaplanmasına yönelik kısa yollar bulur.
2. Bulmuş olduğu kısa yolların matematiksel ilişkilerini yazar.
3. Matematiksel ilişkiler üzerinde sabit ve değişen değerleri fark eder.
4. Değişen değerlerin yerine gelebilecek bir sembol kullanır.

Tahmini öğrenme yollarının planlanmasında öğrenme hedefi, öğretim etkinlikleri ve öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler belirlenmiştir. Seçilen örnekler öğretmenler ile birlikte çözülmüş ve olası öğrenci çözümleri, düşünceleri, zorlukları ve hataları üzerine konuşulmuştur. Bununla birlikte öğretimlerde temsillerin (tablo) nasıl kullanılabilceği, temsiller arasında ilişkilerin nasıl kurulabileceği ve öğretim ilerlerken ne tür sorular sorulabileceği konularına da değinilmiştir.

2.5.2. İkinci hafta MGO

İkinci hafta mesleki gelişim oturumunda Tablo 2.4'te de görüldüğü gibi gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2.4. *İkinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu*

İkinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu (MGO)
Amaç 1. Sınıf içinde ortaya çıkabilecek öğrenci düşüncelerine öğretmenlerin hazırlıklı olmalarını sağlamak
Amaç 2. Öğretmenlerin öğretimlerinde ortaya çıkan durumları değerlendirmek ve öğretimlerinden öğrenmelerini sağlamak

Tablo 2.4. (Devam) *İkinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu*

Mesleki Gelişim Etkinlikleri (MGE)	Dersi Planlama
1. MGE: Sınıf içi durum analizi	Cebirsel İfadelere Yönelik TÖY
2. MGE: Öğretimlerin değerlendirilmesi	

Mesleki gelişim oturumuna ilk olarak araştırmacı tarafından hazırlanmış olan sınıf içi durumlar incelenerek başlanmıştır. Bu durumlar üzerinden öğretmenlerin öğrenci fikirlerini derse nasıl dâhil edebilecekleri, öğrencilerde ortaya çıkabilecek hatalar ve temsiller arası ilişkilendirmenin nasıl gerçekleştirildiği konular hakkında konuşulmuştur. Bu durum analizinin ardından öğretmenlerin bir hafta önce gerçekleştirmiş oldukları öğretimlerde belirlenmiş olan noktalar videodan yeniden izlenerek tartışılmıştır. İlk olarak Emre Öğretmen'in öğrencilerin hatalı olarak belirledikleri toplamsal ilişkiyi fark etmediği ve dersin ilerleyişinde kullandığı ders bölümü izlenmiştir. Öğretmenler burada olan hatayı tekrar izlediklerinde de fark etmemiş, sonrasında araştırmacının yönlendirmesiyle hatanın farkına varmışlardır.

Sınıf için durum analizlerinin devamında ortaya çıkmış öğrenci düşünceleri tespit edilmiş, videolarda öğretmenlere gösterilmiş ve öğrenci düşüncelerini kullanarak derslerine nasıl devam edebilecekleri üzerine konuşulmuştur. Öğrencilerin düşüncelerini ders içinde kullanımı konusunda 'karmaşık öğrenci yanıtlarının basit adımlara bölünmesi, sorgulamalarda ne tür soruların sorulabileceği, derse açıklamalar olmadan nasıl devam edilebileceği' yönünde konular konuşulmuştur. Ders videolarının birlikte izlenip, haftanın değerlendirilmesinin ardından ikinci haftanın ilk etkinliği yine örüntü problemi olarak belirlenmiştir. Bu problemlerle öğretmenlerin değerlendirme oturumlarında konuşulan durumları uygulamaya nasıl adapte ettiklerini incelemek amacıyla uygulanmıştır. Örüntü etkinliklerinin öğretiminin nasıl yapılacağı, öğrenci düşüncelerinin nasıl kullanılacağı ve temsiller arasında ilişkilerin nasıl kurulabileceği yeniden gözden geçirilmiştir.

TÖY'nin planlanmasında ise ders kitabındaki etkinlikler gözden geçirilmiş, kazanımlar incelenmiş ve amaçlar oluşturulmuştur. Amaçların belirlenmesinin ardından oluşturulmuş etkinlikler ve öğrenmenin ilerleyişine dair hipotezler Tablo 2.5'de özetlendiği şekliyle belirlenmiştir.

Tablo 2.5. Cebirsel İfadelere Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları

<p style="text-align: center;">Öğrenme hedefi 1. Sözel duruma uygun cebirsel ifade yazma</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Öğretim etkinliği: Kazak problemi (cebirselleştirilmiş aritmetik problem)</p> <p>Aydın 33 liraya bir kazak almak istemektedir. Aydın'ın kumbarasında 12 lira parası bulunmaktadır. Aydın'ın kazağı alabilmek için ne kadar daha para biriktirmesi gerekmektedir?</p> <ul style="list-style-type: none">- Aydın'ın almak istediği kazak 38, 45 ya da 53 lira olsaydı, Aydın'ın ne kadar daha para biriktirmesi gerekirdi?- Problemin çözümünde sabit kalanlar nelerdir? Değişenler Nelerdir?- Kazağın fiyatının ne kadar olduğunu bilmeye gerek kalmadan, kazağı almak için gereken parayı bulmaya yarayacak cebirsel ifade olarak nasıl yazılabilir? <hr/> <p style="text-align: center;">Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler:</p> <ol style="list-style-type: none">5. Kazağın fiyatı belli olduğunda, biriktirmesi gereken parayı bulmak için kullandığı işlemleri yazar.6. Yazmış olduğu işlemler üzerinde değişen ve sabit değerleri belirler.7. Değişen değerlerin yerine gelebilecek bir sembol kullanır. <hr/> <p style="text-align: center;">Öğrenme hedefi 2. Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazma</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Öğretim etkinliği: Sözel durum oluşturalım</p> <ul style="list-style-type: none">- $2k+5$ ifadesinin ne anlama geldiğini açıklayınız.- Bu ifadeye uygun bir sözel durum yazınız. <p>- k yerine bir değer verip, oluşturduğunuz durum ile $2k+5$ ifadesinin sonuçlarını karşılaştırınız.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Cebirsel ifadenin ne anlama geldiğini açıklar.2. Cebirsel ifadenin anlamına uygun bir sözel durum oluşturur.3. Oluşturduğu durumun uygunluğunu kontrol eder. <hr/>

TÖY'nin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazma ve cebirsel ifadeye uygun sözel durum oluşturma amaçlarında Ek 1'de verilmiş olan etkinlikler kararlaştırılmıştır. Etkinliklerin uygulamasının nasıl yapılacağı hakkında konuşmalar gerçekleştirilirken öğrenmenin nasıl ilerleyeceğine dair hipotezler oluşturulmuştur. Etkinliklerin uygulanması bölümünde öğrencilerin nasıl sorgulanabileceği, öğrencilerde ne tür hatalar ortaya çıkabileceği, ortaya çıkan hataların nasıl giderilebileceğine yönelik konuşmalar gerçekleştirilmiştir.

2.5.3. Üçüncü hafta MGO

Üçüncü hafta mesleki gelişim oturumunun amaçları ve etkinlikleri Tablo 2.6'da görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.

Tablo 2.6.Üçüncü Hafta Mesleki Gelişim Oturumu

Üçüncü Hafta Mesleki Gelişim Oturumu (MGO)	
Amaç 1. Öğretmenlerin öğretimlerinde ortaya çıkan durumları değerlendirmek ve öğretimlerinden öğrenmelerini sağlamak	
Amaç 2. Öğretmenlerin etkili bir öğrenci değerlendirmesi gerçekleştirmeleri için gereken becerileri sağlamak	
Mesleki Gelişim Etkinlikleri (MGE)	Dersi Planlama
1. MGE: Sınıf içi durum analizi	Cebirsel İfadelerle Toplama
2. MGE: Öğretimlerin değerlendirilmesi	İşlemine Yönelik TÖY

Bu hafta gerçekleştirilen mesleki gelişim oturumuna öğretmenlerin ders videolarında önceden araştırmacı tarafından belirlenmiş olan bölümlerin izlenmesiyle başlanmıştır. Ders videoları izlenirken, öğrencilerin dersler sırasında yaşadıkları zorluklara ve dersin öğrenci düşüncelerine bağlı ilerleyebileceğine ilişkin önerilere ve değerlendirmelere yer verilmiştir.

Sınıfta yaşanan zorlukların ve zorlukların giderilmesine yönelik konuşmaların ardından matematik öğretim döngüsü öğretmenlere yeniden hatırlatılmış ve öğrencilerin değerlendirilmesi üzerine konuşulmuştur. Öğretmenlerin öğrencilerini değerlendirmesi için ikinci hafta öğrencilere açık uçlu sorular içeren bir test uygulanmış ve öğretmenlerle öğrencilerin yanıtları tartışılmıştır. Bu testlerde öğrencilerin yapmış olduğu hatalar, buldukları farklı ilişkiler, kullandıkları farklı çözüm stratejileri incelenmiştir. Öğretmenlerle yapılmış olan bu etkinliğin amacı onların öğrenci yanıtlarını değerlendirme becerilerini geliştirmektir. Ayrıca bu hafta öğretmenlerin öğrenci değerlendirmesini geliştirmek ve etkili sorular oluşturmalarını sağlamak amacıyla, öğretmenlerden bir öğrenci ile örüntü konusuna yönelik anlamalarını tespit etmek için görüşme yapmaları ve görüşmeleri ses kaydı olarak kaydetmeleri istenmiştir.

Bu etkinliğin ardından cebirsel ifadeler ile toplama işlemine yönelik TÖY'nin planlanmasına geçilmiştir. Cebirsel ifadelerle toplama konusunun ön bilgisi olarak

öğrencilerin işlem becerilerini ve parantez kullanma becerilerini geliştirmek için bir sayı tut oyunu ile başlanmasına karar verilmiştir. Ardından yapılacak olan etkinliklerde ise cebir karolarının kullanılması kararlaştırılmış, işlemlerin anlamlarına odaklanılması üzerine konuşulmuştur. Üçüncü hafta için oluşturulmuş örnek TÖY Tablo 2.7’de verilmiştir.

Tablo 2.7. Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları

Öğrenme hedefi. Cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapma
Öğretim etkinliği: (1) $3a+5a$ cebirsel ifadesinin farklı temsilleri nelerdir? (2) $(3a+5) + (2a+3)$ ifadesinin en sade hali nedir? (3) $(-2y+3) + (y-2)$ ifadesinin en sade hali nedir?
Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler: <ol style="list-style-type: none">1. Her bir ifadeyi model ile gösterir.2. Oluşturduğu modelleri bir araya getirir ve gruplandırır.3. Model gruplarına ve işlemlere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazar.

Ek 1’de verilen etkinliklerin oluşturulmasının ardından modellerin etkinliklerde nasıl uygulanabileceğine yönelik konuşulmuş ve üçüncü hafta değerlendirme-planlama oturumu sonlandırılmıştır.

2.5.4. Dördüncü hafta MGO

Dördüncü hafta mesleki gelişim oturumunun amaçları ve etkinlikleri Tablo 2.8’ de görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.

Tablo 2.8. Dördüncü Hafta Mesleki Gelişim Oturumu

Dördüncü Hafta Mesleki Gelişim Oturumu (MGO)
Amaç 1. Öğretmenlerin öğrenci görüşmelerini değerlendirmek ve öğrenci değerlendirmesinde etkili sorular sormaları için gereken becerileri sağlamak
Amaç 2. Öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini öğretim sürecine dâhil edebilmesi ve etkili bir sınıf tartışması gerçekleştirebilmesi için gereken becerileri sağlamak

Tablo 2.8. (Devam) *Dördüncü Hafta Mesleki Gelişim Oturumu*

Mesleki Gelişim Etkinlikleri (MGE)	Dersi Planlama
1. MGE: Öğrenci görüşmelerinin değerlendirilmesi	Cebirsel İfadelerle Çıkarma İşlemine Yönelik
2. MGE: Öğretimlerin değerlendirilmesi	TÖY
3. MGE: Örnek ders senaryosunun incelenmesi	

Üçüncü hafta mesleki gelişim oturumunda öğretmenlerin öğrencileri dinlemeleri, verdikleri yanıtları analiz etmeleri ve öğrencilerin ön bilgilerini değerlendirmeleri amacıyla sınıflarındaki bir öğrenci ile görüşme yapmaları istenmiştir. Bu görüşmenin amacı öğretmenlerin sınıf içinde sordukları soruların etkililiğini artırmak, öğrencileri dinlemelerini ve yanıtları analiz etmelerini geliştirmektir. Dördüncü oturumda ise öğretmenlerin bu görüşmelerine dönütler verilmiştir. Öğrenci yanıtları karşısında ne gibi sorular sorabilecekleri, öğrencilerin düşüncelerinin altında yatan matematiksel düşüncelerin ne olabileceği ve genel bir değerlendirme için nasıl sorular oluşturabilecekleri üzerine konuşmalar yapılmıştır. Bu konuşmalar öğretmenlerin yapmış oldukları görüşmelerin birlikte izlenmesiyle gerçekleştirilmiştir. Öğrenci görüşmelerinin ardından ikinci mesleki gelişim etkinliği olarak üçüncü hafta işlemiş oldukları derslerin değerlendirmesine geçilmiş ve üçüncü hafta da öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nasıl giderilebileceğine yönelik öneriler hakkında konuşulmuştur. Öğretmenler kendi değerlendirmelerini yapmalarının ardından ise son olarak örnek bir sınıf senaryosu ile dersin incelemesi yapılmıştır. Bu öğrenci düşüncelerine hazırlıklı olma durumundan, öğrenci düşüncelerinin nasıl kullanıldığından ve temsiller arasındaki ilişkilendirmenin nasıl yapıldığından bahsederek ders senaryosunun incelemesi gerçekleştirilmiştir.

Bu etkinliğin ardından cebirsel ifadeler ile çıkarma işlemine yönelik TÖY'nin planlanmasına geçilmiştir. Cebirsel ifadelerle çıkarma işleme konusunun da, toplama işlemine benzer şekilde ilerlemesi ön görülmüştür. Çıkarma işleminde kural vermektan kaçınılması ve sadece öğrencilerin ön bilgileri ölçüsünde örneklerin seçimine dikkat edilmiştir. Dördüncü hafta için oluşturulmuş örnek TÖY Tablo 2.9'da verilmiştir.

Tablo 2.9. Cebirsel İfadelerle Çıkarma İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları

Öğrenme hedefi. Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapma
Öğretim etkinliği: (1) $(3k+2)-(k+1)$ ifadesinin en sade hallerini model ile bularak gösteriniz. (2) $(-2m+5)-(-m+2)$ ifadesinin en sade hallerini model ile bularak gösteriniz. (3) $(-5m-3)-(-2m-2)$ ifadesinin en sade hallerini model ile bularak gösteriniz.
Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler: <ol style="list-style-type: none">1. Cebirsel ifadenin eksilen terimlerini model ile gösterir.2. Çıkan terimleri eksilen terimlerin içerisinde çıkarır.3. Model gruplarına ve işlemlere karşılık gelen cebirsel ifadeleri yazar.

Ek 1’de verilen etkinliklerin oluşturulmasının ardından ders kitabında gösterilmiş olan işlemsel bilgiler ve kurallar hakkında konuşulmuş, çıkarma işleminin anlamına odaklanılarak modellemenin nasıl olabileceği uygulamalar ile gerçekleştirilmiştir. Hazırlanmış olan sorulardan bazılarının çözümü yapılmış ve mesleki gelişim oturumu sonlandırılmıştır.

2.5.5. Beşinci hafta MGO

Beşinci hafta mesleki gelişim etkinlikleri ve dersin planlaması olarak gerçekleştirilen iki temel etkinliğin amacı ve etkinlikler Tablo 2.10’da görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.

Tablo 2.10. Beşinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu


Beşinci Hafta Mesleki Gelişim Oturumu (MGO)	
Amaç 1. Öğretmenlerin öğretimlerinde ortaya çıkan durumları değerlendirmek ve öğretimlerinden öğrenmelerini sağlamak	
Amaç 2. Öğretmenlerin öğrenci değerlendirmesinde etkili sorular sorabilmeleri için gereken becerileri sağlamak	
Mesleki Gelişim Etkinlikleri (MGE)	Dersi Planlama
1. MGE: Öğretimlerin değerlendirilmesi	Bir Tamsayı ile Cebirsel
2. MGE: Örnek öğrenci görüşmesinin incelenmesi	İfadenin Çarpımına Yönelik TÖY

Beşinci hafta mesleki gelişim oturumunda diğer haftalara benzer olarak derslerin izlenerek değerlendirilmesinin yapılması ile başlamıştır. Öğretmenler öğrencilerinin zorlandıkları noktaları ifade etmiş, bu zorlukların nedenleri üzerine konuşularak öğretmenlerle neler yapılabileceği konuşulmuştur. Öğretmenlerin bir önceki hafta derslerinde yapmış oldukları hatalı modellemeler videolardan da izlenerek, doğru modellerin nasıl yapılabileceği belirtilmiştir. Video incelemelerinde diğer haftalara benzer olarak temsiller arası ilişkilendirmelerin nasıl olması gerektiği, öğrenci düşüncelerinin nasıl kullanılacağı ve sınıf sorgulamalarında ve tartışmalarında ne tür sorular sorulabileceği üzerine konuşmalar gerçekleştirilmiştir.

Öğretmenlerin öğrencileri değerlendirmede ne tür sorular oluşturulabileceğini örnek olarak göstermek adına araştırmacı tarafından yapılmış örnek bir öğrenci görüşmesi incelenmiş ve öğrencinin vermiş olduğu yanıtlar karşısında nasıl sorular sorulduğuna ve öğrenci düşüncesinin nasıl analiz edildiğine dikkat edilmiştir. Bu görüşmenin ardından öğretmenlerin yeni bir öğrenci değerlendirme görüşmesi yapmaları için birlikte yeni bir görüşme görevi hazırlanmış, öğrencilerin verebilecekleri yanıtlar üzerine tahminlerde bulunulmuş ve bu tahminler doğrultusunda ne tür sorular sorulabileceğine öneriler getirilmiştir.

Son olarak bir tamsayı ile cebirsel ifadenin çarpımı üzerine yeni bir tahmini öğrenme yolları oluşturulmuştur. Tablo 2.11.'de gösterilen yollarının ardından yaygın öğrenci hatalarının neler olabileceği paylaşılmış, hazırlanan etkinliklerde farklı çözümlerin neler olabileceği ve modellemelerin nasıl yapılacağı uygulamaları ile gösterilmiştir.

Tablo 2.11. *Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları*

Öğrenme hedefi. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemi yapma
Öğretim etkinliği: <i>Aşağıdaki dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanabilir?</i>
$n + 2$


Tablo 2.11. (Devam) *Cebirsel İfadelerle Toplama İşlemine Yönelik Tahmini Öğrenme Yolları*

Öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezler:
1. Şekil üzerinde dikdörtgenin alanını farklı bölgeler ayırır.
2. Her bir bölgenin alanını hesapladıktan sonra bulduğu alanları toplar.
3. Farklı yollardan bulunmuş alanların aynı sonuca karşılık geldiğini görür.
4. Çarpma yapılırken parantez içinde her bir terimin parantezin dışındaki sayı ile çarpılması gerektiğini fark eder.

Tahmini öğrenme yollarında Ek 1'de verilen öğretim etkinlikleri hazırlanmıştır. Bu planlamanın ardından öğrencilerden nasıl yanıtlar gelebileceği, bu yanıtlar karşısında ne tür yolların benimsenebileceği konuşulmuş ve mesleki gelişim oturumu sonlandırılmıştır.

2.5.6. Son dört haftada gerçekleştirilen MGO'ları

Beşinci haftanın ardından öğretmenler ile altıncı sınıf cebir öğretimine yönelik TÖY'nin planlanması sona ermiştir. Öğretmenler bu haftadan sonra haftada iki ders saati öğretim gerçekleştirmişlerdir. Daha önce planlaması yapılan kazanımlar dikkate alınarak iki saatlik ders planlaması yapılmıştır ve bu planlamalarda da TÖY'nin bileşenleri dikkate alınmıştır. Öğretmenlerin planları uygulamalarının ardından bir araya gelmiş ve her bir öğretmenin yaptığı iki ders saatlik uygulama ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. Her iki öğretmenin ders videoları birlikte izlenilmiş ve değerlendirmelerde bundan önceki oturumlarda kazandırılması istenen pedagojik yollarda eksiklikler üzerinde ayrıntılı olarak konuşulmuştur. Kalan dört haftada ayrıca öğretmenlerin iki öğrenci görüşmesi daha yapmaları istenmiş ve bu görüşmeleri de daha önceki haftalara benzer şekilde değerlendirilmiştir.

2.6. Verilerin Toplanması ve Analizi

Bu bölümde araştırmada toplanan veriler, verilerin toplanma nedeninin araştırma problemleriyle ilişkisi ve verilerin analiz yöntemleri ayrıntılı şekilde açıklanacaktır.

2.6.1. Verilerin toplanması

Araştırmada öğretmenlerle yapılmış ön görüşmeler, öğretmenlerin öğretimlerinin videoları, mesleki gelişim oturumlarının videoları ve araştırmacının öğretimler sırasında tuttuğu alan notları veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Öncelikle her iki öğretmen ile araştırma öncesinde yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerle öğretmenlerin cebir öğretimine dair bilgilerini değerlendirmek ve bu bilgilerinde bir eksiklik var ise tespit ederek mesleki gelişim oturumlarında gidermek amaçlanmıştır. Bu görüşmelerde öğretmenlerin altıncı sınıfta cebir öğrenme alanında yer alan değişken, cebirsel ifade gibi kavramlarla ilgili bilgileri, yine bu alanda öğrencilerin ön bilgileriyle, yanlışlarıyla, hatalarıyla ilgili bilgilerine ve temsilleri kullanımlarına yönelik sorular yöneltilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin kullandıkları pedagojik yollara yönelik bilgi edinmek için çeşitli problemleri sınıf içinde çözdükleri şekilde çözmeleri de istenmiştir. Görüşmeler her iki öğretmen ile ayrı ayrı birer saat sürmüştür. Yapılan görüşmeler video kamera ile kayıt altına alınmış ve kamera da öğretmenlerin yazdıkları notların da görünmesi sağlanmıştır. Öğretmenlerle yapılan görüşme soruları Ek 2'de verilmiştir.

Görüşmelerin ardından araştırmaya ilk mesleki gelişim oturumuyla başlanmış ve bu oturum ve bundan sonraki tüm oturumlarda video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Mesleki gelişim oturumlarına ait video kayıtlarıyla öğretmenlerin yaptıkları öğretime dair yansımaları kayıt altına alınmış ve öğretimlerin analizi yapılırken öğretmenlerin pedagojik yollarını yorumlamak için destek veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

Mesleki gelişim oturumlarını video kayıtlarına ilaveten, öğretmenlerin yaptıkları her bir öğretim de video kamera ile kayıt altına alınmış ve bu videolar öğretmenlerin gelişimlerini göstermek için ana veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

Öğretmenlerin gerçekleştirdikleri öğretimlerin her biri ayrıca araştırmacı tarafından da gözlenmiştir. Araştırmacının gözlemleriyle öğretimler konusunda doğrudan bilgi edinmek ve ortamla ilgili daha iyi bir bakış açısına sahip olmak amaçlanmıştır. Patton (2002) araştırmacıların yapmış olduğu doğrudan gözlemlerin araştırma yapılan ortamın daha iyi anlaşılmasının yanında katılımcıların gözünden kaçan durumların araştırmacı tarafından gözlenmesini sağladığını belirtmiştir. Bu araştırmada da araştırmacı tarafından gerçekleştirilen gözlemler öğretmenlerin gözünden kaçan noktaların değerlendirilmesinde kullanılmıştır. Merriam (1998) nitel araştırmalarda yapılan uzun süreli gözlemlerin bulguların geçerliliğini arttırdığını belirtmiştir. Bu araştırmada da öğretmenlerin tüm öğretimlerinin gözlenmesi, öğretmenlerin pedagojik yolları kullanımlarının zaman içindeki değişiminde gözlenmesini sağlamıştır. Araştırmacı ayrıca öğretimler sırasında ayrıntılı alan notları tutmuş ve bu notları da hem mesleki gelişim oturumlarında geri dönütlerde hem de analizler sırasında öğretimlerin daha iyi anlaşılmasında kullanmıştır. Öte yandan bütün mesleki gelişim oturumlarının ve öğretmenlerin bütün derslerinin kayıt altına alınması ve gözlenmesiyle farklı kaynaklardan farklı zamanlarda veriler edinilerek veri çeşitliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Her bir öğretimin ardından yeni bir mesleki gelişim oturumu gerçekleştirilmiş, öğretmenlerin yaptıkları öğretimleri değerlendirmeleri, öğretimlerine yönelik yansıtma yapmaları sağlanmış, araştırmacı öğretmenlere öğretimlerine yani pedagojik yollarına yönelik dönüt vermiş ve yeniden bir sonraki öğretimin planlaması gerçekleştirilmiştir. Bu süreçlerin hepsi açıklandığı üzere video ile kayıt altına alınmıştır. Son olarak öğretmenlerle bir araya gelmiş ve öğretmenlerin son oturumda araştırma sürecinin tamamını değerlendirmeleri istenmiştir. Veri toplama sürecine ait zaman çizelgesi Tablo 2.12’de verilmiştir.

Tablo 2. 12. *Araştırmanın Veri Toplama Sürecine Ait Zaman Çizelgesi*

	Zaman Aralığı	Veri Kaynakları	Ders Saati
	16.03.2016-20.03.2016	Öğretmen Görüşmeleri	
1.		1. Mesleki Gelişim Oturumu	
Hafta	20.03.2016-27.03.2016	Öğretim Uygulamaları Alan Notları	10 ders saati (5+5)

Tablo 2. 12. (Devam) *Araştırmanın Veri Toplama Sürecine Ait Zaman Çizelgesi*

2. Hafta	30.03.2016-03.04.2016	2. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	8 ders saati (4+4)
3. Hafta	06.04.2016-10.04.2016	3. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	10 ders saati (5+5)
4. Hafta	13.04.2016-17.04.2016	4. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	8 ders saati (4+4)
5. Hafta	20.04.2016-24.04.2016	5. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	8 ders saati (4+4)
6. Hafta	04.05.2016-08.05.2016	6. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	4 ders saati (2+2)
7. Hafta	11.05.2016-15.05.2016	7. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	4 ders saati (2+2)
8. Hafta	21.05.2016-22.05.2016	8. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	4 ders saati (2+2)
9. Hafta	28.05.2016-29.05.2016	9. Mesleki Gelişim Oturumu Öğretim Uygulamaları Alan Notları	4 ders saati (2+2)
10. Hafta	01.06.2016	10. Mesleki Gelişim Oturumu	

2.6.2. Verilerin analizi

Bu araştırmada öğretmen görüşmeleri, mesleki gelişim oturumlarının ve öğretim uygulamalarının videoları ve araştırmacının öğretimler sırasında tutmuş olduğu alan notları veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Bu bölümde elde edilen veri kaynaklarının analizlerinin nasıl gerçekleştirildiği açıklanmıştır.

Verilerin analizinde genel olarak Creswell' in (2013) tanımladığı altı adım kullanılmıştır. Bu adımlar (1) toplanan verilerin düzenlenmesi ve hazırlanması, (2)

genel bir bakış için tüm verilerin okunması, (3) bütün verinin kodlanması, (4) kategori ve temaların tanımlanması için kodlama sürecinin kullanılması, (5) kategori ve temaların temsilinin belirlenmesi ve (6) verilerin yorumlanması şeklinde verilmiştir. İlk olarak görüşme verilerinin tamamının ve öğretim bölümlerinin dersle ilgili olan yerlerin videoya yansıdığı şekilde dökümü gerçekleştirilmiş ve araştırmacının tutmuş olduğu alan notları bilgisayara aktarılmıştır. Verilerin düzenlenip, kodlanabilir duruma getirilmesinin ardından öncelikle ön görüşme verileri, ardından da ders videolarının analizi gerçekleştirilmiştir. Sonraki iki bölümde kodlamaların nasıl gerçekleştirildiği ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

2.6.2.1. Ön görüşme verilerinin kodlanması

Öncelikle görüşme verilerinin dökümleri gerçekleştirilmiştir. Görüşme verileri betimsel analiz yoluyla analiz edilmiş ve dökümler bilgisayar üzerinde betimsel kodlama yoluyla kodlanmıştır. Betimsel kodlama, nitel verinin bir bölümünün ya da paragrafının bir kelime ya da kısa bir ifadeyle özetlenmesi şeklinde açıklanmıştır (Saldana, 2013, s. 70). Saldana (2013, s. 70) betimsel kodlamanın görüşme dökümlerini analiz etmek için uygun bir yol olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca, betimsel analiz elde edilen verileri bütüncül, sistematik ve düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya sunmayı amaçladığından dolayı, bu analiz türü kullanılmıştır. Bu analiz önceden belirlenmiş kavramsal çerçeveden ya da görüşme sorularının hazırlandığı boyutlardan yola çıkılarak gerçekleştirilir. Bu çalışmadaki analizde de cebir öğretim bilgisi bileşenleri bağlamında hazırlanmış olan görüşme sorularına ait kategoriler kullanılmıştır. Bu kategoriler cebir öğretim bilgisi (1) Temel bilgi, (2) Öğrenci düşüncesine yönelik bilgi, (3) Temsillere yönelik bilgi şeklindedir. Bu kategoriler göz önünde bulundurularak öğretmen görüşmelerinden elde edilen veriler kodlanmış ve kodlar kategoriler altında düzenlenerek bir araya getirilmiştir. Bu temalardan ilki Rowland vd.'nin (2003) geliştirmiş olduğu dörtlü bilgi modelindeki *temel bilgi* (foundation) kategorisinden gelmektedir. Bu kategoride öğretmenin sahip olduğu altıncı sınıf cebir öğretimi için gereken konu alan bilgisi (Shulman, 1986) ortaya konulmaya çalışılmıştır. *Öğrenci düşüncesine yönelik bilgi* teması araştırmacının kuramsal çerçevesinin öğrenci bilgisine verdiği

önemden dolayı ana tema olarak kullanılmıştır. Nitekim Ball, Thames ve Phelp (2008) ve Shulman (1986) gibi araştırmacıların belirlemiş oldukları öğretmen bilgi modellerinde de öğrenci bilgisine önemli bir yer verilmektedir. Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik kategoride yaygın öğrenci hatalarına, bu hataların nedenlerine ve öğrenci bilgisinin kullanımına yönelik sorulara verdikleri yanıtlar yer almaktadır. Son olarak *temsillere yönelik bilgi* temasına ise kuramsal çerçevede de açıklandığı üzere cebir öğretiminde yer alan öneminden dolayı yer verilmiştir. Temsillerin kullanımına yönelik bilgi kategorisinde öğretmenlerin önermiş olduğu tablo, sözel durum, cebirsel ifade gibi görüşmelerde ortaya çıkan diğer öğretmen bilgisi bileşenleri kullanılmıştır. Son olarak ortaya çıkan sınıf tartışması, küçük grup çalışması gibi bileşenler *diğer pedagojik yollara yönelik bilgi* teması altında toplanmıştır.

2.6.2.2. Öğretimlerden, mesleki gelişim oturumlarından ve alan notlarından edinilen verilerin kodlanması

İki öğretmenin öğretimleri, mesleki gelişim oturumlarındaki söylemleri ve alan notları ayrı ayrı analiz edilmiştir. Analizler her bir mesleki gelişim oturumunun ardından planlanan ders planlarının uygulanmasının bitişine göre hafta hafta gerçekleştirilmiştir. Böylece öğretmenlerin her bir haftada öğretimlerinde gerçekleştirdiği pedagojik yollarda gelişim sunulmaya çalışılmıştır. İlk olarak öğretim bölümlerinin analizi Powel, Francisco ve Maher'in (2003) yedi adımlık yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem (1) Video verilerinin dikkatlice izlenmesi, (2) Video verilerinin tanımlanması, (3) Kritik olayların tanımlanması, (4) Döküm yapılması, (5) Kodlama, (6) Olay örgüsünün oluşturulması ve (7) Hikayeleştirme aşamalarını içermektedir. Bu yöntem araştırmacı tarafından araştırmaya uyarlanmıştır.

Araştırma sürecinde videolar haftalık olarak izlenmiş, video verilerinin tanımlanması gerçekleştirilmiş ve bu izlemeler sırasında kritik olaylar belirlenmiştir. Belirlenmiş bu kritik olaylar araştırma sürecinde her hafta gerçekleştirilen geçerlik ve güvenilirlik komitesinde kodlanarak sunulmuş ve öğretmenlerde geliştirilmesi istenen bir pedagojik yol diğer bir ifadeyle bir eylem amacı belirlenmiştir. Araştırma

sonunda videolar yeniden izlenmiş ve dersle ilgili olan tüm bölümlerin dökümü gerçekleştirilmiştir.

Kodlama aşamasında da her bir öğretmen için ayrı olarak kodlama yapılmış ve hikayeleştirilmiştir. Öncelikle her hafta geçerlik ve güvenilirlik komitesinde belirlenen amaçların ne olduğu gözden geçirilmiş ve öğretmenlerin her ikisinin de tespit edilen eksiklikleri göz önünde bulundurularak kodlamalar gerçekleştirilmiştir. Buna göre mesleki gelişim oturumlarında belirlenen amaçlar doğrultusunda öğrenci düşüncesinin ve temsillerin kullanımı olan bölümler belirlenmiş ve öğretmenlerin eylemlerine göre kodlar oluşturulmuştur. Kod listesi Ek-4'te sunulmuştur. Ayrıca yine komitede belirlenen amaçlar doğrultusunda öğretmenlerin sınıf tartışması ve küçük grup tartışması gibi kullandıkları farklı yollarda diğer pedagojik yollar kategorisi altında toplanmıştır. Bütün ders video dökümlerinin ve araştırmacı alan notlarının kodlaması bu kod listesine göre gerçekleştirilmiştir.

Belirlenen ilk tema olan öğrenci düşüncesinin kullanımında öncelikle öğrenci düşüncesinden ne kastedildiği belirlenmiştir. Buna göre öğrencilerin sınıf içinde yaptıkları doğru, hatalı, beklenmeyen ya da doğruluğu bir anda görülemeyen çözümlerin ve yanıtların, öne sürdükleri fikirlerin ve sordukları soruların tamamı öğrenci düşüncesi olarak ele alınmıştır. Daha sonra öğretmenlerin ortaya çıkan bu öğrenci düşüncelerinin ardından ne tür yollar izlediklerine kodlar atanmıştır. Örneğin öğretmen bir hafta boyunca ağırlıklı olarak beklenmeyen bir öğrenci yanıtını görmezden gelmişse ya da hatalı bir çözümü irdelememişse bu durumda o öğretmenin yolu öğrenci düşüncesini analiz etmede eksiklik kategorisi altına alınmıştır.

Diğer tema olan temsillerin kullanımında ise öğretmenlerin tablo, şekil, sözel durum, cebirsel ifade ve somut materyalleri kullanım yolları ele alınmıştır. Buna göre öğretmenlerin temsilleri doğru kullanıp kullanmadıklarına ve temsiller arası ilişki kurup kurmadıklarına göre kodlar atanmıştır. Örneğin öğretmen şekil örüntüsü içeren bir örüntü probleminde öğrencilerde şeklin yapısına yönelik fikri şekil üzerinde kullanmamışsa, bu duruma şekil ile öğrenci düşüncesini ilişkilendirmeme şeklinde bir kod atanmış ve bu durum temsiller arası ilişki kurmada eksiklik kategorisi altında ele alınmıştır. Son olarak öğretmenlerin sınıf

içinde öğrenci düşüncesi ve temsillerin kullanımı dışında kullandıkları yollar diğer pedagojik yollar teması altında toplanmıştır.

Mesleki gelişim oturumlarının kodlamasında ise öğretmenlerin o hafta ortaya çıkan kodlamalara yönelik yaptıkları söylemler belirlenmiştir. Öğretmenlerin bu söylemlerine betimsel olarak kodlar atanmış ve bu kodlar bulguların yazımı aşamasında, öğretmenin kendini değerlendirmesi ve bulgunun tartışılmasında kullanılmıştır.

2.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Eğitim alanında gerçekleştirilen araştırmalarda, geçerli ve kesin olmak önemli görülmektedir (Merriam, 1998). Bulguların geçerli olmasının, araştırmacının bulguların doğruluğunu ve inanırlığını üye kontrolleri ve çeşitleme gibi stratejilerle belirlenebileceği belirtilmektedir (Creswell, 2013). Bu stratejiler Merriam (1998) tarafından (1) Çeşitleme, (2) Üye kontrolleri, (3) Uzun süreli gözlem, (4) Akran değerlendirmesi, (5) Katılımcılarla işbirliği, (6) Araştırmacının ön-yargılarının açıklanması şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu çalışmada da geçerliği artırmak için veri çeşitlemesi, uzun süreli gözlem ve akran değerlendirmesi stratejileri kullanılmıştır.

Öğretmenlerin öğretimlerinde kullandıkları yolları daha iyi yorumlamak için çeşitli veri türleri toplanmıştır. Bunun için, araştırmacının alan notları, mesleki gelişim oturumlarındaki öğretmen söylemleri ve öğretimlerin videoları öğretmenlerin öğretimlerindeki pedagojik yollarını açıklamak için kullanılmıştır. Ayrıca öğretmenlerin aynı hafta içindeki birden fazla ders saati gözlemlenmiş ve böylece bulguların geçerliği arttırılmaya çalışılmıştır. Araştırma sürecinde ayrıca araştırmacı her hafta iki matematik eğitimi uzmanının yer aldığı geçerlik ve güvenirlilik komitesi ile araştırma süreci ve veri analiziyle ilgili sorularını tartışmak için bir araya gelmiştir. Son olarak veri analizinin sonucunda, kodlamaların ve yorumların doğruluğunu dış bir gözlemcinin görmesi için bir matematik uzmanından da görüş alınmıştır.

Son olarak Merriam (1998) insan davranışlarının genellikle sabit olmadığını belirterek, nitel araştırmanın bulguların aynısını bulmaktan çok elde edilen veriden anlamlı sonuçlar çıkarmayla ilgilendiğini ifade etmektedir. Nitel araştırmada

güvenilir veriler elde etmenin (1) çeşitleme, (2) akran değerlendirmesi ve (3) denetim yolu stratejileriyle sağlanabileceği belirtilmiştir (Merriam, 1998). Bu çalışmada da verilerin nasıl toplandığı ve analiz edildiği ayrıntılı olarak açıklanmış ve sonuçların tutarlı olmasını sağlamak için veri çeşitlemesinden ve akran değerlendirmesinden yararlanılmıştır.

3. BULGULAR VE YORUMLAR

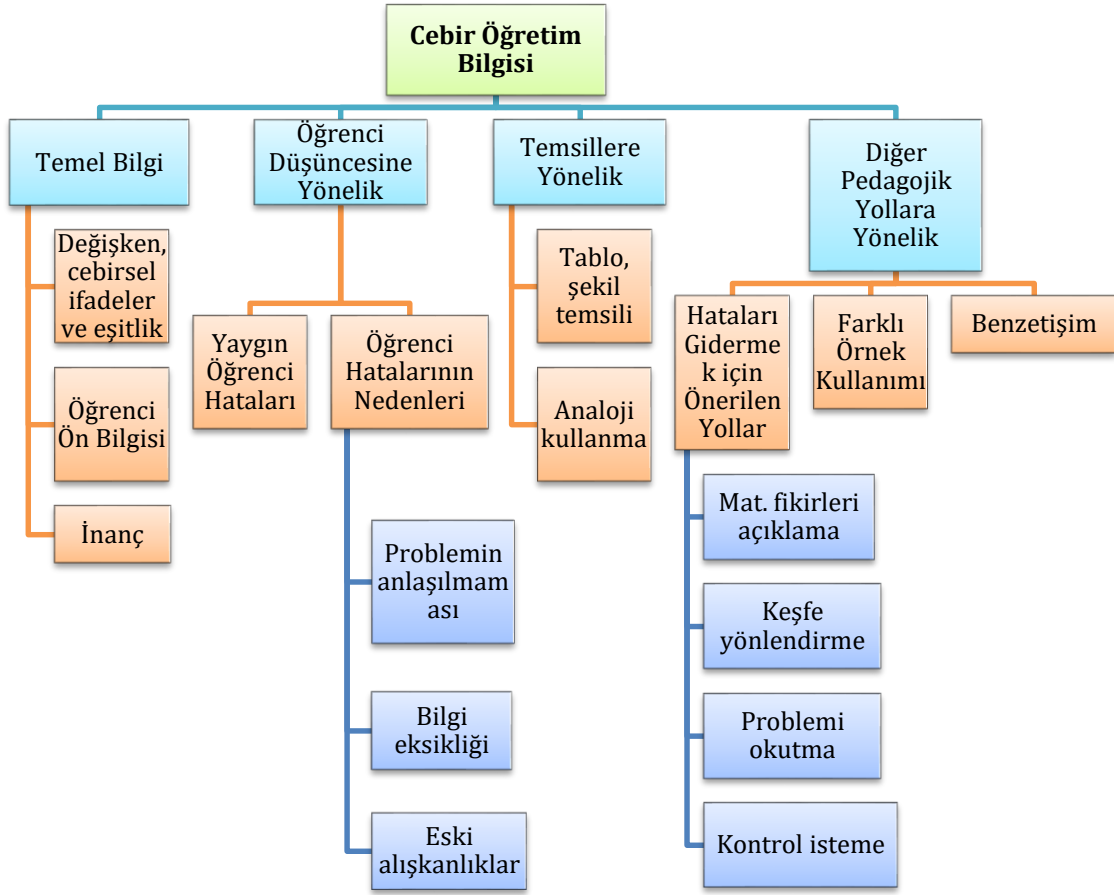
Bu araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde kullanmaları gereken pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda araştırmadan elde edilen bulgular iki ana başlık altında sunulmuştur. İlk olarak öğretmenlerle yapılmış olan ön-görüşmelerin bulgularına yer verilmiş, sonrasında ise öğretmenlerin mesleki gelişim sürecindeki öğretimleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.1. Öğretmen Bilgisi

Öğretmenler ile planlama toplantılarına başlanmadan önce görüşmeler gerçekleştirilmiş ve öğretmenlerin cebir öğretimine yönelik sahip oldukları bilgileri incelenmiştir. Her iki öğretmenin sahip olduğu bilgi aşağıda ayrıntılı şekilde açıklanmıştır.

3.1.1. Damla Öğretmen'in bilgisi

Damla Öğretmen'in sahip olduğu bilginin bileşenleri Şekil 3.1'te verildiği üzere temel bilgisine, öğrenci düşüncesine, temsillere ve diğer pedagojik yollara yönelik olmak üzere dört başlık altında ele alınmıştır.



Şekil 3.1. Damla Öğretmen'in Sahip Olduğu Cebir Öğretim Bilgisi

İlk olarak Damla Öğretmen'in temel bilgisi; değişken, cebirsel ifadeler ve eşitliğin anlamları, öğrencilerin cebir öğretimine yönelik ön bilgileri ve öğretmenin cebir öğretimine yönelik inancı olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır. Damla Öğretmen'in değişken, cebirsel ifade ve eşitlik kavramlarını açıklayabildiği, ayrıca değişkenin farklı rollerini tanımlayabildiği görülmüştür. Diğer taraftan öğrencilerin altıncı sınıfta cebir öğrenebilmeleri için örüntü, genellenmiş ifadeler (sayıların özellikleri), eşitlik ve sayılar arasındaki ilişkilere yönelik bilgilere sahip olmaları gerektiğini söylemiştir.

D: Örüntü dedik zaten onun dışında şeyler olabilir az önce gösterdiğimiz genelleştirilmiş ifadeler vardı. Toplama işlemlerinin özellikleri anlatılırken örnek üzerinden, daha sonra onları mutlaka a, b, x, y, g gibi harfler kullanarak genelleştirme yapılması çocukların bu harflere alışmasına, önceden duymasına yardımcı olabilir.

A: Başka hangi konular olabilir?

D: Eşitlik kavramının anlaşılması gerekebilir. Denklem çözebilmeleri için onları da bilmeleri gerekir.

A: Eşitliği denklemlerle ilişkilendirdin. Evet başka?

D: Sayılar arasındaki ilişkileri görebilmesi gerekir. Sayılarla oynayabilmesi gerekir. Onların farkında olması lazım bunlar.

Damla Öğretmen'in söylemiş olduğu konular ele alındığında, kendisinin erken dönemde öğrencilerin sahip olması gereken ve cebirin gelişimine katkı sağlayacak kavramları bildiği görülmüştür. Ancak Damla Öğretmen'in söylemiş olduğu eşitlik kavramı yedinci sınıfta olan denklem konusunun ön bilgisi olarak görülebilirken, cebirsel ifadelerle işlemler konusu için tam sayılar konusuna değinmek aklına gelmemiştir. Son olarak Damla Öğretmen cebir öğretimini ve öğreniminin zor ancak önemli olduğu inancına sahiptir.

D: Zaten zor bir alan... Çocukların da altıncı sınıfta ilk defa karşısına çıkan bir konu olduğu için onların da anlaması zor oluyor. O yüzden öğretmek de anlamlandırmak da zor diye düşünüyorum.

A: Anlamlandırmaktan kastın nedir peki?

D: ...değişken kavramını yani x, y, z'ye geçiş yapması, bunlar zor oluyor. Öğretmen öğrencilerin ilk kez cebirle karşılaştıkları ve değişken kavramını öğrenmekte zorlandıkları için cebir öğretiminin zor olduğunu ifade etmiştir. Diğer bir ifadeyle öğretmen öğretimin zorluğunu konunun öğreniminin zorluğuna bağlamıştır. Ayrıca altıncı sınıfta yer alan cebirsel ifadelerin denklemler konusunun ön bilgisini oluşturduğunda, problemlerin çözümünde yardımcı işlem becerisinin kazanılmasını sağladığından bu öğrenme alanını önemli gördüğünü ifade etmiştir.

Öğrenci düşüncesine yönelik olarak Damla Öğretmen yaygın öğrenci hatalarına ve bu hataların nedenlerine dair görüşler belirtmiştir. Damla Öğretmen örüntüler konusuna yönelik olarak öğrencilerin adım sayısı ile eleman sayısı arasında ilişki bulmada zorlandıklarını, kat sayısı bir olan cebirsel ifadelerde ($3x+x$ gibi) toplama işlemi yapmada zorluk yaşadıklarını, bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımında dağılma işlemini yapamadıklarını ve benzer terimlerin neler olduğunu unuttuklarını ifade etmiştir.

D: Mesela toplama işlemlerinde onları anlamlandırmak zor oluyor. $3x+x$ dediğinde, mesela burada hani $3x$ ile x birlikte topluyorum. Onu açık açık söylemeden ya da ilk başta oradaki biri unutuyor. Çarpmada çok büyük zorluklar oluyor dağılma işleminin daha önceden doğru düzgün öğrenemediği için cebirsel ifadeleri çarparken veya burada şu var bir doğal sayıyı bir cebirsel ifadeyi çarparken bunu bile hani anlatırken, onları anlarken zorlanıyorlar.

A: Mesela nasıl bir hatalar yapıyorlar?

D: Bir kere dağılma işlemini doğru düzgün uygulayamıyorlar, birinci terimle çarpıyorlar, ikinci terimde çarpamıyorlar. Birden fazla değişken olduğu zaman mesela $3x+y$, $3x+y+5x$ geride bunların hepsini toplarken 3,5,8 ortada y var evet hani $8x$, benzer terimlerin ne olduğunu unuttur. Sadece benzerlerin toplanacağını ve işlem yapılacağını bilmiyorlar mesela. Unutuyorlar daha doğrusu, onu gözden kaçırıyorlar, direkt karşılıklarına gelen sayıyı topluyorlar. Hatta orada eğer bir kat sayı yoksa yani yok dediğim orada 1 varsa onu hiç işleme katmıyorlar. Bunlar oluyor genelde ve şeyde de mesela bir örüntünün genel terimini yazarken de adım sayısı ile o adımdaki işte eleman sayısını ilişkilendirme olayını yapamıyorlar genelde. İşte aradaki normal farka bakıyor işte 3-5 ikişer ikişer artıyor şeklinde görüyorlar. Onun dışında farklı bir ilişki arayamıyorlar.

Öğretmenin belirtmiş olduğu hataların genellikle işlemsel özelliklere vurgu yaptığı, öğrencilerin işlemlerin anlamları ya da kavramsal öğrenmeye yönelik bir bilgi içermediği söylenebilir. Bu durum öğretmenin öğretimini de işlemsel temele dayandıracağına bir göstergesi olarak görülebilir. Damla Öğretmen'in belirtmiş olduğu öğrenci hatalarının nedenlerini ise öğrencinin problemi anlamamasına, öğrenci bilgisindeki eksikliklere (örneğin kat sayısının anlamının bilinmemesi) ve öğrencinin eski alışkanlıklarına (örneğin değişken yerine sürekli x, y ve z harflerinin kullanılması, bir matematiksel ifadede eşitlik olması ve sağ tarafta da bir ifade olması) bağlamıştır.

D: Veya şunu yazabilir 6 katı değil de $+6$ yazar, böyle algılayıp..

A: Peki ilk yazdığına dönmek istiyorum $6+Ö=P$, öğrenci mesela böyle bir hata desek neden böyle bir hata yapmış olabilir?

D: Okuduğunu tam anlamamış olabilir veya kat sayısının anlamı tam olarak bilmiyor olabilir.

Burada öğretmen “bir okuldaki öğrenci sayısı profesör sayısının altı katıdır” ifadesinde öğrencilerin yazmış olabileceği olası hatalı ifadenin $Ö+6=P$ olabileceğini belirtmiş ve bu hatanın nedenini de problemin anlaşılmasına ya da öğrencilerin bilgisindeki eksikliklere bağlamıştır. Benzer şekilde öğrencilerin olası hatalarının konuşulduğu bir başka problemde de

A: $2n+3$ ifadesindeki n sembolü neye karşılık gelmektedir diye bir soru sorulmuş öğrenciye. $2n+3$ 'deki n sembolü bir şeye karşılık gelmez diyor yani bu ifade şu haldeyken bu bir şey değildir. Eşittir işareti olduğunda $n; 3$ olur diyor.

D: Ya şey gibi düşünüyor o zaman toplama çıkarma işlemini taa ilkokuldan beri öğrenirken alışkınlar yani bir işlem sonucu eğer bir işlem yapıyorsan mutlaka eşittir diyeceksin. Sağ tarafında bir sonuç olacak diye düşündükleri için burada bir eşittir ifadesi olmaması da onun için bir şey ifade etmiyor, illa burada bir eşit olacak, bunun bir değeri olacak diye düşünüyorlar sanırım. O yüzden de bunun bir değerinin olmayacağını, olamayacağını düşünüyorlar, o şekilde kabul ediyorlar sanırım.

Damla Öğretmen bu iki nedende görüldüğü üzere öğrencilerin yapabilecekleri olası hataları öğrencilerden kaynaklı sebeplere bağlamıştır.

Damla Öğretmen görüşmede kullanabileceği temsiller olarak tablo, şekil ve analogi temsilini önermiştir. Bir örüntü probleminin çözümünde tablo temsilini kullanabileceğinden bahsetmiş ve aşağıdaki tabloyu çizmiştir.

Aş	Çıkarı sayısı	Kaz sayısı
1.	4	1
2.	6=4+2	2
3.	8=4+2+2	3
4.	10=4+2+2+2	4
⋮		
	$2n+2$	n

Görsel 3.1. Damla Öğretmen'in Örüntü Problemi için Oluşturduğu Tablo

D: Adım sayısı, üçgen sayısı, kare sayısı şeklinde, ilk üç adımı zaten verilmiş, a seçeneğinde dörde beş çizmişlerdi. Bunları tabloya kaydetmelerini isteriz önce öğrencilerden. Bunu kaydettikten sonra nasıl bir ilişki olduğunu sorarız, mesela üçgen sayısının nasıl değiştiğini, kare sayısının nasıl ilerlediğini, değiştiğini sorabiliriz. Söyleyeceklerdir zaten üçgen sayısının iki artarak devam ettiğini, karenin de zaten adım sayısı ile aynı olduğu görünüyor. Birinci adımda bir, iki adımda iki, üç adımda üç tane kare şeklinde önce buradan başlarız anlatmaya. Sonra zaten beşinci adımı da yazarlar, büyük ihtimal onuncu adıma kadar bu tabloyu doldurmaya çalışırlar. O şekilde bir cevap bulurlar bize, ama 100. adıma geldiklerinde bunu zaten yazamayacaklarını fark ederler. Biz de farklı bir ilişki aramaya yönlendireceğiz o zaman, adım sayısı ile üçgen sayısı, ya da adım sayısı ile kare sayısı arasında nasıl bir ilişki var buna bakmalarını sağlayacağız.

Damla Öğretmen tablo çiziminin ardından toplamsal ilişkileri de yazabileceğinden bahsetmiş, böylece öğrencilerin çarpımsal ilişkilerin farkına varabileceğinden bahsetmiştir. Diğer taraftan Damla Öğretmen öğrencilerin $3x+5y$ şeklindeki bir işlemde olası öğrenci hatasının $8xy$ olabileceğinin nedenini açıklarken benzer terim vurgusu yaparak şekil temsilinin ve analoginin kullanılabileceğini ifade etmiştir.

D: Burada x ile y'nin benzer olmadığını ona hissettirmemiz lazım. Yine de şekil üzerinden yapabiliriz. İşte $3x+5y$ ifadesinde x'leri kareler, y'leri üçgenler temsil eder. Ortada da bir toplama işlemi var, $3x$ ile $5y$ toplanacak. x ile y toplanamayacak, elma ile armutun toplanamayacağı gibi. Çünkü öyle söylendiğinde biraz daha anlaşılır oluyor gibi geliyor bana..

Sonuç olarak Damla Öğretmen'in tablo ve şekil temsilinin farkında olduğu, alternatif bir yol olarak da analogi kullandığı söylenebilir.

Son olarak Damla Öğretmen'in görüşmelerde belirtmiş olduğu yollar hataları gidermek için önermiş olduğu ve örnek seçiminde olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır. Damla Öğretmen öğrencilerin hatalarını gidermek için matematiksel fikirleri açıklama, deneyerek keşfe yönlendirme, soru sorarak yönlendirme ve öğrenciye problemi okutma olmak üzere dört farklı yol önermiştir. Örneğin bahsetmiş olduğu iki farklı zorluğu gidermek için, matematiksel fikirleri söyleme yolunu önermiştir.

D: Mesela az önce bahsettiğim bir olayı yani önünde birden farklı kat sayı olduğunda problem olmuyor. $3x$ ile $5x$ 'i toplayabiliyor. Ama diğer türlü olduğunda o bir çarpanının olmadığını vurguluyoruz. Açıkça yazıyoruz. Bir çarpı x diyoruz mesela.

A: Yani hatayı önceden öngörüp ona ilişkin vurgu yapmayı mı kastediyorsun?

D: Evet mesela bunun aynısını çok yaptıklarını bildiğim için. Mesela böyle bir örnek çıktılarında bunu çözerken ilk başta onlara soruyorum ama biliyorum ki zaten böyle bir cevap gelecek, geliyor da. Ondan sonra hemen hatırlatıyorum bakın şaşıırıyorsunuz, mutlaka bir gizli bir burada var. Hani yazarsanız toplamayı unutmazsınız veya işlemi unutmazsınız, mesela bu çok yaptıkları bir şey veya işte yine $3x+2y$ de direkt $5xy$ yazabiliyorlar mesela.

A: Mesela böyle bir hatayı gidermek için...

D: Burada da yine benzer olması gerekir yani x ile x , x^2 ile x^2 'nin toplanabileceği x ile y 'nin aynı yani benzer olmadığını vurguluyoruz.

Damla Öğretmen'in öğrencilerin kat sayısı bir olan cebirsel ifadeyi toplarken yaşadıkları zorluğu gidermek için kat sayıyı açıkça $1 \times x$ şeklinde yazıp, x 'in başında gizli bir olduğunu vurgulayabileceğini, diğer $3x+2y$ işleminin sonucuna $5xy$ yazan öğrencinin hatasını gidermek için de benzer terim vurgusu yapmayı, diğer bir ifade ile matematiksel fikirleri söyleyerek öğrencilerin hatalarını gidermeyi önermiştir.

Görüşme sırasında bir örüntü problemi üzerinde konuşurken Damla Öğretmen öğrencilerin adım sayısı ile terim sayısı arasında ilişki bulmak konusunda zorluk yaşayabileceklerini belirtmiş ve bunları gidermek için ise matematiksel fikirleri söyleme ve öğrencileri keşfe yönlendirme yolunu önermiştir.

D: İlişki bulurken aradaki fark ile adım sayısını çarpıp, sonra ilk adımda deneyerek kuralı bulabiliriz. Bu yolu kolayca anlayıp uyguluyorlar. Ya da keşfettirebiliriz, ama aradaki, yani belki üç katını da dener, dört katını da dener ama aradaki farka baktığında iki olduğunu görünce ikiye verebilir.

...

D: Kime eklenmiş ikiye eklenmiş, işte adım sayısına n dersek n 'nin bir eksiği çarpı iki. Ben sora sora bu şekilde onu görebilirler, ilişkiyi açık şekilde yazdıktan sonra.

Öğretmen terimler arasındaki fark ile adım sayısını çarptıktan sonra ilk adımda sonuca bakarak sabit terime karar verebileceklerine yönelik bir kural söyleyerek öğrencilerin zorluklarını giderebileceklerini önermiştir. İlaveten zorlukları gidermek için deneme-yanılma yoluna yönlendirerek ya da toplamsal ilişkiyi açıkça yazmasının ardından sorular sorarak öğrencilerin keşfetmesini sağlayabileceğini de söylemiştir. Öğretmen burada ilişkinin sözel olarak açıklanabileceğine yönelik herhangi bir yol önermediği görülmüştür.

Öğrenci hatalarını gidermek için Damla Öğretmen'in önermiş olduğu bir diğer yol ise öğrencilerin problemi yeniden okumalarını sağlamaktır.

D: Okuduğunu tam anlamamış olabilir. Tekrar okuturuz, sözel olarak anlamalarını sağlarız, ondan sonra da açık açık tekrardan yazarız... O şekilde teker teker ifade edip yazabiliriz.

Öğretmen profesör sayısı ile öğrenci sayısı arasındaki kat ilişkisine yönelik hatalı öğrenci yanıtlarını incelerken, hatanın nedenini problemin anlaşılmasına bağlamış ve yeniden okutma yolunu önermiştir. Bir diğer hata karşısında ise öğretmen son olarak yanıtını tekrar kontrol ettirebileceğini belirtmiştir. "İyi bak dikkatli bak doğru yaptığına emin misin gibi sorular sorarsak belki bu zaten tekrar bakar ve hatasını görebilir." şeklinde açıklayarak öğrencinin hatasını yeniden kontrol ettiğinde görebileceğini belirtmiş o yüzden bu yolu önermiştir.

Damla Öğretmen temsillerin kullanımında açıklandığı üzere benzetişim tekniğini yani analogi kullanımını da derslerinde kullanabileceği bir yol olarak açıklamıştır. Öğretmen'in son olarak derslerin kullanabileceğini önerdiği bir diğer yol ise örnek kullanımıdır.

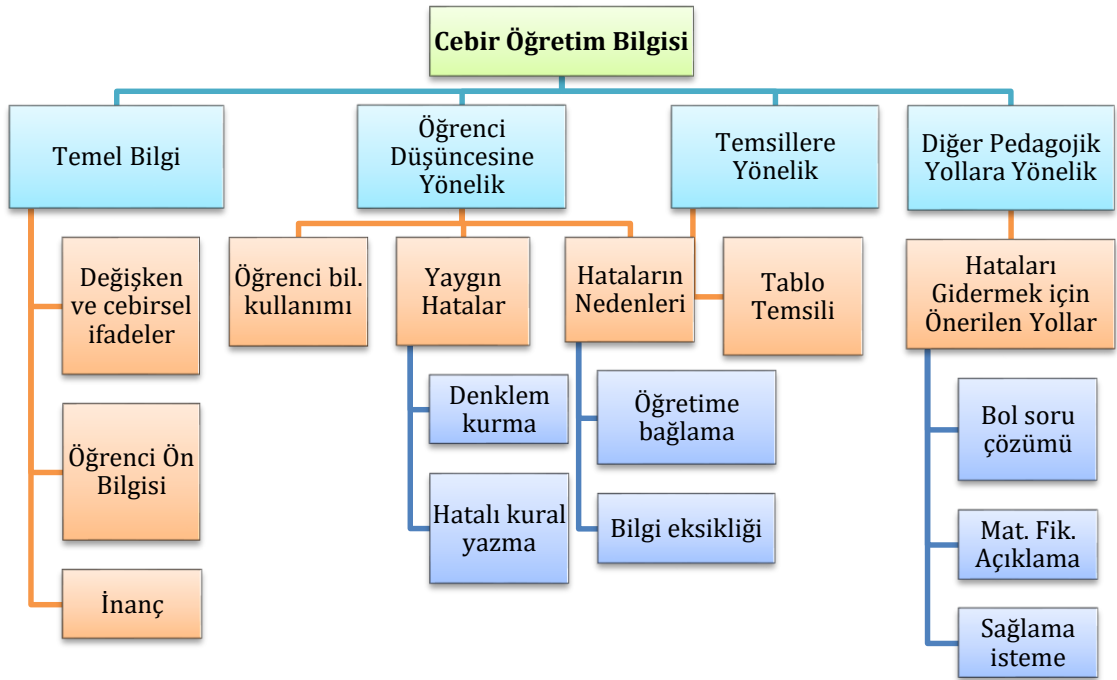
D: ... Tabi ki onların onların söyledikleri şeylere göre de hareket edebiliyorum. İlla ben bunu planladım, bu örneği vereceğim, bunu soracağım demiyorum, ya da bu bitti yeter anladılar demiyorum. Onların farklı bir şekilde soruları varsa farklı şekilde yönlendiriyorlarsa onların sorularına göre daha farklı şeyler yazabiliyorum. Anlamamışlarsa planladığımdan daha fazla örnek yapabiliyorum.

Damla Öğretmen öğrencilerin sınıf içindeki anlama durumlarına göre örnek seçimindeki sayıyı artırabildiğini, örnek seçimlerinde basitten zora doğru ilerlediğini, zaman zaman kitaptaki sıralamayı değiştirebildiğini, öğrencilerin

sordukları sorulara göre kendisi derse örnek ilave edebildiğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin anlamamaları durumunda örnek sayısında artış yapabileceğini vurgulaması da dikkat çekmektedir.

3.1.2. Emre Öğretmen'in bilgisi

Emre Öğretmen'in araştırma öncesi sahip olduğu Cebir Öğretim Bilgisi'ne yönelik bileşenler Şekil 3.2'te verilmiştir. Buna göre Emre Öğretmen'in bilgi bileşenleri temel bilgi, öğrenci düşüncesine yönelik bilgi, temsillere yönelik bilgi ve diğer pedagojik yollara yönelik bilgi olmak üzere dört ana başlık altında toplanmıştır.



Şekil 3.2. Emre Öğretmen'in Sahip Olduğu Cebir Öğretim Bilgisi

Emre Öğretmen'in temel bilgisi değişken ve cebirsel ifadelerin anlamları ve örnekleri, öğrencilerin sahip olması gereken bilgi ve inanç başlıkları altında toplanmıştır. Buna göre Emre Öğretmen'in de Damla Öğretmen gibi değişken ve cebirsel ifade kavramlarına yönelik tanımlar yapabildiği ve bu kavramları örnek vererek açıklayabildiği görülmüştür. Ayrıca kendisine gösterilen değişkenin farklı

ifadelerdeki rollerini de açıklayabilmiştir. Bu anlamda planlama oturumlarında her iki öğretmen için de değişken ve cebirsel ifade bilgisi anlamında tamamlanması gereken bir bilgi olarak görülmemiştir. İkinci olarak Emre Öğretmen'in altıncı sınıfta cebir öğrenilebilmesi için öğrencilerin sahip olması gereken bilgileri; örüntüler, tam sayılar, kesirler, dört işlem ve sayıların özellikleri olarak sınıflandırmıştır.

E: Örüntü kuralı 5. sınıfta da var ya

A: 5. sınıfta da var. Peki, 5. sınıftaki haliyle cebiri nasıl ilişkilendiriyorsun?

E: Yani genelleme yapıyoruz. Bir aritmetik dizi verildiği zaman işte ilk üç adımını verdiği zaman bunu atıyorum onuncu adımı nedir diye sorduğu zaman çocuk bunu ta önceki adımına kadar gitmeden bulabilmesi için kuralı olması lazım adıma bağlı olarak. Yani her adım için farklı bir ona karşılık gelen bir örüntü sayısı var, örüntüde yeri var, buna bakarak çocuk kendine bir genelleme yapması lazım. Bu genellemeyi yaptıktan sonra onuncu adımdakini bulabilir, bu genellemeyi yapması için de çocuğun bir kuralı olması lazım.

A: Peki o bulduğun kural ile cebiri nasıl ilişkilendirdin?

E: Yani işte o şöyle. Adım sayısı değişken o yüzden buna n gibi bir ifade vermemiz lazım. Yani adım sayısına bağlı olarak aldığım sayısının karşılığında örüntüdeki sayıyı buluyor çocuk. Burada örüntünün kuralını bulmuş oluyor, örüntünün kuralında adım sayısı n, buna bakarak cebirsel ifade yazmış oluyor. Emre Öğretmen ilk olarak beşinci sınıfta var olan örüntü konusunu altıncı sınıf cebir öğretimi için ön bilgi olarak ele almıştır. Ardından da tam sayılar, kesirler, dört işlem ve sayıların özellikleri gibi konulardan bahsetmiştir.

E: Tam sayılar öğrenmesi gerekir çünkü orada da yapması gereken işlemler var cebirsel ifadelerde katsayıları topluyorsun katsayıları şey yapıyorsun sonuçta bununla ilgili mesela a eksi iki a ($a - 2a$) çocuk bunu nasıl yapacak? Mecbur tam sayıları bilmek zorunda. Kesirleri de bilmesi gerekir bana kalırsa, mesela toplama çıkarma, yani ön koşul olarak sayıları zaten bilmesi gerekiyor çocuğun. Zaten toplama, çıkarmayı, bölmeyi, çarpmayı bilmesi lazım. Ondan sonra ortak çarpan parantezine almayı bilmesi lazım. Çünkü orada da yani sonuçta ortak çarpan var. Yani sonuçta dağılma işlemi gösteriliyordu zaten altıncı sınıfın başında da, başkada aklıma gelmiyor.

Emre Öğretmen altıncı sınıf cebir öğretimi için gereken konular hakkında bilgisinin olduğu, öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgilerin farkında olduğu ve bunları cebir ile ilişkilendirerek açıklayabildiği görülmüştür. Son olarak Emre Öğretmen'in altıncı sınıfta cebir öğretiminin öğreniminden kaynaklı zor olduğu inancına sahip olduğu söylenebilir.

A: Tamam peki cebir öğrenme alanına ait konuları öğretmeyi seviyor musun?

E: Yani öğrencilerin çok zorlandığı konulardan bir tanesi cebir konusu, çok zevkli bir konu aslında ben seviyorum cebir konusunu öğretmeyi.

A: Peki öğrencilerin en çok zorlandığı konu dedin, bu durum da öğretimini zor buluyor musun?

E: Sınıftan sınıfa değişiyor, mesela altıncı sınıfta biraz zorlayıcı, çünkü altıncı sınıfta başlıyor cebir. Değişken kavramı altıncı sınıfta başladığı için orada zorlanıyoruz, değişkeni öğrendikten sonra tabi 7. sınıfta biraz daha bilmiş oluyor, 8. sınıfta daha kolay oluyor.

A: Yani sınıf düzeyi arttıkça kolaylaşıyor mu?

E: Tabi biraz da kolaylaşıyor çünkü öğrenmiş oluyor çocuk eskiden, eski bilgileriyle üzerine koyarak gidiyor, daha da kolaylaşıyor tabi ki.

Emre Öğretmen ilk karşılaşmalarından dolayı öğrencilerin çok zorlandıklarını ancak sınıf seviyesi ilerledikçe daha kolay öğrendiklerini, buna bağlı olarak da öğretiminin kolaylaştığını ifade etmiştir. Ayrıca cebir konusunu kendisinin de sevdiğini belirtmiştir.

Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesine yönelik bilgisi öğrenci bilgisinin kullanımı, yaygın hatalar ve hataların nedenleri olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır. Öncelikli olarak Emre Öğretmen öğrenci bilgisini dersinin ilerleyiş sırasında kullanmayacağını ifade etmiştir.

E: Ben farklı bir sıra takip etmiyorum yani. Sadece kitabın verdiği sırayı takip ederim.

A: Tamam öğrencilerin bilgisi yani öğrencilerin zorlukları bu sırayı belirlemen de etkili mi?

E: Yok ne olursa olsun o sırayı takip ederim.

Emre Öğretmen öğretiminde öğrenci bilgisini öğretimlerini planlanmasında kullanmadığını ve öğrencilerin zorluklarının ne olduğu fark etmeksizin ders kitabında verilen sırada bir öğretim yaptığını ifade etmiştir. Bu da Öğretmen'in öğrenci bilgisine önem vermediğinin ve derslerinde kullanmadığının bir göstergesi olarak görülebilir. Diğer taraftan Emre Öğretmen altıncı sınıfta öğrencilerin yaşadıkları zorlukları denklem kurma ve hatalı kural yazma olarak ifade etmiştir.

A: Peki daha önce cebir öğretirken öğrencilerin en çok yaptığı hatalar neler oluyordu altıncı sınıfta?

E: Altıncı sınıfta çocuklar denklem kuramıyordu ya..

A: Nasıl mesela?

E: Yani şöyle diyeyim çocuklar ben sayısal bir denklem verdiğim zaman cebirsel ifade verdiğim zaman. Bunu kolay çözebiliyorlardı ama mesela sözel problemde denklem kuramıyorlardı.

Öğretmen ilk olarak öğrencilerin denklem kurma konusunda zorlandıklarını ifade etmiştir. Diğer taraftan öğretmen öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken hatalı kural yazdıklarını da belirtmiştir.

A: Tamam, peki öğrenciler nasıl bir hata yapıyorlar örneğin böyle bir soruda?

E: Yani çocuk 1 için buluyor. $n+3$ diyor mesela birinci adım için uygun diyor. İkinci adıma uygulamıyor kuralı.

Öğretmen öğrencinin ilk adım için bir kural denediğini ancak sonrasında yazmış olduğu kuralı diğer adımlarda denemediği için genellikle hatalı kurala ulaştığını belirtmiştir. Öğretmen'e Şekil 3.3'te verilen örüntü sorusu gösterilerek öğrenci hatalarını değerlendirmesi istenmiş ve öğretmen bu esnada problemi aşağıda diyalogda geçtiği şekilde çözmüştür.



Şekil 3.3. Öğretmen'in Görüşmesinde Kullanılan Örüntü Problemine ait Şekil Temsili

E: Adım sayısına bağılı olarak bir kural bulmam lazım, örüntü kuralını bulmam lazım.

A: O kuralı nasıl bulabilirsin?

E: Yani diyorum ki adım sayım mesela bir, bire ben hangi işlemi uygularsam dördü elde ederim. Aynı işlemi ikiye uygularsam altı elde ederim, aynı işlemi üçe uygularsam sekiz elde ederim. Mesela diyorum bire üç eklersem dört olur. İkiye üç eklersem altı olur mu? Hayır, olmaz, o zaman atıyorum iki ile çarpırım iki eklerim. Bir için dördü elde ettim. Yani iki ile çarpıyorum, iki çarpı bir artı iki eşittir dört. İkinci adımda da doğru elde edebiliyor muyum? İki ile çarptım dört, iki ekledim altı oldu. (Kâğıt üzerinde işlemleri üçüncü adım için de yazdı) O zaman diyorum ki ben adım sayımı iki ile çarpıp iki eklersem neyi buluyorum? Üçgen sayısını buluyorum. Burada da o zaman nasıl bir kural çıkıyor tabi ki adım sayım n olduğu için iki n artı iki eşittir üçgen sayısı demek ki benim kuralım bu. n yerine de ben ne yapıyorum, 100 yazdığım zaman 100. adımda 202 tane üçgen olduğunu bulabiliyorum bu şekilde..

A: Sınıfta da anlatırken bu şekilde mi anlatıyorsun?

E: Evet bu şekilde, aynen bu şekilde anlatıyorum.

A: Peki farzet ki böyle bir yolunu anlamadım. Başka nasıl bir yol izlenebilir?

E: Her seferinde 2 artıyor, her seferinde 2 artıyor, valla bilemedim. Farklı bir şey kullanmadığım için bilmiyorum.

Öğretmen'in kendisine gösterilen bir örüntü problemini çözümünde kural yazarken kendisinin de deneme-yanılma stratejisini kullanarak problemi çözdüğü ve alternatif bir yol öneremediği görülmüştür. Dolayısıyla yapmış olduğu öğretim sonucu sınıfındaki öğrencilerin düştükleri yaygın hatanın beklenen bir hata olduğu söylenebilir. Son olarak Emre Öğretmen öğrenci hatalarının nedenlerini öğretime ve öğrencilerin bilgi eksikliklerine bağlamıştır. Örneğin, $n+4$ ifadesine $4n$ yanıtını veren bir öğrencinin hatasını incelerken hatanın nedenini aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

E: Ya burada çocuk toplama yerine çarpma yapmış... İşte burada en başta cebirsel ifadeler de sözel olarak iyi anlatılmamış, sözel olarak iyi ifade edilmemiş çünkü artı ve eksi kavramlarında ya da katı ya da bölü kavramlarındaki ifadeler

işlemleri tam olarak algılanmadığından ya tam olarak kavratılmadığından kaynaklanıyor.

Öğretmen öğrencilerin hata yapma nedenini öğretime bağlamış, cebirsel ifadelerin iyi ifade edilmediğini, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramlarının tam olarak öğrenciye kavratılmadığı için böyle bir hata yaptığını belirtmiştir. Yani burada öğretmenin kavramsaldan ziyade işlemsel bilgiyi düşündüğü görülmüştür. Diğer farklı öğrenci hataları karşısında ise hatanın nedenlerini öğrencilerin değışkene değer verme konusundaki ve cebirsel ifadenin anlamındaki bilgi eksikliğinden kaynaklandığını ifade etmiştir. Örneğin $2n+3$ ifadesinde n 'nin hiç bir anlama gelmediğini söyleyen bir öğrencinin yanıtını değerlendirmesi aşağıda verilmiştir.

E: Çocuk burada cebirsel ifadelerin ne olduğunu kavrayamamış diye düşünüyorum, çünkü cebirsel ifade illa denklem eşittir olmasına gerek yok. Yani n orada değışken, yani sen oraya ne koyarsan, o anlama gelir. n 'ye bir verirsen beş olur ifade, çocuk bunu bilmesi lazım önce cebirsel ifade ile denklemin farkını. Eşitlik varsa denklem olur. Yani çocuk denklemle cebirsel ifadeyi karıştırmış. Cebirsel ifadeyi tam kavrayamamış gibi geldi bana.

Öğretmen burada öğrencinin hatasını öğrencinin denklem ile cebirsel ifadeyi birbirine karıştırmasına bağlamıştır. Diğer öğrenci hatalarında da benzer şekilde nedenler öne sürmüş ve öğrencilerin hatalarının nedenlerine yönelik tahminler yapabilmıştır.

Temsil bilgisinde ise öğretmen örüntü probleminin çözümünü açıklarken öğrencinin tablo kullanması gerektiğini ifade etmiştir.

E: 10. adımda kaç kare üçgen olduğunu bulunuz. Şimdi burada bu çocuk 10. adımda çizmene gerek yok. Burada yapması gereken şu, tablo oluşturacak.

A: Nasıl?

E: Birinci adım. 1. adımda kaç tane üçgen var? Dört. Kaç tane kare var? Bir. 2. adımda kaç tane üçgen var? Altı. Kaç kare var? İki. 3. adımda kaç tane üçgen var? Sekiz. Kaç tane kare var? Üç.

n	değer	kare
1	4	1
2	6	2
3	8	3

Görsel 3.2. Emre Öğretmen'in Tablo Temsili

Öğretmen 10.adımdaki şekil sayısını bulmak için öğrencilerin Görsel 3.2'dekine benzer bir tablo oluşturması gerektiğini ifade etmiştir. Bu da öğretmenin derslerinde tablo temsilini kullandığının bir göstergesi olarak görülebilir.

Son olarak Emre Öğretmen'in diğer pedagojik yollardaki bilgisi öğrenci hatalarını gidermek için önermiş olduğu yollar başlığı altında toplanmıştır. Emre Öğretmen öğrenci hatalarını gidermek için bol soru çözümü, matematiksel fikri açıklama ve öğrencilerden yapmış oldukları işlemlerin sağlamlasını isteme gibi üç farklı yol önermiştir. İlk olarak öğrencilerin yaptıkları hataları gidermek için bol ve farklı soru çözümünü önermiş ve bu önerisini "çok soru çözüyorum, her farklı soruyu çözüyorum" şeklinde açıklamıştır. İkinci olarak Emre Öğretmen matematiksel fikirleri açıklamayı önermiştir. Örneğin öğrencilerin hatalı kural yazmaları karşısında "anlatarak diyorum ki her adım için o kural geçerli olması gerekir" önerisini sunmuştur. Öğrencilerin $2n+3$ şeklindeki bir ifadedeki n değerini hatalı şekilde yorumlaması üzerine öğretmen "nasıl karşılık veririm önce cebirsel ifadeyi anlatırım, bilinmeyeni anlatırım, yine değişkeni anlatırım yeniden, illa ki orada eşittir işaretinin olmasının gerekmediğini anlatırım" şeklinde açıklamış ve yapacağı açıklamalar ile öğrencilerin hatalarını gidermeyi önermiştir. Emre Öğretmen öğrencilerin hatalarını gidermek için kullanmış olduğu son yol ise öğrencilerden yapmış oldukları çözümün sağlamlasını yapmalarını istemektir. Örneğin hatalı iki değişken arasında ters bir çarpımsal ilişki yazan bir öğrencinin hatasına karşılık aşağıdaki yolu önermiştir.

E: Yani herhangi bir değişkene herhangi bir değer vermiyorlar. Verseler aslında daha mantıklı daha güzel olurdu.

A: Peki nasıl öğrencinin bu hatasını gidermek için nasıl bir yoldan yürüyorsun? Nasıl bir yol takip ediyorsun?

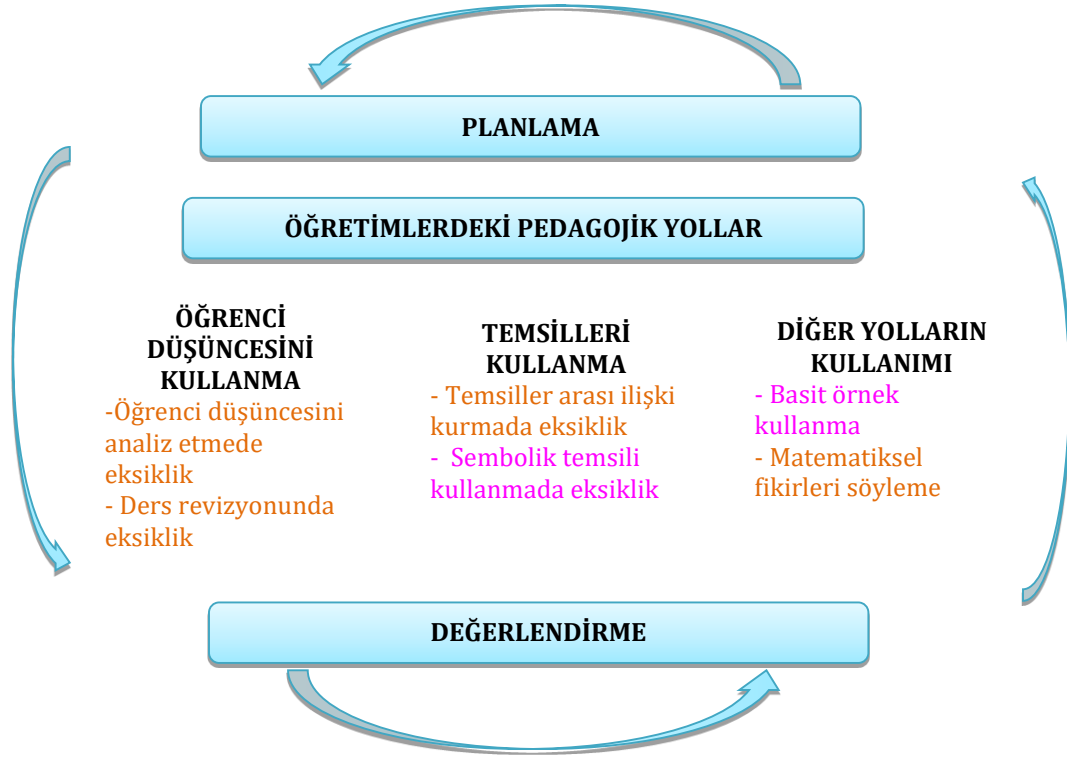
E: Yani söylüyorum değer versinler değer vermelerini isterim çocukların, her hangi bir bulduğu kural varsa ya da denklem varsa buna değer vererek doğru yanlışı bulmasını yani sağlamasını yapması lazım.

Emre Öğretmen'in önermiş olduğu tüm yolların doğrudan aktarıma dayalı bir bakış açısı taşıdığı, öğretimsel yol önerilerinin kendi anlatımına ve söylemlerine dayandığı görülmüştür. Öğretmenin öğrencileri düşünme sürecine dâhil etmediği, öğretimleri dışında öğrenci hatalarında dahi fikirleri açıklamaya yönelik öneriler sunduğu, diğer bir ifade ile geleneksel yaklaşıma dayalı bir öğretimi benimsediği söylenebilir.

3.2. Öğretmenlerin Mesleki Gelişim Sürecindeki Öğretimleri

3.2.1. Birinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Bu bölümde birinci mesleki gelişim oturumunda planlanmış derslerin, Damla ve Emre Öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'na dayalı öğretimlerindeki pedagojik yollar sunulacaktır. Damla ve Emre Öğretmen'in ilk hafta pedagojik yolları 1) öğrenci düşüncesinin kullanımı, 2) temsillerin kullanımı ve 3) diğer yollar olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır.



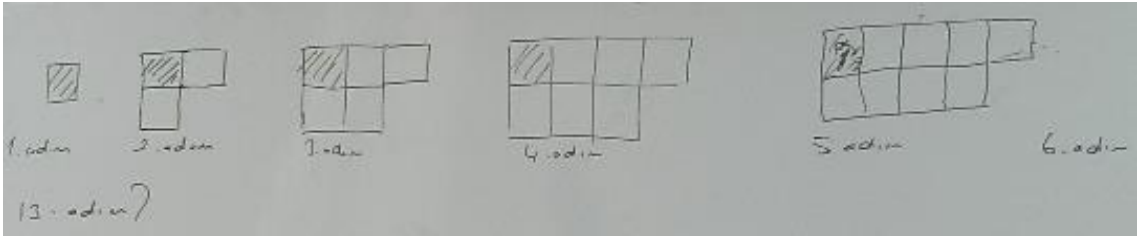
Şekil 3.4. Birinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Değişken kavramının öğretimine yönelik dersler öğrenci düşüncesi bağlamında incelendiğinde, Damla ve Emre Öğretmen'in her ikisinin de öğrenci düşüncesini analiz etme ve öğrencilerin düşüncelerine bağlı olarak dersini revize etme konularında, temsillerin kullanımı bağlamında ise temsiller arası ilişki kurmada eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Temsillerin kullanımı bağlamında ayrıca Damla Öğretmen'in sembolik temsili kullanmada eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Son olarak Damla Öğretmen diğer pedagojik yol olarak basit örnek kullanımını tercih ederken, her iki öğretmen de matematiksel fikirleri söyleme yolunu sıklıkla tercih etmişlerdir.

3.2.1.1. Damla Öğretmen

İlk olarak etkinliklerin başlangıç bölümlerinde Damla Öğretmen'in etkinliği tanıtmasının ardından öğrencilere çözümlerini gerçekleştirmeleri için süre tanıdığı gözlenmiştir. Ancak bu süreçte öğretmenin genellikle sınıf içindeki diğer işleriyle

meşgul olduğu ve öğrencilerin çalışmaları sırasında onları takip ederek öğrenciler hakkında bilgi toplamadığı ve yanıtlarını analiz etmediği görülmüştür. Öğrencilerin çözümlerini bitirmelerinin ardından sınıfta problemin çözümüne doğru yanıt vereceğini ya da çözümle ilgili bir fikrinin olduğunu düşündüğü bir öğrenciye söz hakkı vererek yanıtını sesli olarak ifade etmesini istemiştir. Öğretmen sınıf içinde öğrencilere yönelik deliller toplamamış bir başka durumda da, bir öğrenciden zil çaldığında aşağıdaki şekilde görülen örüntüye ilişkin tahtada var olan tabloyu doldurmasını istemiştir.



Görsel 3.3. Örüntü Problemine ait Şekil Temsili

Öğrenci teneffüs arasında tabloyu kendi bulduğu ilişki doğrultusunda doldurmuş, öğretmen de bu süreçte öğrencinin düşüncesine yönelik delil toplamadığı yani öğrenciyi takip etmediği için ders başladığında öğrencinin yanıtı öğretmenin beklemediği bir durum oluşturmuştur.

Adım S	Kare S	
1	1	1+2.0
2	3	1+2.1
3	5	1+2.2
4	7	1+2.3
5	9	1+2.4
13	25	1+2.12

Görsel 3.4. Öğrencinin Ders Arasında Doldurmuş Olduğu Tablo

Öğretmen: Türkan yaptığını açıkla bakalım.

Öğrenci: Birinci adımda bir kare var hocam ikinci adımda 2 artmış hocam buradan, adımın bir eksiğiyle çarpıyoruz.

Öğretmen: Adımın bir eksiyle mi çarpıyoruz?

Öğrenci: İki ile çarpıyoruz adımın bir eksiği işte (öğretmen öğrencinin yolunu düşündü)

Öğretmen: Anlamadım nasıl oldu bir daha anlat.

Öğrenci: Burada iki eklenmiş hocam üstüne birinci adımda bir, ikinci adımda üç, üçüncü adımda iki eklenmiş beş, iki artarak gitmiş burada. Burada hocam hiç eklenmemiş üstüne o yüzden ikiyi sıfırla çarptım bir ekledim. Burada hocam bir tane iki eklenmiş iki ile biri çarptım bir ekledim, adımın bir eksiğini 2 ile çarptım bir ekledim.

Bu durumda öğretmen öğrenciden genel kuralı yazmasını istemiş, öğrenci süreçte sadece sayılar üzerinde deneme yaparak bir yol keşfettiği için kuralı yazamamış ve öğretmenin açıklamalarıyla öğrencinin bu yoluna ait genel kural yazılmıştır. Öğretmen süreçte öğrenci düşüncesini analiz etmediğinden diğer bir deyişle öğrencinin düşüncesine hâkim olmadığından dolayı, öğrencinin ortaya çıkarmış olduğu farklı yolun da ders ile ilişkisini kurmamıştır. Etkinliğin sonuna gelindiğinde ise bulunan yolun karmaşık olduğunu ifade etmiş ve öğrencinin bulmuş olduğu düşünceyi gözden düşürmüştür. Nitekim Damla Öğretmen sonradan yapılan değerlendirme toplantısında bu yanıt karşısındaki durumu “Şaşırdım ben bunu nasıl yazdı diye. Bir yandan da sana bakıyorum ben orda. Yazamamıştı zaten bunun cebirsel ifadesini.” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen öğrencinin yanıtını beklemediği ve süreç içerisinde anlayamadığından kaynaklı olarak analiz etmediği için ders sırasında bir şaşkınlık yaşadığını ifade etmiştir. Bu beklenmeyen olay öğretmenin öğrenciyi sürece dâhil etmesini ve bu yanıtı ders ile ilişkilendirmesini engelleyen bir durum olarak görülebilir.

Benzer şekilde Damla Öğretmen beklenmeyen durumlarda ortaya çıkmış hatalı durumları da göz ardı ettiği ve herhangi bir analizde bulunmadığı görülmüştür. Öğretmen öğrencilerden aşağıdaki örüntü için bulmuş oldukları kuralı şekil üzerinde açıklamalarını istemiş ancak bu süreçte bir öğrencinin söylemiş

olduğu hatalı yanıtı fark etmeyerek problemin çözüm adımlarını izlemeye devam etmiştir.



Şekil 3.5. *Örüntü Problemine ait Şekil Temsili*

Öğretmen: Tamam güzel söylüyorsunuz ama şekil üzerinde nasıl anladın sen bunun böyle olacağını?

Öğrenci: Birinci adımda.

Öğretmen: Birinci adımda nasıl anladın sen bunun böyle olacağını?

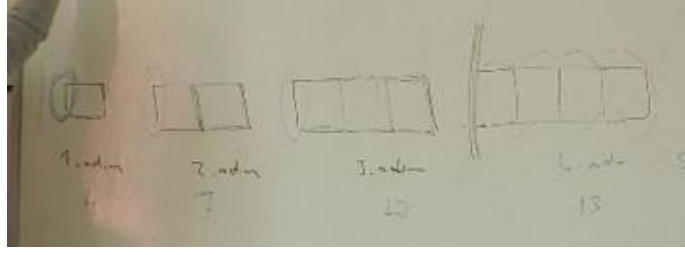
Öğrenci: Üstte bir, altta iki tane top var. Birinci adımda üç tane varsa, ikinci adımda beş tane varsa buradan anladım ikişer artıyor.

Öğrenci: Şimdi bir artı iki çarpı bir ($1+2.1$) dedik ya. Birinci adım da bir yazıyoruz, artı iki çarpı bir ($1+2.1$) gidiyoruz. Bu üstteki bir ($1+2.1$ ifadesindeki 2 çarpanının yanında olan biri işaret ederek şeklin üst katındaki topu işaret etti).

Öğretmen: Tamam devam et o zaman, tabloyu doldur.

Bulunan kuralda ($1+2.1$), “bir artı” ifadesi şekil üzerinde sabit tutulan bir topa, iki çarpanının yanındaki bir sayısı ise adım sayısına karşılık gelmektedir. Öğrenci ise “bir artı” ifadesini adım sayısı olarak ifade etmiştir. Öğrencinin kuralın şekil ile ilişkisine getirmiş olduğu açıklama hatalı olmasına karşın öğretmen sanki öğrenci doğru bir yanıt vermiş gibi problemin çözüm adımlarına devam etmiştir. Diğer bir ifadeyle öğrencinin hatalı yanıtını analiz ederek hatanın kaynağını tespit etmemiş ve öğrencilerin doğru ilişkiye ulaşmasını sağlamamıştır.

Damla Öğretmen’in öğrencilerin hata yapmış olduğu durumlarda düşünceyi göz ardı etme ve hatalı durumu söyleme yolunu da kullandığı görülmüştür. Örneğin aşağıdaki şekilde yer alan örüntü probleminin ikinci ve onuncu adımlarındaki kürdan sayısını bulurken iki öğrenci yanlış iki sonuç söylemiştir.



Görsel 3.5. *Damla Öğretmen'in Dersinde Kullanılan Kürdan Sayısı Problemi*

Öğretmen: Peki az önce ikinci adımda sekiz demiştin. Neden 8 dedin?

Öğrenci: Saydım

Öğretmen: Ama sekiz yanlış cevap. Bunlar birleşik olduğundan buraya bir tanecik kibrit çöpü geliyor o yüzden 7 olur.

Öğretmen ikinci adımdaki kürdan sayısını sekiz bulan öğrenciye önce nedenini sormuş ardından da yanıtının neden yanlış olduğunu söyleyerek dersine devam etmiştir. Ardından onuncu adıma gelindiğinde farklı bir öğrenci hatalı kat ilişkisi kullanmış ve yanlış sonuca ulaşmıştır.

Öğretmen: ... Acaba onuncu adımda kaç tane kürdan var?

Öğrenci: 32 olur mu?

Öğretmen: Nasıl 32 olacak?

Öğrenci: Beşinci adımda 16 kürdan var. İki ile çarptım 16'yı; 32.

Öğretmen: (Öğretmen iki saniye düşündü ve yüz ifadesiyle yanıtın yanlış olduğunu ima etmiştir) Başka bir önerisi olan var mı?

Öğretmen hatalı olan bu iki öğrenci yanıtını göz ardı etmiş ve farklı yanıtlar arayarak dersine devam etmiştir. Öğretmen hatalı sayma yapan ve hatalı kat ilişkisi kullanan öğrencilerin yapmış oldukları hataları göz ardı etmiş, öğrencilerin hatalarını kullanarak onları doğru düşünceye ulaştıracak bir pedagojik yol kullanmamıştır.

Damla Öğretmen'in problemlerin çözümü sürecinde ve sonucunda öğrencilerin anlamalarını değerlendirmek ve buna bağlı dersinde bir revizyon yapmak için bir yol kullanmadığı görülmüştür. Diğer bir ifadeyle problemlerin çözümünde öğrencilerin ilerleyişini takip etmediği ve öğrencilerin hiç bir düşüncesinin olmadığı ya da düşüncelerinin hatalı olduğu durumlarda hiç bir değişiklik olmadan sabit sırada çözüme ulaştığı görülmüştür. Örneğin, aşağıdaki örüntü probleminde öğretmen öğrencilerden dördüncü ve beşinci adımı çizmelerini

istemiş, sonrasında ise öğrencilere 30. adımda kaç top olduğunu sormuştur. Öğrencilerden biri 60 yanıtını vermiş ancak sonuca nasıl ulaştığına ilişkin bir açıklamada bulunmamıştır. Öğretmen sonrasında tablo yapmalarını söylemiş, beşinci adıma kadar olan sayılar yazılmış ve öğretmen tekrar 30. adımdaki top sayısını sormuştur. Beklendiği gibi öğrenciler yine doğru bir yanıt verememişler hatta az önceki 60 yanıtını tekrar vermişlerdir.

Öğretmen: Otuzuncu adımda kaç tane var?

Öğrenci: 60

Öğretmen: Neden 60?

Öğrenci: İki çarpı 30

Öğretmen: (Düşündü) Tabloyu kim dolduracak?

Öğrenci (Tahtadaki tabloyu doldurdu)

Öğretmen: Bana kim lazım? 30

...

Öğrenci: Sayarak yaparız.

Öğretmen: 30'a kadar sayacak mısınız? Benim bir kural bulmam lazım değil mi? Kolay yoldan yapabilmek için.

Öğrenci: İki artıyor ya ikiyle 30'u çarparım 60.

Öğretmen bu süreçte öğrencilerin şeklin yapısını inceleyip incelemediklerine ya da sayılar arasında bir ilişki kurup kurmamalarına dair hiç bir değerlendirme yapmamış, öğrencilerin çözümde nasıl ilerlediğini kontrol etmemiş ve sadece 30. adımdaki top sayısını bulabilmek için bir kural bulmaya odaklanmıştır. Bu yüzden öğrencileri düşünmeye sevk edecek uygun bir pedagojik yol da kullanmamıştır. Damla Öğretmen böyle durumlarda kendi açıklamalarına dayanarak dersi devam ettirmeyi tercih etmiştir. Öğrencilerin ortaya çıkan fikirleri (örneğin yukarıdaki diyalogda $2 \cdot 30 = 60$ çözümünün nasıl bir ilişkiden geldiğini) diğer öğrencilerin anlayıp anlamadığını ya da nasıl anladığını ortaya çıkaracak bir sorgulamaya gitmemiştir. Bu etkinliğin devamında öğretmen, öğrencileri şekil üzerinde sabit tutmaları gereken yeri söyleyerek sonuca ulaştırmış ancak etkinliğin sonunda yine bir değerlendirme yolu kullanmamıştır.

Damla Öğretmen'in temsillerin kullanımına yönelik tercih etmiş olduğu yollarda temsiller arası ilişki kurmada ve sembolik temsilin kullanımında

eksikliklerinin olduğu görülmüştür. İlk olarak Damla Öğretmen'in temsiller arası ilişki kurmada eksikliğini olduğu görülmüştür. Örneğin Görsel 3.6'da şekil temsili verilen örüntü probleminin çözümünün giriş bölümünde ortaya çıkmış iki farklı öğrenci düşüncesi öğretmen tarafından ertelenmiştir.

Öğrenci: Öğretmenim ben şöyle bir mantık yürüttüm birinci adımda altta iki üstte bir tane, ikinci adımda hocam altta üç üstte iki var hocam üsttekiler adımlara göre gidiyor hocam.

Öğretmen: Kimler adımlara göre gidiyor üsttekiler mi?

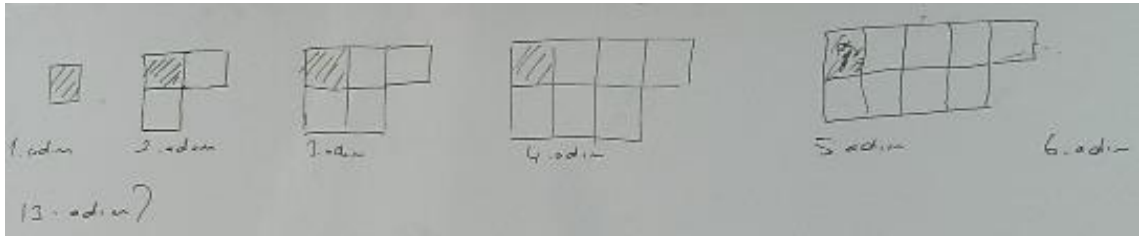
Öğrenci: Evet

...

Öğrenci: Öğretmenim söyleyeyim mi? Bir artı iki n.

Öğretmen: Dur tamam onu biraz sonra söyle.

Öğrenci ilk olarak şekil üzerinde sözel bir ilişki söylemiş ve bu ilişkisini de adım sayısı ile ilişkilendirmiştir. Öğretmen burada kendi istediği şekilde ilerlettiği ve cebirsel kuralını yazdırdığı etkinliğin sonunda öğrencinin şeklin yapısına ilişkin bulmuş olduğu yolu da cebirsel olarak ifade etmek istemiştir. Ancak öğrencilerin yanıtları arasında ya da bu yanıtların şekil ve tablo temsiliyle ilişkisini kurmalarını sağlayacak sorgulamayı gerçekleştirmediği için öğrencilerden yanıt alamamış, dolayısıyla öğrencilerin bulmuş olduğu yolun kuralını yazdırmaktan vazgeçmiştir. Temsiller arası ilişkilerin kurulmadığı bir başka durumda da öğretmen aşağıdaki etkinliğin adımları arasında ilişki kurulmasını sağlayacak bir öğretim gerçekleştirmemiştir.



Görsel 3.6. Damla Öğretmen'in Dersinde Kullanılan Örüntü Problemi

Örneğin dersin başlangıcında şekil örüntüsündeki şeklin yapısını açıklayan bir öğrenci yanıtı ortaya çıkmıştır.

Öğrenci: İki artıyor.

Öğretmen: Her bir adımda iki mi artmış?

Öğrenci: Hocam birinci adımda bir tane kare taranmış sadece. İkinci adımda iki boş yapmışlar üç olmuş.

Öğretmen: Başka şekilde düşünen var mı?

Öğrenci: Kaç adım varsa üsttekiler ona göre gidiyor. Mesela ikinci adımda orada iki tane kare var üstte hocam.

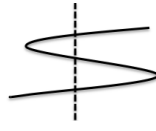
Öğretmen: Peki aşağılarda?

Öğrenci: Aşağılarda adımların bir eksigi.

Öğrenciler burada da şeklin yapısını inceleyerek, oluşumuna dair bir ilişki söylemişlerdir. Ancak oluşuma dair ortaya çıkan fikrin matematiksel olarak ifade edilmediği ve bu ilişki ile şeklin oluşumu arasında bir ilişki kurulmadığı için öğrenciler cebirsel kuralın yazımında zorluk yaşamışlardır. Öğretmen bu ilişkileri öğrencilerin anlamasından hareketle sorgulamalar aracılığıyla yapmak yerine kendi açıklamaları ile yaptığı ve süreçte öğrencileri zihinsel olarak işe koşmadığı için, öğrenciler devam eden etkinliklerde benzer zorlukları yaşamaya devam etmişlerdir.

Damla Öğretmen derslerinde ayrıca işlemleri açık şekilde göstermede eksiklikler yaşamıştır. Örüntü problemlerinin hiç birinde (ilk kürdan sayısı problemi dışında) öğrencilerin ifade ettikleri toplamsal ilişkiyi yazdırmamış ve öğrencilerden sayılar üzerindeki ilişkileri inceleyerek doğrudan çarpımsal ilişkiyi yazmalarını beklemiştir.

Bir tel parçası olarak iki boğumu olacak şekilde bükünüz.



Katlı halde duran teli şekildeki gibi bir kere kesiniz. Kaç parça teliniz olduğunu yazınız. Başka bir tel parçasını aynı şekilde iki boğumlu olacak şekilde büküp, iki farklı yerden kesiniz ve kaç parçanız olduğunu yazınız. Bu işlemi 3,4 ve 5 kesik olacak şekilde devam edip parça sayılarını kaydediniz.

- Her bir kesikte kaç parçanız olduğunu bir tablo yaparak gösteriniz.
- Verilerinizde bir örüntü fark ettiniz mi?
- Kesme sayısı ile tel parçası sayısı arasındaki ilişkiyi sözel olarak açıklayınız.
- İlişkiyi cebirsel olarak (sembolik olarak) ifade ediniz.
- 100 kesikten sonra elimizde kaç parça tel olacaktır?

Şekil 3.6. Tel Kesme Problemi

Örneğin, Şekil 3.7' deki örüntü probleminde toplamsal ilişkilerin yazımı açık şekilde gösterilmediği için, öğrenci sayılar üzerinde deneyerek bir kural bulmuştur.

Öğrenci: Öğretmenim birinci adım bir artı üç çarpı bir, ikinci adım bir artı üç çarpı iki.

Öğretmen: Yapar mısın tahtaya? Türkan nasıl fark ettin bunu?

Öğrenci: Hocam dört var dedim ve sonra bir artı üç çarpı bir. Yazayım mı? (Öğrenci aşağıdaki tabloyu doldurdu)

Kesik Sayısı	Parça sayısı
1	4 $1+3 \cdot 1$
2.	7 $1+3 \cdot 2$
3.	10 $1+3 \cdot 3$
4.	13 $1+3 \cdot 4$
1.	

100. adım?
 $1+3 \cdot 100$
 $= 301$

$1+3 \cdot 1$

Görsel 3.7. Öğrencinin Doldurmuş Olduğu Tablo

Öğretmen hiç bir örüntü probleminde toplamsal ilişkileri açık şekilde ifade etmediği ve her problemde öğrencileri sayıları incelemeleri konusunda yönlendirdiği için, öğrenciler deneyerek kural bulma yoluna gitmişlerdir. Öğretmen bu süreçte sorgulama ile öğrencilerin matematiksel ilişkileri açık şekilde yazmalarını sağlamak yerine kendisi açıklamalar yaparak ya da öğrencilerin ezbere buldukları yolları kullanarak bir kural yazmaya çalışmıştır. Ancak öğrencilerin bu açıklamaları kavramsallaştıramadıkları ve matematiksel fikirler arasında kavramsal ilişki kuramadıkları, dersin ilerleyişinde kural oluştururken ezbere yollar izlemelerinden anlaşılabilir. Ancak öğretmen bu durumda da öğrenci yanıtının analizini yapıp dersin akışını değiştirme yoluna gitmemiştir.

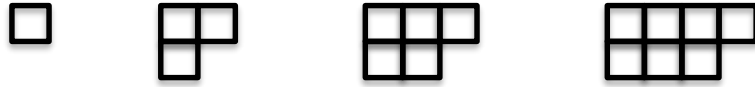
Son olarak matematiksel kavramların gösteriminde Damla Öğretmen basit örnekler kullanma ve matematiksel fikirleri söyleme yollarını tercih ettiği görülmüştür. İlk olarak öğretmenin öğrencilerin cebirsel ifadenin yazımında zorlandıkları noktalarda basit örnekleri tercih ettiği ve bu basit örneklerden hareketle cebirsel ifadenin yazımına gittiği görülmüştür. Örneğin öğrencilerin 'adım sayısının bir eksiğini' cebirsel olarak nasıl yazacaklarını bilemedikleri durumlarda 'beşin bir eksiği'nin matematiksel ifadesini sorduğu ve sonrasında cebirsel ifadenin yazımına tekrar döndüğü görülmüştür. Öğretmenin bu yolu öğrenci düşüncesini takip ettiği tek yol olarak sınıflandırılabilirken, öğrenci düşüncesini tamamen görmezden geldiği ve sıklıkla tercih ettiği yol da matematiksel fikirleri kendisinin açıklaması olarak ifade edilebilir. Öğretmen öğrencilerden yanıt alamadığı durumlarda, öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkileri görmelerini sağlamak için ya da hatalı yanıtlar verdiklerinde sıklıkla açıklamalar yapma yolunu tercih etmektedir. Örneğin her hafta iki birim uzayan bir tırtılın, herhangi bir haftadaki uzunluğunun hesaplanmasında kullanılacak bir kuralın bulunmasına yönelik olan problemde öğrencilerden biri tabloyu doldurmuş ancak ilişkiye dair bir fikirde bulunamamıştır. Daha sonra öğretmen kendisi açıklama yapmaya başlayarak, öğrencilere sayılar arasındaki ilişkileri söylemiştir.

Öğretmen: (Tablonun birinci adımını göstererek) ikisi arasında nasıl bir ilişki var? (öğrencilere tabloyu okuttu) ne olmuş?

Öğrenci: İki katı olmuş. Günler bir artı iki artı üç artı...

Öğretmen: Ama benim öyle bir kural bulmam lazım ki hepsi için geçerli olsun. Az önce iki katı şeklinde mi gidiyor dediniz. Kimin iki katı, adım sayısının. Birincinin iki katı, iki; ikincinin iki katı dört, dördün iki katı sekiz (diğer adımlar içinde öğrencilere tabloyu okuttu). Bana onuncu adımı sormuştu, 10'un iki katı 20. Yüzüncü adımı sormuştu 100'ün iki katı 200.

Öğretmen bir kural bulamayan öğrencilere yönelik olarak öncelikle sayılar arasındaki ilişkiyi açıklama yolunu daha sonra da x. adımda ilişkinin ne olduğunu öğrencilere söyletme yolunu kullanmayı tercih etmiştir. Buradaki durum ile öğretmenin açıklama yaptığı benzer durumlar incelendiğinde, öğretmenin öğrencilerin sadece belli adımları tekrar ederek ilerlemelerini sağlarken; zihinsel olarak aktif olmalarını ve ilişkileri kendilerinin yapılandırmasını sağlayacak bir öğretimi ortaya koymadığı görülmektedir. Nitekim haftalık ders planlaması yapılırken Şekil 3.7'deki örüntünün öğretiminin yapılmasına yönelik olan konuşmalarda öğretmen ilişkiyi söylemeyi önermiştir.



Şekil 3.7. Öğretim Etkinliğinin İçerdiği Şekil Örüntüsü

D:Şimdi burada [20. adım ile ilgili tablo üzerinde konuşuyor] yukarıda bir eksiği var, aşağıda 20 tane varsa, yukarıda 19 tane var. 100 tane varsa aşağıda, yukarıda 99 tane var, bence direkt söyleyelim birisini.

Planlama toplantısında öğretmenler örüntünün çözümüne yönelik farklı ilişkiler bulmaya çalışırlarken iki öğretmen iki farklı ilişki söylemiştir. Damla Öğretmen bulmuş olduğu ilişkiyi doğrudan öğrencilere söylemeyi önermiştir. Oysa Damla Öğretmen'in sınıfında onun planlamada bulduğu ilişkiyi öğrenciler bulmuş ancak kendisi tablo ve matematiksel ifadelerin yazımında öğrencilerin bu düşüncesini ilişkilendirme yoluna gitmemiştir. Öğretmenin öğrencilere ilişkileri doğrudan söyleme düşüncesinin onun öğretime etki ettiği ve dolayısıyla gerekli ilişkileri öğrencilerin kurmasını sağlamak yerine kendisinin açıklamalara dayanan bir öğretime yöneldiği söylenebilir.

3.2.1.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolu

Damla Öğretmen'in bir haftalık süreçte etkinlikleri incelendiğinde öğretmenin her etkinlikte benzer bir yolunun olduğu ancak bu yola genel olarak öğrencileri dâhil etmediği söylenebilir. Damla Öğretmen'in izlemiş olduğu yolları aşağıdaki Şekil 3.8 ile özetlenebilir.



Şekil 3.8. Damla Öğretmen'in Birinci Hafta Öğretim Yolları

Öğretmen etkinlikler boyunca benzer bir yol takip etmiştir. Etkinliğin başında yakın olan (4. ve 5. adım gibi) adımları çizdirerek, şekil üzerinde sözel bir ilişki ifade etmelerini sağlamıştır. Her etkinlikte en az bir öğrenci düşüncesi ortaya çıkmasına karşın öğretmen bu düşüncelerden hareketle değil kendi planlamış olduğu yol doğrultusunda hareket etmiştir. Ya öğrencilere yönlendirme soruları sorarak zihninde varolan ilişkiyi de görmelerini sağlamış ya da kendisi açıklamalar yaparak ilişkiyi ortaya koymuştur. İlişkinin ortaya koyulmasının ardından tablo oluşturmuş ancak tablonun içeriğindeki sayıları, ortaya çıkan ilişkileri kullanarak ifade etmemiştir. Tabloda sadece sayılara odaklanarak bir çarpımsal ilişki bulma yoluna gitmiş, sonrasında da çarpımsal ilişkide sabit ve değişen yapısına odaklanarak cebirsel ifadeyi yazdırmıştır. Öğretmenin takip ettiği yola genel bir bakış açısıyla bakıldığında tablo temsilinin sadece kullanılması gerektiği için kullanıldığı söylenebilir. Çünkü başlangıçta öğrencilerin ortaya koymuş olduğu ilişkiden tablo kullanılmadan da cebirsel ifadeye geçiş sağlanabilir. Öğretmenin yolu bu anlamda bir sonuca ulaşıp, sonuçtan tekrar en başa dönüp sonra tekrar sonuca gitmek gibi görünmektedir. Damla Öğretmen'in yollarına ek olarak edindiği öğrenci fikirleri karşısında ise öğrencileri yeniden düşünmeye sevk edecek yollar kullanmamış, dersi öğrencilerin düşüncelerine göre adapte etmek konusunda başarılı olamamış ve genellikle kendi zihninde belirlemiş olduğu yolları takip etmeyi tercih etmiştir.

Bu durum dersin ilerleyişinin birbirinden ve öğrenci düşüncesinden kopuk gitmesine neden olmuştur.

3.2.1.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in öğretim süreci öğrenci düşüncesi açısından incelendiğinde, öğrenci düşüncesini analiz etme ve öğrencilerin düşüncelerine bağlı olarak dersini revize etme konularında eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

İlk olarak Emre Öğretmen her etkinliği öğrencilerine tanıtmış, onlara çözümü gerçekleştirmeleri için yeterli süre vermiş ve bu süreçte de öğrencilerin defterlerini kontrol ederek öğrenci bilgisiyle ilgili deliller toplamıştır. Öğrencilerin çözümlerini bitirmelerinin ardından yanıtı olan her bir öğrenciye sonuçlarını söyletmiştir. Bu sonuçların ifade edilmesi sırasında eğer öğrencilerin ifadelerinde hatalar var ise bunları tespit etmiş, öğrencinin hatasını anlamadığı durumlarda sorular sorarak hatanın nedenini anlamaya çalışmıştır. Diğer bir ifade ile Emre Öğretmen öğrenci hatalarını analiz etmiş, öğrencinin ne yaptığını anlamaya çalışmış ancak hata karşısında öğrenciye doğru fikirleri söyleyerek karşılık vermiştir. Örneğin, Şekil 3.9'da görülen tırtıl probleminin çözümünde öğrenci ilişki yazımında hata yapmış ve öğretmen hatanın ne olduğunu anlamayınca öğrencinin yanıtını tahtaya yazarak ilişkinin bileşenlerine yönelik sorular sormuştur.

1. gün ☺○

2. gün ☺○○○

3. gün ☺○○○○○

Bir tırtıl yukarıda var olan şemaya göre büyümektedir. Bu tırtıl büyüme devam ederse 4. gün, 5. gün, 6. gün, 10. gün, 100. gün ve x. gün uzunluğu ne kadar olur? (uzunluğunu gövdesindeki yuvarlakları sayarak bulunuz)

Şekil 3.9. Tırtıl Problemi

Öğretmen: Şimdi buradaki ilişkiye bakmamız lazım. Adım sayısına bakarak uzunluğu nasıl değişmiş acaba?

Öğrenci: Bir artı iki eksi bir.

Öğretmen: (biraz düşündükten sonra) İkincisini yap.

Öğrenci: İki artı iki eksi bir.

...

Öğretmen: (Düşündü ve öğrencinin söylediklerini tahtaya yazmaya karar verdi) Birincisini söyle.

Öğrenci: Bir artı iki eksi bir.

Öğretmen: İkincisi?

Öğrenci: İki artı üç eksi bir.

Öğretmen: Şimdi bu birler ikiler nerden geliyor?

Öğrenci: Öğretmenim en baştaki bir ve ikiler gün sayısını belirtiyor.

Öğretmen: Şu gün sayısı yani adım sayısı. Şu ne? (İki ve üçü göstererek) ya da şu ne? (Sondaki eksi birleri göstererek). Niye bu birleri çıkarttın?

Öğrenci: Düşünüyorum... Yanıt vermedi.

Öğretmen öğrencilerin fikirlerini dinlerken sonucun doğru olup olmadığına karar verememiş, bu yüzden yanıtı tahtaya yazarak bileşenlerin neler olduğunu anlamaya çalışmıştır. Bu durum öğretmenin hatalı yanıtı analiz ettiğinin bir göstergesidir. Öğretmen bu sorgulamanın ardından öğrenciye işlemlerin doğru sonuç verebileceğini ancak yazılan ilişkinin farklı şekilde yazılması gerektiğini açıklayarak doğru ilişkiyi kendisi yazmıştır. Bu durumun öğrencinin düşünme sürecinin öğretmen tarafından kesintiye uğratılması olarak değerlendirilebilir. Öğretmenin bu süreçte öğrenci düşüncesini anlayamadığı söylenebilir. Oysaki öğretmen düşüncesini düzeltmesini sağlamak için öğrenciye sorular sorarak dersini devam ettirebilirdi.

Emre Öğretmen öğrencilerin hatalı yanıtlarını analiz etmesine karşın öğretiminde ortaya çıkan çarpıcı bir öğrenci düşüncesini analiz etmede ve ders ile ilişkilendirmede eksiklik yaşamıştır. Örneğin tel kesme olarak adlandırılan Şekil 3.6'daki tel kesme probleminde öğretmen her bir adımdaki parça sayısını belirlemek için bir öğrenciyi tahtaya çıkarmış ve tablo oluşturmasını istemiştir. Öğrenci üçüncü adıma kadar tabloyu doldurduktan sonra sınıftaki bazı öğrenciler anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen burada öğrencilerin neyi anlamadıklarına yönelik (parça sayısını saymayı mı tellerin kesilme yolunu mu? vb.) bir sorgulama gerçekleştirmeden öğrencilere doğrudan bir açıklama yapma yolunu

tercih etmiştir. Benzer şekilde aynı problem çözümünün devamında yine öğrenci fikirleri ortaya çıkmış ancak öğretmen bu fikirleri yine analiz etmeksizin derse devam etmeyi tercih etmiştir.

Öğretmen: Evet tamam. Gelelim ilişkiye. İlişkiyi kim yapacak. Bakın ne oldu? Birinci adımda dört parça, ikinci adımda yedi, üçüncü adımda on, dördüncü adımda on üç. Herkes düşünüyor şimdi. Acaba 100. adımda kaç parça olacak? Acaba x. adımda kural ne olması lazım? Bir ilişki bulmamız lazım. Sonra da kural.

Öğrenci: 300.

Öğretmen: 100. adımda 300 diyor arkadaşınız. Doğru diyenler?

Öğrenciler: Doğru.

Öğretmen: Yanlış diyenler?

(Öğrenci el kaldırdı.)

Öğretmen: Niye yanlış Emre?

Öğrenci: Hocam zaten şurada (birinci adımı kastediyor) dört, baktığımız zaman öğretmenim, 100 tane çizgi çekersek sadece şuradaki (kesiklerin arasındaki üç katı kastediyor) üçleri saymış oluruz öğretmenim. Hepsini sayarsak 300 etti ama yanları da var (4 tane), o yüzden 304.

Öğretmen: Şimdi tamam da. Adım sayısı ile parça sayısı arasındaki ilişkiye bir bakın arkadaşlar.

Öğrenci arkadaşının hatasının nedenini açıklarken hem şekil üzerindeki oluşuma odaklanmış hem de bunun matematiksel olarak ifade edilmiş yolunu açıklamıştır. Sonucu hatalı ancak düşünme yolu doğru olan öğrencinin söylemiş olduğu nedenden hareket ederek öğrencilerin anlayışları geliştirebilir; dersin ilerleyişini bu yolu kullanarak sağlayabilirdi. Ancak öğretmen öğrencinin söylemiş olduğu sonucun hatalı olmasına odaklanıp analiz etmemiş ve tablodaki sayılara odaklanmalarını söylemiştir. Öğretmen değerlendirme toplantısında öğrencinin düşüncesini analiz etmeme durumunun ele alındığı video izlenirken öğrenciye olan ön yargısını ifade etmiştir.

E: Ben de anlamıyorum çocuğun dediğini. Yani çocuk bir şeyler anlatıyor da yani yanlış diyor, bu çocuğu biliyorum

A: (şekil üzerinde öğrencinin yolu açıklandı) artışı doğru alıyor aslında.

E: hmmm (anladığını gösteren bir ifade)

A: Artışı alıyor. Nereler artıyor, neler sabit şekil üzerinde sorgulanabilirdi. Yani aslında bu çocuk doğruya gidecek, farkında. Yani diyor ki her kesik attığımızda üçer artıyor diyor. 100. adıma geldiğimiz zaman 300 var, 300 arttı diyor. Ama o başlangıçta bir tane sabitemiz var ya.

E: ... Onu saymıyor.

A: Onun kaç tane olduğuna karar veremiyor

D: hmmm (anladı).

E:Hı hı. (kabul etti)

Öğretmen öğrencinin yanlış söyleyeceğini bildiği için onun düşüncesini incelemeyeceğini ifade etmiş, araştırmacının düşüncüyü analiz ederek öğrencinin eksikliğini ifade ettiğinde ise düşüncenin doğruluğunu kabul etmiştir. Öğretmenin öğrenci düşüncelerini analiz etmediği bir diğer örnekte de öğrencilerin söylemiş olduğu ilişkiyi analiz etmeden hareket etmiş ve sonuçta hatalı bir toplamsal ilişki oluşturmuştur. Karelerden oluşan etkinlikte öğrenciler şeklin ilişkisini 'adım sayısının iki katı' olarak belirlemiş ve toplamsal ilişkiyi de $1+1$, $2+2$, $3+3$ şeklinde ifade etmişlerdir. Oysa şeklin yapısı incelendiğinde toplamsal ilişkinin 2 , $2+2$, $2+2+2...$ şeklinde olması beklenmekteydi. Öğretmen bu etkinlikte de öğrenci düşüncesini analiz etmeden kullanmayı tercih etmiş ve sonuç olarak hatalı bir toplamsal ilişki oluşturmuştur. Aslında öğretmenin buradaki hatası temsiller arasında ilişki kurmasındaki eksiklikten kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim şekil üzerinde bir ilişki bulunarak, bu ilişkiler sayısal olarak ifade edilmiş olsaydı, benzer hatanın oluşması durumu engellenebilirdi. Değerlendirme toplantısında öğretmene yapmış olduğu bu ders bölümü iletilmiş ve araştırmacı tarafından ilişkinin nasıl olması gerektiği açıklanmıştır. Emre ve Damla Öğretmen başlangıçta yapılan hatayı tespit edememiş ancak açıklamanın ardından doğru ilişkinin nasıl olması gerektiğini anlamış ve kabul etmişlerdir. Öğretmenlerin bir videoda var olan bir hatayı tespit edememeleri durumundan hareketle, derste de aynı hatayı görmemeleri doğal bir sonuç olarak ifade edilebilir. Nitekim ders içinde öğretim sırasında bir hatanın tespit edilmesi, videoda bir durumun izlenmesi sırasında bir hatanın tespit edilmesine nispeten daha zor bir durum olduğu kabul edilebilir. Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesini analiz etmede eksiklik yaşadığı bir başka durumda ise öğrencinin düşüncesini gözden düşürme yoluna gittiği görülmüştür. Bir öğrenci bir örüntü

probleminde ilişkiyi 'dört artı adım sayısının bir eksiğiyle üçü çarpalım' şeklinde açıklamıştır. Öğretmen bu yolun doğru olduğunu ancak karmaşık olduğunu belirtip, öğrencilerden farklı bir yol bulmalarını beklemiştir. Sonrasında öğrenciler ilişkinin 'adım sayısını 3 ile çarpıp 1 ekleme' yolunu ifade etmişler, öğretmende bu yolu kullanarak etkinliği sonlandırmıştır. Öğrencinin düşüncesini karmaşık olarak açıklaması öğrencinin düşünmesini engelleyen bir durum olarak görülebilir. Ayrıca bu yolu gözden düşürdüğü için iki farklı düşünce arasında da bir ilişki kurmamış ve ortaya çıkan bir düşünceyi ders ile ilişkilendirmediği eksiklik yaşamıştır.

Öğrenci düşüncesine yönelik olarak öğretmenin öğretimlerinde ortaya çıkan bir diğer durum ise öğrencilerin düşüncelerine bağlı dersini revize etmedeki eksikliğidir. Öğretmen problemlerin çözümü sürecinde öğrencilerin ilerleyişini değerlendirmedeği bu yüzden problem çözümlerinin sonucunda öğrencilerin zorluklar yaşadığı görülmüştür. Örneğin kuralı cebirsel olarak ifade edilmiş bir problemde öğretmen 12. adımın hesaplanmasını istemiş ancak öğrenciler farklı farklı hatalar yapmışlardır. Problemin çözümünün sonucunda bu tür hataların ortaya çıkması öğretmenin öğrencilerin ilerleyişini takip etmemesinden ve süreç değerlendirme yaparak tüm öğrencileri düşünme sürecine dâhil etmemesinden kaynaklı olduğu söylenebilir. Diğer bir ifadeyle problemin sonucuna ulaşıldığında tüm öğrencilerin aynı şekilde anladığı varsayımından hareket etmesi ve tekrar değerlendirme yapmaması olarak görülebilir. Bu durumun bir diğer ispatı ise problem çözümlerinin sonunda ya da anlaşılmayan bir noktaya açıklama getirmenin sonucunda sadece 'anlaşıldı mı? ya da anlaşılmayan bir nokta var mı?' gibi soruları tercih etmesi ancak öğrenciyi değerlendirecek farklı bir soru üretmemesi olarak görülebilir.

Temsillerin kullanımına yönelik Emre Öğretmen'in dersinde çıkan durum ise temsiller arasında ilişki kurmada eksiklik olarak görülmüştür. Emre Öğretmen'in ilişkileri kurmamasındaki eksikliğe kürdan sayısı probleminde ortaya çıkan iki farklı öğrenci düşüncesinden sadece bir tanesiyle derse devam etmesi örnek olarak gösterilebilir. Öğretmen 10. adımda var olan kürdan sayısını sorduğunda öğrenciler iki farklı hesaplama yolu ortaya koymuşlardır (1. Dokuz kere üçer artıyor birde baştaki dördü ekleyince 31 ediyor, 2. Beşinci adımda 16 tane kürdan varsa onuncu adımda 32 tane olur ama bir tane birleşme noktası çıkarılır 31 kalır). Öğretmen

sonrasında bir tablo oluşturmuş; ilk öğrencinin oluşturmuş olduğu sözel durumu toplamsal ve çarpımsal olarak ifade etmiştir. Öğretmen ortaya çıkan iki farklı öğrenci hesaplama yolunu ilişkilendirmemiş ve cebirsel olarak her iki yolunda aynı sonucu verdiği dair bir ilişki kurmamıştır. Emre Öğretmen sadece bu etkinlikte değil, diğer etkinliklerde de ortaya farklı sözel durumlar çıksa dahi tek bir öğrencinin çözüm yolunu cebirsel olarak ifade etmiştir ve diğeriyle bir ilişki kurmamıştır. Dolayısıyla öğrencilerin kendi çözüm yolları arasında ilişki kurmalarını sağlayacak bir öğretim gerçekleştirilmemiştir.

Öte yandan Emre Öğretmen'in dersleri boyunca öğrencilerin temsiller arasında da ilişki kurmalarını sağlayacak sorgulamayı gerçekleştirmediği, şekil üzerinde var olan ilişkileri açıklasa dahi tablo üzerinde sadece sayılar arasındaki ilişkilere odaklandığı görülmüştür. Öğretmen başlangıçta şekil üzerine odaklanıp öğrencilerin bir kısa yol bulmasını sağlasa bile sonrasında tablodaki sayıların şekil ile ilişkilendirilmesini sağlayacak sorgulamayı kullanmadan kendisi açıklamış ya da hiç açıklamadan sadece sayılar üzerindeki ilişkilere odaklanmıştır. Örneğin top sayılarının bulunması için kural oluşturulmasına yönelik problemde, öğretmen öğrencilerden tabloda yazılan ilk beş adım için top sayıları ile adım sayıları arasında nasıl bir ilişki olduğunu sormuştur. Bu sorusuyla öğrencilerin şekilden uzaklaşarak bulacakları toplamsal ve çarpımsal ilişkilerde sadece sayılara odaklanmalarına neden olmuştur. Nitekim etkinliğin devamında şekil üzerine hiç dönmemiş tablo üzerindeki sayılardan devam ederek cebirsel ifade yazımına ulaşmıştır.

Son olarak, Emre Öğretmen'in derslerinde tercih ettiği ve ağırlıklı olarak kullandığı pedagojik yol ise matematiksel fikirleri söylemedir. Öğretmen fikirleri sorgulamalar aracılığıyla öğrencilerin yapılandırmasını sağlamak yerine genel anlamda kendisi açıklamalar yaparak dersi ilerletmeyi tercih etmiştir. Örneğin "Ayberk bir bisiklet almak istemektedir. Babası da bisiklet almasına destek olmak için Ayberk'e her hafta 4 lira vermektedir. Ayberk'te bütün parasını kumbarasına atarak babasının verdiği tüm parayı biriktirmektedir. Ayberk'in 2,3,4 ve 5. hafta sonra kaç lirası olur? Ayberk 20 hafta sonra kaç lira biriktirir? 'h' hafta sonun Ayberk'in ne kadar parası olur?" şeklindeki para biriktirme sorusunda öğrencilerin çözümlerini analiz ederken toplamsal ilişkiyi yazma konusunda öğrencilerin zorluk yaşadığını tespit etmiş ve aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

Öğretmen: Arkadaşlar kuralı buluyorsunuz. İlişkide problem var herhalde. Kural ilişkinin kısa yazımı. Adım sayısı ile biriktirdiği para arasında bir ilişki olması lazım. (Öğretmen tahtaya tabloyu çizdi)

...

Öğrenci: Öğretmenim bir artı dört artı bir eksiği.

Öğretmen: Niye bir eksiği? ... Bak şimdi. Bir hafta sonra bu adamın ne kadar parası olacak? (Öğretmen dördüncü adıma kadar tabloyu doldurdu). Bakın arkadaşlar. Çok basit. Şimdi birinci hafta dört lira var değil mi kumbarada? İkinci hafta bunun üstüne ne kadar ekliyor? Üç hafta sonra dört lira daha ekliyor. Bu eklemek toplamak değil mi?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: O zaman birinci hafta dört ise ikinci hafta dördün üzerine dört eklemek gelmiyor mu aklınıza?

Öğrenci: Dört artı dört.

Öğretmen toplamsal ilişkiyi yazmakta zorlanan öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için sorgulamayı ya da farklı bir stratejiyi kullanmak yerine, onlara açıklama yaparak nasıl yazacaklarını söylemiştir. Öğretmen açıklamasında para eklemenin toplamak olduğunu vurgulamış ve her bir haftada bir öncekinin üzerine dört ekleneceğini yani dört toplayarak gidileceğini ifade etmiştir. Öğretmenin doğru yanıtı öğrencilere doğrudan söylemesinin bir nedeni öğretmenin öğretime yönelik sahip olduğu inanç olarak görülebilir. Nitekim öğretmen planlama toplantısında ilişkileri doğrudan söylemeyi önermiş ve nihai amacının da öğrencilere ilişkileri öğretmek olduğunu ifade etmiştir.

Emre: Adım sayısının bir eksiği ile topluyoruz. Ya ben bunu anlatırım ama anlamazlar. Burada adım sayısının bir eksiği, burada adım sayısı kadar var, bunları topluyoruz... Doğrudan anlatalım öyle... Amacımız öğretmek değil mi?

Öğretmen öğrencilere ilişkileri doğrudan anlatabileceğini çünkü öğrencilerin bu zor olan ilişkiyi anlayamayacaklarını belirtmiştir. Bu ifadelerinden Emre Öğretmen'in öğrencilerin pasif alıcı konumda öğrendiklerini düşündüğü ve bu yüzden de açıklamalara dayalı bir öğretim gerçekleştirdiği söylenebilir.

3.2.1.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları:

Emre Öğretmen'in bir haftalık süreçteki etkinlikleri incelendiğinde öğretmenin örüntü problemlerinin çözümünde ve değişken kavramının kullanımında Şekil 3.10'daki gibi bir yol takip ettiği görülmüştür.



Şekil 3.10. Emre Öğretmen'in Birinci Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen bir hafta boyunca örüntü problemlerinin uygulamasında genellikle benzer bir yol takip etmiştir. Hatta öğretmen zaman zaman problemlerin sonunda öğrencilere takip ettiği yolu aşağıdaki şekilde özetlemiştir:

Öğretmen: Burada örüntüde gün sayısı ile uzunluğu arasında bir ilişki kuruyorum. İlişkiyi kurduktan sonra bunu kısa yoldan yazmak için ne yapıyorum. Artı, toplama yapıyorum ya bunu, ondan sonra bunu çarpmaya dönüştürüyorum. Çünkü bunu 2 ile çarpmam lazım. O zaman 2 ile çarparsam ne oluyormuş. Bunun uzunluğunu veriyormuş.

İfadelerinden anlaşılacağı üzere öncelikle bir ilişki kurarak, ilişkiden elde ettiği verileri tablo halinde sunmaktadır. Sonrasında bulmuş olduğu ilişkiyi toplamsal olarak, ardından da çarpımsal olarak ifade etmektedir. Öğretmen son adımda ise çarpımsal ilişkide var olan sabit ve değişen sayılara dikkat çekerek cebirsel ifadeyi yazmaktadır. Örneğin Emre Öğretmen'in derslerde kullandığı tablo aşağıda görülmektedir.

Tablo 3.1. *Emre Öğretmen'in Değişken Kavramına Yönelik Derslerinde Kullandığı Tablo Örneği*

Adım sayısı	Kare sayısı	İlişki	Kural
1	1	$(1+1)-1$	2.1-1
2	3	$(2+2)-1$	2.2-1
3	5	$(3+3)-1$	2.3-1
4	7	$(4+4)-1$	
...	
n		$(n+n)-1$	2n-1

Öğretmen her tablosunu dört sütunlu olarak oluşturmuş, ilk iki sütunda problemdeki verileri kullanmış, diğer ikisini ise ilişki ve kural olarak adlandırmıştır. İlişki sütununu toplamsal ilişkileri, kural sütununu ise çarpımsal ilişkileri yazmak için kullanmıştır. Diğer bir ifadeyle, Emre Öğretmen derslerde matematiksel işlemleri doğru ve açık şekilde göstermiştir.

Emre öğretmen ders süresinde ilişkileri mümkün olduğunca öğrencilerin söylediklerinden seçerek yazmıştır. Ancak süreç içerisinde çıkan farklı çözümlerden yalnızca en kolay ifade edilebilen birini kullanmış ve diğerlerini sadece doğru şekilde onaylayarak geçmiştir. Öğretmen dersini öğrencilerin ortaya koymuş olduğu düşüncelerden hareket ederek düzenlese de süreç içerisinde zihinsel olarak daha yavaş ilerleyen öğrencileri takip etmemiş ya da seçilen yolun diğer tüm öğrenciler tarafından anlaşılmasını beklemiştir. Ancak anlaşılıp anlaşılmadığına yönelik bir değerlendirme yapmamış ya da süreç sonunda hala var olan farklı düşünme tarzlarını onaylamamış ve bu öğrencilere bulunan yolun kullanılmasını önermiştir.

3.2.2. İkinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

İkinci hafta mesleki gelişim oturumunda planlanmış derslerin, Damla ve Emre Öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'nin uygulanmalarındaki pedagojik yolları *öğrenci düşüncesi* ve *diğer yollar* olmak üzere iki başlık altında ele alınmıştır.



Şekil 3.11. İkinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

İkinci hafta öğretimlerinde Damla ve Emre Öğretmen'in her ikisinin de öğrenci düşüncesi bağlamında öğrenci düşüncesini analiz ettikleri ancak bu doğrultuda derslerini revize etme konusunda eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Damla Öğretmen'in ayrıca farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirmede eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Son olarak her iki öğretmen de matematiksel fikirleri söyleme yolunu sıklıkla tercih etmişlerdir.

3.2.2.1. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak bir önceki haftadan farklı olarak öğrenci düşüncesini analiz ettiği ancak farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirmede ve öğrencilerin düşüncesine bağlı dersini revize etme konusunda eksikliklerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenci düşüncesini analiz etme durumu değerlendirme oturumunda üzerinde konuşulmuş ve planlanmış bir örüntü problemi bağlamında görülmüştür. Damla Öğretmen kule problemi olarak

adlandırılmış bir örüntü probleminin çözümünde ortaya çıkan bir öğrenci düşüncesini aşağıdaki şekilde analiz etmiştir.

Öğrenci: Hocam ben $2+2.2$ diye buldum, 6 çıkıyor cevabı.

Öğretmen: 2. Adımı dene bakalım?

Öğrenci: İki artı iki çarpı dört (öğretmen tahtaya $2+2.4$ yazdı, düşündü)

Öğretmen: Sonraki adımı söyle

Öğrenci: İki artı iki çarpı altı (öğretmen $2+2.6$ yazdı).

Öğretmen: Peki bunu nasıl düşündün sen? Nerden buldun bunu? Neye göre, bunun bir açıklaması olmalı? Neden iki ile çarptın? Birincisi nasıl oldu peki, senin dediğine göre?

Öğrenci: Hocam birin iki katı.

Öğretmen: Niye işte sen onların neden iki katını aldın ki? Şimdi senin dediğine göre bu birinci adım oluyor. Ama iki katı, bu ikinci adım oluyor, iki katı dört. Neden böyle bir şey yaptın?

Öğrenci: Hocam altta ve üstte ikişer saymış, ön ile arkayı iki saymış, yanları iki saymış, öyle bulmuş.

Öğretmen: ... Öyle düşündüm diyorsun (Öğrencinin söylediğini yeniden ifade etti) Birleşik düşündüm diyorsun yani.

Öğretmen bu çözümde öncelikle öğrenciyi dinlemiş, çözüm yolunu düşünmüş, öğrencinin yapmış olduğu işlemlerin mantığını sorgulamış, ifadenin içinde bulunan işlemleri neden yaptığını sormuştur. Yapmış olduğu analiz sonucunda öğrencinin düşüncesinin nereden geldiğini anlamış ve bunu da ikinci bir yol olarak ifade etmiştir. Ancak bu öğrenci çözümünün diğer çözümle ilişkisini kurmamış ve cebirsel olarak ifade etmemiştir. Öğrenci düşüncesini analiz ettiği bir diğer durumda ise öğretmen çözüm sırasında öğrenci bilgisine yönelik delil toplarken birçok hata ile karşılaşmıştır. Öğrenciler 'bir sayının altı fazlasının yarısı' sözel durumunu Görsel 3.8'de de görüldüğü üzere $c + 6 + \frac{c}{2}, 6 + \frac{c}{2}, \frac{e+6}{2}, b + 6 \cdot \frac{b}{2}, f + \frac{6}{2}, e + 6 = \frac{6e}{2}$ şeklinde cebirsel olarak ifade etmişlerdir.

The image shows two columns of handwritten mathematical expressions on a chalkboard. The left column contains three expressions: $c + 6 + \frac{c}{2}$, $6 + \frac{c}{2}$, and $\frac{c+6}{2}$. The right column contains two expressions: $b + 6 \cdot \frac{b}{2}$ and $p + \left(\frac{6}{2}\right)^2$.

Görsel 3.8. Öğrencilerin Sözel Duruma Yazdıkları Hatalı Cebirsel İfadeler

Öğretmen hataların hepsini tahtaya yazmış ve öğrencilere ifadelere nasıl ulaştıklarını açıklamıştır.

Öğretmen: Şimdi şuna bakalım, bu ne oldu? (ilk ifadeyi göstererek)

Öğrenci: Bir sayı diyor, sayıyı bilmiyorum harf koydum, altı fazlası diyor.

Öğretmen: Tamam buraya kadar evet.

Öğrenci: Altı fazlasının yarısı diyor. O yüzden $c/2$ yazdım.

Her yanıt için öğrenciye yazım nedenini açıklamış, ardından da bir sayı seçerek basit bir örnek üzerinde yazımın nasıl olması gerektiğini açıklamıştır. Öğretmen birçok hata ile karşılaştığında öğrenci düşüncelerinin analiz edilmesi yolunu tercih etmiştir. Bu durum öğretmenin planlama oturumundan etkilenmesi olarak değerlendirilebileceği gibi, öğretmenin alışkanlıkları da bu durum üzerinde etkili olabilir. Değerlendirme toplantısında bu etkinlikteki $b+6\frac{b}{2}$ şeklinde yazılmış olan yanıt incelenirken öğretmen öğrencinin yanıtı karşısında ne yol izleyebileceğine karar veremediğini ifade etmiştir.

D: Araya hiç bir şey koymadı, bende hiç bir şey koymadığına göre arada çarpı var demek dedim herhalde. Açıklama yaptım ben ona. Ben zaten orada bir kalıyorum, değişik bir şey söyledi, nasıl açıklayacağız bunu.

Damla Öğretmen'e öğrencilerin hataları karşısında ne tür sorular sorulabileceğine yönelik öneriler verilirken öğretmen öğrencinin yanıtı karşısında şaşırıldığını ve nasıl bir açıklama yapacağını bilemediğini ve açıklama yaptığını ifade etmiştir. Öğretmenlerin beklemedikleri bir durum karşısında açıklama yapmaya

yönelmelerinin nedeni olarak, öğrencileri yeniden düşünmeye sevk edecek soru sorma becerilerinin yeterince gelişmemesi olarak görülebilir.

Diğer taraftan Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesine bağlı olarak dersini revize etmede eksiklik yaşadığı görülmüştür. Örneğin $2k+5$ cebirsel ifadesine uygun sözel durum yazarken öğrenciler aşağıdaki konuşmalarda geçen hatalı durumları söylemişlerdir.

Öğrenci: Ahmet'in belirli bir miktar portakalı var. Portakalının iki katının beş fazlasını yedi.

Öğretmen: Mehmet Ali olmayan portakalı nasıl yesin?

Öğrenci: İki katının beş fazlasını aldı desek olur mu?

Öğretmen: Ahmet'in belirli sayıda portakalı vardır. Tekrar manava gitti ve Ahmet portakal sayısının iki katından beş fazlası daha portakal aldı. Hı Ahmet'in kaç portakalı oldu? Oldu mu?

Öğrenci: Oldu.

Öğrenci: Hocam Berat'ın bir miktar bilyesi var. Özge'de ona iki katının beş fazlası bilye verirse kaç bilyesi olur?

Öğretmen: Yani Berat Ali'nin bilyesinin iki katının beş fazlası kadar daha ona verirse, kaç bilyesi olur mu diyorsun? Oldu mu?

Öğrenci: Oldu.

Öğrenciler süreç içerisinde benzer şekilde örnekler söylemişler ve aynı şekilde altı farklı hatalı sözel durum oluşturmuşlardır. Sonrasında öğretmen diğer probleme geçeceğim dediğinde bir öğrenci daha fikrini söylemek istemiştir. Öğrenci yine hatalı bir durum oluşturunca öğretmen onun durumunda hatanın ne olduğunu fark etmiştir. Öğretmen başlangıçta öğrencinin oluşturmuş olduğu durum üzerinde çok düşünmediğinden ve analiz etmediğinden hata olduğunu fark etmemiş, ancak bir öğrenci daha söylediğinde birden düşünmeye başlamış ve hatayı görmüştür. Hatasını fark edince araştırmacının yanına giderek durumların hatalı olup olmadığını sormuş ve ardından öğrencilere aşağıdaki açıklamaları yapmıştır:

Öğretmen: Mesela ne dediniz. İşte belirli bir miktar bilyesi var. Ayşe Özgeye kendi bilyelerinin iki katının beş fazlası kadar bilye veriyor. Özgenin kaç bilyesi olur? Şimdi bu şekilde sormayacağız bunu. Ayşe'nin belirli bir miktar bilyesi var. Özgenin bilyeleri de Ayşe'nin bilyelerinin iki katından beş fazla ise, Özgenin

acaba kaç bilyesi var. O ona vermeyecek, o zaman sonra birde eklemek oluyor demi? Sen diyorsun ki onun belli bir miktarı var, onun üzerine iki katının beş fazlası daha, farklı bir şey oldu bakın. Şu dediğim oldu mu bir bakın, Ayşe'nin belirli bir miktar parası var. Özge'nin parası da Ayşe'nin parasının iki katından beş fazladır. Buna göre Özgenin kaç lirası vardır? Veya bir annenin yaşı çocuğunun yaşının iki katından beş fazla ise, anne kaç yaşındadır? Oldu mu?

Öğretmen önce hatanın nedenini açıklamış ve ardından da farklı örnekler vermiştir. Ancak öğretmen açıklamasının ardından öğrencilerin açıklamaları anlayıp anlamadıklarını ya da nasıl anladıklarını gösteren bir sorgulama yapmamış, diğer bir ifadeyle öğrencilerin anlamalarını değerlendirmemiştir. Öğretmenin süreç içinde değerlendirme yapmadığı bir başka durumda da öğrenciler problemi yanlış anlayarak hatalı bir çözüm yolu geliştirmişlerdir. Öğretmen bir önceki durumdakine benzer şekilde açıklama yaparak problemin çözümünü gerçekleştirmesi için öğrenciyi yönlendirmiştir.

Öğretmen: Ama soru öyle demiyor. Şimdi başta dört kalemi varmış. Başta üç tane kalem verdi. Sonra diyor ki üç kalem değil de altı kalem verseydi ne olurdu? Kadir 13 kalem verseydi, Ayşe'nin kaç kalemi olurdu diyor. Sonra da bize ne diyor herhangi sayıda bir kalem verdiği zaman Ayşe'nin kalem sayısını nasıl ifade edebiliriz? Şimdi burada sabit olanlar kim?

Öğrenci: Dört

Öğretmen: Kim değişti?

Öğrenci: Kalem sayıları

Öğretmen: Biz bu değişen niceliğin yerine ne diyeceğiz?

Öğrenci: Değişken

Öğretmen: Değişken de herhangi bir harf kullanacağız değil mi? o zaman şimdi Ayşe'nin kaç tane kalemi oldu?

Öğrenci: $d+4$

Öğretmen: Var mı anlaşılmayan bir şey? Ne yapıyoruz şimdi burada?

Öğrenci: Cebir

Öğretmen: Cebirsel ifade yazıyoruz değil mi?

Öğretmen öğrencilerin yanlış anlamalarını gidermek için onlara açıklama yapmayı ve ardından da yine yönlendirmelerle bir öğrenciyi çözümü yazdırdığı görülmüştür.

Son olarak öğrencileri değerlendirmek için kullanmış olduğu yol ise anlaşılmayan bir durumun olup olmadığının sorulması olmuştur. Bu sorunun gerçek anlamda bir değerlendirme olarak kabul edilemeyeceği ve öğrencilerin anlamalarını ortaya çıkarabilecek bir yol olmadığı söylenebilir. Son olarak öğretmenin öğrencileri değerlendirdiği bir kaç durumda da öğretmenin etkili sorular oluşturamadığı, sadece süreci açıklamalarına yönelik sorular sorduğu görülmüştür.

Öğretmen: Cebirsel ifade yazdık demi? Anlaşıldı mı?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Peki burada ne yaptığımızı bana kim açıklayabilir? A bölü iki artı iki, ne yaptık burada?

Öğrenci: Cebirsel ifade yazdık.

Öğretmen: Tamam işte bunu nasıl yazdık. Kim anlatacak bana? Hani anlamıştınız? İki kişi mi anlatabiliyor?

Öğretmen yukarıdaki konuşmalardan anlaşılacağı üzere sadece yazılan ifadenin yazılırken nasıl bir yol izlendiğinin açıklanmasını istemiştir. Benzer şekilde başka bir problem durumunda değerlendirme için benzer bir yol izlemiş ve 'Şu yol sorusu anlaşıldı mı? Kim açıklayacak? Madem herkes anladı, kim açıklasın?' sorusunu sormuştur. Öğretmenin öğrencilerin değerlendirmesini yapmak için etkili bir sorgulama yapamadığının bir diğer göstergesi de öğrencilerin tahtadayken anlamamış oldukları noktaları değerlendirmeksizin açıklamalarla çözümü yazmalarını sağlamaktır. Örneğin bir öğrenci tahtaya çıkıp çözüm yapmak istediğinde öğretmen sorular sorarak onun çözümü yapmasını sağlamaya çalışmaktadır. Ancak belli bir noktadan sonra özellikle cebirsel ifade yazımlarında öğrenciler genellikle ne yapacaklarına karar verememiş ve öğretmenin söylediklerini yazamamışlardır. Öğretmen böyle durumlarda başka öğrencilere söz vererek ya da kendisi açıklamalar yaparak çözüme devam etmiştir. Böyle durumlarda öğrencilerin anlamadıkları noktaların değerlendirmesini yaparak derste öğrenciye uygun revizyonu yapmamıştır.

Damla Öğretmen değerlendirme toplantısında kule probleminin öğretimini gerçekleştirdiği ders bölümü izlenmesinin ardından Damla Öğretmen genel öğrenci değerlendirmesini ihmal ettiğini aşağıdaki şekilde açıklamaktadır.

D: Küp sorusu mu o? Orada çıldırttılar beni.

E: Orada şeklin üzerindeki sabitler gösterilebilir.

A: Şekil üzerinde görülebilir, bir de çarpımsal ilişkiyi deneyerek bulmaya çalışıyorlar.

E: Her defasında ne kadar artıyor 4 artıyor kısaltılmış halini yazdığın zaman bulabilirler. 6-10-14, ne arttı, 4'ler arttı. Demek ki baştaki 2'ler sabitmiş.

A: Evet işte onu şekil üzerinde gösterebilir. Toplamsal ilişkinin yazılması lazım, çünkü öğrenciler anlayamadı ve kafaları karıştı.

D: Toplamı atlayıp direk çarpımı mı yazdım. Türkan ben anladım diyor direk yazıyor çarpımsalı.

Öğretmen videonun izlenmesinin ardından öğrencilerin kendisini çok zorladığını ifade etmiştir. Öğretmene toplamsal ilişkinin yazılmasının ardından çarpımsal ilişkiye geçilebileceğine yönelik bir yolun önerilmesinin ardından öğretmen tek bir öğrenciye bağlı kaldığına dair bir değerlendirme yapmıştır. Yani öğretmen, bir öğrencinin çarpımsal ilişkiyi doğrudan yazdığı için toplamsal olanı yazmadığını belirtmiştir. Bu durumdan öğretmenin diğer öğrencilerin anlamasını diğer bir deyişle genel değerlendirmeyi ihmal ettiği ve dersini başarılı olan bu öğrenciye bağlı olarak ilerlettiği söylenebilir.

Damla Öğretmen'in kullanmış olduğu diğer pedagojik yol ise geçen hafta ile paralel olarak matematiksel fikirleri açıklamadır. Öğretmenin sıklıkla fikirleri kendisinin açıkladığı dersler boyunca görülmektedir. Bir hata ya da yanılğı ortaya çıktığında, öğrencilerden farklı düşünceler alamadığında, problemlerin çözümünde, öğrencilerin anlamadıkları noktalarda ya da problemlerin çözümlerinin ardından açıklamalar yapmayı tercih ettiği görülmektedir.

Öğretmen: Arkadaşınızın yaptığını anladınız mı?

Öğrenci: Anlamadık.

Öğretmen: Biz Ayşe'nin gittiği yolu bilmiyoruz. Peki bilseydik nasıl yapacaktık? Mesela Ayşe'nin yolu 40 km olsun.

Öğrenci: Onu beşe bölecektik.

Öğretmen: Onu beşe böldüğün zaman 40 bölü beş. Yolu 80 olsaydı, 80 bölü beş, 160 olsaydı, 160 bölü beş (tahtaya ifadeleri yazdı). E peki biz yolun kaç km olduğunu biliyor muyuz? Bunlar hep değişiyor. Değişken yerine c kullanalım. $\frac{c}{5}$ mi diyeceğiz. Zor muymuş?

Yukarıdaki konuşmada görüldüğü üzere öğretmen öğrencilerin çözümü anlamamasına yönelik olarak onlara açıklama yapmış ve bu yolla da öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirmeye çalışmıştır. Öte yandan bir başka örnekte ise öğrencilerin ortaya koymuş olduğu fikirleri kullanmayarak ilişkiyi öğrencilere söylemiş, ardından da çarpımsal ilişkiyi yazdırarak örüntü problemin çözümüne devam etmiştir.

Öğretmen: Şimdi bana şunu söyle. Peki, şu üstü ve altı saymadan bak. Burada üstü ve altı saymadan kaç yüzey boyalı? Yine bunda (ikinci adımda) nasıl olur?

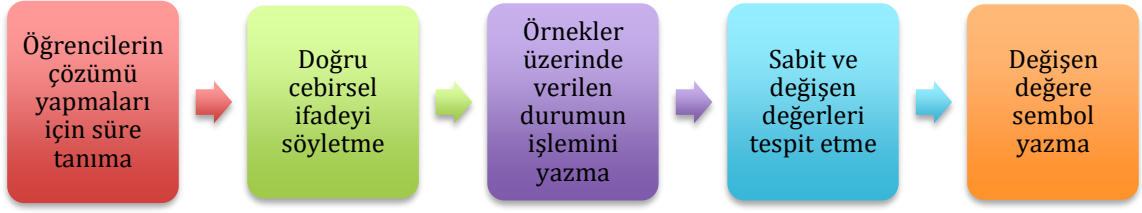
Öğrenci: 4-8-12-16

Öğretmen: Nasıl gitti?

Öğrenciler bu esnada çarpımsal bir ilişki söylemeye çalışmışlar ancak hatalı ilişkiler söylemişlerdir. Sadece bir öğrenci iki artı dört çarpı on ($2+4 \cdot 10$) demiştir. Öğretmen de bu ilişkiyi nasıl bulduğunu sormuştur. Öğrenci söylediği kuraldaki artı ikinin ($+2$ 'nin) saymadığı alt ve üst yüz olduğunu ifade etmiş, ardından öğretmen de öğrencinin söylediklerini tekrar etmiş ve öğrencilere kalan işlemlerin neler olacağını söyletmiştir. Öğretmen geçen planlama oturumunda örüntü problemin toplamsal ilişkileri yazarak öğrencilerin anlamalarını geliştirebileceğini ifade etmişti. Oysa sınıf içinde problemin uygulanmasında öğrencilerin anlamasını geliştirmek için toplamsal ilişkiyi yazmak yerine öğrencileri yine doğrudan çarpımsal ilişki yazmaya yönlendirmiştir. Bu durum öğretmenin sahip olduğu bilginin hemen pratiğe aktarılamadığının bir göstergesi olabilir. Öğretmenin alışkanlıklarını daha zor terk ettiği ve edindiği bilgiler karşısında bunu doğrudan öğretime yansıtamadığı söylenebilir.

3.2.2.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in ikinci haftadaki etkinlikleri incelendiğinde bir yolunun olduğu ancak bu yola ilk haftaya benzer şekilde öğrencileri dâhil etmediği söylenebilir. Damla Öğretmen'in ikinci hafta ortaya koymuş olduğu sözel duruma yönelik cebirsel ifade yazma öğretim yolları Şekil 3.12'deki gibi özetlenebilir.



Şekil 3.12. *Damla Öğretmen'in İkinci Hafta Öğretim Yolları-1*

Damla Öğretmen bu hafta öncelikle öğrencilerin problemi çözmeleri için süre tanıyıp ve öğrencilerin yanıtlarını kontrol etmiştir. Bunun ardından öğrencilerin yanıtlarını dinlemiş ve doğru yanıt veren öğrencilerin çözüm yollarını açıklamıştır. Öğretmen bu noktada öğrencilerin doğru sonuç yazıp yazamama durumlarını değerlendirmiş, ancak öğrencilerin bu sonucu nasıl oluşturduklarını ortaya koyan anlamalarını değerlendirmemiştir. Doğru bir sonuç bulduğunda ya da her hangi bir doğru sonuç olmasa da bu noktadan sonra kendisi çözüm yolunu uygulamaya koymuştur. İlk olarak sorulardan verilen sayıların işlemlerini yazarak ya da bir öğrenciye yazdırarak verileri düzenlemiş, ardından da sabit ve değişen değerleri tespit ettirmiştir. Öğretmen son olarak öğrencilerin dikkatini işlemlerin yapısına çekerek değişen değere bir sembol yazmış ve böylece sözel duruma uygun cebirsel ifade yazılmıştır. Öğretmen işlemlerin yapısını incelemesine karşın sayıların ne anlama geldiğine yönelik bir sorgulama gerçekleştirmemiştir. Belli bir yolu takip etmesine karşın bu yol kavramsal anlamaya yönelik değil sadece belli işlem adımlarının kullanılmasına yönelik işlemsel bir anlamayı gerektirmektedir. Nitekim süreçte öğrenciler cebirsel ifade yazımlarına yanıt verememiş ve öğretmen sık sık açıklamalar yaparak dersini ilerletmek zorunda kalmıştır. Öğretmenin izlemiş olduğu yolun özeti aşağıdaki açıklamalarında görülmektedir:

Öğretmen: cebirsel ifade yazıyoruz değil mi? Bize bir soru veriliyor. Ona göre ona bakıyoruz, tablo yapıyoruz, değişen ne, sabit olanlar ne? Ona uygun cebirsel ifade yazıyoruz.

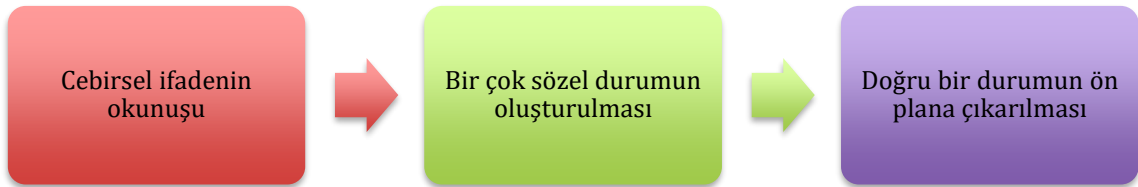
...

Öğretmen: Şimdi dün yaptığımız gibi daha fazla örnek verebilir miydik? 60'da olabilirdi. 40 bilyesi olsaydı. Ama biz bilyenin sayısını bilmiyoruz dedik, a harfini kullandık oraya, belli bir miktar parası var. Bakın yarısı, bakın burada

değişenler zaten bunlar değil mi? Değişenler a, değişmeyenler bölü iki ve artı iki. (Tahtada yazılı olan ifadeler üzerinde göstererek) Anlaşıldı mı?

Öğretmenin yapmış olduğu açıklamalarından öncelikle değer vererek işlemlerin yazılmasını, ardından değişen değerler yerine bir harf atayarak cebirsel ifadeye ulaşılması gerektiği anlaşılmıştır. Öğretmen takip ettiği yola geçen haftadakine benzer olarak öğrenci düşüncelerini dâhil etmeyi başaramamıştır. Örneğin telefon şirketi probleminde bir öğrenci üç dakika konuşan bir kişinin iki artı dört çarpı üç ($2+4 \cdot 3$) lira ücret ödemesi gerektiğini söylemiştir. Ancak öğretmen bunu sadece açıklayarak derse devam etmiş, dersin devamında öğrenciler farklı dakikalar için hatalı yanıtlar üretmiş ve öğretmen problemin çözümüne kendisi açıklamalar yaparak yukarıdaki yollarına benzer şekilde ilerlemeyi tercih etmiştir. Öğretmenin belirlemiş olduğu yolları, planlamalarda ortaya konulan yollarıyla paralel gibi görünse de, öğrencilerin düşüncelerine ve zihinsel eylemlerine odaklanmadığı için eksik kalmaktadır.

Diğer taraftan öğretmenin verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel durum oluşturmaya yönelik takip ettiği öğretim yolları ise aşağıdaki Şekil 3.13’de özetlenmiştir.



Şekil 3.13. Damla Öğretmen'in İkinci Hafta Öğretim Yolları-2

Öğretmen cebirsel ifadeye uygun sözel durum oluşturma yollarında ise öncelikle cebirsel ifadenin okunuşunu öğrencilere sormuş ve ardından da sözel durum oluşturmalarını istemiştir. Örneğin $\frac{x}{10} + 2$ ifadesinin nasıl okunduğunu sormuştur. Bir öğrenci 'x bölü on artı iki' şeklinde okuduktan sonra 'Öğrenci: Kemal belirli bir miktar kitabı var. 10 arkadaşına paylaştırıp, arkadaşının birine de 2 fazla verirse, o arkadaşının kaç kitabı olur?' şeklinde bir cümle kurulmuştur. Ancak bu cümleyi kurmadan önce öğrenci iki kere hatalı durum söylemiş, öğretmen hatanın nerede olduğunu söylemesinin ardından öğrenci bu cümleyi kurmuştur.

Sözel durum oluşturulmasının ardından doğru kabul edilen bir cümle öğrencilerin defterine yazdırılmıştır. Süreçte çıkan hatalarda ise hataların neden kaynaklandığına ve nasıl düzeltilebileceğine yönelik herhangi bir öğrenci tartışması ya da öğrencilerin anlamalarını geliştirecek pedagojik bir yol tercih edilmemiştir. Diğer bir ifadeyle, cebirsel ifade oluşturulma yoluna benzer olarak bu yolda da öğrenci düşüncesi sürece dâhil edilememiştir. Ayrıca planlama oturumunda ifade edilen yoldan da ilk adımda cebirsel ifadenin anlamına odaklanma ve son adımda oluşturulan sözel durumun kontrolü adımları gerçekleşmemiştir.

3.2.2.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in ikinci hafta da öğrenci düşüncesini analiz ettiği ancak öğrencilerin düşüncesine bağlı dersini revize etme konusunda eksiklikler yaşadığı görülmüştür.

Emre Öğretmen bir önceki haftada da öğrencilerin yanıtlarını anlayabilmek ve öğrenci düşüncesine yönelik deliller toplayabilmek için öğrenci düşüncesinin analizini yapmıştı. Bu haftada da benzer şekilde öğrenci düşüncelerini ve hatalarını analiz etmiştir. Ancak bir önceki haftaya ek olarak planlama toplantısında konuşulduğu şekliyle öğretimlerinde revizyona gitmediği söylenilebilir. Emre Öğretmenin öğrenci düşüncesini analiz etme durumuna kazak probleminden bir örnek verilebilir. Kazak problemi Şekil 3.14'de verildiği şekildedir. Öğrenci problemdeki durumu $12+n=33$ şeklinde ifade etmiştir.

Aydın 33 liraya bir kazak almak istemektedir. Aydın'ın kumbarasında 12 lira parası bulunmaktadır. Aydın'ın kazağı alabilmek için ne kadar daha para biriktirmesi gerekmektedir? (Cebirselleştirilmiş aritmetik problem)

- Aydın'ın almak istediği kazak 38, 45 ya da 53 lira olsaydı, Aydın'ın ne kadar daha para biriktirmesi gerekirdi?
- Problemin çözümünde sabit kalanlar nelerdir? Değişkenler Nelerdir?
- Kazağın fiyatının ne kadar olduğunu bilmeye gerek kalmadan, kazağı almak için gereken parayı bulmaya yarayacak cebirsel ifade olarak nasıl yazılabilir?

Şekil 3.14. Kazak Problemi

Öğretmen: bir daha söyle, sen neye n dedin?

Öğrenci: Ben 21'e n dedim.

Öğretmen: Bir daha söyle. (düşünüyor)

Öğrenci: Yani 21'le 12'yi topluyoruz 33 oluyor.

Öğretmen: ... n'ye 21 dedin. Evet

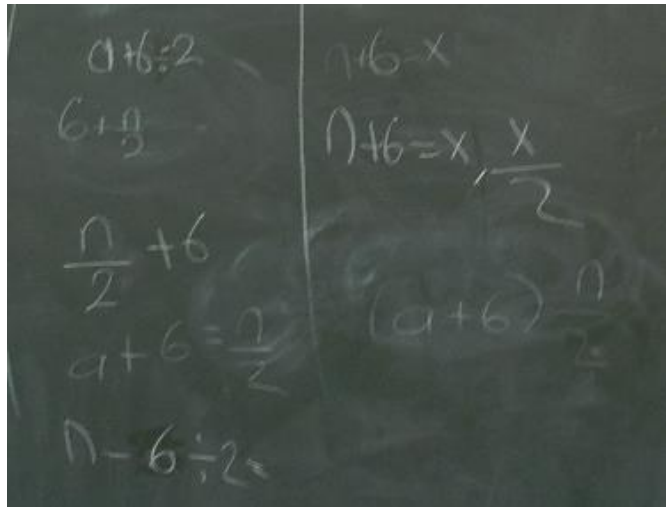
Öğrenci: $12+n=n$

Öğretmen: Sen n'ye 12 ekledin bir daha n buldun?

Öğrenci: $12+21=n$

Öğretmen: Şimdi biz biriktirmemiz gereken parayı nasıl bulduk?

Öğrenci aslında aritmetik bir işlem yazması gerekirken, öğretmen problemin cebirsel bir ifade ile nasıl yazılabileceğini sorduğu için öğrenci işlemine cebirsel bir sembol ilave etmek istemiştir. Öğretmen bu durumu anladıktan sonra öğrenciye sorular sorarak yanıtı ulaşmasını sağlamıştır. Öğretmen bu durumda öğrenci düşüncesini anlamak için kendisinde var olan öğretmenlik anlayışını devam ettirmiştir. Emre Öğretmen ile Damla Öğretmen 'bir sayının altı fazlasının yarısı' durumuna uygun cebirsel ifade oluşturulması probleminde benzer yollar izlemişlerdir. Emre Öğretmen'de öğrencilere vermiş olduğu süre sonunda öğrencilerin birçok hatalı yanıt verdiklerini fark ederek bu hatalı sonuçları Görsel 3.9'da görüldüğü üzere $[a+6:2, 6+\frac{n}{2}, a+6=\frac{n}{2}, n-6:2, n+6=x, n+6=x$ ve $\frac{x}{2}, (a+6)\frac{n}{2}]$ tahtaya yazmıştır.



Görsel 3.9. Öğrencilerin Sözel Duruma Yazdıkları Hatalı Cebirsel İfadeler

Ardından öğrencilere neler yaptıklarını sormuştur. Öğretmen sözel duruma bir değer vererek çıkan sonuç ile öğrencilerin yazdığı cebirsel ifadelerin yerine aynı değer verildiğinde çıkan sonuçları karşılaştırmalarını isteyerek ifadelerin neden yanlış olduğu göstermiştir. Öğretmen öğrencilerin yanıtlarını analiz ettiği bu problemde genellikle kendisi açıklamalar yaparak hataların üzerinden gitmiş ve cebirsel yazımları kendisi göstermiştir. Damla ve Emre Öğretmen önceden planlanmamış benzer bir pedagojik yol sergilemişlerdir. Öğretmenler sınıfta problemi çözebilen öğrenciler varken, hatalı ve farklı öğrenci düşüncelerini çok göz önüne çıkarmazken, doğru çözüm olmadığı durumlarda ise tüm öğrenci hatalarını analiz etmeyi tercih etmişlerdir. Öğretmenlerin sergilemiş oldukları bu yol onların her zaman göstermiş olduğu öğretmenlik alışkanlıklarından kaynaklı olabilir.

Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncelerinin kullanımına yönelik olarak öğrencilerin düşüncelerine bağlı dersini revize etmede eksiklik yaşadığı görülmüştür. Bu süreçte Emre Öğretmen cebirsel ifade ve sözel durum oluşturmaya yönelik işlemiş olduğu derslerinde problemlerin anlaşılması ya da çözümlerin ardından değerlendirme bağlamında sadece 'anladık mı?' ya da 'nereyi anlamadınız?' gibi sorular sormuştur.. Öğrenciler anlamadıklarını ifade ettikleri durumlarda ise açıklamalar yapmış ancak öğrencilerin herhangi bir şey söylemediği yerlerde değerlendirmeyi geçmiştir. Emre Öğretmen örneğin sözel durum yazmaya yönelik ders bölümünde öğrenciler hatalı yanıtlar verdiğinde bu durumu geçerek, sadece verilen doğru ifadenin yazılmasını yeterli bulmuştur. Hatalı ifadeler oluşturan öğrencilerin ise hatalarını anlayıp anlamadıklarını ya da doğru ifadeyi anlayıp anlamadıkları değerlendirmemiştir. Örneğin $a+6$ ifadesine sözel durum yazıldığı derste bir öğrenci hatalı bir durum oluşturmuştur.

Öğrenci: Bir tarifeye göre 9,17,24 dakika konuşuyor. Bir dakika altı liradır.

Öğretmen: İyi de bir dakika altı lira ise, dokuz dakika altı çarpı dokuz (6×9) olur.

Öğrenci: Tamam yanlış olmuş.

Öğretmen: Tamam da yanlışının nerede olduğunu biliyor musun? Altı çarpı a ($6a$) olur senin dediğin cebirsel ifade.

Öğrenci $a+6$ ifadesi için toplamsal bir ilişki oluşturması gerekirken çarpımsal bir ilişki oluşturmuş, öğretmen de öğrencinin hatasını söylemiştir. Öğrenci yanışını kabul ettikten sonra öğretmen yanışının nerede olduğunu bilip bilmediğini sorarak doğru cebirsel ifadeyi söylemiş ancak öğrencinin gerçekte bu durumu anlayıp anlamadığına yönelik bir değerlendirme yapmamıştır. Ayrıca bu durumda diğer öğrencilerinde birbirlerinin durumlarını incelemeleri ve onların anlayıp anlamadıklarına dair bir değerlendirme de söz konusu değildir. Bir başka durumda aşağıdaki şekilde gerçekleşmiştir.

Öğretmen: Peki bunu cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz? Sabitlerimiz belli, değişkenlerimiz var.

Öğrenci: $4n+2$.

Öğretmen: Anladık mı?

Cebirsel ifadenin yazımının ardından tüm öğrencilerin anlamalarına yönelik bir kontrol söz konusu değildir. Bu durumdan öğretmenin problemleri bir kaç öğrencinin çözmesi durumunda, diğer öğrencilerin de bunu anladığını kabul ettiği söylenebilir. Öte yandan öğrencilerin anlamalarını değerlendirmedeği bir diğer durumda cebirsel ifadeye sözel durum oluşturma problemlerinde ortaya çıkmıştır. Örneğin $2k+5$ ifadesinin sözel olarak ifade edilmesinde öğrenciler hatalı örnekler oluşturmuştur.

Öğrenci: Bir okulda önceki top sayısının iki katının beş fazlası top geliyor. Okulun kaç tane topu olmuştur.

Diyalogda görüldüğü üzere öğrenci cebirsel ifade için hatalı bir durum oluşturmuştur. Öğrencinin oluşturduğu durum $k+2k+5=3k+5$ şeklinde yazılabilir bir durumdur. Öğretmen sözel durumda bir yanışlık olduğunu tespit etmiş, öğrenciye hatalı yanıt verdiğini söylemiş ancak diğer durumlara geçerek öğrencilerin doğru bir durum oluşturmasını beklemiştir. Doğru durumun oluşturulmasının ardından ise hatalı yanıt veren öğrencilere ya da tüm öğrencilere durumun nasıl oluşturulduğuna ya da oluşturulan durumun nasıl incelenebileceğine yönelik bir değerlendirme gerçekleştirilmemiş ve dersinde buna bağlı bir değişikliğe gitmemiştir. Sözel durum yazdırma problemlerinde öğretmenlerin genellikle değerlendirme yapmadığı ve derslerinin yüzeysel geçtiği söylenebilir. Öğretmenlerin her ikisinde de bu durumun yaşanmasında öğretmenlerin problem

kurmaya yönelik inançlarının etkisi olduğu söylenebilir. Öğretmenler problem kurma öğretiminin gereksiz olduğunu ve çok uzatmaya gerek bir konu olmadığını belirtmişlerdir. Planlama toplantısında konunun sadece bir ders saatinde işlenmesini önermeleri de bu durumun bir göstergesi olarak ifade edilebilir.

Emre Öğretmen'in ortaya koymuş olduğu diğer pedagojik yol ise matematiksel fikirleri açıklama olarak görülmüştür. Emre Öğretmen'in matematiksel fikirleri kendisinin açıklaması Damla Öğretmen'de de olduğu gibi baskın olarak devam etmiştir. Öğretmenin problemlerin açıklanmasında, çözümlerin açıklanmasında, anlaşılmayan kısımların açıklanmasında tercih ettiği genel yol kendisinin açıklama yapmasıdır. Örneğin, örüntüye yönelik bir problemde probleminin yazılmasının ardından öğretmen problemin açıklanmasına ve öğrencilerin anlamasına yönelik bir açıklama yapmıştır.

Öğrenci: Ben hiç bir şey anlamadım öğretmenim.

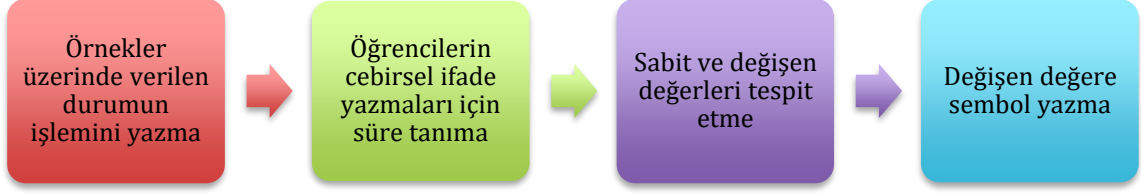
Öğretmen: Bak şimdi ağacın 2m uzağındayım. Her adımım $\frac{1}{4}$ metre, kaç adım gittim. Mesela beş adım gittim. Benim her adımım $\frac{1}{4}$ ise ve beş adım gittiysen, kaç metre uzaklaşmış olurum. $\frac{1}{4}$ ile beşi çarpmayacak mıyım? Her adımda $\frac{1}{4}$ metre uzaklaşmışsam beş adımda kaç m uzaklaşmış olurum?

Emre Öğretmen bu problemde öğrencinin soruyu anlamamasına yönelik olarak canlandırma ile açıklama yaparak öğrencinin anlamasını sağlamaya çalışmıştır. Öğretmen'in açıklamalara dayalı öğretiminin öğretmenlik deneyimlerinden gelen bir alışkanlık olduğu söylenebilir. Nitekim Emre Öğretmen'in ikinci hafta derslerinin öğretimi bir önceki haftaya göre daha açıklamalara dayalı ve öğrenci düşüncesinden yoksun geçmiştir. Öğretmen'in öğrencileri sürece dâhil etmeme durumu, soruya ilişkin tutumu, dersleri yetiştirme kaygısı taşımasından, konuya yönelik inançlarından ya da öğretmene bağlı diğer dış etkenlerden kaynaklı olduğu söylenebilir.

3.2.2.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in ikinci haftadaki etkinlikleri incelendiğinde bir yolunun olduğu ancak bu yola ilk haftadan farklı olarak öğrencileri dâhil etmediği

söylenbilir. Şekil 3.15’de Emre Öğretmen’in ikinci hafta ortaya koymuş olduğu sözel duruma yönelik cebirsel ifade yazma yolları özetlenmiştir.



Şekil 3.15. Emre Öğretmen'in İkinci Hafta Öğretim Yolları-1

Emre öğretmen derslere problemleri kendisi açıklayarak başlamıştır. Bu süreçte öğrencilerin problemi anlamaları için problemde verilenleri adım adım ifade etmiş ancak problemde tam olarak ne istenildiğini ortaya koymamıştır. Örneğin,

Öğretmen: Kazağın fiyatı 33 lira, kumbarasında 12 lirası var. Normalde aslında ne kadar daha biriktirmesi gerekiyor? $33-12=21$ lira daha para biriktirmesi gerekiyor. Diyelim ki kazağın fiyatı 40 lira olsa? Ya da 50 lira olsa, bunun gibi bir problemde değişkenlerimiz ne? Sabitlerimiz ne?

Öğrenci: Sabit olan kumbaranın içindeki para, değişen kazak

Öğretmen: Kumbaranın içinde 12 lira var, kazağın fiyatı değişken. Bir değişken daha var

Öğrenci: 21 değişken,

Öğretmen: Biriktirmem gereken para, bu da ne oluyor aslında değişken oluyor demi? Amacımız ne şunu bulmak demi? Bu tür bir problemde sonucu cebirsel olarak nasıl ifade edebiliriz?

Kazak probleminde öğretmen problemin aritmetik kısmını açıklayarak derse başlamıştır. Ardından aritmetik olan kısımları yazmış ve biriktirmesi gereken parayı cebirsel olarak ifade etmesi gerektiğini öğrencilere söylemiştir. Ancak burada kazağın fiyatının bilinmediği bir durumda ifadesini kullanmadığından sadece kazağın fiyatının değişmesi üzerinden gitmiştir. Öğrencilere verdiği sürenin sonunda doğal olarak öğrenciler ya doğru yanıtlar verememişler ya da anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen bunun üzerine yazmış olduğu aritmetik işlemler üzerinde değişen ve sabit değerler üzerinden giderek cebirsel bir ifade

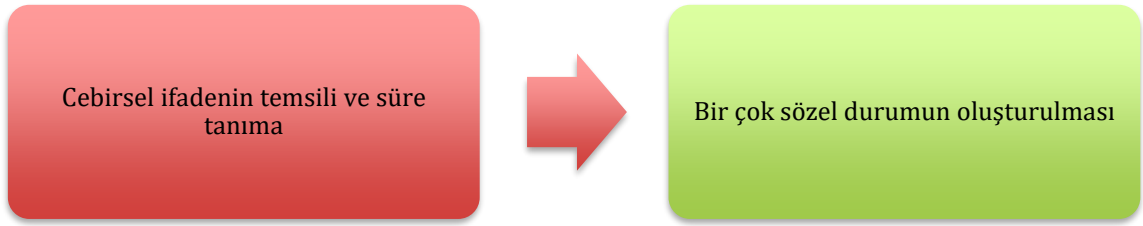
yazmış ya da yazması için öğrencileri yönlendirmiştir. Emre Öğretmen değerlendirme toplantısında öğrencileri sürece dahil etmeme durumunu değerlendirirken cebirselleştirilmiş aritmetik problemlerinin çözümünde çok zorlandığını ve o soruların kendisine saçma geldiğini ifade etmiştir.

E: Ben o soruda çok zorlandım yaa...

A: Aydın bir kazak almak istiyor... Kazağın fiyatını bilmediğimizde ne olabilirdi.

E: O derste çok zorlandım ben... Saçma geldi soruda. Çok düşündüm derste, mecbur çözeceğiz dedim.

Öğretmenin soruyu benimseyememiş olması diğer bir ifadeyle soruya ilişkin tutumu öğretimini doğrudan etkilediği söylenebilir. Bununla birlikte Emre Öğretmen'in cebirsel ifadeye uygun sözel durum oluşturmaya dair takip ettiği yolları Şekil 3.16'da özetlenmiştir.



Şekil 3.16. Emre Öğretmen'in İkinci Hafta Öğretim Yolları-2

Öğretmen öncelikle cebirsel ifadeyi söylemiş ve öğrencilere sözel bir durum oluşturmaları için süre tanımıştır. Ardından öğrencilerin sözel durumlarını dinlemiş, hatalı yanıtlar var ise bunları ya geçmiş ya da hatalarının nerede olduğunu söyleyerek ilerlemiştir. Süreçte öğrencilerin cebirsel ifadeyi nasıl anladıkları, sözel durum oluştururken nelere dikkat ettiği ve sonuçta da öğrencilerin bir durumun uygunluğunu kontrol edip etmediği değerlendirilmemiştir. Öğretmenin sözel durum oluşturulmasına yönelik ortaya koymuş olduğu yolları da öğrenci düşüncesinden yoksun olarak gerçekleşmiştir. Örneğin 20-n ifadesine yazılan sözel durumlar ve öğretmenin yolu aşağıdaki şekildedir.

Öğrenci: 20 tane oyuncakım var, bir miktarını kırmış. Ne kadar oyuncakı kalmıştır.

Öğrenci: Ali'nin 20 tane kalemı vardır. Ali Ahmet'e bir miktar kalem vermiştir. Bunun cebirsel ifadesi kaçtır?

Öğretmen: Kalanının demen lazım. Bir miktar veriyor. Kalanının cebirsel ifadesi kaçtır.

Öğrenci: Bir miktar altın vardır. Hayriye teyzenin altınlar 20 fazladır. Hayriye teyzenin altınların ne kadardır?

Öğretmen: Ama orada n yok, değişken yok.

Öğrenci: 20 tane defterim var bir miktar daha veriyor.

Öğretmen: Ama orada 20 artı n ($20+n$) olmaz mı, biraz daha biriktiriyor, biraz daha topluyor.

Burada öğretmenin cebirsel ifadeyi verdikten sonra sözel durumları dinlediği, öğrencilerin hatalarını sadece söyleyerek geçtiği, hatanın düzeltilmesine yönelik bir durum oluşturmadığı ve öğrenci değerlendirmesi yapmadığı görülmektedir. Sonuç olarak Emre Öğretmen'in ikinci hafta takip ettiği yol öğrencilerin zihinsel süreçlerinden bağımsız ve planlanan yollarından da farklı olarak gerçekleşmiştir.

3.2.3. Üçüncü hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Üçüncü hafta mesleki gelişim oturumunda planlanmış derslerin, Damla ve Emre öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'nin uygulamalarındaki pedagojik yolları öğrenci düşüncesinin kullanımı, temsillerin kullanımı ve diğer yollar olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır.



Şekil 3.17. Üçüncü Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Damla Öğretmen'in bu hafta gerçekleştirmiş olduğu dersler öğrenci düşüncesinin kullanımı bakımından ele alındığında öğretmenin öğrenci düşüncesini analiz etme konusunda eksiklik yaşadığı ancak farklı öğrenci çözümlerini ilişkilendirdiği görülmüştür. Emre Öğretmen'in ise üçüncü hafta işlemiş olduğu dersler öğrenci düşüncesi bakımından incelendiğinde öğrencilerin düşüncelerini analiz ettiği ve dersinde küçük revizyonlar yaptığı görülmüştür. Temsillerin kullanımı bakımından ele alındığında her iki öğretmenin de temsiller arasında ilişki kurmada eksiklikler yaşadığı, bunun yanında Damla Öğretmen'in hatalı modelleri kabul ettiği belirlenmiştir. Diğer yolların kullanımında ise her iki öğretmen de matematiksel fikirleri söyleme ve basit örnekleri kullanma yollarını tercih ederken, Emre Öğretmen ayrıca sınıf tartışması yolunu da kullanmıştır.

3.2.3.1. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen'in üçüncü haftada ele alınan ilk durumu öğrencilerin hatalarını analiz etmede yaşadığı eksiklik olarak ele alınmıştır. Damla Öğretmen derslerde ortaya çıkan hataları görmezden gelmiş ya da hatanın doğrusunu söyleyerek öğrencilere müdahale etmiştir. Örneğin 'Ayşe'nin kalemleri benim kalemlerimden beş fazla ise Ayşe ile benim kalemlerimizin toplamı kaçtır?' şeklinde bir soruya öğrencilerden $n+n+5=2n+5$ şeklinde bir cebirsel ifade yazmaları beklenmiştir. Öğrencilerden biri cebirsel ifadeyi $n+5$ şeklinde yazmıştır.

Öğretmen: Ayşe'ninki kaç? (Öğrenci 5'i gösterdi. 5 mi oluyor Ayşe'ninki?)

Öğrenci: Ayşe'ninki 5k.

Öğretmen: 5k mı olur k artı 5? (Yanlış olduğunu ima etti)

Öğrenci yaygın bir hata yapmış ve değişken ile sayıyı toplarken sonucu çarpım olarak yazmıştır. Benzer şekilde öğretmen $a+a+a$ ifadesinin toplamının ne olacağını sormuş ve öğrenci de 'üç artı a, a artı üç' şeklinde yanıt vermiştir. Öğretmen öğrencinin söylemiş olduğunu görmezden gelerek farklı öğrenci yanıtları almaya devam etmiştir. Farklı olarak $29a+8+12a-3+3b$ ifadesinin en sade halinin bulunmasına yönelik soruda ise öğrenci benzer olan terimleri bir araya getirirken işlemin toplama olduğuna dikkat etmeden işlemi $8-(-3)$ şeklinde yazmıştır.

Öğretmen: Şimdi şunu sil, +8'in yanına kimi getiriyorum, -3'ü mü?

Öğrencinin hatasını analiz etmek ve işlemin anlamına odaklanmak yerine, öğrencinin hatasını söyleyerek işlemlere devam etmesini istemiştir. Yukarıdaki bu örnekler incelendiğinde öğretmenin öğrencilerin hatalarını analiz etmediği, bunun yerine hataları göz ardı ederek ya da hataları söyleyerek geçtiği görülmüştür. Dolayısıyla Damla Öğretmen ikinci haftada gerçekleştirmiş olduğu öğrenci hatalarının analizini bu hafta gerçekleştirmemiştir. Öğretmen'in öğrenci düşüncesine ilişkin bu yolundaki değişiklik onun süre yetiştirme kaygısından, önceki öğretmenlik alışkanlıklarından ya da öğrencilerin basit hatalarını önemsiz görmesinden kaynaklı olduğu söylenebilir.

Damla Öğretmen bu hafta ortaya çıkan iki farklı öğrenci yanıtını ilişkilendirdiği görülmektedir.

Öğretmen: Bu ifadelerden ($\frac{3a+5}{5}$ ile $\frac{3a}{5} + 1$) hangisi doğru?

Öğrenci: (Öğrenciler iki yanıtta birini seçen ifadeler kullandılar: yukarıdaki-aşağıdaki şeklinde).

Öğretmen: Bunlar sence birbirinden farklı şeyler mi?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: (Öğretmen ilginç olduğunu ifade eden bir yüz ifadesi gösterdi)

Öğrenci: Bence aynı şeyler hocam, $\frac{5}{5}$ dedik, o da zaten 1 yapıyor aynı.

Öğretmen ikinci ifadeye 1'i paydasını yazarak ifadeyi $\frac{5}{5}$ olarak ifade ettikten sonra, her iki cebirsel ifadenin de aynı olduğu göstermiştir. Sonuç olarak öğretmen daha önce ilişkilendirmeden bırakmış olduğu öğrenci yanıtlarını bu hafta ilişkilendirerek etkinliği sonuçlandırmıştır.

Damla Öğretmen'in derslerindeki temsillerin kullanımı incelendiğinde ise bazı öğrencilerin hatalı modellerini kabul etme ve matematiksel temsiller arası ilişki kurmada eksiklik yaşadığı görülmüştür. İlk olarak Damla Öğretmen'in derslerindeki cebirsel ifadelerin toplamında kullanılan somut modellerin hatalı olduğu görülmüştür.

Öğretmen: Sen bunu bana modelle göster bakalım belki ordan çıkarabilirsin sonucu! Ne yapacaktın şimdi? İki k artı üç yanına da eksi yedi mi?

Öğrenci: Şimdi hocam o eksi yediden artı üçü çıkarttık mı? Bunlar birbirlerini yiyecek hocam.

$2k+3-7$ ifadesinde öğretmen modellerin artı üç ve eksi yedi şeklinde yapılması konusunda öğrenciyi yönlendirmiştir. Oysa modellemenin için için yedi çıkması şeklinde olması gerekirdi. Öğretmen öğrenciyi hatalı olarak yönlendirmiş, öğrenci de öğretmenin yönlendirmesinden hareketle hatalı bir model oluşturmuştur. Öğretmenin bu hatalı modeli oluşturmasının sebebi işlemlerin anlamlarına odaklanmadaki eksiklikten kaynaklı olabilir. Benzer şekilde diğer toplama işlemlerinde de çıkarma işlemleri modellerde eksi işaret olarak modellenmiş ve çıkarma işleminin anlamı modelleme sürecinde göz ardı edilmiştir.

Hatalı model kullanımına ek olarak Damla Öğretmen'in matematiksel temsiller arasında ilişki kurmada da eksiklik yaşadığı görülmüştür. Örneğin ilk etkinlik olan 'aklından sayı tut' etkinliğinde sayılar ile yapılan işlemler öğrencilere tam sayıları hatırlatmak için planlanmıştı. Ancak öğretmen işlemleri kendisi hızlıca

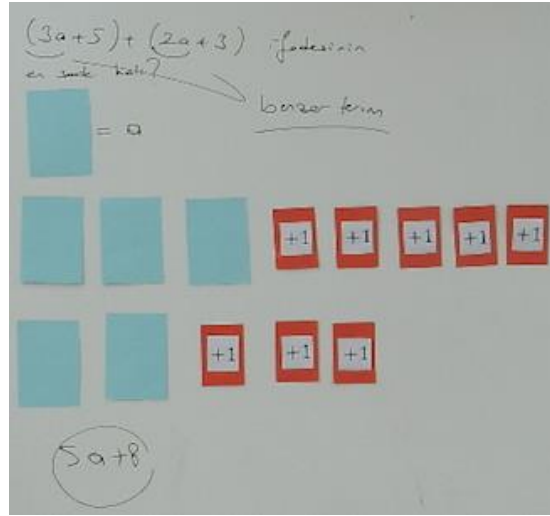
yazarak cebirsel işlemlere odaklanmıştır. Öğretmen işlemlerin nasıl yapılacağını açık şekilde göstererek ve cebirsel ifadeler ile ilişki kurarak ilerlemek yerine tam sayı olan kısmını hızlıca kendisi yaparak geçmeyi tercih etmiştir. Benzer şekilde öğretmen $(3a+5)+(2a+3)$ işleminin yapımında öncelikle işlemi yapmayı tercih etmiş ve ardından öğrencilerin işlemi modellemesini istemiştir.

Öğretmen: $3a$ artı beş artı $2a$ artı üç ifadesinin en sade hali nedir? Ne demek bu? Sadeleştir demi, arada toplama işlemi var, onu yapacağız, daha kısa şekilde nasıl yazabiliriz onu soruyorum.

Öğrenci: Beşle üçü, iki a ile üç a 'yı toplayacağız, beş a artı sekiz.

Öğretmen: Modelle kim gösterebilirsin.

Öğrenci: (bir öğrenci modelle göstermek için tahtaya çıktı, öğretmen bir tane katı a olarak atadı. Öğrenci önce $2a$ ile $3a$ 'yı modelledi, sonra da $+1$ 'leri gösterdi.) Hocam ilk önce bunları topladım $5a$ etti. Sonra bunları topladım 8 etti.



Görsel 3.10. Öğrencilerin $(3a+5)+(2a+3)$ İşlemi İçin Oluşturdukları Somut Model

Öğretmen Görsel 3.10'da verilen somut modeli öğrencilerin işlemleri çözümünün ardından yaptırmış ve işlemler ile somut model arasında herhangi bir ilişki kurmamıştır.

Son olarak üçüncü hafta derslerinde Damla Öğretmen'in matematiksel fikirleri söyleme ve basit örnekleri kullanma yollarını tercih etmiştir. Damla Öğretmen'in kendi öğretim alışkanlıklarından gelen ve geleneksel yaklaşımın izlerini taşıyan

matematiksel fikirleri söyleme yolu baskın olarak devam etmiştir. Öğretmen ders sürecinde öğrencilerin anlamlandırmasını istenilen ilişkileri ve işlemlerin ardından yapılan süreçleri kural olarak öğrencilere söylemeyi tercih etmiştir. Örneğin, 'aklından sayı tut' etkinliğinde öğrencilerin $2k$ ifadesinin ile $k+k$ ifadesinin eşit olduğunun farkına varmaları ve $2k$ ifadesini aynı zamanda $k+k$ şeklinde yazabilmeleri hedeflenmişti. Öğretmenin bir sınıf tartışması içinde model ile ilişki kurarak bu fikri öğrencilere kazandırabileceği planlanmıştı.

Öğretmen: $2k$ nasıl yazılır?

Öğrenci: $2k$ artı...

Öğretmen: Hayır sonucum $2k$ olacak.

Öğrenci: Tamam, $2k$ artı üç.

Öğretmen: Hayır, oraya gelmedin hala ikinci satırdayız, Ben sana onu soruyorum. Nasıl sen şimdi oraya iki tane k -mi koydun. Onlar aslında k artı k mi? Yazamaz mıyım öyle, yaz istersen eşittir de.

Ancak öğretmen herhangi bir soruda sormayarak öğrencilerden ne istediğini tam olarak dile getirmemiş, ardından da acele bir öğretim ile öğrencilerin oluşturması istenilen fikri söylemiştir. Aynı şekilde aynı örnekte $2k-4$ ifadesinin ikiye bölümünde de modeli kendisi düzenlemiş, iki ayrı parçaya ayırmış ve öğrencilerin cebirsel olarak sonucu yazmalarını beklemiştir. Diğer bir durumda ise öğrencilerin cebirsel ifadelerin toplamında işlemlerin ve terimlerin anlamlarına odaklanmak yerine değişkenlerin katsayılarına ve terimlerin benzerliğine odaklanmalarını ifade eden açıklamalar yapmıştır.

Öğretmen: $5a+8$ yazdı. Peki, ne yaptık biz burada şimdi, hep kimleri topluyoruz?

Öğrenci: a ile a 'yı sayılarla sayıları.

Öğretmen: Biz bunlara ne diyeceğiz biliyor musunuz? Biz bunlara benzer terim diyeceğiz, toplama işlemi yapılırken hep benzer olan terimleri toplayacağız. Toplama işlemi yapılırken hep benzer olan terimler toplanır.

Öğrencilerin işlemleri yapmalarının ardından aynı olan terimlere benzer terim adını vermiş ve ardından toplama işleminde benzer olanların toplandığını vurgulamıştır. Bir başka kesirli cebirsel ifadeler içeren toplama işleminde de benzer terimlerin kat sayılarının toplandığına ilişkin bir açıklama yapmıştır.

Öğretmen: (sınırlı bir ses tonuyla) $\frac{2a}{5}; \frac{2}{5}$ çarpı a demek değil mi? (işlemi eşitlik olarak tahtaya yazdı) Kat sayı kim o zaman burada? ...Kat sayı ne demektir? Değişkenin önünde çarpım durumunda olan sayı değil mi? Değişken a değil mi burada? Değişkeni neyle çarpmışlar, $\frac{2}{5}$. Demek ki bunun kat sayısı kaç $\frac{2}{5}$. Kat sayıları toplayacağıma göre, $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}; \frac{3}{5}a + 1$. Böylede bırakabiliriz, az önce yaptığımız gibi payda da eşitleyebiliriz. Şunlar anlaşıldı mı?

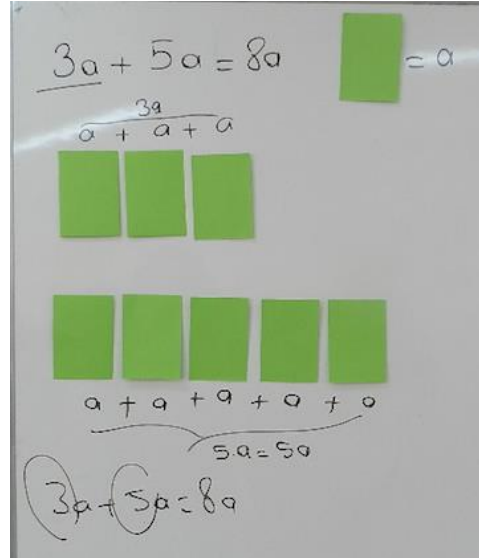
Öğretmenin sürekli benzer terim ve kat sayı açıklamaları onun kural odaklı bir öğretim tarzını benimsemesinden ve önceki alışkanlıklarından kaynaklandığı söylenebilir. Matematik öğretimine dair yaklaşımlara son olarak da öğretmenin basit örnekler kullanarak öğrencilerin anlamlandırmasını sağladığı ifade edilebilir.

Öğretmen: Kısaca nasıl yazıyoruz? 3 çarpı a? Hani ben sana desem 2 artı 2 artı 2 kısaca nasıl yaparsın? Kaç tane 2 var?

Öğrenci: 3,

Öğretmen: 3 çarpı 2 mi diyorsun? Burada da ne diyordu o zaman? 3 çarpı a da zaten 3a demek değil mi? (Görsel 3.11'de verildiği şekilde üstüne 3a yazdı)

Öğrenci: a artı a artı a.



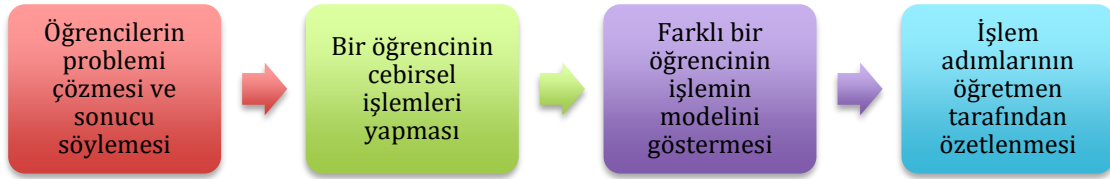
Görsel 3.11. Öğrencilerin $3a+5a$ İşlemi İçin Oluşturdukları Somut Model

Öğretmen öğrencilerin $3a$ 'nın $a+a+a$ ya da eşit olabileceğini anlamalarını sağlamak amacıyla onlara tam sayılara ilişkin bir örnek vermiştir. Bunun üzerine

öğrenciler öğretmenin ne sormak istediğini anlamışlar ve $3a$ ifadesini $a+a+a$ ifadesine eşit olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler bu örnekte daha sonra $2a+a$ 'nın da $3a$ 'ya eşit olduğu söylemişlerdir. Öğretmenin bu şekilde sayılar üzerinde kullanmış olduğu basit örneğin öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik anlamalarını geliştirdiği söylenebilir.

3.2.3.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in üçüncü haftada cebirsel ifadeler ile toplama işlemine yönelik etkinlikleri incelendiğinde öğretmenin öğrencileri sürece dahil ettiği ancak öğrencilerin kavramsal bilgilerinden ziyade işlemsel bilgilerinin gelişimine yönelik hareket ettiği ifade edilebilir. Damla Öğretmen'in üçüncü hafta ortaya koymuş olduğu yolları Şekil 3.18'deki gibi özetlenebilir.



Şekil 3.18. Damla Öğretmen'in Üçüncü Hafta Öğretim Yolları

Damla Öğretmen'in etkinlikleri incelendiğinde etkinliğin öğrencilere tanıtılmasının ardından öğrencilerden yanıtları alarak doğru yanıt veren bir öğrenciyi tahtaya çıkardığı ve işlemleri cebirsel olarak yazdığı görülmüştür. Cebirsel işlemler yazıldıktan sonra öğretmen modelin yapılması için farklı bir öğrenciyi tahtaya çıkarmıştır. Diğer bir ifadeyle öğrenciler modeller aracılığıyla işlemleri anlamlandırmamış, önce işlemleri ardından da model ile temsili gerçekleştirmiştir. Modelleme sürecinin bitiminde ise öğretmen sürecin nasıl gerçekleştiğini özetlemek adına ya kendisi açıklamalar yaparak ya da süreci sorular sorup öğrencilere söyleterek sonlandırmıştır. Dersler sırasında Damla Öğretmen'in yollarını açıkladığı ifadeleri aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

Öğretmen: Benzer terimlerle biz işlem yaptık değil mi? Kim burada benzerler? Burada kartlarla modellerle yaptığımız zamanda x 'ler arasında bir işlem

yaptı, yani toplama işlemi yaparken benzer olanlara bakıyorum. Peki, bunu nasıl yaptık, $-3x$ ile $+2x$ nasıl topladık?

Öğrenci: -3 ile $+2$ yi topladık

Öğretmen: Yani ne yapıyoruz burada biz?

Öğrenci: Benzer terimleri topluyoruz

Öğretmen: Tamam benzer terimleri toplarken nelere dikkat ediyoruz aslında.

Öğrenci: eksi ve artılara

Öğretmen: eksi artı benzer terimlere başka

Öğrenci: Kat sayı mı?

Öğretmen: Kat sayı ne yapıyoruz kat sayıları, demi kat sayıları topluyoruz aslında biz. Var mı bunda anlaşılmayan bir şey?

Öğretmen burada model üzerinde benzer olanları dikkate aldığını, ardından da kat sayılarına bakarak toplamayı gerçekleştirdiğini ifade etmiştir. Öğretmen'in burada $2k$ 'nın 2 çarpı k olmak yani çarpmanın ve toplamının anlamına odaklanmak yerine işlemsel bilgilere odaklandığı görülmektedir. Genel anlamda öğretmenin yolları incelendiğinde öğrencilerin sürece dâhil olduğu ancak kavramsal bir öğretim yerine işlemsel bilgileri anlamlandırdıkları söylenebilir. İlaveten planlamada gerçekleştirildiği şekliyle planın etkinlikler ve modeller aracılığıyla gerçekleştirildiği ancak modellerin istenildiği gibi ilişkili ve öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyecek şekilde kullanılmadığı söylenebilir. Yaygın öğrenci hataları bakımından ele alındığında ise yollarında öğrencilerin hatalarına yönelik pedagojik yollarında bir revizyona gitmediği ve bu hataları gidermek için açıklamalar dışında bir yaklaşım tercih etmediği söylenebilir.

3.2.3.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in üçüncü hafta işlemiş olduğu dersler öğrenci düşüncesi bakımından incelendiğinde öğretmenin öğrencilerin düşüncelerini analiz ettiği görülmüştür. Emre Öğretmen öğrencilere işlemi yapmaları için süre tanımış, bu sürede defterleri kontrol etmiş ve ortaya çıkan hatalı yanıtları analiz etmiştir.

Örneğin $(-3z-2)+(-2z+4)$ işleminin çözümünde öğrencinin yaygın bir hatasını tespit etmiştir.

Öğrenci: Hocam $-5z+2$ buldum ben

Öğretmen: Doğru diyenler? Yanlış diyenler?

Öğrenci: Ben başka buldum $z+(-6)$ diye bir şey.

Öğretmen: Nasıl buldun bunu?

Öğrenci: Öğretmenim önce ben parantez içindikileri yaptım, $3z-2$ diyordu, $1z$ buldum.

Öğretmen: Yaz nasıl yaptığını merak ettim. Modelleme ile de yap.

Öğrenci: Ben model çizmedim cebirsel yaptım. (Öğretmen öğrencinin defterinden nasıl yaptığını kontrol etti)

Öğretmen: Zeynep sen $3z-2$ 'yi $1z$ mi yaptın? Nasıl oldu?

Öğrenci: Üçten ikiyi çıkarınca

Öğretmen: Üçten ikiyi çıkarınca bir çıktı ama burada değişken var burada yok.

Öğrenci: Hocam nasıl bulduğumu söyleyeyim mi? Modellerle gösterdim. $-z$ yaptım.

Öğretmen: Gel tahtada göster.

Öğretmen öncelikle yanıtları alırken farklı bir öğrenci sonucuyla karşılaşmıştır. Öğretmen öğrenciye nasıl yaptığını sormuş, öğrencinin defterine yazdıklarını incelemiş ve ardından da öğrencinin hatasının neden kaynaklandığını tespit etmiştir. Öğrenciye sonucunun neden hatalı olduğunu açıklamış ve ardından da farklı bir öğrenciden tahtada model ile göstermesini istemiştir. Benzer şekilde farklı bir yaygın hata karşısında yine öğrencilerin bu hatalarını göz önünde bulundurmuş model ve basit bir örnek ile karşılaştırarak öğrenciye açıklama yapmıştır.

Öğretmen: Bak, diyelim ki, bir sayının 3 katı nedir?

Öğrenci: $3a$

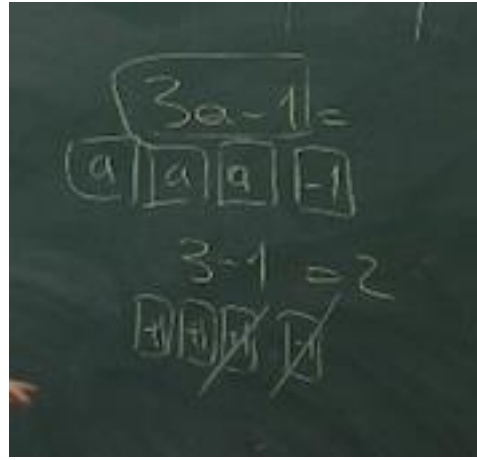
Öğretmen: Bir sayının 3 katının 1 eksiği nedir?

Öğrenci: $2a$

Öğretmen: (tahtaya $3a-1$ yazdı) oğlum bak $3a-1$; $2a$ etmez. Neden? Bak burada 3 tane a var, bir de ne var? (model çizdi) Eksi 1 var. 1 bir tam sayı, bu bunu

götürmez. Ama 3 eksi 1 olsaydı, bu bunu götürecekti bu 2 olacaktı. Ama 3 tane değişkenimiz var a, değişkenle tam sayı birbirini götüremediği için bu böyle kalır, 2a etmez.

Farklı bir örnekte de öğrenci $3a-1$ işleminin sonucunu $2a$ olarak yazmıştır. Öğretmen öğrencinin bu hatasını yine göz önünde bulundurmuş ve ona $3a-1$ ile $3-1$ işlemlerinin karşılaştırmasını Görsel 3.12’de olduğu gibi hem matematiksel ifade hem de model ile yaparak karşılık vermeyi tercih etmiştir.



Görsel 3.12. Emre Öğretmen’in Öğrenci Hatasını Gidermek İçin Çizmiş Olduğu Model

Emre Öğretmen’in bu örnekleri incelendiğinde, öğrenci düşüncelerine önem verdiği, analiz ettiği, derslerinde de öğrencilerinin hataları ve yanlışları doğrultusunda küçük revizyonlar yaptığı görülmüştür.

Temsillerin kullanımı bakımından ele alınan derslerde Emre Öğretmen’in matematiksel temsiller arası ilişki kurmada eksikliklerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Örneğin $(3a+5)+(2a+3)$ ifadesinin en sade halinin bulunduğu etkinlikte, öğretmenin model ile cebirsel temsil arasında eksiklik yaşadığı, öğrencileri ilişki kuracak şekilde yönlendirmediği ve temsiller arasında ilişki kurmadığı görülmüştür.

Öğretmen: (Öğretmen öğrencilere soruyu çözmeleri için süre tanıdı)

Öğrenci: Birinci $3a+1$ ikincisinde $2a+3$, a’ları yan yana getiririz $5a$ yapar hocam. Beşle üçü toplarız sekiz yapar.

Öğretmen: (Tahtaya $5a+8$ yazdı) Kim bu şekilde buldu? Modelle göster.

Öğrenci: (Öğrenci tahtaya doğru modeli yaptı)

Sınıf içindeki diyalog incelendiğinde öğretmenin önce sonuca nasıl ulaşılacağını sormuş ve bir öğrenci nasıl olacağını açıklamıştır. Ardından öğretmen tahtada model ile göstermelerini istemiş ve sonucu $5a+8$ olarak yazmış ancak cebirsel olarak ifade etmemiştir. Benzer şekilde 'aklından sayı tut' etkinliğinde öğretmen önce model ile gösterdi ardından da cebirsel temsile geçmiştir.

Öğretmen: İkiye böldüğümüz zaman iki tane olur, bir k iki tane eksi bir. Şimdi arkadaşlar bunu bölersem (kâğıtları düzenledi) tam ikiye böldüğüm zaman bakın aynı. Ne kaldı? $1k$ eksi iki. Bunlar kaldı mı? Şimdi diyor ki bana iki ekle diyor, ben buna iki eklersem ne olacak? Zaten bir tane k vardı, iki eklediğim zaman, ne olacak?

Öğrenci: Birbirini götürcek.

Öğretmen: Şu bunu götürdü, bu da bunu götürdü, bir tane k kaldı. Yani en baştaki buraya geldik. Peki, cebirsel olarak nasıl göstereceğiz. Şimdi bir k var, k'yı iki ile çarp, $2k$, diyor ki bize üç ekle, $2k+3$, yedi çıkar, $2k+3-7$.

Öğrenci: $2k-4$

Bu etkinlikte öğretmen öncelikle bir öğrenciye model ile yaptırmış, ardından da kendisi süreci yeniden açıklamıştır. Cebirsel temsili de yine modelden bağımsız olarak gerçekleştirmiştir. Emre Öğretmen'in gerek şekil ve cebirsel ile model ve cebirsel temsiller arasında ilişki kurmada yaşamış olduğu eksiklikler devam etmektedir.

Son olarak Emre Öğretmen'in de matematiksel fikirleri söyleme ve basit örnekler kullanma yollarını tercih etmesinin yanında, bu hafta ortaya çıkan öğrenci düşüncelerini sınıf tartışmasına yönlendirdiği görülmüştür. Öğretmen'in matematiksel fikirleri söyleme yolu halen devam etmektedir. Öğretmen modelleme sürecini, model üzerindeki ilişkileri ve işlemleri yaparken, örneğin $2k+3$ ifadesinden 7'nin çıkarılmasına yönelik modellemenin nasıl olması gerektiği bir kural gibi ifade etmiştir.

Öğretmen: ($2k+3$ 'ü yapıştırdı) Şimdi ben bundan ne çıkaracağım,

Öğrenci: Yedi

Öğretmen: Nasıl çıkaracağım? Burada $+7$ var mı, ne eklemem lazım? Bakın $2k+3$ var, ben bunun içerisinden yedi çıkarmam lazım, ne yapmam lazım?

Öğrenci: Dört tane eksi ekleyeceğim.

Öğretmen: Bakın hem artı hem eksi eklemem lazım. Doğru mu? Buraya ne eklemem lazım,. Şimdi ben buraya dört tane artı, dört tane eksi ekleyeceğim tamam mı? (model üzerinde ekledi). Şimdi toplamda kaç tane birim oldu? Yedi tane demi? Yediyi çıkar diyor, (çıkardılar). Ne kaldı geriye?

Öğrenci: 2k-4

Öğretmen işlemi öğrencilerin kendilerinin modellemesi ve tartışmalarına izin vermeden, doğrudan kendisi modelleme sürecinde neler yapmaları gerektiğini söyleyerek etkinliğini gerçekleştirmiştir. Modelleme sürecini söylemesine ilaveten öğretmen model üzerinde ilişkileri de kendisi söylemiştir.

Öğretmen: Kat sayı önündeki sayıydı ya, 3a başka nasıl yazılabilir?

Öğrenci: 3+a.

Öğretmen: Bu doğru mu sence?

Öğrenci: Hayır.

Öğretmen: Şimdi 3a neden olamaz, 3a nedir? Ya da 3+a nedir? Şimdi elimizde bu a olsun (model ile göstererek) Aslında bu nedir? a artı...

Öğrenci: Üç tane artı bir.

Öğretmen: Evet. Peki, 3a ne?

Öğrenci: Üç çarpı a.

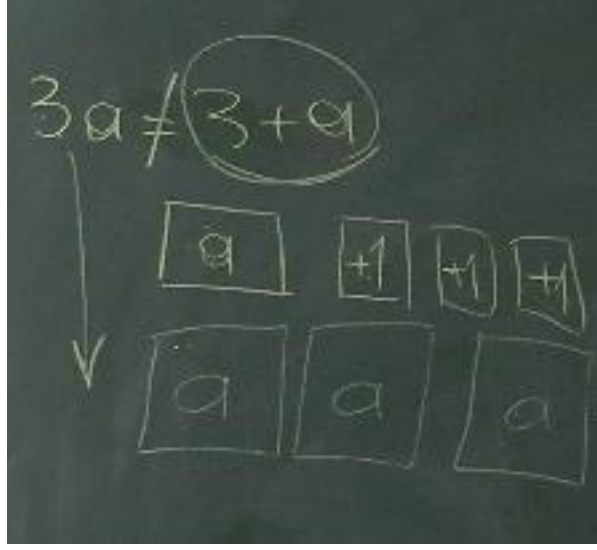
Öğretmen: Modelle nasıl göstereceğiz.

Öğrenci: (Öğrenci tahtaya Görsel 3.13'te verilen model ile gösterdi.)

Öğretmen: Bak şimdi bu 3a demi, üç tane a var, burada ne var, a artı üç var, bununla bu aynı mı?

Öğrenci: Hayır.

Öğretmen: Anladın mı 3a, a+3'e eşit değilmiş demek ki, yani 3a; üç tane a var, ama a+3'te bir a var, üç tane de artı bir var.



Görsel 3.13. Emre Öğretmen ve Öğrencinin Çizmiş Olduğu Model

Öğretmen öğrencinin yapmış olduğu yaygın hata karşısında öğrenciye Görsel 3.13'te verilen model ile açıklama yapmayı tercih etmiştir. Öğretmen öncelikle kendisi $a+3$ 'ün modelini yapmış, ardından da $3a$ 'nın nasıl modelleneceğini öğrenciye yaptırmıştır. Bu süreçte öğretmen modeller üzerinde açıklamalar yaparak iki modelin aynı olmadığını dolayısıyla da iki ifadenin eşit olamayacağını açıklamıştır. Diğer bir ifadeyle öğretmenin öğrencinin bu fikri kendi yapılandırmasını engellediği ve öğrencinin model üzerinde ilişkiyi görerek ifadelerin eşit olmadığını anlamasını beklediği söylenebilir. Matematiksel fikirleri söylemesine son örnek olarak tam sayılar ile ilgili kuralları söyleyerek öğrencilerin işlemleri anlamasını sağlamak olarak söyleyebilir. Öğretmen öğrencilere daha öncesinde tam sayıları kurallar ile öğrettiğini MGO'nda söylemişti. Derste de aynı uygulamasına devam ederek bazı bölümlerde öğrencilere bu kuralları söyleyerek hatırlatmaya çalışmıştır.

Öğretmen: Peki bunu biz tam sayılarda işaretleri farklıysa nasıl yapıyorduk?

Öğrenci: Eksiyle artı eksi olur, artıyla artı birleşirse artı olur eksiyle eksi birleşirse artı olur.

Öğretmen: Nasıl yaptın sen bunu?

Öğrenci: Bir artı bir eksi olursa çıkartıyoruz, büyüğün işareti oluyor.

İşlemler yapılırken öğrencilere işlemleri nasıl yaptığını sormuş, öğrenciler de önceki deneyimlerinden hareketle işaretler ve işlemlerle ilgili iki kuralı söylemiştir. Farklı bir yerde de öğrencinin -20 yazması gerektiği yerde 20 yazması üzerine 'büyüğün işaretini koymuyor musun?' diyerek kuralı öğrenciye söylemiş ve hatırlatmıştır. Öğretmenin burada gerçekleştirmiş olduğu öğretiminde kural odaklı olduğu söylenebilir. Öğretmenin bu şekilde söylemiş olduğu süreçlerin, ilişkilerin ve kuralların öğrencilerin düşünme süreçlerini ve kendilerinin yapılandırması gereken fikirleri engellediği söylenebilir.

Öğretmenin matematik öğretimine dair tercih etmiş olduğu bir diğer yol ise basit örneklerin kullanımınıdır. Öğretmen cebirsel ifadeler ile işlem yapılırken öğrencilerin zorlanması üzerine tam sayılarda işlemlere geri dönmüş ve tam sayılar üzerinde işlemlerin nasıl yapıldığını açıklamıştır. Bu açıklamasını yaparken ayrıca yine model kullanmayı tercih etmiştir. Öğretmenin bu yaklaşımı öğrenciler önceki bilgilerini hatırlayarak yeni öğrendiği cebirsel konulara adapte etmesini kolaylaştırabileceği düşünülse de, öğretmenin bu bilgileri doğrudan söylemesinin bu durum ile tezatlık oluşturduğu söylenebilir.

Son olarak Emre Öğretmen'in matematik öğretimine dair tercih ettiği son yol ise öğrencilerin düşüncelerini sınıf tartışmasına yönlendirmektir. Öğretmen öğrenci yanıtlarının sınıf içinde tartışılmasını sağlayarak doğru yanıtları buldurma yolunu tercih etmiştir. Örneğin $(33y-10)+(28-53y)$ ifadesinin en sade halinin yazılmasında, öğrenciler (1) $33y-10-25$, (2) $86y-38$, (3) $20y+18$, (4) $23-25=-2$ olmak üzere dört farklı hatalı yanıt ortaya çıkmıştır. Öğretmen ilk olarak hatalı yanıtları tahtaya yazmış ve ardından öğrencilerden sırasıyla yanıtları değerlendirmelerini istemiştir.

Öğretmen: Miraç $86y$ bulmuş, bu yanıtı kim değerlendirir?

Öğrenci: $33y$ ile $53y$ 'yi toplamış.

Öğretmen: Ne yapması lazımdı?

Öğrenci: Çıkarması lazımdı.

Öğretmen: Neden?

Öğrenci: Çünkü eksiler ile artılar birbirini götürüyor.

Öğretmen: Bakın burada artı var, burada eksi var. Eksiler artılar birbirlerini götürünce ne kalır burada?

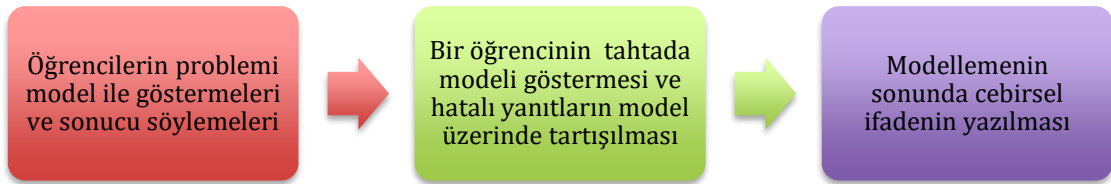
Öğrenci: $-20y$

Öğrenci: +18

Öğretmen öğrencilerin yapmış oldukları yanıtları tek tek ele almış ve verilen yanıtların hepsini öğrencilerin değerlendirmesini istemiştir. Değerlendirmelerin ardından doğru yanıtlar verilmiş ve öğretmen model üzerinde açıklayarak öğrencilerin doğru yanıtla ulaşmalarını sağlamıştır. Emre Öğretmen ilk hafta farklı öğrenci yanıtlarını tahtaya yazmış ancak kendisi hataları söyleyerek düzeltmeyi tercih etmişti. Ancak bu hafta farklı öğrenci yanıtlarını sınıf tartışmasına yönelterek kullanmış olduğu yolunda bir değişikliğe gitmiştir. Emre Öğretmen'in yapmış olduğu bu değişikliğin, MGO'larında öğrenci düşüncelerinin nasıl kullanılabileceğine yönelik gerçekleştirilmiş konuşmaların ve önerilerin bir sonucu olduğu söylenebilir.

3.2.3.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in üçüncü haftada cebirsel ifadeler ile toplam işlemine yönelik etkinlikleri incelendiğinde öğretmenin öğrencilerin süreç içerisinde modelleri kullanmalarına izin verdiği ancak model ile cebirsel ifade arasında ilişkiyi ortaya koymada eksikliğini olduğu görülmüştür. Şekil 3.19'de Emre Öğretmen'in üçüncü hafta ortaya koymuş olduğu yolları görülmektedir.



Şekil 3.19. Emre Öğretmen'in Üçüncü Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen cebirsel ifadelerle toplama işlemine ait etkinliklerde ilk olarak öğrencilerden model ile sonuca ulaşmalarını beklemiş ve öğrenciler kendileri çalışırken defterlerini kontrol ederek yaptıklarını denetlemiştir. Öğretmen ardından öğrencilere yanıtlarını söyletmiş ve hatalı yanıtlar olduğunda ya da öğrencilerin yanılırları ortaya çıktığında bunları sınıf tartışmasıyla birlikte model ile göstererek gidermeyi tercih etmiştir. Emre Öğretmen süreç içerisinde öğrencilerin ön bilgilerini dikkate almış, öğrencilerin ezber ve kurala dayalı olan

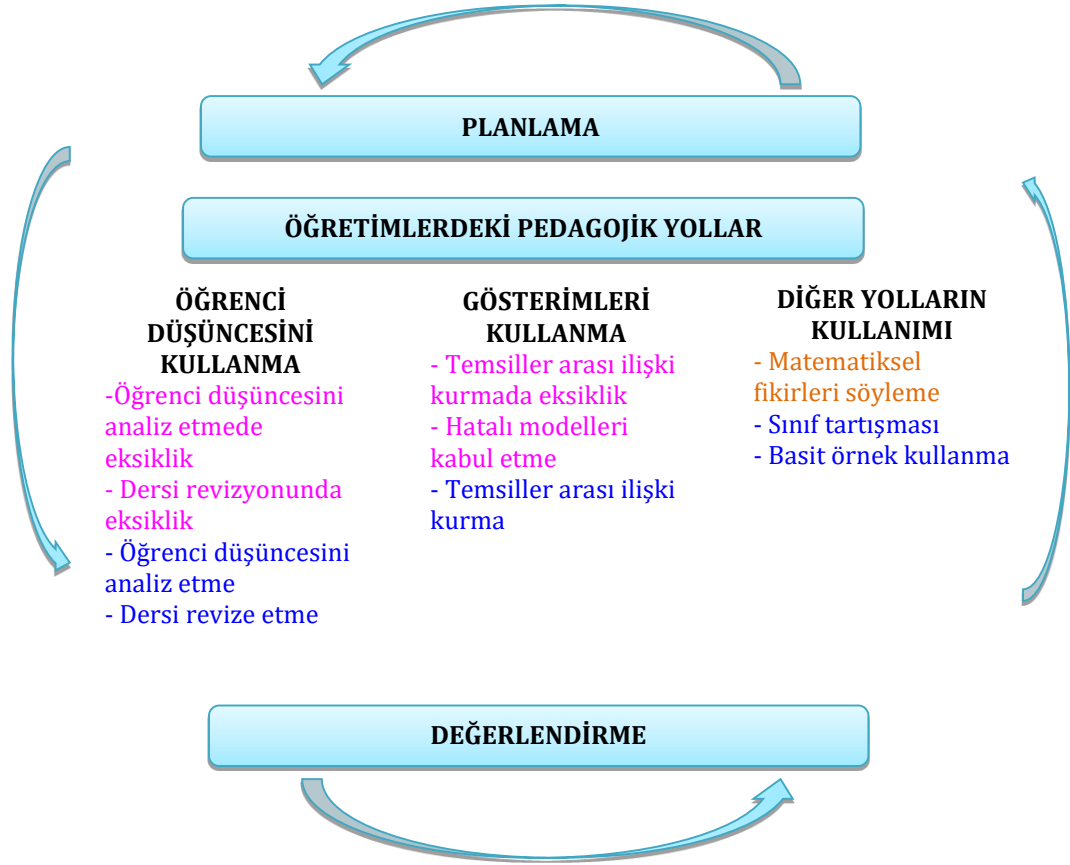
tam sayı bilgilerinin yanında onlara model ile ve işlemlerin anlamlarına odaklanarak açıklamalar yapmıştır. Böylece öğretmen öğrencilerin tam sayı bilgilerini tamamlayarak cebirsel ifadeler ile toplamaya geçiş yapmalarını sağlamaya çalışmıştır.

Öğrencilerin problemi kendilerinin çözmelerinin ve hatalı yanıtların giderilmesinin ardından bir öğrenci tahtada modelin nasıl olacağını göstermiş ve ardından da cebirsel olarak sonucu yazmıştır. Öğretmen bu noktada temsiller arası ilişki kurmaları için öğrencilere uygun yönlendirmeleri yapmamış, öğrenciler bu yüzden süreçte model üzerinde gösterip sonucu cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Ancak öğrenciler büyük katsayılı işlemlere geçene kadar cebirsel ifadeler ile işlem yapmak konusunda eksiklik yaşamışlardır. Etkinliğin sonunda modele karşılık gelen cebirsel ifade yazılarak etkinlik sonlandırılmıştır.

Genel anlamda Emre Öğretmen'in yolları incelendiğinde hatalar konusunda daha önceki uygulamalarının aksine öğrencileri sınıf tartışmasına yönlendirdiği, açıklamalar yerine çoğunlukla modellemeleri tercih ettiği ve bu süreçte öğrencilerini etkin hale getirdiği görülmüştür. Bu da öğretmenin öğrenci düşüncesini dikkate aldığı ve süreçte dersini buna göre revize ettiğinin bir göstergesi olarak ifade edilebilir.

3.2.4. Dördüncü hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Dördüncü hafta mesleki gelişim oturumunda planlanmış derslerin, Damla ve Emre Öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'nin uygulanmalarındaki pedagojik yolları öğrenci düşüncesine dair yollar, temsillerin kullanımına dair yollar ve diğer yollar olmak üzere üç başlık altında toplanmıştır.

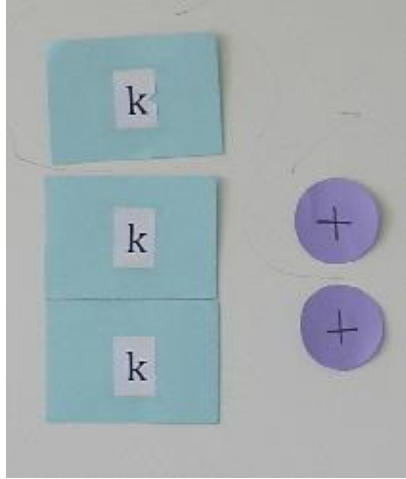


Şekil 3.20. Dördüncü Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Dördüncü hafta öğretimlerinde Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak öğrenci düşüncesini analiz etme ve derslerde öğrenci düşüncesine bağlı revizyon yapma eksiklikleri devam etmektedir. Emre Öğretmen'in ise dördüncü hafta öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak öğrencilerin düşüncelerini analiz ettiği ve öğrenci düşüncesine bağlı ders revizyonuna gittiği görülmüştür. Bu haftada Damla Öğretmen temsiller arası ilişki kurmada eksiklikler yaşarken, aynı zamanda hatalı modelleri de kabul ettiği ve matematik fikirleri söyleme yolunu kullandığı belirlenmiştir. Diğer taraftan Emre Öğretmen'in temsiller arası ilişki kurduğu, matematiksel fikirleri söyleme, sınıf tartışması ve basit örneklerin kullanımı yollarını tercih ettiği görülmüştür.

3.2.4.2. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak ilk haftadan beri süre gelen düşünceleri analiz etme eksiklikleri devam etmektedir. Damla Öğretmen öğrencilerin hatalarını analiz etmek, sorgulamayı kullanarak anlayışlarını geliştirmek yerine, bir hata fark ettiğinde öğrenciye yapması gereken bir sonraki adımı söyleyerek dersi ilerletmeyi tercih etmektedir. Örneğin $(3k+2)-(k+1)$ işleminin modellemesini yapmak için tahtaya kalkan bir öğrenci $3k+2$ ifadesinin modelini Görsel 3.14'de görüldüğü şekilde tahtaya yapıştırmıştır. Ardından öğrenci $k+1$ ifadesini de tahtaya yapıştırmak istemiştir.



Görsel 3.14. Öğrencinin $3k+2$ İfadesi İçin Oluşturduğu Model

Öğretmen: Gerek var mı ikinci ifadeyi tahtaya yapıştırmamıza? Bize ne diyor, $3k+2$ 'den $k+1$ 'i at. Bunun içinden kimi atman lazım? $k+1$ 'i.

Öğrenci: ... (Öğrenci kartonları çıkardı.)

Öğretmen: Ne kaldı geriye?

Öğrenci: $2k+1$.

Öğretmen: Demek ki bu ifadenin en sade şekli neymiş $2k+1$. Peki model olmasaydı, kim gösterecek bana işlem olarak?

Öğrenci: Benzer terimleri toplarız.

Öğretmen: Benzer terimleri toplar mıyız? Çıkartırız. Aynı toplamadaki gibi burada da benzer olanları çıkarıyoruz.

Öğretmen ikinci ifade içinde model oluşturmak isteyen öğrenciye model oluşturmasına gerek olmadığını ve çıkarma işlemi yaptığı için $k+1$ ifadesini çıkarması gerektiğini söylemiştir. Öğretmen öğrencinin yapmış olduğu hatayı analiz etmediği için öğrencinin anlayışını ortaya çıkaramamıştır. Yine etkinliğin devamında cebirsel temsili yapmalarını istemiş ve başka bir öğrenci de benzer olan terimleri toplayacaklarını söylemiştir. Öğretmen de benzer terimleri çıkarması gerektiğini söylemiş ve öğrenci işlemleri yapmıştır. Benzer şekilde $(-5k-3)-(2k-2)$ ifadesinin cebirsel olarak temsilinde öğrenci ifadeyi hatalı olarak $-5k-2k-3-2$ şeklinde düzenlemiştir. Öğretmen “Onu mu soruyor? Eksi üçten eksi ikiyi çıkar diyor.” diyerek öğrencinin hatasını söylemiş, öğrenci sonra ifadeyi düzenleyerek sonuca ulaşmıştır. Öğretmen öğrencilerin anlamalarına odaklanmak yerine modelin ve işlemin yapılmasına odaklanmış ve öğrencilerin hatalarını analiz etmeden ne yapmaları gerektiğini söyleyerek sonuca ulaşmalarını sağlamıştır. Öğretmenin benimsemiş olduğu bu yolun öğrencilerin gerçek bir anlayış geliştirmelerinin önünde bir engel olarak görülebilir.

Öğrenci düşüncesinin kullanımında Damla Öğretmen’in yaşamış olduğu bir diğer eksiklik ise öğrencilerin anlamalarına bağlı dersi revizyon etmek olarak belirlenmiştir. Örneğin öğrenciler $(-5k-3)-(2k-2)$ ifadesinin sadeleştirilmesinde $-5k-2k$ ifadesinin modellenmesini yapmak konusunda kararsızlık yaşamışlar ve sınıfta bir karmaşa oluşmuştur. Bu sırada bir öğrenci “anladım” diyerek söz hakkı istemiştir.

Öğretmen: Eksi k lazım var mı orada?

Öğrenci: Yok, artı ve eksi koyuyorduk.

Öğretmen: Neye göre yapıyorduk? Ne koyacağız buraya?

Öğrenci: $+2k$.

Öğretmen: Başka?

Öğrenci: $-2k$.

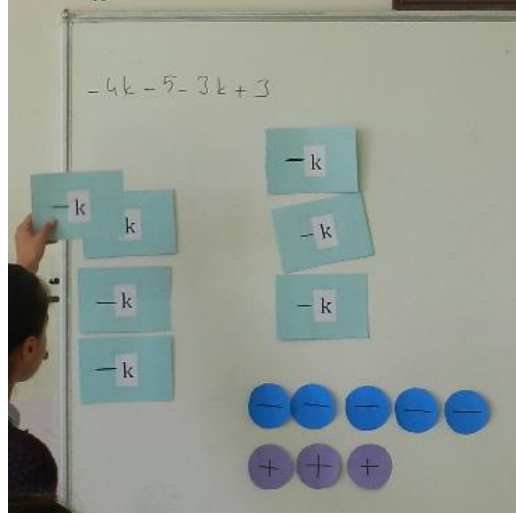
Öğretmen: Beraber koyacaktık demi?

Öğrenci artı ve eksi pul koyulacağını ifade ettikten sonra öğretmen açıklama yaparak öğrencinin yapması gereken modeli ifade etmiştir.

Öğretmen: Neye ihtiyacımız var onu ekliyorduk ama onun kadar bir de ters işaretlisini mi ekliyorduk? Tamam, al bunlarda artı k dedin, bir de bunların eksilisini mi ekleyeceğim? Bunu hatırladın mı?

Öğrenci öğretmenin yönlendirmesi doğrultusunda modelleme sürecini tamamlamış ve işlemin sonucunu yazmıştır. Bunun ardından öğretmen “Nerede hata yaptığını anladın mı?” diyerek problemin çözümüne cebirsel olarak devam etmiştir. Damla Öğretmen diğer problemlerin çözümlerinde de değerlendirme için etkili sorular oluşturamamış ve tüm öğrencilerin anlamalarını değerlendirmek için farklı bir yol izlememiştir. Öğrencilerin modellerini ya da işlemlerini “Var mı anlamadığınız bir şey? Yanlış yaptı diyen var mı?” şeklindeki sorular ile kontrol etmeyi ve öğrencilerin anlamalarını değerlendirmeyi kendilerine bırakmıştır. Damla Öğretmen’in bu öğretimiyle sadece işlemlerin ve modellerin sonuçlanmasına odaklandığı, sınıf içinde bir kaç öğrencinin bu işlemlerini yapabilmesini yeterli gördüğü, bu yüzden diğer öğrencilerin süreçleri nasıl anladığını ortaya koyacak değerlendirmeyi yapmadığı söylenebilir. Bunun sonucu olarak da dersinde herhangi bir değişikliğe gittiği gözlemlenmemiştir.

Damla Öğretmen’in öğretimlerinde temsillerin kullanımına yönelik olarak ise üçüncü hafta ile paralel olarak iki farklı durum ortaya çıkmıştır: Hatalı modeli kabul etme ve temsiller arasında ilişki kurmada eksiklik. Modellerin hatalı kullanımına yönelik olarak Damla Öğretmen’in bir önceki hafta toplama işleminde sabit terimlerin hesaplanmasına yönelik kısımlarında da hatalara rastlanmış ve değerlendirme toplantısında bu hatalardan bahsedilerek doğru modeller üzerine konuşulmuştu. Dördüncü hafta çıkarma işlemleri modellenmesinde ise Damla Öğretmen ilk parantezli olan işlemlerde öğrencileri doğru model yapmaları konusunda yönlendirmiştir. Diğer bir ifadeyle Damla Öğretmen’in doğru modelin nasıl kullanılacağını bildiği derslerinde gözlenmiştir. Ancak bazı örneklerde Damla Öğretmen’in yapılan öğrenci hatalarını incelemesine rağmen modellerdeki hatayı fark etmediği ve herhangi bir müdahalede bulunmadığı görülmüştür. Örneğin $-4k-5-3k+3$ işleminde öğrenci modeli aşağıdaki resimde görüldüğü şekilde yapmış ve öğretmen de öğrencinin ne yaptığını sorular sorarak açıklamıştır.



Görsel 3.15. Öğrencinin $-4k-5-3k+3$ İfadesi için Oluşturduğu Hatalı Model

Öğretmen: Sen şimdi ne yaptın? O -3'ler ne?

Öğrenci: -3k diyor hocam.

Öğretmen: Hani nerede diyor orayı göster.

Öğrenci: ... (Öğrenci 3 tane -k'yi gösterdi.)

Öğretmen: Evet. Şimdi 4 tane -k, 3 tane yine-k var, sonra ne var?

Öğretmen: Doğru mu?

Öğrenci: Evet.

Öğrenci benzer olan terimleri önce yapıştırmayı tercih etmiş ve $-4k-3k$ ifadesi için eksi yedi tane k pulu yapıştırmıştır. Öğretmen de ne yaptığını öğrenciye açıklatmasına karşın $-4k$ ifadesinden $3k$ ifadesinin çıkarılması gerektiğini, bu yüzden üçer tane $(+k)$ ve $(-k)$ pullarının eklenmesi gerektiğini fark etmemiştir. Benzer şekilde $2k-5k$ ifadesi için farklı bir öğrenci tahtaya iki tane artı k ve beş tane eksi k pulu yapıştırmış, işlemi $-5k+2k$ olarak yazmış ve öğretmen bu model üzerinden problemin çözümüne devam etmiştir.

Öğretmene öğretimlerini değerlendirmek için toplantıda videolar izletilmiş ve hatalı modeller ile modellerin verilen işlemi yansıtmadığı konuşulmuştur.

D: Tamam yapsın ne zararı var? ... Bunu bu sırayla mı yazdı?

A: $-5k$ ile $2k$ 'yi topluyor, aynı sonucu veriyor, ama burada $2k$ 'dan $5k$ 'yı çıkarması lazım bunun modelinde.

D: Bu çok önemli mi yaaa? Ben fark etmemişim orada onu.

Damla Öğretmen videoyu izledikten sonra öğrencinin yaptığını çok önemsememiş ve ders sırasında yapılan işlemleri fark etmediğini ifade etmiştir. Öğrencilerin $2k-5k$ işlemi ile $-5k+2k$ işleminin aynı sonucu verdiği konusunda farkındalıkları önemli olsa da ders sırasında öğretmenin bunun farkında olmaksızın kabul etmesi ve öğrencinin anlayışının gerçekte nasıl olduğunu ortaya çıkarmayışı bir eksiklik olarak değerlendirilebilir. Nitekim öğretmenin de durumun farkında olmaması hatta bu durumu önemli olarak görmemesi, öğrencilerin işlemlerle ilgili kazanmaları gereken beceriler konusunda bir eksikliği olarak ifade edilebilir.

Temsillerin kullanımı konusunda Damla Öğretmen'in eksik olduğu bir diğer yolu da temsiller arasında ilişki kurmasında ortaya çıkmıştır ve diğer haftalarda olduğu gibi bu yolu devam ettirmektedir. Öğretmen tüm çıkarma işlemleri boyunca öğrencilerin ilk olarak model ile göstermelerini istemiş, ardından da cebirsel olarak ifade ettirmiştir. Ancak öğrencilerin somut deneyimleri ile soyut yani sembolik deneyimleri arasında ilişki kurmalarını sağlayacak bir öğretimi benimsememiş, iki temsili de yapılması gereken adımlar şeklinde takip etmiştir. Cebirsel ifadelerin anlamına yönelik olarak "3a ve a+6 ifadelerinden hangisi daha büyüktür?" probleminin çözümünde öğrenciler farklı fikirler ortaya koymuşlardır. Damla Öğretmen öğrencilerin söylediklerini toparlamak için öğrencilerden bir tablo oluşturmalarını istemiş ve öğrenci Görsel 3.16'da verilen tabloyu oluşturmuştur.

	3a	a+6
a=1	3.1=3	1+6=7
a=2	3.2=6	2+6=8
a=3	3.3=9	3+6=9
a=4	3.4=12	4+6=10
a=5	3.5=15	5+6=11
a=6	3.6=18	6+6=12
a=7	3.7=21	7+6=13
a=8	3.8=24	8+6=14

Görsel 3.16. Öğrencinin Oluşturmuş Olduğu Tablo

Tablonun oluşturulmasının ardından öğretmen tablo temsilinde öğrencilerin ifadeleri yorumlamaları için sorular sormuştur.

Öğrenci: Hocam burada birer birer artmış, burada da üçer üçer artmış.

Öğrenci: Üçten sonra 3a büyüyor hocam

Öğretmen: Sekize kadar değerler verdik demi? a yerine istediğim değer verebiliyorum, Türkan a yerine bir dediğinde 3a'yı hesapladığında üç çıktı, a+6'yı hesapladığında yedi çıktı. Bakın ilk iki durumda a+6 mı büyük çıktı. Üç verdiğimiz de ne oldu?

Öğrenci: Eşit.

Öğretmen: Eşit oldu. Dört verdim, beş verdim, altı verdim, ... İlk iki değerde a+6 büyük çıktı, sonra 3'te eşitlendi, ondan sonra 3a büyük oldu. Buna göre kesin bir şey söyleyebiliyor muyuz? Söyleyemiyoruz değil mi?

Öğrencilerin düşüncelerini almasının ardından ise etkinlikle ilgili bir sonuca varamamış ve hangi ifadenin daha büyük olduğuna karar verilemeyeceğini ifade etmiştir. Damla Öğretmen süreçte öğrenci düşüncelerini birbiri ile ve problemin sonucuyla ilişkilendirmemiş, sonucu kendi ifadeleriyle sonuçlandırmıştır. Değerlendirme toplantısında Emre Öğretmen'in dersindeki bu bölüm incelendiğinde ise kendi dersiyle ilgili bir özeleştiri yaparak etkinliğin benzer bir sonuca bağlayabileceğini belirtmiş ve durumu "Biz bu şekilde yazmadık, yazabilirdik." şeklinde ifade etmiştir.

Son olarak Damla Öğretmen bu hafta da önceki haftalara benzer olarak sorular sorarak öğrencilerin bilgilerini geliştirmek yerine, öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmak ve tam sayılı ile cebirsel ifadeli işlemlerin benzerliklerini vurgulamak için matematiksel fikirleri kendisi açıklama yolunu benimsemiştir. Örneğin -5k-2k işleminin yapımında öğrenci artı ve eksi pullar eklemesi gerektiğini ifade ettikten sonra öğretmen tüm öğrencilerin tamsayılar konusundaki bilgilerini hatırlayabilmeleri için öğrencilere tamsayılarda artı ve eksi pulları birlikte eklemenin sıfır eklemek ile aynı anlama geldiğini açıklamıştır. Aynı şekilde (-2k+5)-(-k+2) işleminin yapımının ardından öğrencilerin defterlerinde farklı hatalar gördüğünü söylemiş ve öğrencilerin ne yapması gerektiğini kendisi ifade etmiştir. "Tekrar söylüyorum, eksi k ve artı ikiyi de attım. Geriye bir tane eksi k ve üç tane de artı kaldı. Başka işlemleri araya sıkıştırmaya gerek yok." açıklamasıyla öğrencilerin

yapmış olduğu hatayı gidermeye çalışmıştır. Burada öğretmen öğrencilerde görmüş olduğu hatayı analiz etmediği gibi, yine sorular sorarak anlayışlarını geliştirmeyi tercih etmemiş ve matematiksel fikirleri kendisi açıklama yoluna gitmiştir.

Öte yandan Damla Öğretmen'in önceki haftalarda kullanmadığı ancak bu hafta tercih ettiği bir yol da öğrencileri sınıf tartışmasına yönlendirmektir. 3a ifadesinin mi yoksa a+6 ifadesinin mi daha büyük olduğunun araştırıldığı problemde öğretmen öğrencilerin sınıf içinde tartışmasını tercih etmiş ve öğrencilerin fikirlerini diğer öğrencilere sorarak tartışmayı ilerletmiştir.

Öğretmen: Berat Ali sen ne diyorsun?

Öğrenci: 3a diyorum, çünkü a+6'da bir tane a var, diğerinde 3 tane a var.

Öğretmen: Farklı bir şey söyleyecek olan? Türkan?

Öğrenci: Hocam bilemeyiz çünkü a değişken.

Öğretmen: Bak Türkan a'nın değerini bilmiyoruz a değişken. O yüzden hangisinin daha büyük olacağını bilemem dedi. Acaba bu doğru mu?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Neye göre doğru?

Öğrenci: a+6'yı toplayamayız,

Öğretmen: Peki Türkan'ın dediğinin doğruluğunu nasıl gösterebilirsiniz? Dedin ki a değişken.

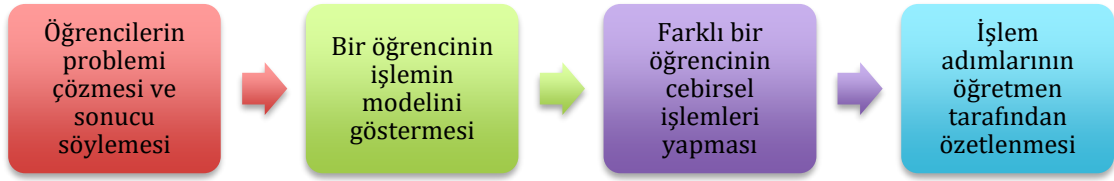
Öğrenci: Diyelim burada a yerine 2 diyelim? Üç çarpı iki; altı olur. Burada da iki artı altı; sekiz oluyor.

Öğretmen: Peki Türkan'ın dediğini düşünün...

Öğretmen öğrencilerin farklı düşüncelerini sormuş, öğrencilerden gelen düşünceleri tekrar diğer öğrencilere sorarak tartışmaya devam etmiştir. Bazı zamanlarda öğrencilerin fikirleri yeniden düşünmesi için fırsat tanımış ve tekrar sınıf içinde tartışarak etkinliği tamamlamıştır. Öğretmenin her ne kadar öğrenci fikirleri ile etkinliğin sonucunu ilişkilendirmedi ve etkinliği etkili bir sonuç ile bitirmek konusunda eksiklikleri olsa da, ilk defa sınıf tartışmasını bir yol olarak tercih etmesi, öğretiminde bir değişim olarak ifade edilebilir. Nitekim bir yolu alıp etkili bir şekilde uygulamaya koyabilmek, öğretmen için zaman alacak bir süreç olsa da, öğretmenin yapmış olduğu açıklamalar dışında farklı bir öğretim yolunun da olduğu konusunda farkındalık kazanmaya başlaması önemli görülmektedir.

3.2.4.2.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in dördüncü haftada gerçekleştirmiş olduğu etkinlikleri incelendiğinde öğretmenin etkinliklerine öğrencileri dahil ettiği ancak öğrencilerin anlamasını dikkate alarak bir revizyon gerçekleştirmediği ya da derslerinde öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için farklı bir yol tercih etmediği görülmüştür.



Şekil 3.21. Damla Öğretmen'in Dördüncü Hafta Öğretim Yolları

Öğretmen'in etkinliklerin başlangıcında öğrencilere problemleri çözmeleri için süre tanıdığı ve ardından çözüme yönelik olarak bir öğrenciden doğru fikri aldığı görülmüştür. Ardından iki farklı öğrenci ilk olarak tahtada modeli sonrasında da cebirsel ifadeyi göstermiştir. Ancak modelin kullanımı öğrencilerin cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi konusunda anlayışını geliştirmek adına ilişki şeklinde kullanılmamıştır. Süreçte öğrenci hataları genel olarak öğretmenin açıklamalarına dayalı olarak giderilmeye çalışılmış, sadece bir etkinlikte farklı olarak öğretmen sınıf tartışması yaparak öğrencilerin anlayışlarını geliştirmeye çalışmıştır. Öğretmen öğrencilerin ön bilgilerini dikkate almış ancak öğrencilerin zorluk yaşadığı kısımlarda sadece tam sayılar konusunda açıklama yaparak zorluklarını giderme yoluna gitmiştir. Bazı etkinliklerde ise öğrencilerde ortaya çıkan fikirleri derse adapte etmemiş ve yine kendi açıklamalarına dayanarak dersini ilerletmiştir. Genel olarak Damla Öğretmen'in kendi zihinsel olarak belirlemiş olduğu yolda ilerlediği ve öğrenci değerlendirmesine bağlı olarak dersinde bir değişiklik yapmadığı söylenebilir.

3.2.4.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in dördüncü hafta öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak öğrencilerin düşüncelerini analiz ettiği ve öğrenci düşüncesine bağlı ders revizyonuna gittiği görülmüştür. Emre Öğretmen derslerde ortaya çıkan öğrenci hatalarını ya da yanlışlarını sıklıkla analiz etmiş ve nasıl ya da neden böyle bir durum oluştuğunu anlamaya çalışmıştır. Örneğin öğretmen 3a ifadesinde a yerine sıfır geldiğinde ifadenin değerinin kaç olacağını sormuştur.

Öğretmen: Sıfırdan başlarsak, 3a ne olur?

Öğrenciler: 30

Öğretmen: (Bir öğrenciye dönerek) Neden 30 dedin?

Öğrenci: a'nın yerine direk 0 koydum 30 oluyor dedim.

Öğretmen: Arkadaşlar 3a ne demek?

Öğrenci: 3 çarpı a.

Öğrenci: Hocam ben yanlış yapmışım, sıfır oluyor, üç ile sıfır çarpılacak.

Öğretmen: Evet sıfır.

Öğrenciler 3a ifadesinin 30'a eşit olacağını söyleyince öğretmen öncelikle neden 30 dediklerini sormuştur. Ardından da 3a'nın anlamını sorduğunda öğrenci neden hata yaptığını fark etmiştir. Öğretmen burada ilk olarak neden sorusu ile öğrencinin hatasını anlamaya çalışmıştır. Ardından öğretmenin burada cebirsel ifadenin anlamına yönelik olarak sormuş olduğu soru öğrencinin hatasını fark etmesini sağlamıştır. Bir başka örnekte de öğretmen $-3-2$ işleminde öğrencinin düşüncesini analiz ederek ve sorular sorarak, tam sayılardaki bilgilerini hatırlatmaya çalışmıştır.

Öğretmen: Şimdi $-3-2$ burada bir işlem var mı? Böyle bir işlemde biz ne yapıyorduk?

Öğrenci: Çıkarma işlemi yapıyorduk.

Öğretmen: Yani nasıl oluyordu?

Öğrenci: Eksi 1 olur.

Öğretmen: Nasıl yaptın onu sen?

Öğrenci: Eksi üçten artı ikiyi çıkardım.

Öğretmen: Nasıl çıkardın?

Öğrenci: İşaretleri farklı olduğu için

Öğrenci: (Başka bir öğrenciye söz hakkı verildi) İkisine de bir tane eksi iki bir tane de artı iki gelecek öğretmenim.

Öğretmen -3-2 işlemini öğrencinin nasıl yaptığını anlamaya çalışmış, öğrencinin işlemleri nasıl yaptığını açığa çıkararak diğer öğrencilerin de tam sayılar konusundaki bilgileri hatırlamalarını sağlamaya çalışmıştır. Öğretmen burada öğrencilerin hatalarını ve düşüncelerini analiz ederek hem onların anlamalarına yönelik bilgi toplamış, hem de sormuş olduğu sorular aracılığıyla öğrencilerin yapmış oldukları hataları fark etmelerini ve ön bilgilerini hatırlamalarını sağlamıştır.

Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesini kullanımına yönelik bir diğer yolu ise genel bir öğrenci değerlendirmesi yaparak bazı noktalarda dersinde planlanmadığı örneklerin çözülmesini istemesidir. Bir diğer ifadeyle Emre Öğretmen bu hafta derslerinde öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için değerlendirmelerine dayalı olarak derslerindeki etkinliklere ilaveler yaparak derslerinde değişikliğe gitmiştir. İlk olarak öğrencilerin tam sayılarda işlemler konusunda eksikliklerinin olduğunu fark ederek, planlama toplantısında planlanan etkinliklerin dışında -3-2, -12-(+5) şeklinde işlemler yazarak modellemeleri ve işlemleri açık şekilde göstermelerini istemiştir. Görsel 3.17'de Emre Öğretmen'in eklemiş olduğu örnek görülmektedir.

$$\begin{aligned} -3-2 &\Rightarrow -3-(+2) \\ &\Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline +1 & +1 & \\ \hline +1 & +1 & \\ \hline \end{array} \rightarrow -2 \quad \left\{ \begin{array}{l} -5+(+2) \\ -(+2) \end{array} \right\} = -5 \\ &\quad -3+(-2)+(+2) \quad \downarrow \text{çıkarm} \end{aligned}$$

Görsel 3.17. Emre Öğretmen'in Eklemiş Olduğu Örnek ve Temsilleri

Benzer bir başka değişikliği $(-22k+1)-(10k+2)$ işleminin çözümünde gerçekleştirmiş ve öğrencilerin model temsiliinde kaç pul eklemeleri gerektiği konusunda eksikliğini görüp $(+5)-(+8)$ işlemini yazmıştır.

Öğretmen: (işlemi tahtaya yazdı) Ne yapacağız?

Öğrenci: Çıkarma.

Öğretmen: Peki çıkarma işlemi yaparken ne yapacağız?

Öğrenci: Artı beşin içinde artı sekiz olmadığı için bir artı beş ekleyeceğiz, bir de eksi beş ekleyeceğiz.

Öğretmen: Ben buraya artı beş ve eksi beş eklersem burası ne olur?

Öğrenci: Artı 10 eksi beş.

Öğretmen: Burada sekiz var.

Öğrenci: Artı üç eksi üç olacak öğretmenim.

Öğretmen: Niye?

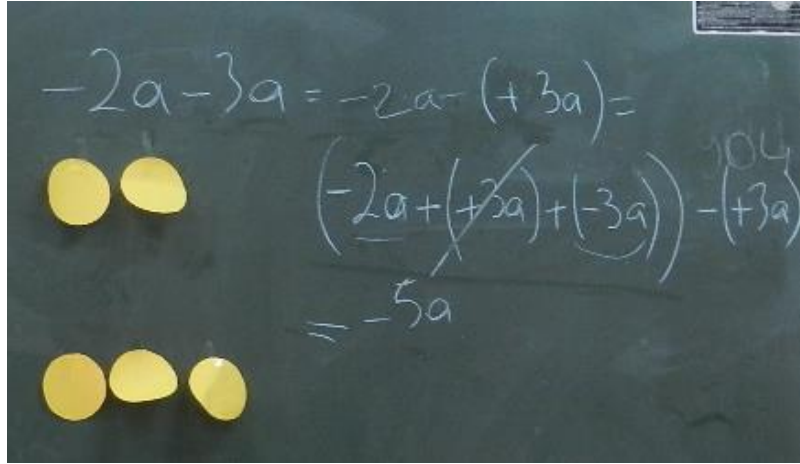
Öğrenci: Artıları toplayacağız öğretmenim sekiz bulmak için.

Öğretmen: Bakın artı beşin içinde artı sekiz var mı? O zaman ben buraya artı sekiz yapacak bir şey eklemem lazım.

Öğrenci: Oda artı üç.

Öğretmen cebirsel işlemin yapımı sırasında öğrencilere +1'den 2 çıktığında nasıl -1 kaldığını açıklamalarını istemiş, öğrencilerde pullarla açıklamaya çalışmış ancak sınıfta bir karmaşa oluşmuştur. Öğrenci önce +2 ve -2 eklemeyi önermiş, ardından öğretmenin sorularıyla +1 ve -1 eklenmesi gerektiğini söylemiştir. Ancak öğretmen öğrencinin söylediğine tatmin olmamış ve farklı bir öğrenciye niye +2 ve -2 eklemediğini sormuştur. Öğrenci doğru yanıt verdikten sonra öğretmen öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için $(+5) - (+8)$ işlemini yazarak bir de bunun üzerinde kaçar pul eklemeleri gerektiğini tartışmışlardır. Emre Öğretmen bunun dışında $a+6$ ile $3a$ ifadelerinin karşılaştırılması probleminde de bir öğrencinin $a+6$ ifadesine $6a$ ve $7a$ diyerek hatalı yanıt verdiklerini tespit etmiş ve gerçek problemin tartışmasını bir kenara bırakarak öğrenciden $a+6$ ile $6a$ ve $7a$ ifadesinin modellerini oluşturmasını istemiştir. Ardından modellerin birbiri ile eşlik durumunu tartışmış ve öğrencinin düşüncesini çürütme yoluna gitmiştir. Bu iki durum göz önünde bulundurulduğunda Emre Öğretmen'in ana problemin çözümü sırasında bir değerlendirme yaptığı ve bu değerlendirme doğrultusunda iki farklı yol ile (farklı bir örnek çözümü ve model ile temsil) ana problemin çözümünden bağımsız olarak öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye çalıştığı görülmüştür. Diğer bir ifadeyle öğretmenin bu hafta hem öğrencileri süreç içerisinde değerlendirdiği, hem de değerlendirmesine bağlı olarak dersine yaptığı küçük ilaveler ile derslerinde revizyona gittiği görülmüştür.

Emre Öğretmen'in dördüncü hafta da temsillerinin kullanımına dair yolları incelendiğinde ise öğretmenin haftanın başında işlemiş olduğu derslerde modeller arasında ilişki kurmada eksiklik yaşadığı ancak sonrasında öğrencileri de işin içine katarak modeller ile cebirsel işlemler arasında ilişki kurmaya başladığı görülmüştür. Öğrencilerin anlamasına bağlı yapmış olduğu çıkarımlar sonucu öğretmenin ilişki kurmaya başladığı söylenebilir. Nitekim öğretmen dördüncü haftanın ilk iki dersinin ardından üçüncü dersine başlarken önce tam sayılarla ilgili işlemler yazmış, ardından da basit cebirsel ifadeli işlemleri yazarak öğrencilerin ön bilgilerini tamamlamaya çalışmıştır. Öğretmen ilk iki derste sadece cebirsel ifadelerin modellerini yaptırarak cebirsel ifade olarak sonucu yazdırırken, üçüncü dersin ardından cebirsel ifade ve model arasında ilişki kurmaya başlamıştır. Örneğin öğretmen tam sayılı işlemlerinin ardından $3a - (-2a)$ ve $-2a - 3a$ işlemlerini yazmış ve Görsel 3.18'de işlemlerin hem model olarak yapmış hem de modelin cebirsel temsili yazılmıştır.



Görsel 3.18. Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulmuş Model ve Cebirsel İşlemler

Öğretmen: Bu ifade aslında nasıldır? Nasıl düzenleyebiliriz ifadeyi?

Öğrenci: Gizli bir artı vardı orada (öğrenci işlemi yazdı $-2a - (+3a)$).

Öğretmen: Aslında biz neyi çıkaracağız bunun içinden?

Öğrenci: $+3a$.

Öğrenci: $+3$ ekleyeceğiz, birde eksi 3 ekleyeceğiz.

Öğretmen: Tamam ekle bakalım, şimdi yapacak arkadaşınız. (öğrenci tahtaya pulları yapıştırdı) Tamam şimdi şurası ne oldu? (Pullar eklendikten sonraki ifade).

Öğrenci: $-5a+3a$.

Öğretmen: Ben bunun içinden ne çıkaracağım?

Öğrenci: $+3a$.

Öğretmen: Çıkar.

... (Öğrenci çıkardı).

Öğrenci: Hocam $-5a$.

Öğretmen: $-5a$ tamam. Bak bunun içinde $+3a$ var mı? Yok, onun için $+3a$ ve $-3a$ ekliyorum, sonra da çıkarttım $+3a$ 'yı.

İlk olarak bir öğrenci model ile tahtada işlemleri gerçekleştirmiştir. Öğrenci model ile temsilini yaparken öğretmen aynı zamanda cebirsel olarak ilişkisini kurmak için pul eklediğinde oluşan ifadeyi sormuş ardından işlemleri toparlamak ve sonuçlandırmak için öğrencinin model ile göstermiş olduğu ifadeyi cebirsel olarak yazmıştır. Aynı şekilde $a+6$ ile $3a$ ifadelerinin karşılaştırıldığı problemde öğretmen öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarmak için etkinliğin sonunda Görsel 3.17'de verilmiş tablo temsilini oluşturmuş ve matematiksel temsili de yaparak etkinliği sonuçlandırmıştır.

Öğrenci: Her şey a 'ya bağlı.

Öğretmen: Bu tabloya bakarak kim bana tamamıyla bir yorum yapacak?

Öğrenci: Hocam bazen $3a$, bazen $a+6$ büyük oluyor. Mesela a sıfır olduğunda $3a$ sıfır oluyor.

Öğretmen: Tamam da hangi durumlarda bu büyük, hangi durumlarda bu büyük?

Öğrenci: Öğretmenim $1,2$ ve 0 'da $a+6$ büyük. $a=3$ ise eşittir. a 3 'ten büyükse $3a$ büyüktür.

Öğretmen: ... (Öğrencinin söylediği ifadeleri Görsel 3.19'da görüldüğü şekilde tahtaya yazdı)

a	$3a$	$a+6$	hangisi büyüktür?
0	0	6	$a=0,1,2$ ise $a+6 > 3a$
1	3	7	
2	6	8	
3	9	9	$a=3$ ise $a+6 = 3a$
4	12	10	$a > 3a$ $3a > a+6$
5	15	11	
6	18	12	
90	270	96	

Görsel 3.19. Emre Öğretmen'in Oluşturduğu Tablo ve Matematiksel Temsili

Öğretmen öğrencilerin düşüncelerini almasının ardından bu düşünceleri bir tablo ile göstermiş ve tablo üzerinden öğrencilerin yeniden bir yorum yapmalarını istemiştir. Ardından öğrencinin yapmış olduğu yorumu matematiksel olarak göstererek etkinliği sonuçlandırmıştır. Emre Öğretmen başlangıçta temsiller arasında ilişki kurmada zorluk yaşamasına karşın sonraki derslerinde ilişkileri kurarak öğretimlerini etkili kılmıştır. Emre Öğretmen araştırmacıya derslerin planlama toplantısında somut modellerin cebirsel olarak temsilinin nasıl gerçekleştirileceğini sormuş ve öğretimlerin uygulamasının konuşulduğu sırada birkaç örnek üzerinde nasıl olduğunu anlamaya çalışmıştır. Emre Öğretmen modellerin cebirsel olarak nasıl ifade edilebileceği ile edinmiş olduğu bilgileri derslerine de adapte etmiştir. Bu anlamda Emre Öğretmen'in temsiller arasında ilişki kurmak konusunda kendisini geliştirdiği ifade edilebilir. Nitekim dördüncü hafta ders değerlendirme toplantısında videoların değerlendirilmesi sırasında -3-2 işleminde öğrencilerin hatasını ifade ederek önceki yıllarda yapmış olduğu öğretimi eleştirmiştir.

E: Şimdi biz ezberci mantıkla yapıyoruz. -3-2 işleminde biz diyoruz ki işaretler aynıysa toplanır. Ortak işaret konur. İşaretler farklıysa çıkarılır, büyüğün işareti koyulur. Ben şahsen yedinci sınıflara geçen sene böyle öğrettim. Biz hiç bir zaman -3-2 işleminde ikinin artı olduğunu söylemedik. Aslında yanlış öğretiyoruz, bu artı.

Emre Öğretmen'in bu düşüncelerinden hareketle onun somut modeller ile sembolik temsil arasında ilişki kurma yolunu benimsediği ve bu yüzden önceki öğretimlerindeki kural ile yaptığı öğretimi eleştirdiği ifade edilebilir.

Son olarak Emre Öğretmen dördüncü hafta öğretimlerinde önceki haftalara benzer olarak matematiksel fikirleri açıklama, öğrenci düşüncelerini sınıf tartışmasına yönlendirme ve basit örnekler kullanma olmak üzere üç farklı yol izlediği görülmüştür. Emre Öğretmen'in öğretmenlik alışkanlıklarından gelen fikirleri söyleme yolu bu hafta da devam etmektedir. Örneğin öğretmen ön bilgilerin hatırlatılmasında öncelikle kendisi açıklamalar yapmayı tercih etmiştir.

Öğretmen: Hatırlıyorsanız biz pullarla yaparken artı yoksa bir artı bir eksi ekliyorduk. Niye bir artı bir eksi ekliyorum?

Öğrenci: Eşitlik olsun diye.

Öğrenci: Birbirini götürsün diye.

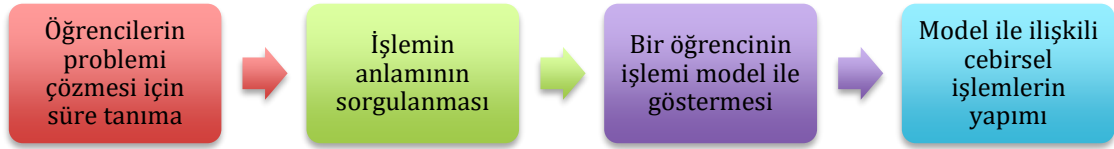
Öğretmen: Bu ne? Sıfır bu sıfır. Bir sayıya sıfır eklersen değişir mi? Değişmez. Bir eksi bir artı sıfır ekledim ne oldu altı tane eksi oldu hiç bir şey değişmedi, ama burası yine -5 oldu. O zaman ne ekleyeceğiz oraya?

Öğretmen öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmak için onlara artı ve eksi pullar eklediğini ve iki pul yan yana geldiğinde sıfır elde ettiği için işlemde bir değişiklik olmadığını ifade etmiştir. Açıklamasının ardından öğrencilere işleme eklemesi gereken pul sayısını sormuştur. Emre Öğretmen her ne kadar bazı matematiksel fikirleri açıklamaya devam etse de, öğrencilerin düşüncelerini dikkate aldığı ve onların kavramsal öğrenmelerini sağlayacak öğretimi gerçekleştirdiği göz önünde bulundurulduğunda, bu haftaki fikirleri söyleme yolunun çok dikkat çekmediği söylenebilir. İkinci olarak kullandığı öğrenci düşüncelerini sınıf tartışmasına yönlendirme yolunu da bir önceki hafta kullanmaya başlamış ve bu haftada kullanmaya devam etmiştir. Örneğin $a+6$ ifadesinin $6a$ 'ya eşit olduğunu söyleyen bir öğrencinin yanılığını sınıf tartışmasına sunmuş ve gerçek sorudan önce bu ifadenin doğruluğunu tartışmış ardından da öğrenciden model üzerinde göstermesini istemiştir. Öğretmen değerlendirme oturumunda da öğrenci yanılığını gidermek amacıyla sınıf tartışması yaptığını ve sınıf tartışmasında çıkan düşünceler doğrultusunda model ile gösterdiğini ifade etmiştir. Son olarak Emre Öğretmen cebirsel ifadeler ile çıkarma işlemi konusunda çok sayıda basit örnekten

yararlanmıştır. Öğretmen öğrencilerin cebirsel ifadelerde zorlandıkları noktalarda hemen benzer bir tam sayılı örnek yazmış (-4-5, -2-3 ya da -12-5 gibi) ve bu işlemleri de benzer olan cebirsel ifadeler ile ilişkilendirmeye çalışmıştır. Sonuç olarak Emre Öğretmen öğrencilerin ön bilgilerini kullanma yolunu tercih ettiği ve cebirsel ifadeli işlemleri tam sayılı işlemlerin üzerine inşa etmelerini sağlamaya çalıştığı söylenebilir.

3.2.4.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in Şekil 3.22'de verildiği şekilde dördüncü hafta yolları incelendiğinde öğretmenin etkinliklerine öğrencileri dahil ettiği, öğrencilerin anlamalarına bağlı olarak dersinde değişiklikler ve ilave problemler çözdüğü görülmüştür.



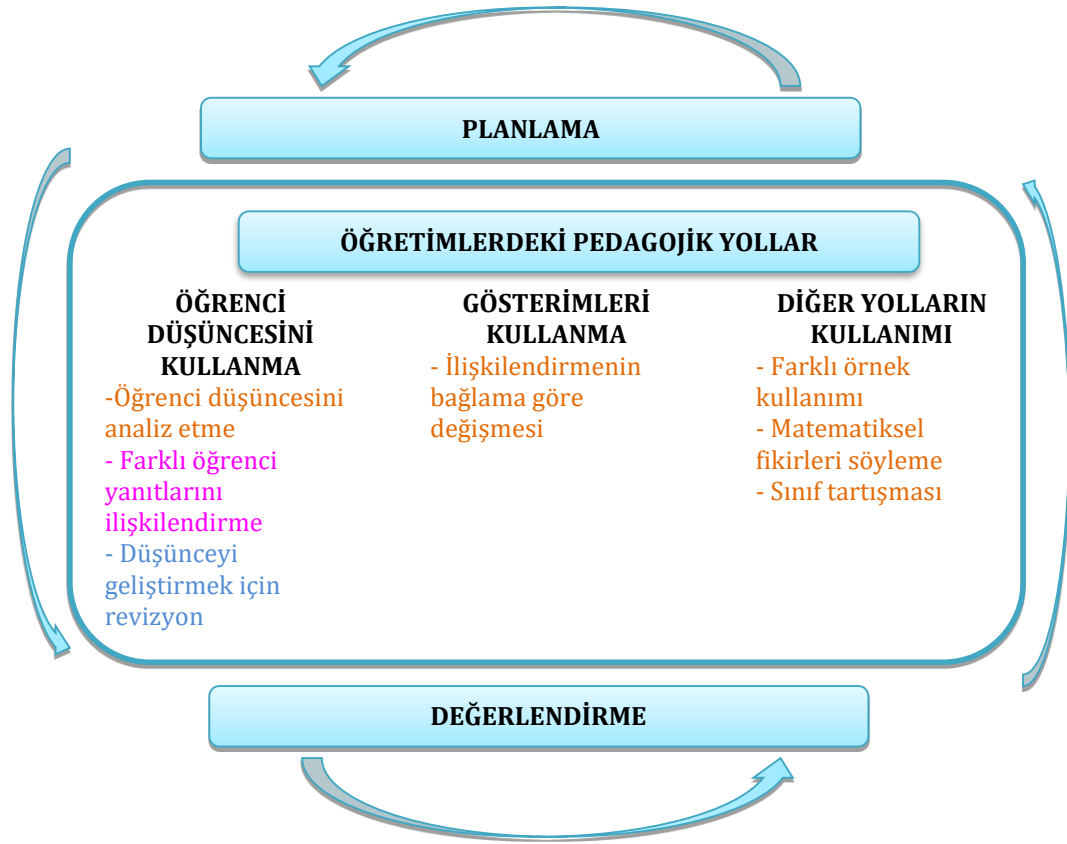
Şekil 3.22. Emre Öğretmen'in Dördüncü Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen ilk olarak öğrencilere süre tanımış ve ardından da işlemin ne anlama geldiğini sorgulamıştır. Bu sorgulamanın ardından bir öğrenci tahtada cebirsel işlemler ile de ilişki kurarak model ile temsili yapmış ve öğretmen de matematiksel olarak nasıl yazılacağını açık şekilde göstermiştir. Öğretmen cebirsel işlemler ile çıkarma işleminin öğretimleri boyunca öğrenci değerlendirmesi yapmış, öğrencilerin yapmış oldukları hataları gidermeye özen göstermiştir. Genel olarak Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesine bağlı dersini ilerlettiği, öğrencilerin ön bilgilerini dikkate aldığı ve derslerinde de öğrenci düşüncesine bağlı değişiklikler yaptığı söylenebilir. Emre Öğretmen haftanın başlangıcında işlemiş olduğu derslerde işlemleri sadece model ile göstermeyi ve ardından da sonucu cebirsel olarak yazdırmayı tercih etmişti. Ancak öğrencilerin karmaşık işlemlerde zorlandıklarını tespit etmesinin ardından derslerinde değişikliğe gitmiş, aralarda tam sayılı işlemler modellemiş, bu modellerin matematiksel olarak temsillerini

yapmış ve ardından tekrar cebirsel işlemlere geri dönmüştür. Öğretmen model kullandıkça derslerinde daha da ustalaştığı söylenebilir.

3.2.5. Beşinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Beşinci hafta mesleki gelişim sürecinde planlanmış derslerin öğretimlerinde, Damla ve Emre öğretmen Şekil 3.23’de görülen pedagojik yolları kullanmışlardır.



Şekil 3.23. Beşinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

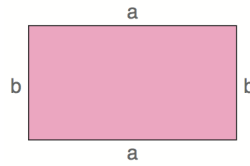
Öğretmenlerin pedagojik yolları öğrenci düşüncesinin kullanımı, temsillerin kullanımı ve diğer yollar başlıkları altında Şekil 3.23’te verildiği şekilde toplanmıştır. Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak her iki öğretmen de derslerin öğrencilerin düşüncelerini analiz etme yolunu tercih ederken, Damla Öğretmen farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirmiş, Emre Öğretmen ise öğrenci düşüncesini geliştirmek için dersinde revizyon yapmayı tercih etmiştir.

Öğretmenlerin temsillerin kullanımındaki ilişkilendirmeleri bağlama göre değişiklik göstermiştir. Son olarak her iki öğretmenin de, farklı örnek kullanımı, matematiksel fikirleri söyleme ve sınıf tartışması yollarını benimsediği görülmüştür.

3.2.5.1. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen'in beşinci haftada öğretimleri öğrenci düşüncesi bakımından incelendiğinde, öğretmenin öğrenci düşüncelerini analiz ettiği ve farklı öğrenci çözümlerini ilişkilendirdiği görülmüştür.

Damla Öğretmen'in bu hafta geçtiğimiz haftaların aksine öğrenci düşüncelerini analiz ettiği görülmüştür. Bu haftada ortaya çıkan öğrenci hatalarını anlamaya yönelik sorular sormuş ve sorular karşısında yeniden sorular sorarak ya da matematiksel açıklamalarda bulunarak hataları gidermeye çalışmıştır. Önceki haftalarda yapmış olduğu şekilde öğrencilerin hatalarını göz ardı etmediği ya da öğrencilerin anlamalarını ortaya çıkarmada eksiklik yaşamadığı görülmüştür. Örneğin, Şekil 3.25'te verilen soruda dikdörtgenin çevresinin farklı şekillerde hesaplamasından yola çıkılarak bir tam sayı ile cebirsel ifadenin çarpımına yönelik yolların öğretiminin gerçekleştirildiği derste bir öğrenci $2a+2b$ ifadesini söylemek yerine $a^2 + b^2$ ifadesini söyleyerek yanıt vermiştir.



Şekil 3.24. *Dikdörtgenin Çevresinin Hesaplanmasına ilişkin Probleme ait Şekil Temsili*

Öğretmen: Çevresini soruyorum.

Öğrenci: a üssü 2 çarpı b üssü 2.

Öğretmen: a üssü 2 ne demek?

Öğrenci: a'nın karesi.

Öğretmen: Niye ki?

Öğrenci: İki kere a yazıp sonra iki kere b yazmayacak mıyız?

Öğretmen: Biz çevre buluyoruz, çevre nasıl bulunur?

Öğrenci: Kenarları toplayarak a artı a olacak o zaman.

Öğretmen öğrencinin söylemiş olduğu ifadede önce a^2 ifadesinin ne anlama geldiğini ardından da çevrenin nasıl bulunabileceğini sormuştur. Öğretmenin bu sorularının ardından öğrenci doğru ifadenin nasıl olabileceğini söylemiştir. Burada öğretmen öğrencinin düşüncesine önem vermiş ve analiz etmiştir. Analizinin sonucunda da öğrenciye sorular sorarak doğru düşünceye ulaşmasını sağlamıştır. Aynı problemin devamında öğretmen öğrencilerin söyledikleri ifadeleri nasıl yazacaklarını analiz etmek için cebirsel ifadeleri tahtaya kendilerinin yazmasını istemiş ve bir öğrenci ifadeyi $a+b \times 2$ şeklinde yazmıştır.

Öğrenci: a artı b çarpı 2 olur mu hocam?

Öğretmen: Nasıl ama onu sen yazar mısın?

Öğrenci: Tahtaya $a+b \times 2$ yazdı.

Öğretmen: Şimdi bu ne demek oldu.

Öğrenci: a ile b'yi iki ile çarpıyoruz.

Öğretmen: Ama bu yazdığın şey o anlama geldi mi?

Öğrenci: Bilmiyorum.

Öğretmen: Yazdığına bak sen ne yazdın? a artı b çarpı iki. Sen kiminle ikiyi çarpıyorsun?

Öğrenci: a ile b'yi.

Öğretmen: Sen öyle diyorsun ama şu yazdığında sadece b'yi çarpmış oluyorsun. İşlem önceliğinden böyle oluyor. Bunu önlemek için ne yapabiliriz?

Öğrenci: (Biraz düşündü) Parantez koyabilirim.

Öğretmen: Nereye koyabiliriz o parantezi?

Öğrenci: a artı b'ye. (Öğrenci $a+b$ ifadesini parantez içine aldı).

Öğretmen öğrencinin yazmış olduğu cebirsel ifade ile ilgili sorular sormuş ve gerçekte öğrencinin düşüncesini anlamaya çalışmıştır. Öğrencinin düşüncesinin doğru olduğunu ancak bunu sembolik olarak ifade etmede zorluk yaşadığını görünce öğrenciye hatalı bir ifade olduğunu söylemiş ve yazmış olduğu ifadenin ne anlama geldiğini açıklamıştır. Öğretmen vermiş olduğu bu dönütün ardından

öğrenciye hatanın nasıl düzeltilebileceğini sormuş ve öğrencide hatasının nasıl düzelebileceğinin yanıtını vermiştir. Öğretmenin burada öğrenciye hatasını söyleme yolu işe yaramış, öğrenciyi yeniden düşünmeye sevk etmiş ve hatasını nasıl düzeltebileceğinin farkına varmıştır. Farklı bir problemde tekrar hatalı olan öğrenci düşüncesi karşısında ise benzer şekilde yine düşünceyi analiz etmiş ve ardından öğrenciye sorular sorarak doğru yanıtı ulaştırmıştır. Şekil 3.25’de verilen problemde n. adımdaki kürdan sayısı sorulmuştur.



Şekil 3.25. *Kürdan Sayısı Problemine ait Şekil Temsili*

Öğrenci n. adımdaki kürdan sayısını $n+n$ olarak açıklamış ve ifadedeki ilk n'nin üçgendeki, ikinci n'nin ise karedeki kürdan sayısı olduğunu belirtmiştir.

Öğrenci: Hocam n'nin yanında gizli bir var ya öylede yapabiliriz.

Öğretmen: Nasıl yani? Yaz istersen daha kolay olur.

Öğrenci: Bir n ($n+n$ yazdı).

Öğretmen: Bu ne şimdi?

Öğrenci: Bir n artı bir n.

Öğretmen: Daha yazacak mıyım?

Öğrenci: Onların toplamını söylüyor hocam.

Öğretmen: Bu ne? Bu ne? (Görsel 3.20’de verilen her bir n’yi işaret ederek.)

Öğrenci: O üçgen, o da kare.

Öğretmen: Peki bir tane üçgende n tane mi var?

Öğrenci: Bir tane üçgen mi? Üç tane.

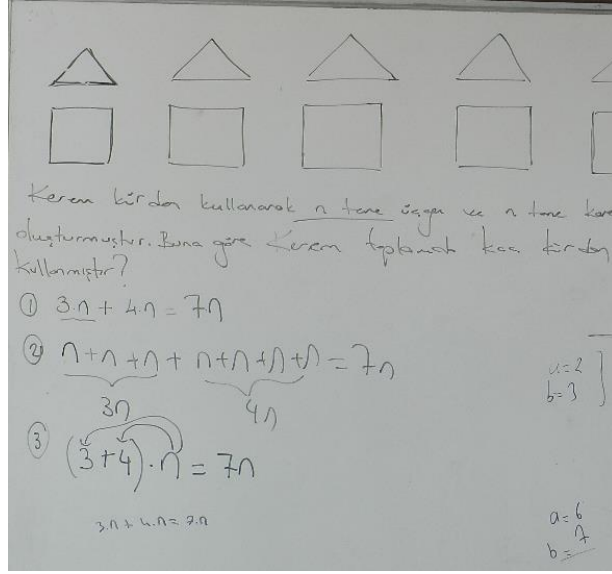
Öğretmen: n tane üçgen olduğu zaman?

Öğrenci: n çarpı üç, yine aynısı oluyor hocam.

Öğretmen: Peki böyle devam edemez miyim?

Öğrenci: n artı n artı n.

Öğretmen: Bu $3n$ mi oldu? Böyle de yazabiliriz demi?



Görsel 3.20. Kürdan Sayısı Probleminin Damla Öğretmen'in Sınıfındaki Çözümü

Öğretmen öğrencinin hatalı düşüncesinin ardından ona sorular sorarak hem düşüncesini düzeltmesini sağlamış hem de farklı bir çözüm yoluna ulaştırmıştır. Öğrenci düşüncesini odağa alarak sorgulama ile doğru düşünceye ulaştırmak Damla Öğretmen'in daha önceki haftalarda tercih ettiği bir yol olarak görülmemiştir. Bu hafta Damla Öğretmen'in mesleki gelişim oturumları sırasında gerçekleştirilen video ve senaryo analizi etkinliklerinin etkisiyle öğrenci düşüncelerini odağa almış olabileceği söylenebilir.

Damla Öğretmen'in önceki haftalara benzer olarak bu hafta da farklı öğrenci çözümleri araştırdığı ve çıkan çözümleri de birbiriyle ilişkilendirdiği görülmüştür. Kürdan sayısının hesaplandığı problemde n . adımdaki kürdan sayısının farklı şekillerde nasıl hesaplanabileceğini araştırmış ve öğrencilerden $3n+4n$; $n+n+n+n+n+n+n$ ve $n(3+4)$ yanıtları gelmiştir. Öğretmen bu ifadelere ulaşılmasının ardından "Bakın birincisiyle aynı oldu değil mi? Ne yaptık üç farklı şekilde düşünebildik mi?" şeklinde bir açıklama yapmış ve bütün yolların farklı şekillerde düşünülmüş aynı sonuçlar olduğunu belirtmiştir. Damla Öğretmen bu haftaki problemlerin çözümünde farklı öğrenci düşüncelerine önem verirken, aynı zamanda ilişkilendirme yapmayı da ihmal etmediği görülmüştür.

Beşinci haftadaki öğretimlerde Damla Öğretmen'in temsillerin kullanımında yapmış olduğu ilişkilendirmelerin bağlama göre değiştiği görülmektedir. Örneğin

kürdan sayısının hesaplandığı problemde verilen şekli kullanarak çözüm ile ilişkilendirdiği görülmüştür. Öğrencilerin şekil üzerinde çalışmasına önem vermiş, buldukları sembolik temsilleri somut model üzerinde ilişkilendirmesini istemiştir. Problemin çözümü sırasında bir öğrenci üçgen için 1+2 kürdan kullanıldığını söylemiş ve çözümünü öğretmene göstermiştir. Öğretmen öğrencinin çözümündeki bileşenleri incelemiş ve ondan yazdıkları sembolik ifadeleri şekil üzerinde göstermesini istemiştir.

Öğrenci: Hocam üçgende bir tane kürdan kullanıyor ya 1+2 böyle gidiyor.

Öğretmen: Bir ve iki ne?

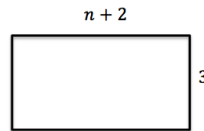
Öğrenci: Kürdan sayısı.

Öğretmen: Beş ne?

Öğrenci: Beşinci adımdaki kürdan sayısı.

Öğretmen: Bu yazdıklarının şekil üzerinde karşılık geldikleri yerleri de gösterir misin? Biraz daha düşün bakalım.

Öğretmen bu problemin çözümünde bulunan ilişkileri şekil üzerinde açıklanmasına önem vermiş, öğrencileri bu doğrultuda yönlendirmiş ve süreçte şekil ile ilişkili farklı sembolik ifadeler elde etmiştir. Ancak öğretmen bu problemdeki temsiller arası ilişki kurma yolunu Şekil 3.26'da yer alan dikdörtgenin çevre ve aşağıda verilen alan probleminin hesaplanması problemlerinde sürdürememiştir.



Şekil 3.26. *Dikdörtgenin Alanının Hesaplanması Problemine ilişkin Şekil Temsili*

Damla Öğretmen dikdörtgenin alan ve çevre hesabı probleminde ve diğer model ile gösterilen işlemlerde modelleri sembolik ifadeler ile ilişkilendirmedi eksiklik yaşamıştır. Örneğin dikdörtgenin alanını farklı şekillerde bölerek hesaplama yoluna gitmiş ancak bunu sembolik olarak dağılma özelliği ile ilişkili şekilde devam ettirmemiştir.

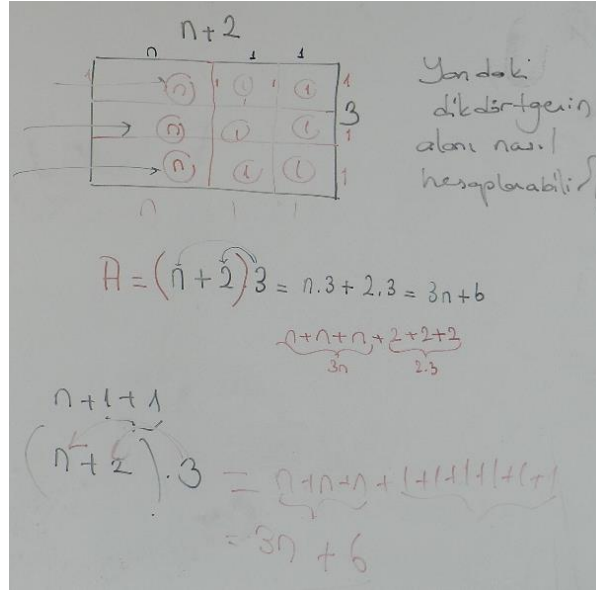
Öğretmen: Tamam ne oldu şimdi peki?

Öğrenci: Bir tane $n + 2$ oldu. $n + 2$ ile.

Öğretmen: Kaç tane var $n+2$ 'den?

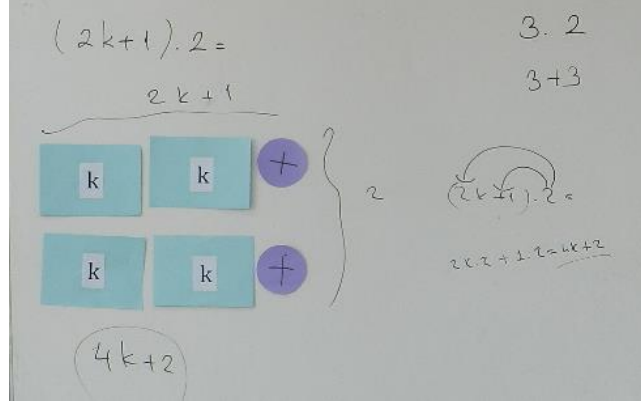
Öğrenci: Üç.

Öğretmen: Bakın şurası ne oldu? $n+1+1$ yani $n+2$ mi oldu? (Görsel 3.21'de verildiği şekilde $n+2$ yazdı tahtaya, tahtada $n+2$ 'lerin üç tane olduğunu gösterdi ve yazdığı $n+2$ 'yi paranteze alarak üç ile çarptı) Kaç tane var bundan? Üçle mi çarpacağız. Bu şekilde bulabilir miyiz?



Görsel 3.21. Damla Öğretmen'in Dikdörtgenin Alanını Hesaplaması ve Dağılıma Özelliği Temsili

Damla Öğretmen'in öğretimi incelendiğinde aslında bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımını değil de, alanların farklı şekillerde nasıl hesaplanacağını öğretimini gerçekleştiriyormuş gibi bir yol izlediği görülmektedir. Aynı durum çevre problemi içinde geçerlidir. Damla Öğretmen burada modeli sembolik işlemler için bir araç olarak kullanmaktan ziyade modeli odağa aldığı için etkinlikteki modelin kullanımını amacının dışında kalmış ve temsiller arasındaki ilişkiyi kurmada eksiklik yaşamıştır. Bir başka etkinlik olan $2(2k+1)$ işleminde de, öğrencilerden önce modeli oluşturmalarını istemiş sonucu bulmalarının ardından da Görsel 3.22'de verildiği şekilde sembolik olarak temsile geçmiştir.



Görsel 3.22. *Damla Öğretmen'in $2(2k+1)$ İşleminin Modeli ve Dağılma Özelliği Temsili*

Öğretmen: Ne yaptın? Bunları mı saydın? Peki, bunlar olmasaydı? Hafize?

Öğrenci: (Öğrenci 2'yi $2k+1$ 'in üzerine dağıttı. İşlemleri tahtaya yaptı).

Öğretmen: (Öğrenci işlemleri yaparken yapılanları tekrar etti). Şimdi şunu nasıl yapacağını anladın mı?

Öğretmen öncelikle $2(2k+1)$ işleminin modellenmesini istemiş ve Görsel 3.20'de görüldüğü şekilde bir öğrencinin modellemesini sağlamıştır. Öğrencinin modeli göstermesinin ardından sembolik olarak nasıl yapılacağına geçmiş ve bir öğrenci de işlemleri yapmıştır. Ancak bu etkinlikte de sembolik işlemde yapılanların model üzerinde temsillerine yönelik farklı bir ilişkilendirme yapılmamış ve model ile sembolik temsil ayrı ayrı ele alınmıştır. Sonuç olarak öğretmenin öğretiminde temsilleri ilişkilendirmesinin bağlama göre farklılaştığı görülmüştür. Bunun sebebi olarak iki durum ele alınabilir. İlk olarak öğretmenin temsiller arası ilişki kurduğu etkinlikte örüntü problemlerine yakın bir bağlam söz konusu idi. Bu bağlamda ilk haftalarda üzerinde çok fazla durulan bir bağlam olduğundan bu etkinlik temsilleri ilişkilendirmesini etkilemiş olabilir. Diğer taraftan, dikdörtgenin alanı ve çevresi ile çarpma işleminin somut materyal ile temsili ise öğretmenin daha önce kullanmış olduğu etkinlikler arasında olmadığından etkinlik bağlamlarının öğretmenin temsiller arası ilişkilendirmesini etkilediği söylenebilir.

Damla Öğretmen'in beşinci hafta öğretimlerinde tercih ettiği diğer yollar matematiksel fikirleri söyleme, farklı örneklerin kullanımı ve sınıf tartışması başlıkları altında toplanmıştır. Damla Öğretmen'in önceki haftalarda da var olan matematiksel fikirleri söyleme yolu devam etmektedir. Ancak bu hafta öğrencilerin

düşünceleri gereken fikirleri ya da kendi zihninde var olan yola öğrencileri götürmek istemesini değil, öğrencilerin kafa karışıklıklarını gidermek, ilişkilendirme yapmak ya da alternatif bir çözüm yolu söylemek için matematiksel fikirleri kendisi açıklamıştır. Örneğin, dikdörtgenin çevresinin hesaplanmasında öğrenciler $2a+2b$ ifadesi için $4+ab$ yanıtını vermişler, öğretilmekte a ve b değişkenlerine değer vererek iki ifadenin eşitliğini incelemelerini istemiştir. Ancak etkinliğin sonunda öğrenciler kafalarının karıştığını söylemiş, öğretmen de bu karışıklığı gidermek için aşağıdaki şekilde açıklama yapmıştır.

Öğretmen: Ne yaptığımızı anladınız mı?

Öğrenci: Hayır.

Öğretmen: Anlamadık mı? Az önce $2a+2b$ 'nin sonucu nedir diye sordum, sizde $4+ab$ 'ye eşittir dediniz. Acaba bu doğru mudur, değil midir, bunu kontrol etmek istedik demi? Bunu nasıl kontrol edebiliriz dedik. $a=6$ olsun $b=7$ olsun dedik.

Öğrenci: Ama eşit çıkmadı.

Öğretmen: Mustafa bunların eşit olduğunu söylüyorsa, bunların eşit çıkması lazımdı. Sonuç 26, onu kontrol ediyorum şimdi 42. ee 26 ile 42 eşit değil. O halde diyoruz ki bunun sonucu bu olabilir mi? Değişken yerine istediğim sayıyı yazamaz mıyım? Bunlarında eşit olması için ne yazarsam yazayım bu eşitliği sağlaması lazım ama altı ve yedi yazdığımız da eşit olmadı.

Damla Öğretmen bu yolu tercih etmesinin nedenini değerlendirme toplantısında "Ben orada zaten ne yapacağımı bilemedim, kaldım öyle" şeklinde açıklamış ve beklemediği öğrenci yanıtı karşısında aklına farklı bir yol gelmediği için açıklama yaptığını ifade etmiştir. Öğretmen farklı olarak bir de kürdan sayısı probleminde öğrencilerin akıllarına gelemeyen farklı bir yolu göstermek için öğrencilere açıklama yapmıştır.

Öğretmen: Şöyle düşünün. Bir şekilde şu 1. adım, 2. adım, 3. adım diye gidiyor. Bir şekildeki yapıyı oluşturmak için kaç tane kürdan kullanmışlar?

Öğrenci: Yedi.

Öğretmen: Yedi demi? Şunun için üç, bunun için dört tane, toplamda yedi... Bunlardan n tane olduğundan ne olacak toplam?

Öğrenci: n çarpı yedi.

Öğretmen: Nasıl yazabilirim onu? Ne yaptık biz önce, bu ikisindeki kürdan sayılarını topladım mı? Birinde üç tane vardı, birinde dört tane, toplam dedik yedi. Ama n tane olduğu zaman birde bunu ne yapacağız? Çarpı n mi diyeceğiz? Ne olacak bu? (Tahtaya $(3+4).n=7n$ yazdı).

Bu etkinlikte öğrenciler iki farklı yol önermişler ancak üçüncü bir sembolik temsil olan $n(3+4)$ ifadesini düşünmemişlerdir. Öğretmen dağılma özelliğini açıklamak için bu örneği de kullanması gerektiğinden öğrencilere bu yolu kendisi söylemiş ardından da öğrencilerin bulmuş oldukları yollar ile ilişkilendirmesini yapmıştır. Burada öğretmen ilk olarak bu yolu söylemek yerine öğrencilerin düşüncelerini takip etmiş ancak öğrencilerin amaca ulaşamaması sonucu matematiksel fikri söylemeyi tercih etmiştir.

Damla Öğretmen bu hafta ikinci bir yol olarak farklı örnek kullanımı yolunu tercih etmiş ve öğrencilere ön bilgilerini hatırlatmak için örnekler kullanarak açıklama yapmıştır. Dikdörtgenin çevresinin hesaplandığı etkinlikte öğretmen öğrencilerin doğal sayılarda öğrenmiş oldukları dağılma özelliğini hatırlatmak için $2(3+5)$ örneğini yazmış ve öğrencilere sorular sorarak onların bu özelliği hatırlamalarını sağlamıştır.

Öğretmen: $(2(3+5))$ yazdı.) Bunu nasıl yaparsınız demiştim.

Öğrenci: Önce parantez içini yaparız.

Öğretmen: Önce parantez içini yaparsınız. Sonra dedim ki hatırlayın, değişik bir yol daha var dedim.

Öğrenci: Dağılma özelliği.

Öğretmen: Çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılma özelliği mi? O nasıl yapılırdı.

Öğrenci: İkiyle üçü çarpacağım, sonra ikiyle beşi çarpacağım.

Öğretmen: Sonra?

Öğrenci: Topluyorum.

Öğretmen: Topluyorduk demi? Dışarıdaki elemanı içerimi dağıtıyordum. Öğretmen burada öğrencilerin doğal sayıların işlem özellikleri ile cebirsel ifadeler arasında ilişki kurmalarını sağlamak amacıyla öğrencilerin ön bilgilerini tamamlamaya çalışmıştır. Öğretmenin bu ön bilgileri hatırlatmak için kullanmış olduğu örneğin dersinde yapmış olduğu küçük bir revizyon olarak görülebilir. Ancak

Damla Öğretmen ilk haftadan bu yana bu şekilde basit ve planlanmayan örnekler kullandığından bu örnek ders içinde bir revizyon olarak sayılmamıştır.

Bir başka örnek seçimini de öğrencilerin $2a+2b$ ifadesinin eşiti olarak $4+ab$ ifadesini söylediklerinde gerçekleştirmiş ancak uygun olmayan bir örnek seçimi yaptığı için öğrencilerin kafalarının karışmasına neden olmuştur.

$2a+2b=4+ab$

$a=2$
 $b=3$ } $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 4 + 2 \cdot 3$
 $4 + 6 = 4 + 6$
 $10 = 10$

$a=6$
 $b=7$ } $2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 4 + 6 \cdot 7$
 $12 + 14 = 4 + 42$
 $26 + 46$

Görsel 3.23. Damla Öğretmen'in Hatayı Çürütmek İçin Kullanmış Olduğu Örnek

Öğretmen: Mesela bakalım $2a+2b$ 'ye Mustafa $4+ab$ dedi. (Görsel 3.23'te verildiği şekilde tahtaya eşitlik olarak yazdı) Berat'ın dediği gibi a ve b 'ye sayı mı versek? Kaç verelim?

Öğrenci: a 'ya iki, b 'ye üç.

Öğretmen: ($a=2$, $b=3$ yazdı tahtaya.) Ne yazacağım? a gördüğüm yere iki, b gördüğüm yere üç, (öğretmen tahtaya $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 4 + 2 \cdot 3$ işlemlerini yazdı ve eşit olduğunu gösterdi, gülümsedi ve hatalı örnek seçtiğini fark etti. $10=10$ yazdı.)

Öğrenci: Hiç bir şey anlamadım.

Öğretmen: Eşit mi çıktı?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Çıkacak mıydı?

Öğrenci: Evett.

Öğretmen: Dediniz ya az önce bunları yanlış söyledik, bunlar birbirine eşit değil demediniz mi?

Öğrenci: Benzer terim.

Öğretmen: Benzer terim olduğu için mi eşit çıktı.

Öğrenci: Hayır sayı koyduğumuz için.

Öğretmen: Başka sayı koysaydık?

Öğretmen burada öğrencilerin hatalarını gidermek için ifadeye değer verme yoluna gitmiş ancak uygun olmayan bir örnek seçerek öğrencilerin kafalarının daha çok karışmasına neden olmuştur. Öğretmen ders sırasında tercih etmiş olduğu bu yolu düşünmeden kullandığından ve rastgele bir örnek seçtiğinden öğretiminin başarılı şekilde tamamlanmadığı söylenebilir. Nitekim öğretmen bu noktadan sonra öğrencilerin düşünmesini göz önünde bulundurmamış ve kendisi açıklamalar yaparak dersini ilerletmeyi ve etkinliği tamamlamayı tercih etmiştir.

Son olarak Damla Öğretmen bu hafta geçen hafta ile tutarlı olarak sınıf tartışması yolunu tercih etmiş ve öğretimleri sırasında hem doğru hem de hatalı öğrenci düşüncelerini tartışmıştır. Ayrıca dikdörtgenin alanının nasıl bölüneceğine yönelik olarak da sınıf tartışması gerçekleştirmiştir. Örneğin Damla Öğretmen kürdan sayısı etkinliğinde bir öğrencinin söylemiş olduğu yolu sınıf tartışmasına sunmuş ve öğrencinin düşüncesinin tartışılmasını istemiştir.

Öğretmen: Toplamı ne oluyor? Öğretmen tahtada $3n$ ve $4n$ yazmıştı yan yana, ortasına toplama yapacak mıyım diye sordu ve yazdı, sonra sonucu ne dedi.

Öğrenci: Yedi çarpı n .

Öğretmen: Ayşe böyle söyledi. Bu doğru olabilir mi? Nasıl doğru olabilir. Ne söyleyebiliriz?

Öğrenci: Bence üçgenlerin kürdan sayısını bulmuş sonra karenin sonra toplamış.

Öğretmen: Başka?

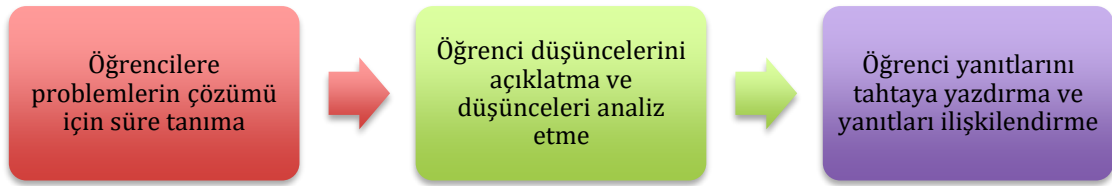
Öğrenci: Hocam üçgende üç tane kürdan varya, üç ile n 'yi çarpıyoruz, bilmiyoruz. Değişken olduğundan dolayı, karede de dört tane kürdan var. Dörtle de n 'yi çarpıyoruz. Toplam Yedi çarpı n oluyor. n yerine bir sürü sayı yazabiliriz.

Öğretmen: Peki buna doğru diyorsunuz.

Öğretmen öğrencinin doğru söylemiş olduğu bir düşünceyi sınıf tartışmasına sunarak onlarında düşünmesini ve doğruluğunu kabul etmesini istemiş ve ardından farklı bir yol aramaya devam etmiştir. Damla Öğretmen'in bu yolu yeniden tercih etmesi, onun sorgulama ve tartışma oluşturma yollarında bir gelişim olarak görülebilir. Ayrıca daha önce çok önem vermediği diğer öğrencilerin ilerleyişini takip etmeye başladığı söylenebilir.

3.2.5.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in bir haftalık süreçte gerçekleştirmiş olduğu öğretimleri incelendiğinde öğretmenin izlemiş olduğu yolları aşağıdaki Şekil 3.27 ile özetlenebilir.



Şekil 3.27. Damla Öğretmen'in Beşinci Hafta Öğretim Yolları

Damla Öğretmen bu hafta gerçekleştirmiş olduğu öğretimlerde diğer haftalara benzer olarak öğrencilere düşünme süresi tanımıştır. Öğrencilerin kendileri problemleri çözmelerinin ardından öğretmen öğrencilerin düşüncelerini açıklatarak onların düşünceleri doğrultusunda etkinliklerini sürdürmeyi tercih etmiştir. Süreçte öğrencilere sorular sorarak onların verdikleri yanıtlar doğrultusunda dersini ilerletmiş, öğrencilerin düşünceleri analiz etmiş ve sınıf tartışması gerçekleştirerek tüm öğrencilerin düşünceleri anlamalarını sağlamaya çalışmıştır. Öğrencilerin düşüncelerini tahtada açıklatmasının ardından kendi açıklamaları ile ilişkilendirmeleri gerçekleştirmiştir.

Bu hafta gerçekleştirilen etkinlikler farklı bağlamlarda gerçekleşmiş olmasına karşın genel olarak öğretmenin öğrenci düşüncesini dikkate aldığı, derslerin ilerlemesinde öğrenci düşüncesini takip ettiği söylenebilir. Damla Öğretmen'in istediği ancak ortaya çıkmayan düşünceleri ise kendisinin açıklayarak

farklı bir alternatif sunduğu görülmüştür. Damla Öğretmen bu haftaki derslerinde herhangi bir öğrenci değerlendirmesi yapmamış ve buna bağlı bir revizyonda gerçekleştirilmemiştir. Sürece öğrencileri dâhil ettiği ve sınıf tartışması yaptığı göz önüne alındığında Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesi bakımından ilerleme kaydettiği söylenebilir. Ancak Damla Öğretmen'in anlık sınıf içinde gerçekleşen olaylara yani beklenmeyen öğrenci düşüncelerine karşı kullanmış olduğu yolların gelişmeye gereksinimi olduğu söylenebilir.

Damla Öğretmen'in temsilleri kullanımı ise bağlama göre farkındalık gösterse de somut materyalleri sembolik ifadeler ile ilişkilendirme eksikliklerinin devam ettiği söylenebilir. Ancak şekil üzerinde inceleme yapmasını gerektiren örüntü benzeri problemlerde ise ustalaşmaya başladığı ve ilişkilendirme yaptığı ifade edilebilir.

3.2.5.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in bu hafta gerçekleştirdiği öğretimleri öğrenci düşüncesi bakımından incelendiğinde, öğretmenin öğrenci düşüncelerini analiz ettiği ve öğrenci düşüncesini geliştirmek için dersinde revizyon yaparak değişikliğe gittiği görülmüştür.

Emre Öğretmen'in bu haftaki dersleri incelendiğinde diğer haftalara paralel olarak bu hafta da öğrenci düşüncelerini analiz etme yolunu devam ettirdiği görülmüştür. Örneğin "Bir market, x TL'ye aldığı bir teneke zeytinyağını dört TL kâr ekleyerek satıyor. Bu markette satılan altı teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi yazınız." probleminin çözümü sırasında öğretmen $\frac{x+4}{6}$, $4(4x+6)$ ve $4x \cdot 6 = 24x$ olmak üzere üç farklı hatalı öğrenci yanıtı tespit etmiştir. Öğretmen öğrencilerden yanıtlarını tahtaya yazmalarını istemiştir.

Öğretmen: Evet şimdi tek tek bakacağız. Mehmet ne yaptın burada?
($\frac{x+4}{6}$ yanıtını veren öğrenci)

Öğrenci: x TL'miz var. Dört TL karımız varmış, x+4 yaptım. Aşağısını da altıya böldüm öğretmenim. Bölü altı yaptım.

Öğretmen: Neden bölü altı yaptın? Şu ne (x+4)?

Öğrenci: x+4.

Öğretmen: $x+4$ soruda ne? x soruda ne?

Öğrenci: x tl.

Öğretmen: x tl soruda ne?

Öğrenci: Zeytinyağını ilk aldığı fiyatı.

Öğretmen: 4 ne?

Öğrenci: Kar.

Öğretmen: Aldığı fiyat x , dört lira kar etmiş, sen $x+4$ yapmışsın. Peki, $x+4$ ne oldu şimdi. Neyim benim sorudaki. Zeytinyağını x liraya aldım, dört TL kar koydum üzerine, geri ne yaptım?

Öğrenci: Bir markette x TL'ye aldığı ve dört TL kar eklediği zeytinyağını satıyormuş.

Öğretmen: Ne yapıyormuş? Sen niye altıya böldün?

Öğrenci: Altı teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını.

Öğretmen: Bir tanesini $x+4$ 'e satıyor. Peki, altı tanesini satarsa ne yaparsın?

Öğrenci: $x+4$ 'le altıyı çarparım.

Öğretmen öğrencilerin her bir yanıtını incelemiş ve analiz etmiştir. Öğrencilere yazmış oldukları sembolik ifadelerle yönelik sorular sormuş ve yapmış oldukları ifadelerden yol çıkarak yeni sorular sorarak doğru yanıtı ulaşımlarını sağlamıştır. Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesini analiz etme yolu artık alışkanlık haline dönüşmeye başlamış ve bu yolunu derslerinde sürekli devam ettirmiştir.

Emre: Benim bir sınıfım var böyle işliyoruz, başka bir sınıfla kıyaslayamıyorum. Bilmiyorum nasıl olduğunu, farkı göremiyorum, burada modellemeye önem verdik, öğrenciler yaptı, düz anlatım yapmadık, o yönden güzel oldu.

Damla: Biz her haftayı böyle yayılarak işleyemedik, bu kadar öğrenci katılımı olmazdı.

Emre: Kesinlikle işlemezdim ben, şimdiye kadar bitmişti. Nitekim değerlendirme toplantısında da öğrencilerin ders katılımını önceki derslerindeki katılımı kıyaslamış ve artık Damla Öğretmen'in derslerine öğrencilerin katılımının çok olduğuna yönelik ifadesini onaylamıştır.

Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak Emre Öğretmen bu hafta önceki haftaya benzer olarak öğrencilerin düşüncelerini geliştirmek ve hatalarını gidermek adına dersine farklı örnekler eklemeyi tercih etmiştir. Dikdörtgenin çevre hesaplamasının ardından öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmek için $3a+6b$ örneğini yazmış ve bu işlemi ortak çarpan ile ifade etmelerini istemiştir.

Öğretmen: Bakın 2'ler ortak, 2 parantezine aldığımız zaman 2 çarpı a artı b. Evet mesela bunu $(3a+6b)$ aynı şekilde yaparsak, ortak çarpan parantezine alırsak nasıl olur?

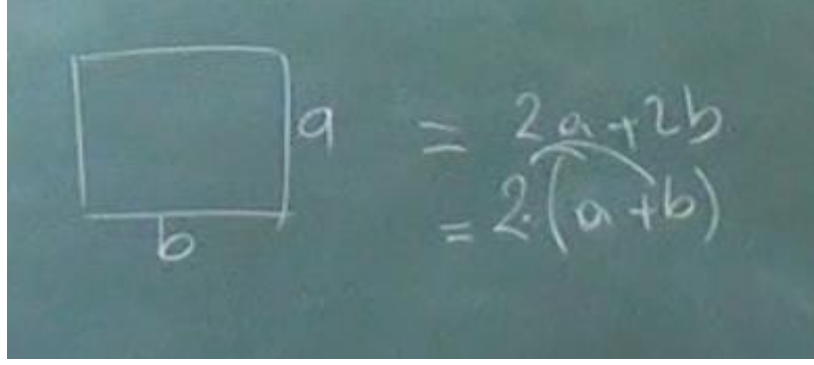
Öğrenci: Üç çarpı parantez içinde a artı 2b. (Öğretmen tahtaya yazdı).

Öğretmen: Bunu dağıtırsak ne olur?

Öğrenci: Üç a artı altı b $(3a+6b)$.

Emre öğretmen dikdörtgenin çevre hesaplamasında öğrencilerin zorlandıklarını görerek bu zorluğu gidermek ve öğrencilerin işlem becerisini geliştirmek için yeni bir örnek ekleyerek dersini sürdürmüştür. Aynı şekilde öğrencilerin bir cebirsel ifade ile bir sayının toplamında birleştirme yapma hatalarını (örn. $3+a=3a$) tespit edip haftanın başlangıcında $2a+4$ işlemi ile $2a+4a$ işleminin karşılaştırmasını yaparak etkinliklerine başlamıştır. Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik olarak Emre Öğretmen'in artık öğrencilerin düşüncelerini (zorluklarını, hatalarını) göz önüne alarak derslerine devam ettiği söylenebilir.

Beşinci hafta da Emre Öğretmen'in temsillerinin kullanımı Damla Öğretmen gibi problemin bağlamına göre farklılık göstermiştir. Emre Öğretmen dikdörtgenin çevre ve alan hesabı problemlerinde var olan temsili araç olarak kullanamamış ve ders ile ilişkilendirilmede eksiklik yaşamıştır. Örneğin Görsel 3.24'de yer alan dikdörtgenin çevresinin hesaplandığı problemde çevre hesabının farklı sembolik temsilleri ile $2a+2b$ ifadesinin ortak çarpan parantezindeki temsilini ayrı ayrı ele almıştır.



Görsel 3.24. Emre Öğretmen'in Dikdörtgenin Çevresini Hesaplaması ve Dağılma Özelliği Temsili

Öğretmen öğrencilerin çözümü defterlerine yapmasını istemiş ve sonuçta öğrenciler $2b+2a$, $(a+b).2$; $2a+2b$; $a+a+b+b$; $2(a+b)$; $2a+b+b$; $2b+a+a$ yanıtlarına ulaşmıştır.

Öğretmen: Bakın şimdi, bunun çevresi nasıl bulunuyor? Çevre ne demek? Bir şeklin çevresi nasıl bulunuyor?

Öğrenci: Kenarlarının toplamıyla birlikte.

Öğretmen: $a+b+a+b$ doğru mu? Peki? Şöyle bir cebirsel ifadeyi düzenlersek?

Öğrenci: $2a+2b$.

Öğretmen: $2a+2b$ demi? Peki, bunu gördüğüm zaman toplama işleminin bir özelliği vardı. Ne yapacağım?

Öğrenci: a 'larla a 'lar, b 'lerle b 'ler.

Öğretmen: Tamam öyle zaten. Toplama işleminin bir özelliği vardı? Neydi? Bu işlemde sonra?

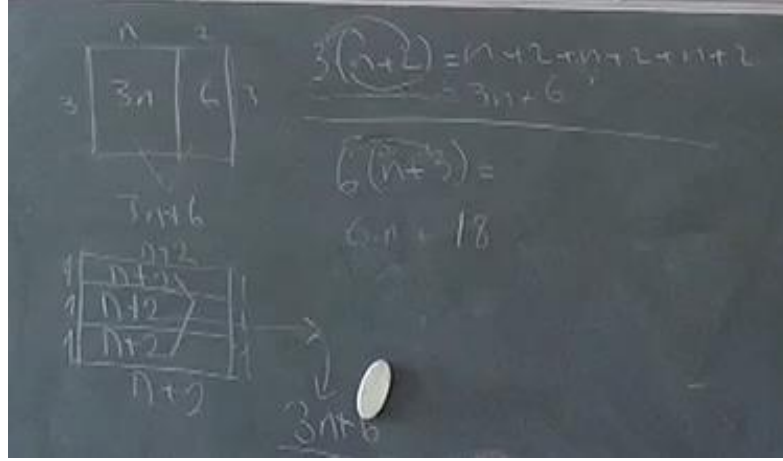
Öğrenci: İki çarpı parantez a artı b .

Öğretmen: Evet güzel. Bu özellik neydi?

Öğrenci: Dağılma özelliği.

Öğrencilerin çevre hesabının ardından öğretmen $a+b+a+b$ ifadesi üzerinde çalışarak öğrencilerden ifadeyi $2a+2b$ şeklinde düzenlemelerini beklemiş ve bundan sonra da çevre bağlamından koparak dağılma özelliğine gelmiştir. Etkinliğin sonucunda ise çevre için yazılan özelliklerin aynı olduğuna dair bir ilişki kurulmamıştır. Benzer şekilde öğretmen alan probleminde de aynı yolu izlemiştir. Öğretmen alanın nasıl

bulunabileceğini sormuş ve bir öğrenci 3 ile $n+2$ 'nin çarpımı olduğunu söylemiştir. Öğrencinin çarpımın nasıl yapılacağını tahtada göstermesinin ardından alanın farklı şekilde nasıl bulunabileceğini sormuştur. Öğretmen şekli Görsel 3.25'te görüldüğü şekilde yatay olarak bölmüş ve bir öğrenci de bunu ipucu görerek her bir dikdörtgenin alanını $n+2+n+2+n+2$ olarak hesaplamıştır.



Görsel 3.25. Emre Öğretmen'in Dikdörtgenin Alanını Hesaplaması ve Dağılma Özelliği Temsili

Öğretmen: Toplam alan ne oluyor?

Öğrenci: $3n+6$

Öğretmen: Başka ne olabilir? (3 birim uzunluğundaki kenarı üç eşit parçaya böldü).

Öğrenci: Bir yol buldum. (Öğrenci kenarları 1-1-1 olarak işaretledi ve alanlara $n+2$ yazdı.)

Öğretmen: Arkadaşlar bakın şimdi ne yaptı arkadaşınız, üçe böldü, kaç tane dikdörtgen çıktı?

Öğrenci: Üç.

Öğretmen: O zaman şu dikdörtgenin alanı ne oldu?

Öğrenci: n artı iki.

Öğretmen: Niye $n+2$?

Öğrenci: Çünkü $n+2$ ile biri çarptım.

Öğretmen: Üç tane $n+2$ 'nin toplamı?

Öğrenci: Üç n artı iki.

Öğretmen: Aslında bir 3 ile $n+2$ 'yi çarparken ne yapıyoruz arkadaşlar?

Öğrenci: Dağılma özelliği.

İlk öğrenci alan hesabının $3(n+2)$ olacağını söylediğinde öğretmen alanı şekil üzerinde göstermiştir. Ancak iki farklı alan hesabının sembolik temsilini bir biri ile ilişkilendirmediği gibi, bu işlemlerin dağılma özelliği ile ilişkisini kurmamış, öğrencilere sadece işlemler yapılırken dağılma özelliği yapıldığını söyleyip geçmiştir. Değerlendirme toplantısında Emre Öğretmen bu etkinliklerle ilgili “Aslında ben onu çok sorgulamak istemedim, direk verip geçmek istedim. 2 saatlik dersimiz vardı, ona fazla vakit ayırmak istemedim.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğretmen’in bu açıklamalarından vakit endişesi taşıdığı için sorgulamayı geçtiği ve temsilleri ilişkilendirmediği sonucu çıkarılabilir. Ancak öğretmenin vakit endişesi taşımaya karşın sözel olarak kendi açıklamalarıyla da olsa ilişkilendirmeyi yapmaması, öğretmenin hala bazı temsilleri ilişkilendirme konusunda eksiklik yaşadığını göstermektedir.

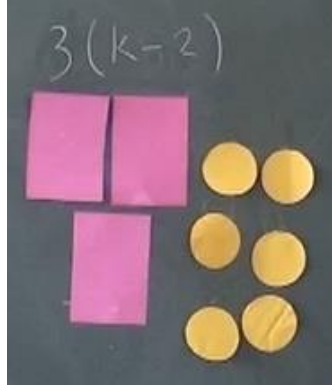
Emre Öğretmen her ne kadar çevre ve alan problemi bağlamında ilişkilendirme konusunda eksiklik yaşasa da, somut model ile dağılma özelliğinin temsilinin öğretimini ilişkisel olarak gerçekleştirmiştir. Örneğin $3(k-2)$ işleminin model ile temsili aşağıdaki şekilde gerçekleştirilmiştir.

Öğretmen: Şimdi bu neydi? Bu işlemin ne olduğunu kim söyleyecek? Şunun anlamını kim söyleyecek?

Öğrenci: Üç tane k eksi iki.

Öğretmen: Evet güzel. Aslında bu üç tane k eksi iki doğru mu? Biraz önce dedik ki, çarpma toplamanın kısa yoludur. Aslında burada ne var, üç tane k eksi ikinin toplamı var. Evet, size ipucunu verdim. Bundan sonra?

Öğrenci: (Üç tane k pulunu ve altı tane eksi pulu Görsel 3.26’da görüldüğü şekilde tahtaya yapıştırdı.)



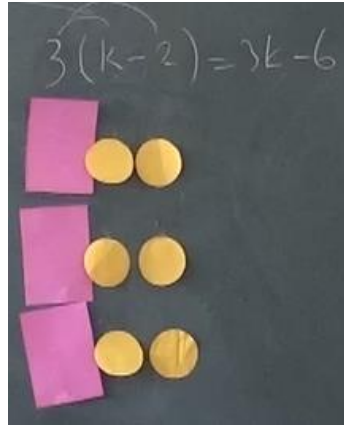
Görsel 3.26. Öğrencinin $3(k-2)$ İşlemine İlişkin Eksik Modeli

Öğretmen: Arkadaşınızın ne yaptığını anlamaya çalışacağız. Ne yaptın şimdi?

Öğrenci: Öğretmenim üç tane k dağılma özelliği, üçle eksi ikiyi çarpıyoruz.

Öğretmen: Ama bu işlemi yaparken, sen dağılma özelliğini kullandıktan sonra bu işlemi yapmışsın doğru mu? Bu model aslında cevabı. $3k$ eksi altı. Doğru mu? Ben işlemi modellemenizi istiyorum. İşlemi nasıl modelleyeceğiz?

Öğrenci: (Farklı bir öğrenci tahtaya çıktı. Pulları Görsel 3.27’de görüldüğü şekilde düzenledi).



Görsel 3.27. Öğrencinin $3(k-2)$ İşlemine İlişkin Oluşturduğu Model

Öğretmen: Şimdi bu ne? $(k-2)$

Öğrenci: k eksi iki.

Öğretmen: Bakın bir tanesi k eksi iki. Kaç tane var?

Öğrenci: Üç tane k eksi iki.

Öğretmen: O zaman toplam kaç oldu?

Öğrenci: 3k-6.

Öğretmen bu problemde öğrencilerin 3(k-2) ifadesinin anlamına odaklanmalarını, sadece yanıtı değil aynı zamanda çarpma işleminin anlamına uygun şekilde modellemeyi yapmalarını istemiştir. Etkinlik sürecinde öğrencilerin sembolik ifade ile model arasında ilişki kurmalarını sağlayacak sorular sormuş ve bu iki temsil arasında ilişkilendirme yapmalarını da sağlamıştır. Sonuç olarak temsillerin kullanımına yönelik olarak bağlam Emre Öğretmen’inde ilişkilendirmeye yönelik öğretimini etkilemiş, somut modeli uygun şekilde ilişkilendirirken, şekil temsili konusunda eksiklik yaşamıştır. Bu durum Emre Öğretmen’in önceki deneyimlerinden kaynaklı olabilir.

Emre Öğretmen’in son olarak beşinci hafta öğretimlerinde kullandığı diğer yollar matematiksel fikirleri söyleme, sınıf tartışması ve farklı örnek kullanımı başlıkları altında toplanmıştır.

Emre Öğretmen bu haftaki öğretimlerinde zamandan tasarruf edebilmek için matematiksel fikirleri söyleme yolunu kullanmıştır. Öğretmen Görsel 3.23’te verilen dikdörtgenin alanının hesaplanması probleminde şeklin nasıl bölünmesi gerektiğini öğrencilere kendisi söylemiştir: “Aslında bunu şöyle ayırabilir miyim ben? (Dikdörtgenin n+2 birim olan kenarını n ve 2 birim olarak iki parçaya böldü) Burası n, burası 2. Toplarsam n artı iki etmez mi? Bu dikdörtgenin alanı kaç?”. Bunun ardından etkinliğe devam etmiş ve bunu değerlendirme toplantısında da zamandan tasarruf etmek için söylediğini açıklamıştır. Öğretmenin fikirleri açıklaması sadece bu etkinlikte gerçekleşmiş, onun dışında öğrencilerin aktif olmasına, sorgulamasına ve düşüncelerini takip etmeye devam etmiştir. Bu yüzden Emre Öğretmen’in bu hafta yapmış olduğu bu açıklamanın çok önemli görülmediği söylenebilir.

Öte yandan Emre Öğretmen öğrencilerin ön bilgilerini anımsatmak ve anlamalarını geliştirmek için planlamadan farklı örnekler kullanmaya devam etmiştir. Örneğin öğretmen öğrencilere çarpma işleminin anlamını hatırlatmak için 3×2 örneğini kullanmıştır.

Öğretmen: Mesela 3 çarpı 2.

Öğrenci: Topluyoruz?

Öğretmen: Neyi topluyoruz? Üç çarpı iki aslında nedir? Bunu toplam şeklinde nasıl yazabiliriz?

Öğrenci: İki artı iki artı iki ya da üç artı üç yapabiliriz.

Öğrenci: Üç sayısı, ikide onun kaç kere toplanacağını belirtir.

Öğretmen cebirsel bir ifade ile doğal sayının çarpımında anlama odaklanmak için öğrencilerin ön bilgilerinden hareket etmeyi tercih etmiş ve dersine bir örnek ekleyerek öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye çalışmıştır. Benzer şekilde dağılma özelliği konusunda hatası olan bir öğrencinin düşüncesini geliştirmek için de yine farklı bir örnek eklemeyi tercih etmiştir. Öğrenci $2a+4a$ ifadesinde a değeri yerine üç yazarak; $(2.3)+(4.3)$ işlemini iki ile dördü ve üç ile üçü çarparak yapmıştır. Öğretmen öğrencinin ne yaptığını analiz etmesinin ardından $3(3+2)$ işlemini yazarak öğrenciye yaptırmıştır.

Öğretmen: Sen şununla karıştırdın onu (tahtaya $3.(3+2)$) Bu ne? Bu ne özelliği? Yap bakalım.

Öğrenci: Öğretmenim üçle ikiyi toplarız, üç ile de çarparız.

Öğretmen: Dağılma özelliği?

Öğrenci: Üçle üçü çarparız dokuz artı, iki ile üçü çarparız altı; eşittir on beş.

Öğretmen: Sen bununla mı karıştırdın?

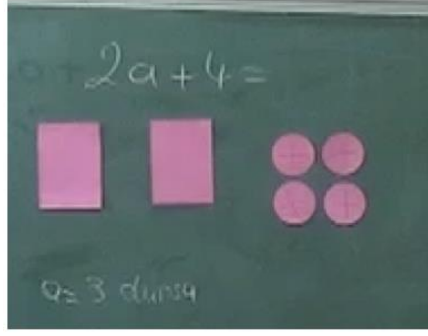
Öğrenci: Ama yine aynı yöntem olmuyor mu?

Öğretmen: Ama olur mu aynı burada artı var, burada çarpı.

Öğrenci: İlk önce parantez yapılır, işlem önceliği.

Öğretmen bu örnekle öğrencinin işlem önceliği bilgisini hatırlamasını ve öğrencinin hatasını görmesini sağlamıştır.

Son olarak Emre Öğretmen farklı bir yol olarak bu hafta öğrencilerin genel yaptıkları hataları düzeltmek ve ön bilgilerini hatırlatmak için sınıf tartışmasını kullanmıştır. Örneğin öğrencilerin $2a+4$ ifadesinin sonucu olarak söyledikleri $6a$ ifadesi karşısında $2a+4$ ifadesini tahtaya yazmış ve öğrencilerden model ile göstermelerini istemiştir.



Görsel 3.28. Öğrencinin $2a+4$ İçin Oluşturduğu Model

Öğretmen: Peki $6a$ diyenler farklı bir şekilde modelleyen var mı?

Öğrenci: Bizde aynısını yaptık.

Öğretmen: Peki bu işlemin $6a$ olması için ne olması lazım?

Öğrenci: Öğretmenim şurada a olması lazım (4 'ün yanını gösterdi)

Öğretmen: Sen öyle diyorsun. Başka?

Öğrenci: 4 'ün yanına a gelmesi lazım

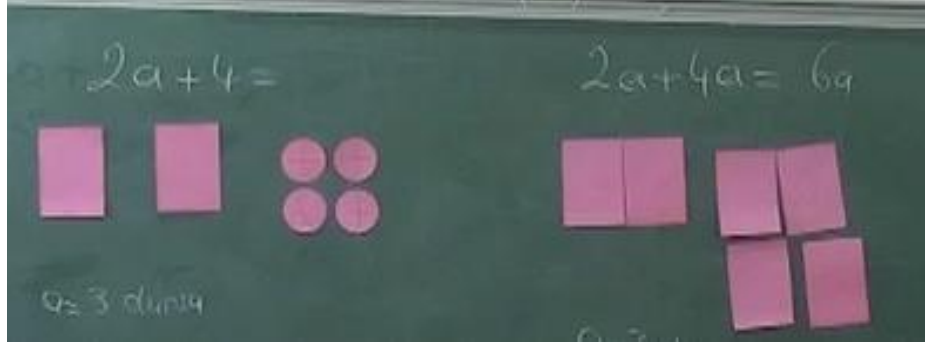
Öğretmen: Başka?

Öğrenci: Artıların a olması lazım. (Görsel 3.28'de verilen model üzerinde.)

Öğretmen: Farklı bir cevabı olan var mı? Bunun cevabının $6a$ olması için lazım ne yapmam lazım (Öğretmen tahtaya $2a+4a =$ yazdı). Böyle mi dediniz?

Öğretmen öğrencilerin $2a+4$ ifadesini modellemesinin ardından bu ifadenin $6a$ olabilmesi için ifade üzerinde nasıl bir değişiklik yapılması gerektiğini tartışmıştır.

Öğrencilerin dört ifadesinin (sabit terimin) yerine $4a$ gelmesi gerektiğini söylemesinin ardından tahtaya Görsel 3.29'da verildiği şekilde $2a+4a$ yazarak öğrencilerin bu iki ifadeyi ve modeli karşılaştırmasını istemiştir.



Görsel 3.29. Emre Öğretmen'in Hatalı Öğrenci Yanıtı Analizinde Kullanmış Olduğu Modeller

Öğretmen: İbrahim bunu modelleyebilir misin?

Öğretmen: Arkadaşlar bu doğru diyenler? Peki, soruyorum bununla bunun arasındaki fark ne?

Öğrenci: Dördün 4a olması.

Öğretmen: Model olarak farkı ne? (başka bir öğrenciye geçti)

Öğrenci: Burada artılar var.

Öğretmen: Artı dediğimiz ne orada?

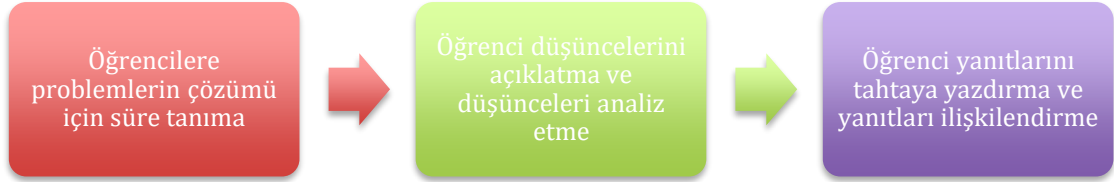
Öğrenci: artı birler var, ama burada a'lar var.

Öğretmen: Evet burada +4 var, burada +4a var.

Öğretmen bu etkinlikte öncelikle öğrencilerin düşünmeleri ve modellemeleri için süre tanımış, ardından da bir sınıf tartışması gerçekleştirerek öğrencilerin farklı anlamalarını sağlamıştır. Öğretmen ve öğrencilerin diyalogları incelendiğinde öğretmenin etkili bir sınıf tartışması gerçekleştirdiği, "Peki bu işlemin 6a olması için ne olması lazım?" şeklindeki sorularla öğrencileri düşünmeye sevk ettiği ve fikirleri uygun bir gelişimsel sırada bölerek öğrencilere verdiği söylenebilir. Emre Öğretmen $3(n+2)$ etkinliğinde de işlemin anlamını tartışma yoluna gitmiş ve dağılma işleminin yapılışına odaklanmak yerine, çarpma işleminin anlamına odaklanarak öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye çalışmıştır. Sonuç olarak Emre Öğretmen'in her ne kadar planlanan bazı etkinlikleri amacına uygun şekilde sonuca ulaştıramadığı görülse de, bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımını anlamlandırmak için etkili sınıf tartışmaları oluşturabildiği ve diğer etkinlikleri amacına uygun şekilde işleyebildiği söylenebilir.

3.2.5.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in beşinci haftada gerçekleştirdiği öğretimleri incelendiğinde öğretmenin izlemiş olduğu yolları aşağıdaki Şekil 3.28 ile özetlenebilir.



Şekil 3.28. Emre Öğretmen'in Beşinci Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen bu hafta da öğretimlerinde öğrencilere düşünme süresi tanıyarak problemlerinin çözümlerine başlamış ve süreçte öğrencilerin düşüncelerini açıklatarak ve analiz ederek devam etmiştir. Öğretmen sınıfın genelinde öğrencilerin çözümlerine kontrol ederek farklı olan düşünceleri ön plana çıkarmış ve öğrencilerin hatalarının sorgulama yoluyla doğru düşüncelere dönüşmesini sağlamıştır.

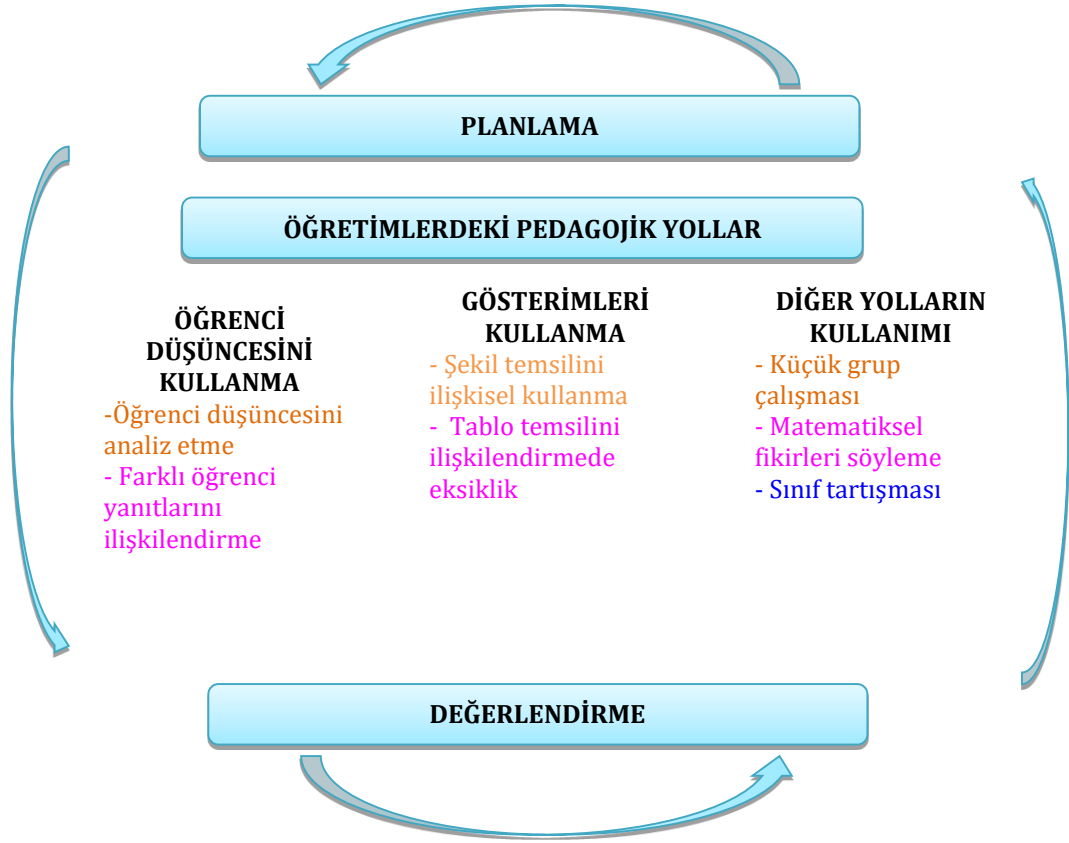
Öğrenci düşüncelerinin açıklanması ve analizinin ardından, düşünceleri bütün öğrencilere görünür kılmak için tahtada öğrencilerin açıklamasını sağlamıştır. Her ne kadar öğretmen daha önce kullanmadığı etkinlik bağlamlarının öğretimini yaparken Damla Öğretmen'le paralel olarak odak oluşturmada zorlansa da süreçte öğrencileri etkili bir şekilde aktif tuttuğu için derslerin amacına ulaştığı ve kavramsal anlamının gerçekleştiği söylenebilir. İlaveten Emre Öğretmen bu hafta da öğrenci düşüncelerinden hareket ederek ve süreç değerlendirme yaparak derslerinde değişiklikler yapmış ve öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye çalışmıştır.

Emre Öğretmen'in de Damla Öğretmen gibi temsilleri kullanımı farklılık göstermiştir. Emre Öğretmen somut materyal kullanılan problemlerde ilişkisel bir öğretim gerçekleştirip işlemlerin anlamlarını ön plana çıkarırken, diğer şekil temsillerini amacına uygun kullanımında zorluk yaşamıştır. Son olarak Emre Öğretmen bu hafta da sınıf tartışmasını etkili şekilde kullanmıştır. Emre Öğretmenin

bu hafta öğrencileri analiz etme ve öğrenci düşüncesine bağlı derslerini devam ettirme konusunda uzmanlaşmaya başladığı söylenebilir.

3.2.6. Altıncı hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Beşinci hafta öğretimlerinin ardından altıncı sınıf cebir öğrenme alanına ait kazanımların tamamı işlenmiş ve öğretmenlerin süreçte sahip oldukları pedagojik yolları geliştirilmeye çalışılmıştır. Ancak öğretmenlerin takip etmeleri gereken öğretim programı göz önünde bulundurularak, altıncı haftadan itibaren altıncı sınıf matematik uygulamaları derslerinde öğretmenlerin pedagojik yollarındaki gelişim takip edilmeye başlanmıştır. Bu haftadan itibaren her bir öğretimde sadece tek bir probleme odaklanılmış ve öğretmenlerin pedagojik yollarındaki gelişim ve değişim bu problemlerin öğretimlerinde incelenmeye devam edilmiştir. Bundan sonraki süreçte de önceki haftalara benzer olarak cebir öğretimine yönelik etkinlikler tercih edilmiştir. Altıncı hafta mesleki gelişim oturumunda planlanmış olan etkinliğin, Damla ve Emre öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'nin uygulanmalarındaki pedagojik yolları Şekil 3.29'da görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.



Şekil 3.29. Altıncı Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Altıncı hafta da öğretmenler Şekil 3.30'da yer alan örüntü probleminin çözümünü gerçekleştirmişleridir.

- a. 4. ve 5. Teraslara ait resimleri çiziniz. Bu teraslarda kaç tane beyaz karo olduğunu bulunuz.
- b. Daha büyük teraslardaki karo sayılarını bulmaya yarayacak gözlemler yapınız.
- c. 50. teras için gereken beyaz karo sayısını bulmaya yarayacak bir yöntem bulunuz (Çizim yapmadan).
- d. Beyaz karo sayısını bulmaya yarayacak bir kural yazınız. Bulduğunuz kuralı terasın resmiyle nasıl ilişkilendirdiğinizi açıklayınız.
- e. Beyaz karo sayısını bulmaya yarayacak farklı bir kural yazınız. Bulduğunuz kuralı terasın resmiyle nasıl ilişkilendirdiğinizi açıklayınız.

Şekil 3.30. Altıncı Hafta Öğretim Etkinliği

Altıncı hafta öğretimleri öğrenci düşüncesi bağlamında incelendiğinde her iki öğretmenin bu hafta öğrenci düşüncesini analiz ettiği görülmüştür. Damla öğretmenin ayrıca farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirmesi de devam etmektedir. Temsillerin kullanımına yönelik olarak her iki öğretmenin de şekil ile sembolik temsili ilişkilendirdiği, ancak Damla Öğretmen'in tablo temsilini ilişkilendirmede eksiklik yaşadığı, Emre Öğretmen'in ise tablo temsilini hiç kullanmadığı ortaya çıkmıştır. Son olarak öğretmenler planlama toplantısında kararlaştırıldığı üzere bu hafta küçük grup çalışması gerçekleştirmiştir. Damla Öğretmen'in matematiksel fikirleri söyleme yolu devam ederken, Emre Öğretmen bu hafta da sınıf tartışması yolunu etkili şekilde kullanmıştır. Aşağıda öğretmenlerin pedagojik yolları ayrıntılı şekilde açıklanacaktır.

3.2.6.1. Damla Öğretmen

Altıncı hafta öğretimlerinde Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesi bağlamında öğrenci düşüncelerini analiz ettiği ve farklı öğrenci çözümlerini ilişkilendirdiği görülmüştür. Örneğin öğretmen problemin şeklinin incelenmesi sırasında öğrenci düşüncelerini dinlemiş ve sorular sorarak düşünceleri anlamaya çalışmıştır.

Öğrenci: İki tane sabit tuttuk hocam

Öğretmen: Sonra nasıl devam ettiniz? İkinci şekilde ne yaptın?

Öğrenci: Onda da ikiyi sabit tuttuk

Öğretmen: Tamam onları da işaretle. Sonra ne oldu?

Öğrenci: İki ile üçü çarptım hocam altı oldu. (Öğrenci birinci şekil için $2+2.3$, ikinci şekil için $2+3.4$, üçüncü şekil için $2+3.5$ yazdı).

Öğretmen: Peki bu yazdığın ifadede iki, şekil üzerinde işaretlediklerin, diğerleri kim oluyor bu şekilde?

Öğrenci: Diğer karolar.

Öğretmen: Neden hep iki ile çarptın?

Öğrenci: Yani hocam beşi beş kareye göre yapmış.

Öğretmen: Hangi beş kareye?

Öğrenci: (Üçüncü şekildeki beş kareyi gösterdi).

Öğretmen: Sonra niye iki ile çarpmış?

Öğrenci: (İki ayrı beş tane kareyi gösterdi).

Öğretmen burada öğrencinin bulmuş olduğu yolu sorular sorarak anlamaya çalışmış, her bir bileşeni neden yazdığını irdelemiş ve diğer öğrenciler için çözüm yolunu görünür kılmıştır. Ancak Damla Öğretmen'in bu analizi olumlu bir yol olarak sınıflandırılrsa da öğretmenin genellikle doğru öğrenci düşüncelerini analiz ettiği, hatalı olanlara ise çok değer vermediği ve göz ardı ettiği görülmüştür. Nitekim derslerin değerlendirme toplantısında öğrencilerin yapmış oldukları hataları ön göremediğini şu şekilde açıklamıştır:

D: Sen (Emre) diyordun mesela toplamada çarpmada birçok alakasız cevaplar geldi, bende hiç öyle cevaplar gelmiyordu. Yapıyorlardı takır takır, ne oldu da sınavda yapamadılar ben onu anlamadım, soracağım haftaya bakalım bana ne cevap verecekler? Verirlerse o zaman sınavda bir sorun var diyeceğim, çünkü yaptık çocuklarda peşine çözdüler, bir sürü arka arkaya yaptık, garip garip cevaplar gelmedi, neden böyle oldu anlamadım. Hiç anlamadan geçtiğimizi hissetmedim. Ama bu örüntü kısmında evet, oraya hala takıntılıyım, örüntüyü anlamadılar ama diğer kısımları anladılar gibi geliyordu bana.

Öğretmenler yapmış oldukları sınavların sonucunda değerlendirme yaparken Damla Öğretmen öğrencilerin sınıf ortamında yapılanlara yanıt verebildikleri halde sınavda yapmamalarının nedenini anlamadığını ifade etmiştir. Örüntü konusunu anlamadıklarını ancak diğer kısımları anladıklarını düşündüğünü söylemiştir. Oysa Damla Öğretmen süreçte zaten bir derinlemesine değerlendirme yaparak ilerlememiş ya da doğru öğrenci düşünceleri üzerinden hareket ederek derslerini ilerletmemiştir. Bu sebeple öğrencilerin anlamadıkları noktaları tespit edememiş ve bu çıkarımını da değerlendirme toplantısında yukarıdaki şekilde açıklamıştır. Bu çıkarımından Damla Öğretmen'in bundan sonraki süreçte öğrencilerin düşüncelerine daha çok önem verebileceği ve süreç içerisinde tüm düşünceleri dikkate alabileceği söylenebilir.

Öğrenci düşüncesine yönelik Damla Öğretmen etkinliğin sonunda farklı öğrenci düşüncelerini ilişkilendirmeye önem vermiş ve buna yönelik olarak öğrencileri farklı çözüm yollarını ilişkilendirmeye yönlendirmiştir.

Öğretmen: Üç farklı yol bulduk, farklı görünüyorlar, bunlar farklılar mı?

Öğrenci: Hepsinde aynı cevap çıkıyor.

Öğretmen: Evet hepsinin aynı olduğunu kim gösterebilir bana? Düşünün. Bunların üçünün de aynı olması gerekmiyor mu? Ama çok farklı görünüyorlar. Nasıl gösterebilirsin aynı olduğunu?

Öğrenci: Dağılma özelliğinden.

Etkinliğin sonunda bulunan farklı cebirsel yolların farklı görüldüğünü söyleyerek öğrencilerin sadeleştirme yaparak aynı sonuçlar olduğunu göstermelerini istemiştir. Damla Öğretmen planlama toplantılarında ön planda tuttuğumuz öğrenci düşüncelerini ilişkilendirme fikrini dikkat etmiş ve her hafta ilişkilendirmeleri yapmaya özen göstermiştir. Öğretmenin bu konuyu göz önünde bulundurduğu ve ilişkilendirmeleri söylemek yerine düşünmeleri için öğrencileri yönlendirmesi de gelişimi için ayrı bir adım olduğu söylenebilir.

Temsillerin kullanımına yönelik olarak da Damla Öğretmen'in şekil temsilini ilişki olarak kullanabildiği ancak tablo temsilini ilişkilendirme de eksiklik yaşadığı görülmüştür. Öğretmenin şekil üzerinde örüntüyü öğrencilere incelediği, öğrenci düşünceleri ve sembolik temsiller ile şekil temsili arasında ilişki kurduğu görülmüştür. Örneğin, öğrencilerin düşüncelerini şekil üzerinde açıklamalarını istemiştir.

Öğrenci: Altı artı bir çarpı iki.

Öğretmen: Tamam onu söyle. Tahtada açıkla.

Öğrenci: ... (6+1.2 yazdı)

Öğretmen: Buna nerden geldin?

Öğrenci: Altı tanesini sabit tuttum. (Öğrenci sol alt köşeden başlayıp altı tane işaretledi ve her adımda gösterdi).

...

Öğretmen: İbrahim en son sen altıyı sabit tutmuştu, şekillere bak, şu şekilde sabit tutmuştu, altıyı başka türlü sabit tutabilir miyim?

Öğrenci: Yanlardan.

Öğretmen: Evet yanlardan, bu üçleri tuttuğumda ne kaldı?

Öğretmen öğrencilerin düşüncelerini ve sembolik temsillerinin bileşenlerini göstermelerini istemiştir. Bu bakımdan öğretmenin şekil temsilini ilişki

kullandığı söylenebilir. Öte yandan öğretmenin tablo temsilini ise dersin ilerleyişinden bağımsız bir şekilde kullandığı bu yüzden ders ile ilişki kurmada eksiklik yaşadığı görülmüştür.

Öğretmen: Tablo kim çizecek? Türkan tablo çizsin.

Öğrenci: Siyahın yanındaki iki tanesi olabilir mi?

Öğretmen: Siyahın yanındaki iki tanesi olabilir mi diyor? (Eliyle de gösterdi). Peki bunu sabit tutsaydım diğerlerini nasıl açıklayacaktım. Bakın üç yukarıda, üç aşağıda. Görüyor musun İbrahim'in dediği ikinci yolu?

Öğrenci: Böyle daha kolaymış.

Öğretmen: Peki başka nasıl yapabiliriz?

...

Öğretmen: Şimdi Türkân'ın yaptığı tabloya bak. Ne yazdın siyah karo sayıları, zaten adım sayılarıyla aynı mı? (Siyah karo sayılarını okudu). Sonra ne yaptı etraftaki beyaz karo sayılarını saydı. 8-10-12-14-16 diye devam ediyor, yanına ne yapmaya çalışıyorsun?

Öğrenci: Kural yazacağım.

Öğretmen dersin bu bölümünde tahtaya bir öğrenci çıkarıp tabloyu doldurmasını ve bu esnada da öğrencilerden buldukları yolları açıklamaya devam etmelerini istemiştir. Bir öğrenci yanıtı açıkladıktan sonra tabloya dönülmüş ve öğrencinin nasıl tablo yaptığı incelenmiştir. Öğrencinin tabloyu doldurması o zamana kadar açıklanan iki yoldan bağımsız olarak doldurulmuş ve tabloda çarpımsal bir ilişki yazılarak kurala ulaşılmıştır. Tablonun doldurulmasının ardından farklı öğrenci düşünceleri açıklanmaya devam edilmiş ve bunların hiçbirinin tablo ile ilişkisi kurulmamıştır. Bu durumda tablonun kullanımı öğrenci düşüncelerinin açıklanmasının arasında bir yere sıkıştırılmış ve dersle ilişkisi kurulmadığından sanki yapılması gereken bir adım gibi görünmüştür. Damla Öğretmen'in tablo kullanımı süreçte hep aynı şekilde devam etmiş ve tabloyu ilişki bir şekilde kullanmak konusunda eksiklik yaşamıştır. Bununla birlikte tabloyu çözüm adımlarını basitleştirmek için kullanmamış ve önceki haftalar ile benzer olarak çarpımsal ilişki yazdırarak kural bulmaya çalışmıştır. Toplamsal ilişki yazdırmak konusunda daha önceki değerlendirme toplantılarında bir farkındalık geliştirdiği görüle de, bunu öğretimlerine yansıtmayı başaramadığı söylenebilir.

Son olarak Damla Öğretmen önceki haftalardan farklı olarak küçük grup çalışması yolunu kullanmış ve önceki haftalarla benzer şekilde matematiksel fikirleri söyleme yoluna devam etmiştir. Küçük grup çalışması değerlendirme toplantısında araştırmacı tarafından önerilen alternatif bir yol olarak sunulmuştu ve Damla Öğretmen de altıncı hafta öğretimlerine öğrencilerden grup çalışması yapmalarını isteyerek etkinliğe başlamıştır. Öğrencilere etkinliği tanıtmasının ardından, grup olarak çalışmalarını söylemiştir. Öğrenciler problemlerin çözümünü ilk ders grup içinde gerçekleştirmişler ve öğretmende onların çalışmalarını takip ederek gerekli yönlendirmeleri yapmıştır. Diğer taraftan bu hafta Damla Öğretmen matematiksel fikirleri açıklama yolunu benimsemeye devam etmiş, öğrencilerin dikkat etmeleri gereken bir fikri ve hata karşısında ne yapması gerektiğini öğrencilere söylemiştir. Örneğin problemin ilk adımlarında adım sayısı ile siyah karo sayısının aynı olduğunu öğrencilere söylemiştir.

Öğretmen: Adım sayısını ayrı yazmışsınız, siyah karo sayısını ayrı yazmışsınız, siyah karo sayısı zaten adım sayısı ile aynı değil mi? İki kere yazmanın ne gereği var, tabloda birde beyaz karo sayısı diye sütun açacaksın değil mi? Şekillere geri dön, şekilleri incele.

Öğretmen bu fikri öğrencilere söyleyerek fark etmeleri gereken bir durumun önüne geçmiş ve onlara bu bilgiyi doğrudan aktarmıştır. Benzer şekilde öğrenci sembolik olarak kuralı yazarken parantez kullanmamıştır.

Öğretmen: Adım sayısına n dersem, bir fazlasını nasıl yazacağım?

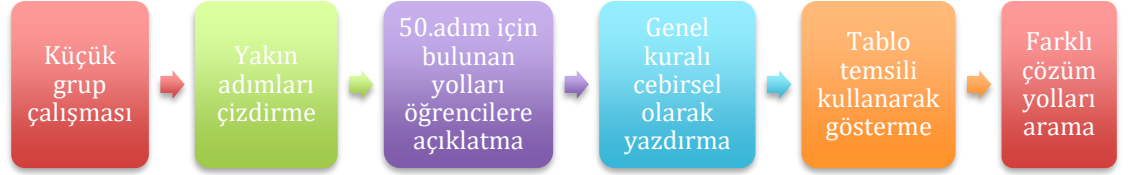
Öğrenci: $4+2.n+1$

Öğretmen: Paranteze mi alacağım onu? Neden paranteze alıyorum, adım sayısının bir fazlasıyla mı çarpıyoruz.

Öğretmen öğrencinin işlemi paranteze alması gerektiğini söylemiş ve nedenini de açıklamıştır. Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesi karşısındaki pedagojik yolları öğrenci düşüncelerini takip etme ve analiz etme bakımından gelişme göstermiş olmasına karşın, süreçte hala matematiksel fikirleri kendisi söyleyerek öğrencilerin düşünme süreçlerini engellemektedir. Bu da öğretmenin sahip olduğu alışkanlıkların değişimin zor olduğunun ve zaman aldığının bir göstergesi olarak görülebilir.

3.2.6.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in Şekil 3.30'da verilen problemin çözümünü gerçekleştirdiği öğretiminde takip ettiği yolları aşağıdaki Şekil 3.31'de özetlenmiştir.



Şekil 3.31. Damla Öğretmen'in Altıncı Hafta Öğretim Yolları

Öğretmen etkinliğin ilk bölümünü grup çalışmasına ayırmış ve bu süreçte öğrenciler problemi farklı şekilde çözmeye çalışmıştır. Öğretmen öğrencilerin çözümlerini takip etmiş, yönlendirmeler yapmış ve öğrenci çözümleri arasından seçimler yapmıştır. Bütün öğrencilerin çalışmalarını tamamlamasının ardından bir öğrenciden yakın adımları tahtaya çizmelerini istemiş ve bu çizim hızlıca gerçek 50. adımdaki beyaz karo sayısının hesaplanmasında bulunan yolları açıklamaları için öğrencilere söz hakkı vermiştir. Öğrenciler kendi çözümlerini açıklamış, hesaplamalarına yönelik sembolik temsilleri yazdıktan sonra öğretmen genel kuralın cebirsel olarak yazımını sormuştur. Kuralın cebirsel olarak ifade edilmesinin ardından tablo temsili yapmalarını istemiş ve bir öğrenci tabloya verileri yazmış, çarpımsal ilişkiyi yazarak kuralı ifade etmiştir. Tablonun ardından öğretmen yeniden farklı çözüm yolları aramaya devam etmiş ve üç farklı çözüm yolu açıklamış, ardından da bunların ilişkilendirmesini yapmıştır.

Damla Öğretmen'in takip ettiği yolun genel anlamda öğrenci düşüncesine dayalı ilerlediği söylenebilir. Damla Öğretmen ilk hafta öğretimini gerçekleştirmiş olduğu örüntü problemlerinin aksine bu hafta kendi zihninde belirlemiş olduğu yollara öğrencileri yönlendirmemiş, aksine öğrencilerin bulmuş oldukları düşüncelerden hareket ederek dersini ilerletmiştir. Öğretmenin farklı çözüm yolları araması, öğrencilere farklı düşüncelerini açıklaması da onun örüntü problemlerinin öğretimindeki gelişimi olarak ele alınabilir. Bununla birlikte tablo

temsilini daha önce de kullanmış olduğu şekliyle ders ile ilişkisini kuramadan kullanmış ve etkinliğinde bazı bölümlerinde öğrencilere matematiksel fikirleri kendisi söylemeyi tercih etmiştir. Ancak genel olarak derse bakıldığında öğrenci düşüncesini temel alan ve buna bağlı ilerleyen bir öğretim gerçekleştirdiği söylenebilir.

3.2.6.2. Emre Öğretmen

Emre öğretmenin altıncı hafta öğretimi öğrenci düşüncesi bakımından incelendiğinde, öğrenci düşüncelerini analiz ettiği görülmüştür. Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesini analiz etmeyi artık derslerinde bir yol olarak sürekli kullandığı ve derslerini öğrencilerin düşünceleri doğrultusunda ilerlettiği söylenebilir. Örneğin bu haftaki etkinlikte de başlangıç olarak şeklin büyütülmesinde öğrencilerin düşüncelerini incelemiştir.

Öğretmen: Elinizde şu (problemdeki şekli kastederek) var, siz bunu nasıl büyüttünüz.

Öğrenci: Toprağından (şekil üzerindeki siyah kısımlar toprak olarak ifade edildi) bir tane daha ekliyoruz, beyazlardan üste bir alta bir ekliyoruz, yanlar eşit kalıyor.

Öğretmen: Nasıl büyüttün bir gel. (Tahtada anlatması için bir öğrenci çıkardı).

Öğrenci: İlk başta birinci şekle baktım, bir tane toprak eklenmiş, üstüne ve altına birer tane eklenmiş, şu yanlar sabit. Yanına bir tane (üçlüyü kastediyor) eklenmiş, ortaya da bir tane eklenmiş. Ben öyle düşündüm.

Öğretmen: Mesela altıncı adımda nasıl olacak, nasıl büyüteceksin?

Öğrenci: Mesela burada yedi tane varsa, bir tane eklenecek sekiz tane olacak, hocam bundan (ortadaki siyahtan) bir tane daha ekliyoruz, altı tane oluyor hocam.

İlk olarak öğrenciye şeklin oluşumuna yönelik olan düşüncesini açıklamış, ardından da söylediği yolu farklı bir adımda da açıklamasını istemiştir. Benzer şekilde 50. adımda var olan beyaz karo sayısını bulurken yine öğrencilerin düşüncelerini analiz etmiştir.

Öğretmen: Evet devam ediyoruz anlat bir daha.

Öğrenci: Burada 52 tane olacak.

Öğretmen: Nereden birliyorsun 52 olduğunu.

Öğrenci: Hocam mesela 4. adımda dört taneye iki tane eklemişler. 50. adımda da iki tane ekleyeceğiz öğretmenim.

Öğretmen: Anladınız mı 50. adımda üst sütuna 2 tane eklemişler diyor.

Öğrenci: Hocam burası 52, burası da 52, burası da 50. adım olduğu için ortada 50 tane boyayacağız öğretmenim. 162den 50'yi çıkarınca.

Öğretmen: 162'yi nasıl buldun?

Öğrenci: Hocam 52 ile 3ü çarptım, kenarlar altı ediyor öğretmenim 162, çıkardım öğretmenim 162'den 50'yi, 112.

Öğretmen öğrenci düşüncesini dinlemesinin ardından "162'yi nasıl buldun?" gibi sorular sorarak düşüncelerinin kaynağını öğrenmeye çalışmıştır. Etkinliğin uygulanması boyunca ortaya çıkan her düşünceyi benzer şekilde analiz etmiş, farklı düşünceler ortaya çıkması için farklı çözüm yollarını araştırmış ve problemin sonucuna ulaşmak için bu düşüncelerden yararlanmıştır. Emre Öğretmen değerlendirme toplantısında öğretimini değerlendirirken kendinde olan öğrenci düşüncesine yönelik olan gelişmeyi "Ben anlatırken mesela gezdim, yanlış yapanları kaldırdım, onları çıkarttım, hatalarını buldurdum. Ben normalde çok çocuk kaldırmam derslerde ama şimdi çocuklara açıklıyorum." şeklinde açıklamıştır. Öğretmen öğrencilerin çalışmalarını kontrol ettiğini ve ardından onları konuşturarak varsa hatalarının farkına varmalarını sağladığını ifade etmiştir. Eski öğretimine yönelik olarak ise çocukların konuşmasına çok izin vermediğini ancak artık öğrencileri tahtaya kaldırarak onlara düşüncelerini açıklattığını belirtmiştir. Bu da öğretmenin kendi öğretimine yönelik farkındalık kazandığının bir göstergesi olarak görülebilir.

Temsillerin kullanımına yönelik olarak ise Emre Öğretmen de Damla Öğretmen gibi şekil temsilini ilişkişel bir şekilde kullanabilmiş ve ders ile ilişkilendirme de sorun yaşamamıştır. Ancak Emre Öğretmen bu hafta tablo temsilini kullanmadığından, tablo temsilinin kullanımına yönelik bir bulgu elde edilememiştir. Ancak tablo temsili eksik kalmasına karşın etkinliğin ilerleyişinde bir aksaklık yaşanmamış, öğrenciler verileri düzenlemede ve düşüncelerini göstermede

sıkıntı yaşamamışlardır. Örneğin öğretmen şeklin yapısını öğrencilere aşağıdaki şekilde inceletmiştir.

Öğretmen: Bakın mesela bu adımda veya bu adımda fark etmez, sabit olan ne var?

Öğrenci: Hocam oradaki üç tane olanlar hiç değişmiyor? Karşılıklı olanlar yan yana olanlar hiç değişmiyor, ama o yanlarındakilerin hepsi bazen bir oluyor bazen iki oluyor.

Öğretmen: Tamam neye göre değişiyor o zaman onlar?

Öğrenci: Adım sayısına göre değişiyor.

Öğretmen: Sabit olanlar neymiş?

Öğrenci: Sabit olanlar üçler (şekil üzerinde sol kenardaki üçlü sütunu gösterdi)

Öğretmen: Sağ ve soldaki üçler hiç değişmiyor demi? Peki, o üsttekiler nasıl değişiyor?

Öğrenci: Hocam üstteki kareler artarak gidiyor işte

Öğretmen: Neye göre gidiyor?

Öğrenci: Adım sayısına göre.

Öğretmen: Peki adım sayımız belli, yandakiler zaten sabit, 50. adımda kaç tane olur o zaman?

Öğrenciler düşüncelerini açıklamalarının ardından öğretmen toparlamak amacıyla öğrencilere sorular sormuş ve şeklin yapısını inceletmiştir. Öğrencilerin şeklin oluşumunu açıklamalarının ardından ise 50. adımda var olan beyaz karo sayısını sormuştur. Bu diyalogda öğretmenin yakın adımlardaki şekilleri aracı yaparak öğrencilerin 50. adımı hesaplayabilmeleri görülmektedir. Bir başka örnekte ise öğrenci ilişkiyi $1.8=8$, $2.5=10$, $3.4+2=14$ olarak açıklamıştır. Öğretmende öğrencinin yazmış olduğu sembolik ilişkinin bileşenlerinin ne olduğunu sorduktan sonra şeklin yapısını yeniden incelemesi için öğrenciyi yönlendirmiştir. Bir başka ilişkilendirme de ise şeklin yapısı ile sembolik temsil arasında ilişki kurması söz konusudur. Öğrenciler şeklin yapılarını açıklamalarının ardından sembolik yazıma geçilmiş ve öğrenciler şekil ile ilişkisini sembolik temsiller ile açıklamışlardır.

Öğretmen: Yap bakalım Nur.

Öğrenci: Aslında ben Mehmet'in yaptığı şeyden yola çıktım. Adım sayısının iki fazlası kadar kare var, adım sayısı artı iki. Bundan da üç tane var. (Tahtaya $(n+2).3$ yazdı.)

Öğrenci yolunu açıklamasının ardından öğretmen şeklin yapısından hareket ederek öğrencinin sonrasında adım sayısını çıkarmasını da sağlamıştır. Sonuç olarak etkinliğin genelinde şeklin oluşumu incelendiğinden, öğrencilerin çeşitli kurallar bulmakta ve kurallarını sembolik ifade etmek konusunda zorlanmadıkları söylenebilir.

Son olarak Emre Öğretmen farklı olarak küçük grup çalışması ve sınıf tartışması yollarını kullanarak etkinliği sürdürmüştür. Emre Öğretmen dersin planlanmasında önerilen grup çalışması yolunu ders boyunca sürdürmüş ve problemin her bir adımında öğrencileri grup çalışmasına yönlendirmiştir.

Öğretmen: Başka yöntem var mıdır? Tamam diğer soruya geçelim? Beyaz karo sayısını bulmaya yarayacak bir kural yazınız. Bulduğunuz kuralı terasın resmiyle nasıl ilişkilendirdiğinizi söyleyiniz. Herkes grup olarak bulsun sonra beraber bulacağız.

...

Öğretmen: Şimdi herkes kendi başına çalışıyor hadi. Bir dakika sonra grupla. 50. terasta beyaz karo sayısını bulmaya yarayacak bir yöntem bulunuz.

Öğretmen her bir soruda öğrencilere yeniden grupla çalışmalarını söylemiş ve öğrenciler buldukları düşünceleri grup olarak açıklamışlardır. Grup çalışması yolu planlama toplantısında araştırmacı tarafından önerilmiş olmasına karşın öğretmenin etkili ve sürekli olarak öğrencileri bu tür çalışma yoluna yönlendirmesi, bu yolu da benimsediğinin bir göstergesi olarak görülebilir. Diğer taraftan öğrenciler grup çalışmaları yapmalarının ardından öğretmen düşünceleri sınıf tartışmasına yönlendirmiş ve tüm düşünceleri öğrenciler için görünür kılmıştır. Küçük grup çalışmalarının ardından sınıf tartışması yapmasının yanında öğrencilerin hatalı düşünceleri karşısında da sınıf tartışması yolunu kullanmış ve hatalı bir yolu diğer öğrencilerden analiz etmelerini isteyerek, hata yapan öğrencinin doğru sonuca ulaşmasını sağlamıştır. Öğrenci 50. adımda beyaz karo sayısını bulmak için $(52 \times 3 = 156; 156 + 6 = 162; 162 - 50 = 112)$ işlemlerini yazmıştır.

Öğretmen: Burada bir hatası var, hatası ne?

Öğrenci: Hocam burasını 52 buldu, 52 ile üçü çarptı bu ortadakileri saymayacak.

Öğretmen: Çıkarttı ama ortadakileri.

Öğrenci: Birde hocam burayı üç diye sayıyor, Yani hocam burası 52-52 artı 1 artı 1.

Öğretmen: Başka düşüncesi olan?

Öğrenci: Hocam buraları (kenardaki üçlü grubu kastederek) iki defa buldu. Üçleri bu içindeki kareleri buldu. Birde artı bu ikisini toplayıp.

Öğretmen: Şu artı altı nerede?

Öğrenci: Bu üçle bu üçü topladı. (Sağ ve sol kenarı gösteriyor).

Öğretmen: Zaten hepsinde 52 var, bunları saymış oluyorsun, şimdi orayı düzenle bakalım.

Öğrenci: (Tahtadaki +6 işlemini sildi ve $(52 \times 3) - 50$ yazdı.)

Öğretmen: Evet Mehmet'in ki güzel bir örnek başka bir örnek? Başka yöntemi olan var mı?

Öğretmen sınıftaki öğrencilere hatalı işlemin ne olduğunu bulmalarını istemiş ve saymanın neden hatalı olduğunu farklı öğrencilere açıklamıştır. Ardından öğrenci hatasının ne olduğunu fark etmiş ve ifadesini yeniden düzenleyerek doğru sonuca ulaşmıştır. Öğretmen'in kullanmış olduğu sınıf tartışması yolunun da öğrenci düşüncesinin analizi gibi sürekli olmaya başladığı söylenebilir.

3.2.6.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in altıncı hafta yolları Şekil 3.32'de görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.



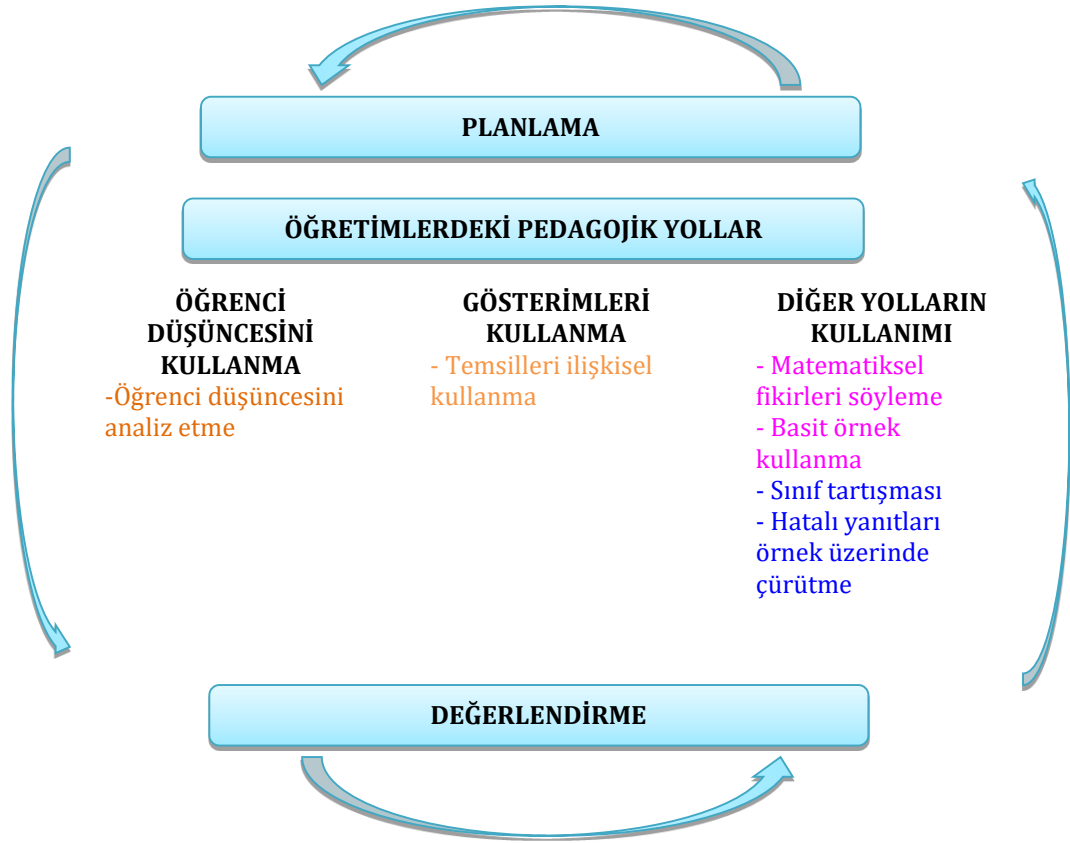
Şekil 3.32. Emre Öğretmen'in Altıncı Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen öğretimini adım adım ilerletmeyi tercih etmiş ve her soru için önce grup tartışması yaptırıp ardından da sınıf tartışmasına geçmiştir. İlk olarak öğrencilerden yakın adımları çizmelerini, beyaz karo sayılarını bulmalarını ve arından grup arkadaşlarıyla bulduklarını paylaşmalarını istemiştir. Ardından büyük teraslar için şekli nasıl büyütebileceklerini sormuş ve öğrencilerin bulduklarını paylaştırarak sınıf tartışması yaptırmıştır. Ardından tekrar grup çalışması içinde sırayla 50. adımdaki karo sayıları için yollar aratmış, kuralları sembolik olarak göstermelerini istemiş ve son olarak cebirsel ifadenin yazımına geçmiştir. Her bir grup tartışmasının ardından bütün öğrenciler ile birlikte bulunan yolları ve yapılan hataları paylaşmışlardır.

Emre Öğretmen süreçte öğrencilerin düşüncelerini kullanarak ilerlemeyi tercih ettiği söylenebilir. İlk hafta gerçekleştirmiş olduğu öğretimi incelendiğinde öğrenci düşüncelerine o zaman da önem verdiği ancak sadece tek bir düşüncede hareket ederek dersini ilerlettiği görülmüştür. Bu hafta ise farklı çözüm yollarına önem verdiği, öğrencilerin kendi düşünme yollarını açıklamalarına olanak vererek düşüncelerin her birini önemseydiği söylenebilir. Damla Öğretmen'den farklı olarak Emre Öğretmen tablo temsili kullanmamıştır. Ancak diğer temsillerin kullanımını ilişkisel olarak gerçekleştirmiş ve etkinliği öğrenci düşüncesi temelinde sonlandırmıştır.

3.2.7. Yedinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Damla ve Emre öğretmen tarafından gerçekleştirilen yedinci hafta TÖY'nün uygulanmasındaki pedagojik yolları Şekil 3.33'de görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.



Şekil 3.33. Yedinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Damla ve Emre Öğretmen önceki haftalarla paralel olarak öğrenci düşünlerini analiz etmiş ve temsilleri ilişkisel şekilde kullanmışlardır. Damla Öğretmen'in kullanmış olduğu diğer yollar matematiksel fikri söyleme ve basit örnek kullanımı olarak ortaya çıkmışken, Emre Öğretmen'in yolları ise sınıf tartışması ve hatalı yanıtları örnek üzerinde çürütme olarak görülmüştür. Yedinci haftada öğretmenler Şekil 3.34'te yer alan probleminin öğretimini gerçekleştirmişleridir.

$2k+3$	$2k+3k=5k$	$2k.3=6k$
Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra Melih'e 3 tane daha şeker verdi. Melih'in toplamda ne kadar şekeri olur?	Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra Melih'e 3 kutu daha şeker verdi. Melih'in toplamda ne kadar şekeri olur?	Melih'in 2 kutu şekeri vardır. Kübra'nın ise Melih'in şekerlerinin 3 katı kadar şekeri olduğuna göre, Kübra'nın ne kadar şekeri vardır?

Şekil 3.34. Yedinci Hafta Öğretim Etkinliği

3.2.7.1. Damla Öğretmen

Yedinci hafta öğretimlerinde Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncelerinin kullanımına yönelik olarak farklı düşünceleri analiz ettiği ve temsillerin ilişkisel kullanımı tercih ettiği görülmüştür. Diğer taraftan matematiksel fikri söyleme ve basit örnek kullanımı tercih ettiği diğer yollar arasında yer almıştır.

Damla Öğretmen'in problemlerin çözümünde öğrenci düşüncelerini analiz ettiği, bu analizlerinde öğrencilerin bilgilerine yönelik değerlendirme yaptığı aşağıdaki örnekler ile açıklanabilir. Örneğin, $2a+3$ cebirsel ifadesine ait problemin şekil temsilinde öğrenciye sorular sorarak temsilini nasıl yaptığını açıklamasını beklemiş ve öğrencinin modelleme sürecini tüm öğrenciler için görünür kılmıştır.

Öğretmen: Şimdi neyle göstereceksin?

Öğrenci: İki kutuyu aynı göstereceğim (İki tane kare kutu çizdi ve üzerine a yazdı). Kübra ona üç tane daha vermiş (Üç tane daha kare çizdi ve onların içine de artı yazdı).

Öğretmen: O artı ile gösterdiklerin ne?

Öğrenci: Üç tane şeker.

Öğretmen: Cebirsel olarak nasıl yazacaksın bunu?

Öğrenci: ... ($2a+3$ yazdı).

Öğretmen: Deftere böyle yapmamıştın? Defter de nasıl göstermiştin?

Öğrenci: Defterde artı yerine b yazmıştım.

Öğretmen: Neden b yazmıştın?

Öğrenci: Belli değil sanmıştım ama belli, üç şeker vermiş.

Öğretmen problemin çözümünde öğrencilere süre tanımış ve bu süreçte onların neler yaptıklarını değerlendirmiştir. Ardından tahtaya çıkan öğrenciye ne yapacağına dair sorular sormuştur. Konuşmalardan öğrencinin kendisi çalışırken defterinde cebirsel ifadeyi $2a+3b$ şeklinde hatalı yaptığı anlaşılmaktadır. Ancak öğrenci tahtada yaparken fikrini değiştirmiş, öğretmen sorular sorarak önceki anlayışını anlamaya çalışmıştır. Bir başka durumda da cebirsel ifade yazılmasının ardından önceki haftalarda yaptığı şekilde sorular sorarak öğrencilerin cebirsel ifadelere yönelik kavramları hatırlamalarını değerlendirmiştir.

Öğretmen: Buna değişken dediniz, bunun adı neydi?

Öğrenci: Kat sayısı.

Öğretmen: Peki bu?

Öğrenci: Sabit.

Öğretmen: Dediniz ki benzer terim yok peki benzer terim ne demektir?

Öğrenci: Birbiriyle aynı olmayan, $2a+3a$ bunlar benzer.

Öğretmen: Benzer olmayana örnek ver.

Öğrenci: $3a+2n$.

Damla Öğretmen'in süreç boyunca öğrencilerin bu kavramların isimlerini bilmelerine ve öğretimlerine de benzer terimler ile işlem yapmaya önem vermiş, her zaman bunları ön plana çıkarmaya çalışmıştır. Öğretmenin bu yolunun zaman zaman öğrencilerin yanılgılarını gidermek konusunda yetersiz kaldığı ve öğrencilerin kavramsal öğrenmeden ziyade işlemsel anlamalarını geliştirdiği söylenebilir. Son olarak öğretmen öğrencilerin hatalarına yönelik analiz de gerçekleştirmiştir. Örneğin, üçüncü problemde bir öğrenci iki kutu şekerin üç katı ilişkisini şekil temsili ile iki kutu ve üç kutu olarak ayrı ayrı göstermiştir.

Öğrenci: Melih'in 2 kutu şekeri varmış, Kübra'nın 3 katı kadarmış.

Öğretmen: Yani? O zaman Kübra'nın kaç tane kutu şekeri olacak?

Öğrenci: ... (Şekil 3.35'te verildiği gibi iki tane çizdiği kutunun yanına üç tane daha çizdi, Kübra'nın olarak gösterdi).

Öğretmen: Yaptığını anlatır mısın bize?

Öğrenci: Hocam Melih'in iki kutu şekeri varmış, Kübra'nın üç katı kadarmış?

Öğretmen: Kübra'nın şekerleri kimin üç katı kadar?

Öğrenci: Melih'in.

Öğretmen: Tamam o zaman Kübra'nın kaç kutu şekeri varmış?

Öğrenci: Altı.

Öğretmen: Ama sen oraya üç kutu çizdin. Neden 3 tane çizdin?

Öğrenci: Çünkü üç katı kadar diyor.

Öğretmen: Üç katı dediği için mi üç tane çizdin?

Öğrenci: Evet. (Kutuların altına $2 \times 3 = 6$ yazdı)

Öğretmen: Neden üç ile ikiyi çarptın?

Öğrenci: Hocam Melih'in iki kutu şekeri var, Kübra'nın üç katı kadar dedi.

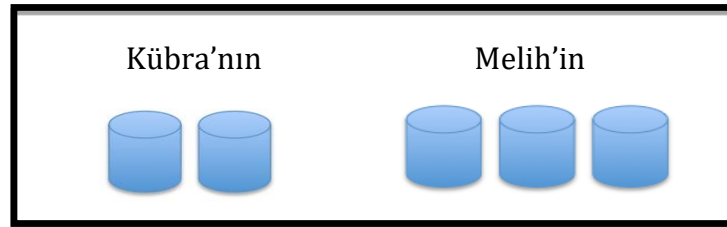
...

Öğretmen: Hafize sen ne diyorsun?

Öğrenci: Yanlış diyorum. Üç katı daha çizmesi lazım.

Öğretmen: Türkan sen açıkla.

Öğrenci: Melih'in iki kutu şekeri varmış, Kübra'nın üç katı diyor, üç kutu daha olması lazım. İki kutudan üç kere daha çizeceğiz demek istiyor. Burada da altı kutu oldu.



Şekil 3.35. Öğrencinin Çizmiş Olduğu Hatalı Şekil Temsili

Öğretmen öğrencinin çizmiş olduğu modeli anlamak için sorular yöneltmiş ve öğrenci yanıtını anlamasının ardından diğer öğrencilerinde düşüncelerini almıştır. Benzer hatalı yanıtları veren öğrencilerin ardından iki farklı doğru öğrenci düşüncesi açıklanmış ve doğru yanıt veren öğrenci modelin ve cebirsel işlemlerin nasıl olması gerektiğini göstermiş ardından öğretmen model üzerinde yeniden açıklamıştır. Damla Öğretmen farklı bir durumda da yine benzer bir yol izlemiş, önce öğrencinin hatalı düşüncesini analiz etmiş, ardından doğru yanıt veren öğrenciye hatayı düzelttirerek açıklama yapmıştır. Damla Öğretmen'in ilk derslerine kıyasla

öğrenci düşüncelerini dikkate aldığı, öğrenciler ile etkileşimini artırdığı, öğrencilerin açıklamaları için daha fazla fırsatlar oluşturduğu söylenebilir.

Temsillerin kullanımı açısından öğretimleri değerlendirildiğinde ise somut, sembolik ve resim temsilini ilişkisel kullandığı görülmüştür. Öğretmen ilk olarak öğrencilere şekil temsilini çizdirmiş ve çizdikleri şeklin cebirsel temsilini yazdırmıştır. Şekil temsilinde cebirsel ifadelerin nelere karşılık geldiğini öğrencilere sormuş ve ardından somut model ile de göstermelerini istemiştir. Bir başka durumda da hatalı yanıt veren bir öğrencinin yanıtını ve anlamadığını söyleyen farklı bir öğrenciyi somut model ile temsile yönlendirmiştir.

Öğrenci: Yapılanları anlamadım.

Öğretmen: Al bardakları çık tahtaya, soruyu oku.

Öğrenci: Melih'in iki kutu şekeri vardır.

Öğretmen: Göster iki kutu şekeri.

Öğrenci: Kübra'nın ise Melih'in şekerlerinin üç katı kadar şekeri olduğuna göre, Kübra'nın ne kadar şekeri vardır? Melih'in iki kutu şekeri varmış, Kübra'nın Melih'in şekerlerinin üç katı diyor.

Öğretmen: Osman bunun üç katı. Bunun üç katını nasıl gösterirsin? İki kutu şekerin üç katı, yani bu iki kutu şekerden kaç tane var?

Öğrenci: Üç tane

Öğretmen: Şu an bunun üç katı değil mi? Kaç tane oldu Kübra'nın (bardaklar üzerinde gösterdi)

Öğrenci: Altı.

Temsil üzerinde hem çarpma işleminin anlamına odaklanmış, $3 \cdot 2k$ ifadesinin toplama ile ilişkisini kurmuş hem de somut model üzerinde işlemleri göstermiştir. Bu açıdan yapılan öğretimde temsillerin ilişkisel şekilde kullanıldığı söylenebilir.

Son olarak Damla Öğretmen matematiksel fikirleri açıklama ve basit örnek kullanma olmak üzere iki farklı yol kullanmıştır. Öğretmen matematiksel fikirlerin ilişkilendirmesi ile hatalı yanıtların analizinin ve doğru yanıt veren bir düşünce ortaya çıkmasının ardından kendisi açıklamalar yaparak doğru düşüncenin anlaşılmasını sağlamaya çalışmaktadır. Örneğin üç farklı problemin sonuçlarının ilişkilendirmesi için aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

Öğretmen: Peki bu üçü arasındaki farkı anladın mı? Kim anlatacak bana? Üç benzer problem yazdık ama üçünün çözümünü de birbirinden farklı çıktı. Başlangıçta bunlar hep aynı sorular gibi geldi size, ne fark var, kim açıklayacak ne fark olduğunu? Bu yaptıklarımızı kim özetleyecek.

Öğrenci: Hocam değişiklikler önce üç tane diyor, sonra üç kutu diyor, sonra üç katı diyor. Biz soru yazdıkça cevaplar değişti.

Öğretmen: Tamam değişti ama farkları nedir? İki kutu vardı, sonra üç tane gösterdik. Toplamda Melih'in kaç şekeri oldu? $2k+3$ birincisi buydu, ikincisinde iki kutuya üç kutu daha verdi. Toplamda Melih'in beş kutu şekeri oldu. Üçüncü soruda Melih'in başlangıçta iki kutu şekeri vardı, Kübra'nın şekerleri Melih'in şekerlerinin üç katı, şunlar Melih'in bundan üç tane daha vardı. Toplam 6k oldu. Oldu mu? Var mı anlaşılmayan bir yer?

Öğretmen cebirsel işlemlerin farklı olduğunu ilişkilendirmek için önce soru sormuş, bir yanıt gelmesinin ardından ilişkilendirmeyi kendisi açıklayarak yapmıştır. Öğretmen'in ilk etapta yapmış olduğu bu açıklamaların sınıf tartışması önündeki en büyük engel olduğu söylenebilir. Çünkü bir öğrenci hatalı yanıt verdiğinde ya da doğru yanıt verdiğinde tercih ettiği yol açıklama yapmaktır. Bu yolun da öğrencilerin düşünme süreçlerini engellediği söylenebilir. Diğer taraftan öğrencilerin hatalı ya da doğru yanıtlarını analiz ederek anlamaya çalışmakta ve öğrenciler ile olan etkileşimini arttırmaktadır. Ancak öğretmenin öğretimi üzerinde öğrencilerin başarısının ve ders içindeki alışkanlıklarının çok etkili olduğunu söylemekte mümkündür. Çünkü sınıf içinde başarılı ve konuşan öğrenci sayısı az olduğu için, Damla Öğretmen soru sorsa bile öğrencilerden yanıt almakta güçlük çekmekte ve yanıt alamadığı durumlarda da ne yapacağını bilemeyip tıkanma yaşamaktadır. Nitekim Damla Öğretmen değerlendirme toplantısında sıklıkla dile getirdiği üzere bu haftanın toplantısında da "ne soracağımı bilemedim, ne sorabilirdim" diyerek öğrencilerin hataları karşısındaki tıkanmayı açıklamıştır. Burada öğretmen ile soru önerilerinin neler olduğu konuşulmuştur.

E: Alacak mesela iki tane bardak, Melih'in elindeki bardakların üç katı kadar.

A: Neden üç çizdin diyor. Çocukta üç katı olduğu için üç çizdim diyor.

E: Neyin üç katı üçtür diyebilirdin mesela.

D: Ama altı diyor sorduğumda.

E: Ama sen iki kutu şekerin üç katı şeklinde soruyorsun. Ama öğrenci üç kutu çizdi. Mesela kaç kutu şekerin üç katı üç kutu şeker eder? Çocuk yanlışını fark ettirebilirdi.

A: “Mesela üç katı ne demektir? Bir şeyin üç katı dediğimde ne anlamalıyım?” şeklinde çarpmanın anlamına da girilebilirdi.

D: Ben oralara çok geç geldim.

Emre Öğretmen ve araştırmacı tarafından farklı soru önerileri verilmiş ve öğretmenin ders sırasındaki tıkanması karşısındaki yollara ilişkin tartışmalar yapılmıştır. Damla Öğretmen’in bu tıkanmalar karşısında sürekli aynı öğrenciler ile dersini ilerlettiği ya da öğrencilerden yanıt alamadığı için kendi açıklamalarına çok fazla yer verdiği söylenebilir. Diğer taraftan öğrencilerin konuşmaması durumu ise öğretmenin önceki öğretimlerinden kaynaklı alışkanlıklarında da kaynaklanıyor olabilir. Çünkü öğrenciler düşüncelerini açıkladıkları bir sınıf kültürüne alışkın olmadıkları için konuşmaktan çekiniyor olabilirler. Sonuç olarak bu yolların değişmesinin ve öğrencilerin düşüncelerini açıkladığı bir öğretim ortamına uyarlamalarının çok zaman gerektirdiği sonucu çıkarılabilir.

Damla Öğretmen ikinci olarak ise basit örnek kullanma yolunu tercih etmiştir. Şekil 3.34’te görülen üçüncü problemde öğrencilerin üç katı ilişkisini cebirsel olarak ifade etmekte zorlanmaları üzerine Melih’in şeker sayısına değerler vererek öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye çalışmıştır.

Öğretmen: Melih’in mesela beş tane şekeri olsa, Kübra’nın kaç şekeri olur?

Öğrenci: 15.

Öğretmen: Altı tane olsaydı?

Öğrenci: 18.

Öğretmen: Yedi tane olsaydı?

Öğretmen: Melih’in k tane şekeri olsaydı?

Öğrenci: 3k.

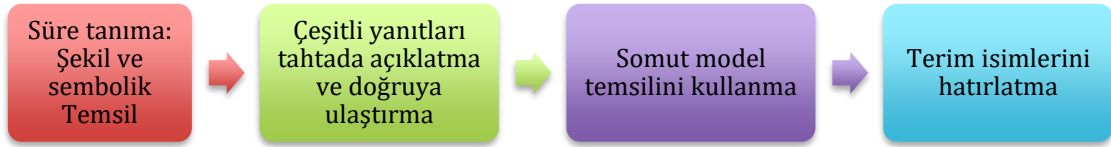
Öğretmen: Melih’in 2k şekeri varmış demi? Bunun üç katını alırsam?

Öğrenci: 6k.

Damla Öğretmen'in bu yolu öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için kullanması ve bunu süreçte sürekli yapması onun bir öğretim alışkanlığı olarak görülebilir. Bu yolun öğrencilerin anlamalarını geliştirmesi ve işlemlerin anlamlarına odaklanmalarını sağlaması bakımından etkili bir yol olduğu söylenebilir. Nitekim değerlendirme toplantılarında bu yolun öğretmenlere tavsiye edildiği, kullanımının desteklendiği ve öğrencilerin öğrenmesindeki yararlarının ön plana çıkarıldığı söylenebilir.

3.2.7.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in yedinci haftada gerçekleştirdiği öğretime ait yolları Şekil 3.36'da görüldüğü şekilde özetlenmiştir.



Şekil 3.36. Damla Öğretmen'in Yedinci Hafta Öğretim Yolları

Damla Öğretmen problemleri tek tek yazarak öğretimine devam etmiştir. Her bir problemi yazmasının ardından öğrencilere probleme ait şekli çizmeleri ve sembolik olarak ifade etmeleri için süre tanımıştır. Bu sürede öğretmenlerin defterlerinde yaptıkları çalışmaları kontrol etmiş ve öğrencilerin yaptıklarıyla ilgili delil toplamıştır. Ardından kontrol yaparken seçmiş olduğu öğrencileri yanıtlarını açıklamak üzere tahtaya çıkarmıştır. Öğrenciler yapmış oldukları çizimleri ve sembolik ifadeleri açıkladıktan sonra, öğretmen de yapılan hata ve farklı yanıtlara değinerek öğrencilerin hatalarını gidermeye çalışmıştır. Şekil ve sembolik temsilin ardından somut materyalleri de kullanarak problemi açıklamalarını istemiş ve son olarak yazılan ifade üzerinde öğrencilerin cebirsel ifadelerle ait sabit terim, katsayı gibi terimlerin adlarını hatırlamaları için sorular sormuştur.

Öğretmenin bu haftaki öğretimi değerlendirildiğinde öğrencilerin sürece dahil olduğu, öğretmenin de öğrencilerin hatalarına ve doğru olan farklı

düşüncelerine dikkat ederek öğretimini gerçekleştirdiği söylenebilir. Diğer taraftan öğretmenin temsilleri ilişkisel kullandığı ve öğrencilerin temsiller ile ilişki kurmasına özen gösterdiği, bu doğrultuda sorgulama gerçekleştirdiği söylenebilir. Son olarak öğrenci hataları ve diğer beklenmeyen durumlar karşısında önceki haftalarla paralel olarak matematiksel açıklamalarını ön planda tuttuğu görülmüştür. Bunun da öğretmenin hem öğretim alışkanlıklarından hem de öğrencilerin durumundan kaynaklanabileceğini söylemek mümkündür.

3.2.7.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen'in yedinci haftaya yönelik pedagojik yolları öğrenci düşüncesini analiz etme, temsilleri ilişkisel kullanma, sınıf tartışması ve hatalı yanıtları örnek ile çürütme olarak ortaya çıkmıştır.

Emre Öğretmen'in bu hafta gerçekleştirmiş olduğu öğrenci düşüncesi analizlerinde cebirsel ifadenin içerdiği bileşenlerin öğrenciler açısından ne anlama geldiğini sorgulamış ve öğrencinin hatalarındaki düşünme yollarını açığa çıkarmıştır. Örneğin Şekil 3.35'te verilen ilk problemi çözümüne iki farklı öğrenci $(2+a)$ ve $(2+n)+3$ şeklinde cebirsel ifadeler yazarak yanıt vermişlerdir.

Öğrenci: Hocam 2 kutu şekeri varmış. Hocam Kübra'nın verdiği şeker sayısı değişebilir o yüzden ben ona a yaptım.

Öğretmen: Cebirsel olarak göster.

Öğrenci: İki artı a $(2+a)$.

Öğretmen: Şimdi burada a neyi temsil ediyor?

Öğrenci: Kübra'nın Melih'e verdiği şeker sayısını.

Öğretmen: Peki iki ne?

Öğrenci: İki kutu.

Öğretmen: Sude sen ne yaptın? Sende altına yap.

Öğrenci: $(2+n)+3$ yazdı.

Öğretmen: Peki iki neyi ifade ediyor.

Öğrenci: Kutu sayısı.

Öğretmen: n?

Öğrenci: Kutunun içindeki bilinmeyen şekerleri.

Benzer şekilde farklı bir öğrenci de Şekil 3.34'teki üçüncü problem için $(2n)+(e \times 3)$ cebirsel ifadesini oluşturmuştur.

Öğrenci: $(2n)+(e \times 3)$.

Öğretmen: n ne? e ne?

Öğrenci: 2n iki kutu şeker.

Öğretmen: e ne?

Öğrenci: e'de bu iki kutudaki şekerlerin sayısı.

Öğretmen: n ne?

Öğrenci: İki kutu var onun sembolü.

Öğretmen: e ne?

Öğrenci: İki kutunun içindeki şekerlerin sayısı.

Öğretmen öğrencilerin yazmış oldukları cebirsel ifadelerde ne kastettiklerini anlamasının ardından öğrencilerin cebirsel ifade oluşturabilmelerini geliştirecek sorular sorarak doğru yanıtı ulaştırmaya çalışmış ya da problemi anlamalarını değerlendirip örnekler kullanarak cebirsel ifadelere geçiş yapmalarını sağlamaya çalışmıştır. Emre Öğretmen'in öğrencileri konuşmak konusunda sıkıntı yaşamayan, motivasyonu daha yüksek ve daha başarılı öğrenciler olduğu için, öğretmenin Damla Öğretmen'den farklı olarak sormuş olduğu sorulara yanıt alabildiği ve böylece sorular sorarak da dersini ilerlettiğini gördüğü söylenebilir. Bu yüzden öğretmenin öğrenci düşüncelerini analiz etmesi ve öğrenci düşüncelerini takip ederek dersine devam etmesinin Damla Öğretmen ile kıyaslandığında daha kolay olduğu söylenebilir. Bu açıdan öğrencilerin öğretmenin öğretiminde önemli bir rol oynadığı ifade edilebilir.

Temsillerin kullanımı açısından incelendiğinde de öğretmenin somut, sembolik ve cebirsel temsili ilişkisel kullanmış, Damla Öğretmen ile benzer şekilde öğrenci hataları karşısında modelleri kullanmaları istemiştir. Örneğin iki kutu şekerin üç katına ait cebirsel ifadenin sorulduğu problemde öğrencilerin hataları karşısında ilk olarak somut model kullanmayı tercih etmiştir.

Öğretmen: Şimdi Melih'in iki kutu şekeri vardır, Kübra'nın da Melih'in üç katı kadar şekeri vardır. Şu nedir? (Öğrencinin modeli üzerinde iki kutuyu gösteriyor).

Öğrenci: 2n.

Öğretmen: Bu ne? (ikinci iki kutu)

Öğrenci: 2n.

Öğretmen: Bu ne? (üçüncü iki kutu)

Öğrenci: 2n.

Öğretmen: Toplam kaç şekeri var?

Öğrenci: 6n.

Öğretmen: Demi? O zaman 2n'nin üç katı nedir?

Öğrenci: Üç çarpı 2n.

Öğretmen öğrencinin modeli üzerinde sorular sormuş ve öğrencilerin bir doğal sayı ile cebirsel ifadenin çarpımına yönelik anlamalarını çarpmanın tekrarlı anlamını da kullanarak geliştirmeye çalışmıştır.

Sonra olarak Emre Öğretmen sınıf tartışması ve hataları örnek üzerinde çürütme yollarını yedinci hafta derslerinde sıklıkla kullanmıştır. İlk olarak öğrencilerin hatalarının nedenini sınıf tartışmasına sunmuş ve öğrencilerin farklı düşüncelerini sorgulayarak doğru düşünceyi ortaya çıkarmaya çalışmıştır.

Öğretmen: Nurun cevabını, 2 artı a. İki kutuyu söylüyor bize, a Kübra'nın verdiği şeker sayısını diyor.

Öğrenci: Ama öğretmenim değişebilir.

Öğretmen: Evet söyle Aytül.

Öğrenci: Öğretmenim iki kutunun içinde ne kadar olduğunu bilmiyorum öğretmenim 2n derim. Üç tane verdiği için verdiği şeker değişmez, ona da artı üç derim, 2n artı üç olur.

Öğretmen: Sen öyle dedin evet, başka düşüncesi olan?

Öğrenci: Kübra'nın ne kadar şeker verdiği belli. Üç tane şeker veriyor. 2n+3 diyebilirim.

Öğretmen: Şimdi bu Melih'in neyi? Toplam şekeri değil mi? a neydi?

Öğrenci: Kübra'nın verdiği.

Öğretmen: İki neydi?

Öğrenci: Kutu.

Farklı öğrenci düşüncelerini almasının ardından öğrencinin yanıtına tekrar dönmüş ve hatalı yanıtı yeniden analiz ettikten sonra öğrenciye sorunun anlaşılmasına yönelik sorular sorarak doğru yanıtı ulaşmasını sağlamıştır. Öğretmen tüm hatalı

yanıtları sınıf tartışmasına sunmuştur. Öğretmenin bu yolu sıklıkla tercih etmesinde daha önce de değinilen öğrencilerin durumunun etkili olduğu söylenebilir. Çünkü Emre Öğretmen sınıf içinden doğru yanıtın geleceğini bildiğinden bu yolu rahatlıkla ve sıklıkla tercih etmiştir.

Diğer yolu ise öğrencilerin hatalarını örnekler ile çürütmek olmuştur. Öğretmen önce kutunun içindeki şeker sayısına bir değer vermiş ve sonuç için kaç şeker olması gerektiğini öğrencilere hesaplatmıştır. Ardından öğrencilerin hatalı cebirsel ifadelerinde aynı şeker sayısını yazmalarını isteyerek çıkan sonuçları karşılaştırmıştır.

Öğretmen: Şimdi kutunun içinde beş tane şeker olduğunu düşünelim. Melih'in toplam ne kadar şekeri var?

Öğrenci: On.

Öğretmen: Kübra ne kadar veriyor?

Öğrenci: Üç.

Öğretmen: Toplam ne kadar olması lazım?

Öğrenci: On üç.

Öğretmen: Şimdi kutunun içinde beş tane şeker var. Toplam Melih'in 13 tane şekeri olur. Burada kaç tane olur bakalım? $[(a+2)+3]$ ifadesi üzerinde konuşuyor].

Öğrenci: Beş tane iki tane daha yedi. Üç tane daha on.

Öğretmen: On üç şekerimiz olması gerekiyordu?

Öğrenci: Ama hocam orada iki kutu sayısı siz niye beş ile onu topluyorsunuz?

Öğretmen: Ama ben Sude'nin yaptığına bakıyorum, diyor ki bu iki kutu sayısı, n de kutunun içindeki şeker sayısı diyor. Diyelim ki kutunun içinde beş tane şeker var, bakıyorum iki artı n, yedi. Üç daha on. Normalde bunun 13 olması lazım.

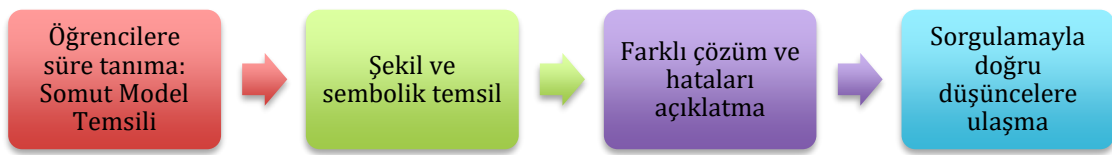
Öğrenci: Evet anladım.

Öğretmen bu yolu model kullanımına ek olarak diğer hatalı örnekler üzerinde de uygulamış ve öğrencilerin yazdıkları ifadelerle ilgili farkındalıklarını geliştirmeye çalışmıştır. Öğretmenlerin tercih etmiş olduğu her pedagojik yolda gelişiminden bahsetmek söz konusu değildir ancak öğretmenin farklı durumlarla karşılaştığında kullanmış olduğu alternatif yolların neler olduğu ön plana

çıkarılmak istenmiştir. Öğretmenlerde bu zamana kadar ortaya çıkan hatayı örnek üzerinde çürütmek gibi tüm alternatif pedagojik yollar planlama ve değerlendirme toplantılarında konuşulmuştur. Emre Öğretmen bu yolları öğretimlerini devam ettirmek için kullanmışken, Damla Öğretmen beklenmeyen durumlar karşısında çoğunlukla matematiksel fikirleri açıklama yolunu tercih etmiştir. Buradaki durum öğretmenlerin geçmiş eğitim yaşantılarından ya da öğretim deneyimlerinden kaynaklanabileceği gibi, öğrencilerin durumları da öğretimlerini çoğunlukla etkilemektedir. Nitekim burada Emre Öğretmen'in sınıfı daha kalabalık ve sınıfındaki başarılı öğrenci sayısı Damla Öğretmen'in sınıfına kıyasla daha fazladır. İlaveten planlama toplantıları dışında öğretmenlere herhangi bir müdahalede bulunulmadığı, hatta süreçte Damla Öğretmen'in araştırmacı ile daha çok iletişim halinde ve dersler sırasında dahi aklına takılan tüm durumları araştırmacıya danışan pozisyonunda olduğu düşünülürse, öğretmenlerin öğretimlerini etkileyen birçok farklı faktörün olduğu söylenebilir.

3.2.7.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in yedinci hafta öğretimi sonucunda takip ettiği yolları Şekil 3.37'de verildiği şekilde gerçekleştirilmiştir.



Şekil 3.37. Emre Öğretmen'in Yedinci Hafta Öğretim Yolları

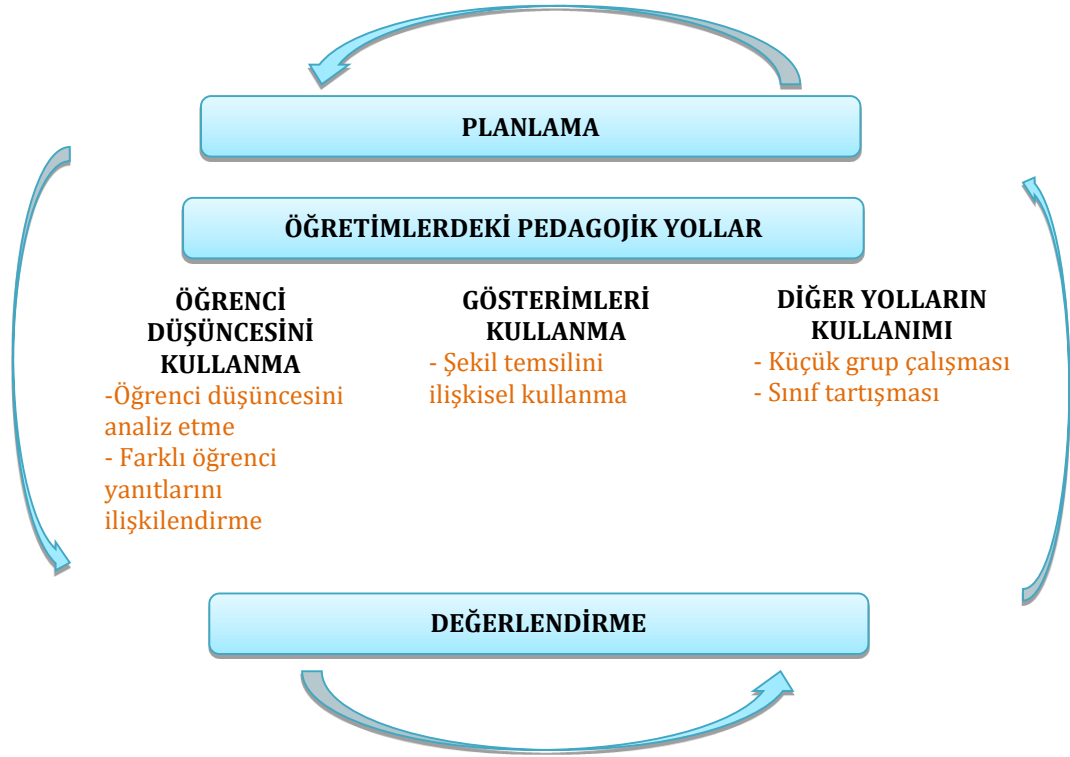
Emre Öğretmen üç problemi aynı anda tahtaya yazarak derse başlamış ve ardından ilk problemten başlayarak öğrencilerin ilk olarak somut model ile problemi açıklamalarını beklemiştir. Bunun ardından öğrencilere yeniden süre tanıması ve defterlerinde şekil ve sembolik temsili kullanmalarını beklemiş ve bu süreçte öğrenciler hakkında delil toplamıştır. Öğrenciler çalışmalarını bitirmelerinin ardından, öğretmen farklı olan tüm yanıtları görünür kılmak için

öğrencileri tahtaya çıkarmış ve sorular sorarak yaptıklarını anlamaya çalışmıştır. Hatalı yanıtları sınıf tartışmasına yöneltmek öğrencilerin hataları analiz etmelerini beklemiş, sonrasında ise örnekler kullanarak hatalı yanıtları çürütmüş ve sorular sorarak doğru yanıtı ulaşımlarını sağlamıştır. Her üç problemde de aynı süreç yaşanmıştır.

Emre Öğretmen'in derslerini öğrenci düşüncesine bağlı ve sınıftaki tüm öğrencileri etkileşim halinde tutarak dersini ilerlettiği, hatalı düşünceler karşısında ise örnek ile yanıtları çürütme ve sınıf tartışması yollarını kullandığı görülmüştür. Emre Öğretmen çözümlerde temsilleri de ilişkisel olarak kullanmış, hatalı yanıtlar karşısında da somut ve resim temsillerini ön plana çıkararak öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeye çalışmıştır. Sonuç olarak Emre Öğretmen dersin ilerleyişinde öğrenci düşüncesini temel alarak ilerlediği ve alternatif yollarla öğrencilerin düşüncelerini geliştirdiği söylenebilir.

3.2.8. Sekizinci hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

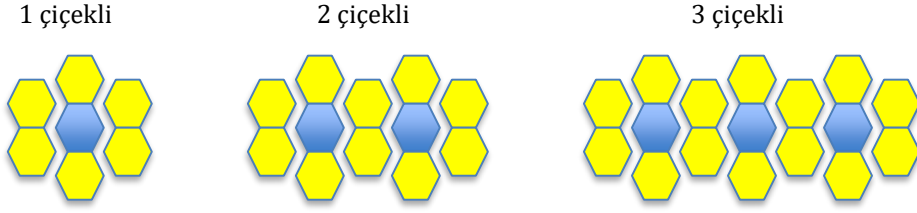
Damla ve Emre Öğretmen'in sekizinci hafta pedagojik yolları öğrenci düşüncesinin kullanımı, temsillerin kullanımı ve diğer yollar olmak üzere üç başlık altında ele alınmış ve bu yollar Şekil 3.38'de özetlenmiştir.



Şekil 3.38. Sekizinci Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Sekizinci hafta öğretimlerinde her iki öğretmen de benzer yolları kullanmış ve planlanma toplantısında kendilerine inceletilen örnek videoya benzer bir öğretim ortaya koymaya çalışmışlardır. Öğrenci düşüncesini kullanmaya yönelik olarak öğrenci düşüncesini analiz ettikleri ve bu düşüncelere bağlı derslerini ilerlettikleri ayrıca ortaya çıkan farklı öğrenci düşüncelerini ilişkilendirdikleri görülmüştür. Temsillerin kullanımına yönelik olarak ise şekil temsilini ilişkişel kullandıkları görülmüş, öğretimler sırasında diğer pedagojik yollar olarak da küçük grup çalışması ve sınıf tartışması yolları ortaya çıkmıştır. Sekizinci hafta öğretimlerinde Şekil 3.39'da yer alan problemin çözümü gerçekleştirilmiştir.

Ayşe teyze, kızının çeyizi için işlemler yapmaktadır. Bu işlemlerde altıgen şeklinde çiçekleri kullanmaktadır. Altıgen çiçeğin ortasını mavi iple, kenarlarını da sarı iple işlemektedir. Aşağıda üç işleme modeline ait resimler yer almaktadır:



4. ve 5. Modellerde ait resimleri çiziniz. Bu modellerde kaç tane sarı olduğunu bulunuz.
- Daha büyük modellerdeki altıgen sayılarını bulmaya yarayacak yolları araştırınız.
- 50 çiçekli model için gereken sarı altıgen sayısını bulmaya yarayacak bir yöntem bulunuz.
- Sarı altıgen sayısını bulmaya yarayacak bir kural bulunuz. Bulduğunuz kuralı resimdeki çiçek modelleriyle ilişkilendiriniz ve açıklayınız.
- Sarı altıgen sayısını bulmaya yarayacak farklı bir kural bulunuz. Bulduğunuz kuralı resimdeki çiçek modelleriyle ilişkilendiriniz ve açıklayınız.

Şekil 3.39. Sekizinci Hafta Öğretiminde Kullanılan Örüntü Problemi

3.2.8.1. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen'in öğretimleri öğrenci düşüncesi bakımından ele alındığında öğrenci düşüncesini analiz ettiği ve farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirdiği görülmüştür. İlk olarak Şekil 3.39'da verilen problemde mavi altıgenlerin sağ ve solunda yer alan sarı altıgen sayısının bulunmasına yönelik öğrenci düşüncesini analiz ettiği bir durum aşağıdaki şekilde gerçekleşmiştir.

Öğretmen: Bunlar (şekil üzerindeki mavi altıgenleri kastederek) adım sayısına göre mi gidiyor? Bakın birinci adımda bir. Peki, şimdi bunu nasıl yazacağım? Ne dedik? Adım sayısının bir fazlası. Nasıl yazacağımızı kim söyleyecek?

Öğrenci: Bir artı bir.

Öğretmen: Değil mi? (Öğretmen 1+1 yazdı) Adım sayısının bir fazlası. Ama yani toplamda kaç sütun var?

Öğrenci: İki.

Öğretmen: Peki sütunlara baktığında toplam kaç tane altıgen var?

Öğrenci: Dört.

Öğretmen: Yani?

Öğrenci: İki katı mı acaba?

Öğretmen: Yani o zaman adım sayısının bir fazlasının iki katı değil mi?
Nasıl yazacağım bunu?

Öğrenci: İki çarpı bir artı bir.

Öğretmen: Böyle mi? (2.1+1 yazdı).

Öğrenci: O zaman ikiyle biri çarparız bir ekleriz. Olmaz.

Öğretmen: Nasıl yazmamız lazım o söylediğiniz olması için?

Öğrenci: Parantez içine alacağım.

Yukarıdaki konuşmada da görüldüğü üzere Damla Öğretmen ortaya çıkan öğrenci düşüncesini öncelikle sorular sorarak analiz etmiş ve öğrencinin şekil üzerinde söylemek istediği düşünceyi açığa çıkarmıştır. Ardından da yine sorularına devam ederek öğrencinin düşüncesini sembolik temsile geçişini kolaylaştırmış ve olası bir hatayı da önlemiştir. Damla Öğretmen sınıfında ortaya çıkan tüm düşünceler için benzer bir yol takip etmiş, bu hafta öğrencilere fikirleri söyleme ya da kendi zihninde var olan düşünceye öğrencileri götürmeye çalışmamış, dersini doğrudan ortaya çıkmış öğrenci düşüncelerini analiz ederek ve kullanarak sürdürmüştür. Damla Öğretmen'in öğrencileri her ne kadar motivasyonları düşük ve konuşmak konusunda isteksiz görünseler dahi, öğretmenin bu hafta ortaya çıkan iki düşünceyi de başarılı şekilde analiz ettiği ve dersinde kullandığı söylenebilir. Diğer taraftan öğretmen ortaya çıkan her iki öğrenci düşüncesini dersin sonunda ilişkilendirmiştir.

Öğretmen: Bu ne demek?

Öğrenci: Dağılma özelliğinden yaparız.

Öğretmen: Hafize gel yap.

Öğrenci: (Görsel 3.30'da yer alan işlemleri yazdı.) Dağılma özelliğini kullandım.

$$\begin{aligned} 2 + 4n &= 2(1+n) + n \cdot 2 \\ &= 2(1+n) + n \cdot 2 \\ &= 2 + 2n + n \cdot 2 = 2 + 4n \end{aligned}$$

Görsel 3.30. Öğrencinin Sembolik İfadelerin Eşitliğini Gösterirken Yapmış Olduğu İşlemler

Öğretmen ortaya iki farklı düşünce çıkmasının ardından öğrencileri farklı bir düşünce için sorgulamış ancak doğru ve kullanabileceği yanıtlar alamayınca düşünce aramayı bırakarak $2+4n$ ile $2(1+n)+n$ ifadelerinin farklı göründüklerini söyleyerek eşit olup olmadıklarını sormuştur. Öğrenciler ifadelerin eşit olduğunu belirtmiş ve bir öğrenci işlemlerin eşitliği Görsel 3.30'da görüldüğü şekilde göstermiştir. Sonuç olarak Damla Öğretmen öğrencilerin yanıtlarını ilişkilendirmiş ve ifadeler farklı gösterilse dahi aynı sonucu verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

İkinci olarak temsillerin kullanımında Damla Öğretmen'in örüntü problemindeki şekil örüntüsünü ilişkisel şekilde kullandığı ve bu temsili hem öğrenci düşünceleri ile hem de sembolik temsiller ile ilişkilendirdiği görülmüştür. Örneğin 4. ve 5. adımın oluşturulmasında ortaya çıkan öğrenci düşüncelerini öncelikle şekil üzerinde göstermelerini istemiştir.

Öğretmen: Şekil üzerinde gösterebilir misin bana? Şekli düşünüp söyleyin. Şekil üzerinde kim inceleyecek tahtada.

Öğrenci: Hocam ilk baştaki iki altıgenle sondaki iki altıgen sabit kalmış. (öğrenci ilk adımda sağ ve soldaki iki altıgeni işaretledi).

Öğretmen: İkinci ve üçüncü adımda nasıl oluyor?

Öğrenci: ... (Şekil üzerinde beşinci adıma kadar baştaki ve sonraki iki altıgeni işaretledi).

Öğretmen: Tamam, bunlar hep aynı sabit, peki diğerleri nasıl değişmiş, işaretlediklerinin dışında kalanlar?

Öğrenci: Onlar hocam adım sayısına göre. (Mavileri işaret etti).

Öğretmen: Ama mavi dışında hesaba katmadıklarında var. Onlar nasıl değişmiş?

Öğrenci: Bunların arasına ikili girmiş, sonra yine aynı şey olmuş. (Üçlü sütunların arasını kastediyor).

Öğrenci altıgen modellerin en başındaki ve en sonundaki iki altıgen içeren sütunu sabit tutarak aradaki altıgenlerin sayısının nasıl değiştiğini inceleyerek bir düşünce ortaya koymuştur. Damla Öğretmen'de hem bu düşünceyi analiz etmiş hem de öğrencinin düşüncesini tahtada çizili olan şekil üzerinde açıklamasını isteyerek düşüncenin şekil ile olan ilişkisini kurmuştur. Diğer taraftan sınıftaki diğer

öğrencilerin anlaması için de bu düşünce görünür olmuştur. Bir başka düşünce de ise yine önce düşüncenin şekil ile ilişkilendirmesini istemiş, ardından da sembolik temsile geçişini gerçekleştirmiştir.

Öğretmen: Peki bu söylediğinizi şekil üzerinde bana kim açıklayacak?

Öğrenci: Şu ikisini sabit tuttuk dört arttı, (birinci şekil üzerinde gösterdi, ilk iki sabiti işaretledi) yine hocam, zaten şu birinci şekil dört artmış, şu ikinci şekil dört artmış yine. Şunlar üçüncü şekli dört artmış yine. (şekil üzerinde gösterdi)

Öğretmen: Peki nasıl yazarsın bunu?

Öğrenci: Tablo şeklinde mi?

Öğretmen: Tablo oluşturma. Bir kere ne dedik, sabitimiz şu ikisi mi? Nasıl başlıyoruz, iki artı, sonra?

Öğrenci: ... (+4 yazdı).

Öğretmen: İkinci şekle bakıyorum. Sabit ne?

Öğrenci: İki.

Öğretmen: Sonra? Bir, iki üç, dört. (İlk şekildeki dörtlüyü, sonra ikinci dörtlüyü saydı).

Öğrenci: Dörtle ikiyi çarpacağım.

Öğretmen: Onu yazma önce bir gördüğünü yaz.

Öğrenci: ... (2+8 yazdı).

Öğretmen: Parça parça yazalım.

Öğrenci: ... (2+4+4 yazdı).

Farklı olan diğer yolda da öğrenci şekillerin en başındaki iki altıgeni sabit tutmuş ve ardından her bir şeklin oluşumunda dört altıgen arttığını şekil üzerinde açıklamıştır. Öğretmen bunun üzerine sembolik temsile geçiş yapmış ve bu düşüncesinin sembolik olarak nasıl ifade edileceğini sormuştur. Her zaman tablo oluşturmaya meyilli ve bundan önceki derslerde de tablo oluşturduğunda dersin adım adım ilerlemesine engel olduğu söylenebilecek olan öğrenciyi öğretmen bu derste engelleyerek tablo oluşturmamasını ve ilişkiyi açık şekilde yazmasını istemiştir. Öğrenci ardından ilişkiyi önce toplamsal olarak sonra da çarpımsal olarak ifade etmiştir. Öğretmen'in bu hamlesinin diğer öğrencilerin dersten kopmasını engellediği ve yazılan yolları anlamalarına yardımcı olduğu söylenebilir. Diğer taraftan Damla Öğretmen bundan önceki her örüntü probleminin çözümünde

mutlaka tablo kullanmış ancak tablonun ilişkilerini kurmayı gerçekleştirememiştir. Ancak bu derste önceki derslerine benzer şekilde bir tablo oluşturulmamasına karşın Tablo 3.2'deki şekilde verilenler düzenli olarak yazılmış ve yazılan ifadelerin öğrenci düşünceleri ve şekil ile ilişkileri kurulmuştur. Planlama oturumunda örnek bir video üzerinde temsillerin ilişkisel olarak kullanımının nasıl gerçekleştirildiği incelenmiştir. Yapılan video incelemesinin, öğretmenin bu hafta gerçekleştirdiği uygulamada tablo ve temsiller arasındaki ilişkileri kullanımı üzerinde etkili olduğu söylenebilir.

Tablo 3.2. *Damla Öğretmen'in Sınıfında Kullanılan Tablo Temsili ve Sembolik Temsiller*

2+4	2+4.1	2(1+1)+1.2
2+4+4	2+4.2	2(1+2)+2.2
2+4+4+4	2+4.3	2(1+3)+3.2
2+4+4+4+4	2+4.4	2(1+4)+4.2
2+4+4+4+4+4	2+4.5	2(1+5)+5.2
...
	2+4.50	2(1+50)+50.2
	2+4.n	2(1+n)+n.2

Son olarak Damla Öğretmen öğretiminde küçük grup çalışması ve sınıf tartışması yollarını kullanmıştır. Damla Öğretmen etkinliğin başında öğrencilerin çözümleri grup halinde bulmalarını istemiştir. Öğrenciler grup halinde problemi çözmelerinin ardından tüm sınıf tartışmasına geçilmiş ve öğrencilerin düşünceleri tüm sınıf tarafından tartışılarak sembolik temsile dönüştürülmüş ve ardından da iki farklı sembolik temsilin ilişkisi kurulmuştur. Öğrencilerin sınıf içinde öncesinden gelen öğrenme alışkanlıkları, küçük grup çalışması ve sınıf tartışmasının etkili bir şekilde gerçekleşmesini engellese de, öğretmenin bu yolları kullanmaya başlaması yolların kullanımı için bir adım olarak görülebilir.

3.2.8.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in sekizinci haftada gerçekleştirmiş olduğu öğretimde izlemiş olduğu yolları Şekil 3.40'daki gibi özetlenebilir.



Şekil 3.40. *Damla Öğretmen'in Sekizinci Hafta Öğretim Yolları*

Damla Öğretmen ilk olarak öğrencilerin küçük grup içinde çalışarak öğrencilere dağıtılan şekil örüntüsünün yakın adımları üzerinde şeklin oluşumuna yönelik farklı sözel ilişkiler bulmalarını ve sarı altıgen sayısını hesaplamak için kısa yollar oluşturmalarını istemiştir. Öğrencilerin çalışmalarını bitirmelerinin ardından düşünceleri analiz ederek, şekil ile ilişkilerini kurarak önce bir toplamsal ilişki yazdırmış, ardından da bu ilişkiyi çarpımsal yazdırarak ilişkinin cebirsel bir ifade şeklinde yazımına geçmiştir. Bir düşüncesinin sembolik olarak temsilinin ardından farklı bir düşünceye geçmiş, bir önceki ile benzer şekilde önce şekil ile ilişkisini kurmuş ardından da sembolik temsile geçmiştir. Öğrenciler tüm düşüncelerini şekil ve sembolik olarak ifade edemedikleri için, etkinliğin sonunda ilişki olarak gösterilmiş iki farklı sembolik temsil ortaya çıkmıştır. Öğretmen son olarak bu iki temsil arasında ilişki kurarak öğretimini tamamlamıştır.

Damla Öğretmen'in yollarıyla ilgili söylenebilecek ilk durum öğrenci düşüncesinin kullanımına yöneliktir. Öğretmen bu hafta öğrencilerin düşünceleri üzerinden hareket ederek ve dersini basit adımlar ile düşüncelere bağlı ilerleterek devam etmiştir. Bu haftaki süreç içerisinde Damla Öğretmen'in matematiksel fikirleri söyleme alışkanlığını bir kenara bırakarak, öğrenci düşüncelerini ön planda tuttuğu söylenebilir. Diğer taraftan ikinci olarak Damla Öğretmen kullanmış olduğu temsilleri ilişkişel şekilde kullanmış, önceki haftalardan farklı olarak formal anlamda bir tablo oluşturulmasına karşın sembolik temsillerin düzenli bir şekilde yazılmasını sağlamış ve bu temsiller arasındaki ilişkileri etkili şekilde kurmuştur. Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesi ve temsillerin kullanımında ortaya koymuş olduğu bu öğretimindeki bu değişikliğin, izlemiş olduğu örnek videodan kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim pedagojik yollarında yapmış olduğu tüm

değişiklikler, izlemiş olduğu videodaki yollar ile benzerlik göstermektedir. Bu bakımdan örnek video temsilinin öğretmenlerin pedagojik yollarını geliştirmede etkili bir yol olduğu söylenebilir.

3.2.8.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen sekizinci haftada da önceki haftalara benzer şekilde öğrenci düşüncesini analiz etmiş ve bu etkinlikte farklı öğrenci düşüncelerini de ilişkilendirmiştir. İlk olarak öğrenci düşüncesini analiz ettiği durumda sorular sorarak hem öğrencinin düşüncesini hem de düşüncenin temsiller ile ilişkisini anlamaya çalışmıştır. Örneğin öğretmen, şeklin oluşumuna ve sarı altıgenleri sayma yollarına ilişkin ortaya çıkan öğrenci düşüncesini aşağıdaki şekilde analiz etmiştir.

Öğrenci: Mavinin yok olduğunu düşünelim, sarıların birleşik olduğunu düşünelim. İki bundan üç tane düşünelim böyle, her adımda ortasına bir tane mavi ekleniyor. İkili üçlü gidiyor.

Öğretmen: İkinci adımdan üçüncü adıma geçerken nasıl olmuş?

Öğrenci: İkili üçlü ikili üçlü devam ediyor.

Öğretmen: Toplamda kaç tane sarı geliyor.

Öğrenci: Ama ikisi sarı biri mavi oluyor.

Öğretmen: Altıncı adıma geçerken bir üçlü bir ikili mi ekleyeceğim?

Öğrenci: Toplam beş tane ama ortadaki mavi.

Öğretmen: Tamam bu sarıları nasıl sayabiliriz?

Öğrenci: İki, dört, altı, sekiz. (Şekil üzerindeki sütunları gösterdi).

Öğretmen: Her sütundaki sarıları sayarım diyor. Kaç sütun var?

Öğrenci: 11. (beşinci adımda).

Öğretmen: Peki kaç tane sarı oluyor? Bunlardan 11 tane varsa ve her satırda iki tane sarı varsa kaç sarı olur?

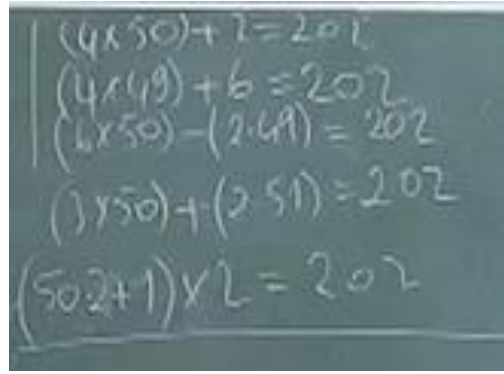
Öğrenci: 22.

Öğretmen öğrencinin ikinci adımda açıklamış olduğu sütunların ikili ve üçlü gittiğine yönelik düşüncesini dinledikten sonra yolunu üçüncü adıma uyarlamasını istemiştir. Ayrıca beşinci adımda kaç tane sütun ve sarı altıgen olacağını sormuştur. Benzer şekilde Emre Öğretmen'in dersinde hesaplama yoluna ilişkin beş farklı

öğrenci düşüncesi ortaya çıkmış ve öğretmen her bir öğrenci düşüncesini benzer şekilde analiz ederek dersin ilerleyişinde kullanmıştır. Bu düşüncelerin sembolik olarak ifade edilmesinin ardından ise önce 50. adımda ardından da kural olarak temsilinde farklı olan yolları ilişkilendirmiştir.

Öğretmen: Birbirine eşit değil midir? Hepsi 10, 14 ve 18'i verdi. Peki bu bulduğunuz yolları adım sayısına göre yazsak? Mesela 50. adımda ne olur? Herkes kendi metoduyla bulsun. Ellinci adımda kaç tane sarı vardır? (Öğrencilere bulmaları için süre tanıdı).

Öğrenci: (Farklı öğrenciler 50. adımdaki hesaplama yolunun cebirsel temsilini açıkladı ve tahtaya yazıldı).


$$\begin{aligned}(4 \times 50) + 2 &= 202 \\(4 \times 49) + 6 &= 202 \\(4 \times 50) - (2 \times 49) &= 202 \\(3 \times 50) + (2 \times 51) &= 202 \\(50 \times 2 + 1) \times 2 &= 202\end{aligned}$$

Görsel 3.31. Öğrencilerin 50. Adımı Hesaplamak İçin Yazmış Oldukları Sembolik Temsiller

Öğretmen: Arkadaşlar bakın çıkan sonuçlar nasıl? (Görsel 3.31'de çıkan sonuçlar verilmiştir.)

Öğrenci: Eşit.

Öğrencilerin 50. adım için buldukları yolları sembolik olarak ifade etmelerinin ardından cebirsel temsile geçilmiş, tüm kurallar cebirsel olarak ifade edilmiş ve yazılan kuralların $4n+2$ 'ye eşit olduğu Görsel 3.32'deki şekilde gösterilerek etkinlik sonlandırılmıştır.

$$4n + 2 =$$

$$2(2n+1) = 4n + 2$$

$$4(n-1) + 6 = 4n - 4 + 6 = 4n + 2$$

$$(3n + (n+1)) \cdot 2 - 1 = 4n + 2$$

$$3n + n + 2 - 1 = 4n + 2$$

$$6n - 2(n-1) = 6n - 2n + 2 = 4n + 2$$

Görsel 3.32. Öğrencilerin n . Adımı Hesaplamak için Yazmış Oldukları Kuralın Sembolik Temsilleri

Sonuç olarak Emre Öğretmen bu hafta ilk defa örüntü probleminde ortaya çıkan farklı öğrenci düşüncelerini ilişkilendirmiştir. Daha önce planlama oturumlarında konuşulmasına karşın böyle bir yolu ilk kez sergilemiş olmasının sebebi, planlama oturumunda izlenmiş olan örnek video uygulaması olarak düşünülmüştür.

Emre Öğretmen'in öğretimleri ikinci olarak temsillerin kullanımı doğrultusunda incelenmiş ve öğretmenin şekil temsili ilişkisel olarak kullandığı görülmüştür. Emre Öğretmen ilk olarak öğrencilerin şekil üzerinde çalışmalarına önem vermiş ardından şekil ile öğrenci düşüncelerini ilişkilendirmiştir.

Öğrenci: Hocam ilk desen hariç diğerlerinin sarıları dörder dörder artmış.

Öğretmen: İşaretle onları. Onlar neymiş?

Öğrenci: Bu ilk altı tane. Diğerleri de dörder dörder artıyor. (Öğrenci şekil üzerinde çizdi.)

Öğrenci ilk deseni sabit tutarak diğer her bir desenin dörder arttığını ifade etmiştir. Öğretmen de öğrencinin söylemiş olduğu yolu şekil üzerinde göstermesini istemiştir. Benzer başka bir yerde de yine şekil üzerinde öğrencinin yolunu açıklaması için sorular sormuştur.

Öğretmen: Tamam bu sarıları nasıl sayabiliriz?

Öğrenci: İki, dört, altı, sekiz. (Şekil üzerindeki sütunları gösterdi.)

Öğretmen: Her sütundaki sarıları sayarım diyor. Kaç sütun var?

Öğrenci: 11. (beşinci adımda).

Öğrenci sütunların sayısına dayalı bir yol önermiş öğretmen de öğrencinin açıkladığı yolu şekil ile ilişkilendirmek için sorular sorarak göstermesini istemiştir. Hem de bu yolla diğer öğrencilerin de ortaya çıkan yolu şekil üzerinde görmelerini sağlamaya çalışmıştır. Emre Öğretmen ayrıca şekil ile sembolik temsil arasında da ilişki kurmuştur.

Öğrenci: Üçlüden bir tane var, ikiliden iki tane var.

Öğretmen: Üçlüden bir tane var... (Öğrencinin söylediğini anlamaya çalışıyor)

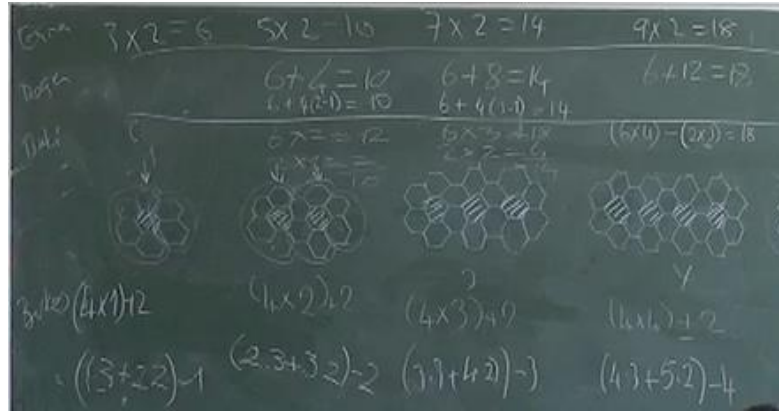
Öğrenci: Evet çünkü üçlü adım sayısına göre artıyor. İkiliden iki tane var, adım sayısının bir fazlasına göre artıyor.

Öğretmen: İkinci adımda?

Öğrenci: İkinci adımda da üçlüler iki tane, ikililer üç tane. İkililer adım sayısının bir fazlası. Üçlüler adım sayısına göre gidiyor, ikililer adım sayısının bir fazlasına göre gidiyor.

Öğretmen: Tamam altına yolunu nasıl yazarsın?

Öğrenci: $((1.3+2.2)-1$ yazdı) Mavi olduğu için biri çıkarıyoruz.



Görsel 3.33. Emre Öğretmen'in Dersinde Yazılan Sembolik Temsiller

Öğretmen ilk olarak şekil üzerinde yollarını açıklamalarının ardından, bu yolları ifade edildiği şekliyle sembolik temsile dönüştürmelerini istemiştir. Her bir yol farklı şekillerde sembolik olarak Görsel 3.33'de görüldüğü şekilde ifade edilmiştir. Sonuç olarak Emre Öğretmen'in hem öğrenci düşüncesiyle hem de sembolik temsil ile ilişkilendirerek şekil temsilini ilişkisel olarak kullanmıştır.

Son olarak Emre Öğretmen de küçük grup çalışmasını ve sınıf tartışması yollarını benimsemiş ve öğretimini bu iki yola dayandırarak ilerletmiştir.

Öğretmen: Evet başka şekil olarak nasıl devam ediyor? Mesela dördüncü ve beşinci adımı nasıl çizeceğiz? Her grup çizsin.

Emre Öğretmen problemin her bir şikkında öğrencilerin grup olarak çalışmasını istemiş ardından ise sınıf tartışmasına geçerek ortaya çıkan düşünceleri tartışmıştır. Sonuç olarak küçük grup çalışmasının öğrencilerin üzerindeki etkisi bilinmese dahi, öğrencilerin arkadaşlarıyla çalışmasını ders içinde takip etmiş ve adım adım da ilerleyerek öğrencilerin birbirleri ile çalışmalarını devam ettirmeye çalışmıştır. Her çalışmanın ardından tüm sınıf tartışmasına dönerek gruplarda ortaya çıkan fikirlerin tüm öğrenciler tarafından görünür kılınmasını sağlamıştır.

3.2.8.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in sekizinci hafta öğretiminde ortaya koymuş olduğu yolları Şekil 3.41'de özetlenmiştir.



Şekil 3.41. Emre Öğretmen'in Sekizinci Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen öğretimine öğrencileri gruplayarak başlamıştır. Emre Öğretmen Damla Öğretmen'den farklı olarak grupların adım adım çalışmalarını istemiş, problemin her bir şikkında verilen görevin tamamlanmasının ardından sınıf tartışmasına geçmiş ve bir sonraki görev için öğrencileri yeniden küçük grup çalışmasına yönlendirmiştir. İlk olarak öğrencilerden yakın adım üzerinde farklı sözel ilişkiler ve sarı altıgen sayılarını hesaplamak için kısa bir yol bulmalarını istemiştir. Öğrenciler çalışmalarını bitirmelerinin ardından sınıf tartışmasıyla

bulunan tüm farklı düşünceler açıklanmıştır. Düşünceler açıklanırken öğretmen öğrencilerin düşüncelerini analiz etmiş ve şekil ile ilişkilendirme yapılmasına özen göstermiştir. Her bir düşünce açıklanırken aynı zamanda tahtada sembolik olarak da ifade edilmiştir. Yakın adımlardaki sözel ilişkilerin açıklanması ve bulunan yolların sembolik olarak ifade edilmesinin ardından öğrenciler yeniden grup çalışmasına başlamış ve ortaya çıkan yollar arasından bir yol benimseyerek 50. adımdaki sarı altıgen sayısını bulmaya yarayacak sembolik ifadeyi yazmışlardır. İfadelerin yazılmasının ardından tüm sembolik ifadelerin aynı sonucu verdiği tartışılmış ve ifadelerin eşit olduğu ortaya çıkarılmıştır. En son adımda öğrenciler yeniden grup çalışması yaparak bulunan yolların kural olarak ifade edilmesine çalışılmış, ardından da 50. adım ile benzer olarak ifadelerin eşitliği tartışılmış ve kuralın $4n+2$ 'ye eşit olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonucun ardından problemde olmayan bir soru eklemiş ve tüm altıgenlerin sayısını bulmaya yarayacak kuralı sormuştur.

Öğretmen: Peki bütün altıgenleri bulmaya yarayacak bir kuralı kim bulacak? Bakalım kimler bulacak? Herkes kâğıdına yazsın.

Öğrenciler yanıtlarını gösterdiler.

Öğretmen: Evet üç kişi buldu şimdiye kadar.

Öğrenci: Öğretmenim sarılarda dört ise hepsi beş n artı iki.

Öğretmen dersini tamamladığında ders süresinin olduğunu görünce öğrencilerin düşünmeye devam etmelerini istediği, bu yüzden de yeni bir soruyla süreyi değerlendirdiği söylenebilir.

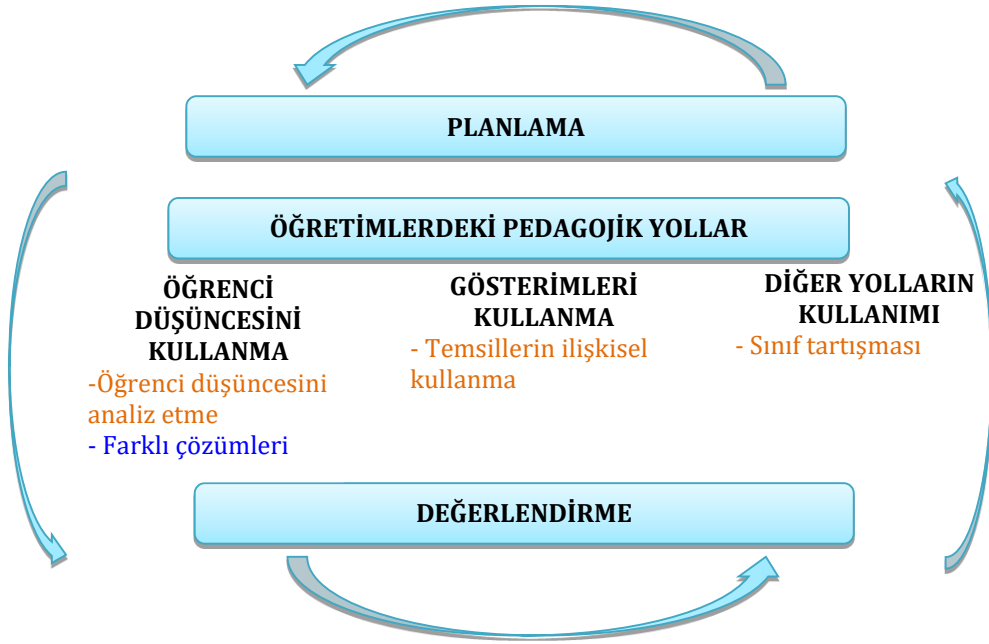
Emre Öğretmen'in öğretim yolu öğrenci düşüncesine bağlı olarak ilerlemiş, öğrenciler beş farklı ilişki ortaya koymuşlar ve bunları da sembolik olarak ifade etmişlerdir. Emre Öğretmen'in öğrencilerinin motivasyonları daha yüksek ve başarılı, ayrıca sayıca daha fazla olduklarına bağlı olarak çok sayıda düşüncenin ortaya çıktığı söylenebilir. Emre Öğretmen önceki haftalardaki öğrenci düşüncesini kullanımına bu hafta da devam etmiştir. Ayrıca öğrenci düşüncelerinin ortaya çıkışında Damla Öğretmen'in öğretimlerini ve kendi öğretimlerini değerlendirirken doğru sorular sormanın öneminden bahsetmiş ve öğrenciden gelecek düşünceleri soruların etkilediğini belirtmiştir.

E: Burada bence soruda önemli. Siz geçen toplantıda “sarıları nasıl sayabiliriz” diye sorabilirsin demiştiniz. Ben sarıları nasıl hesaplarız dediğimde çocuklar anlamadı, ama sizin söylediğiniz soruyu sordum geçen ders, o zaman bulabildiler yolları. Bence teras sorusunda da ben soruyu düzgün sormadım. Soruyu düzgün sorsaydım orada da güzel şeyler çıkabilirdi. Bu hafta nasıl sayabiliriz dedim, anladılar daha fazla yol çıktı.

Emre Öğretmen öğrencilerin farklı düşüncelerini ve farklı yollar ortaya koymalarını sağlamak amacıyla sorulan soruların etkili olduğu yönünde bir düşünce geliştirdiği ve bu düşüncesini de kendi öğretimlerinden örnekler vererek desteklediği söylenebilir. Nitekim Emre Öğretmen ders içinde sormuş olduğu soruları duraklayarak sormuştur. Bu durum onun, sorduğu soruları düşünerek sorduğunun ve bu hafta bu farkındalığı kazandığının bir göstergesi olabilir.

3.2.9. Dokuzuncu hafta öğretimlerindeki pedagojik yollar

Dokuzuncu haftada Damla ve Emre Öğretmen tarafından gerçekleştirilen TÖY'nin uygulanmalarındaki pedagojik yollar öğrenci düşüncesi, temsillerin kullanımı ve diğer yollar olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır. Öğretmenlerin kullanmış oldukları yollar Şekil 3.42'de özetlenmiştir.



Şekil 3.42. Dokuzuncu Haftada Öğretmenlerin Kullandıkları Pedagojik Yollar

Her iki öğretmenin de öğrencilerin düşüncelerini analiz ettiği, temsilleri ilişkisel kullandığı ve sınıf tartışması yollarını benimsediği görülmüştür. Öte yandan Emre Öğretmen ayrıca öğrenci düşüncesini kullanmaya yönelik olarak farklı çözümleri ilişkilendirme yolunu benimsemiştir. Öğretmenlerin bu son haftada derslerinde çözmüş oldukları iki problem Şekil 3.43'te görülmektedir.

1. Turkuaz isimli bir kafede internet kullanımında bir bilgisayarı açmak için 2 lira ve her saat için de 3 lira ödenmektedir. Sanal dünya isimli kafede ise internet kullanımında bilgisayarı açmak için para ödenmezken, internet kullanımının saatine 5 lira ödenmektedir. Buna göre Onur hangi internet kafede giderse daha az para ödemiş olur?
2. Fatma'nın evinde saatin kaç olduğuna bağlı olarak çalan bir saat bulunmaktadır. Bu saat her saat başında çalmaktadır ve saatin olduğu sayıda "doong" sesi çıkarmaktadır. Yani saat 1.00 iken saat 1 kere "doong" diye, saat 2.00 iken "doong, doong" diye çalmaktadır. Buna göre Fatma'nın evinde 12 saatte kaç kere "doong" sesi duyulmaktadır?

Şekil 3.43. Dokuzuncu Hafta Öğretiminde Kullanılan Problemler

3. Ömer çevreye duyarlı bir birey olarak geri dönüşüme önem vermektedir ve geri dönüşüm kutusunda cam, plastik ve kartondan yapılan şişeleri biriktirmektedir. Geri dönüşümleri toplayan kamyon atık malzemeleri ayın çift sayılı günlerinde toplamaktadır. Ömer ise ayın 1'inde atık şişe toplamaya başlamış ve geri dönüşüm kutusuna her gün bir önceki günden 1 fazla olacak şekilde şişe atmıştır. Buna göre n gün sonra geri dönüşüm kamyonu geldiğinde Ömer'in kutusundan kaç tane şişe götürecektir.

Şekil 3.43. (Devam) *Dokuzuncu Hafta Öğretiminde Kullanılan Problemler*

3.2.9.1. Damla Öğretmen

Damla Öğretmen problemlerin çözümünde üç farklı yol kullanmıştır. İlk olarak öğrencilerin düşüncelerine yönelik olarak analiz etme yolunu kullandığı görülmüştür. Örneğin öğretmen ilk problemin çözümünde öğrencilerin verileri tabloya yazmalarının ardından bir sonuca ulaşmak için öğrencilerin düşüncelerini analiz ederek ilerlemeyi tercih etmiştir.

Öğretmen: Peki ne diyebiliriz şimdi? Hangisi daha avantajlı

Öğrenci: Turkuaz

Öğrenci: Saat başı değişiyor

Öğretmen: Her zaman turkuaz mı daha avantajlı?

Öğrenci: Sanal dünyada ilk oturumda aynı ödüyöruz.

Öğretmen: Ama bir saatten fazla oynadığımız zaman?

Öğrenci: Farklı oluyor.

Öğretmen: Peki bunları genel olarak ifade edebilir misin?

Öğrenci: İki artı 3n

Öğretmen: Neden böyle yazdın?

Öğrenci: 2 sabit

Öğretmen: n neyi gösterdi?

Öğrenci: n saat sayısı

Öğretmen hangi durumunda daha avantajlı olduğuna yönelik bir sonuca ulaşmak için öğrencilere sorular yöneltmiş, öğrencilerin yanıtlarına da farklı sorular sorarak sonuca ulaşmış ve bir kural yazmalarını sağlamıştır. Öğretmen kural yazımının

ardından öğrencilerin kuralın bileşenlerine yönelik olarak ne düşündüklerini yeniden sorular sorarak ortaya çıkarmıştır. Damla Öğretmen benzer şekilde diğer iki problemde de öğrencilerin düşüncelerini analiz ederek ilerlemeyi tercih etmiştir.

Damla Öğretmen temsillere yönelik olarak ilişkiyel kullanım yolunu benimsemiş ve hem tablo ve sembolik temsil arasında hem de şekil ve sembolik temsil arasında ilişkilendirmeleri ön plana çıkarmış ve öğrencileri ilişkiyel kullanımları konusunda yönlendirmiştir. Örneğin, ilk problemde çözümün sözel olarak açıklanmasının ardından bir öğrenci sembolik ifadeleri aşağıdaki Tablo 3'3'teki şekilde göstermiştir.

Tablo 3.3. Öğrencinin Problemin Çözümüne Yönelik Oluşturduğu Tablo

Turkuaz	Sanal
$2+3.1=5$ TL	$0+5.1=5$ TL
$2+3.2=8$ TL	$0+5.2=10$ TL
$2+3.3=11$ TL	$0+5.3=15$ TL
$2+3.4=14$ TL	$0+5.4=20$ TL
$2+3.5=17$ TL	$0+5.5=25$ TL

Öğretmen: Sonuç olarak ne diyorsun?

Öğrenci: Cebirsel ifade yazabilirim.

Öğretmen: Cebirsel ifade yazabilirim diyor Türkan. Nasıl yazabiliriz?

Öğrenci: İki sabit kalıyorsa iki artı deriz. İki artı üç çarpı bir. Kaç saatse öyle yazarız.

Öğretmen: Kim yazacak bunu tahtaya?

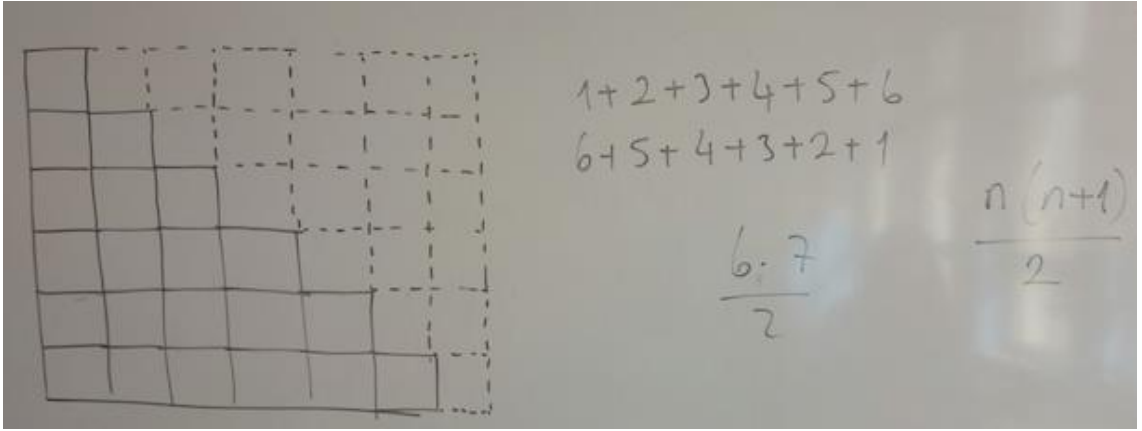
Öğrenci: (Farklı bir öğrenci tahtaya çıktı.) Turkuazda açmak için 2 lira veriyormuş. Her saat için de üç lira veriyormuş. Sanal dünya da açmak için para vermiyormuş, her saat için beş lira veriyormuş. (Tablo oluşturdu, $2+3.1$ tl ve $0+5.1$ tl yazdı).

Öğrenci: Söyleyeyim mi öğretmenim kuralı.

Öğretmen: Söyleme, bir bakalım önce bir saat, iki saat, üç saat durunca kim ne kadar para ödüyormuş?

Öğrenci: (Beşinci saate kadar tüm tabloyu doldurdu)

Öğrenciler ile kafelerden hangisinin ücretinin daha hesaplı olduğunu konuşmalarının ardından öğrencilerden biri cebirsel ifade yazabileceğini söylemiş ve farklı bir öğrenci de tahtada tablo oluşturmuştur. Bu noktada öğretmen cebirsel ifadenin yazımına geçilmeden önce tüm tablonun doldurulmasını sağlamış ve ardından tablo üzerindeki verileri inceleyerek cebirsel ifade yazımına geçmiştir. Bir öğrenci ilk anda kuralı bulmuş olmasına karşın öğretmen onu durdurmuştur. Öğretmen bu hamlesiyle tablo kullanımına önem verdiği, tablo üzerindeki sembolik ifadeleri inceleyerek kurala ulaştığı ve bu sayede tüm öğrencilerinde ilerleyişini göz önünde bulundurduğu söylenebilir. Temsillerin ilişkisel kullanımına yönelik olarak ikinci problemde öğrencilerin bulmuş oldukları sözel durumları “Peki bir ile on ikiyi topladım dedin. Bu şekil üzerinde nasıl gösterirsin onu bana?” gibi yönlendirmelerle öğrencilerin şekle odaklanmalarını sağlamaya çalışmıştır. Aynı şekilde üçüncü problemde de şekil ile sembolik temsil arasında ilişki kurmuş ve öğrencilerin Görsel 3.34’te gösterilen şekli çizmelerini sağlamıştır.



Görsel 3.34. Üçüncü Problemin Çözümü için Oluşturulmuş Şekil ve Sembolik Temsil

Öğretmen bunun sembolik temsillerini de yine şekilde gördüğü üzere ifade ettirmiştir. Sonuç olarak Damla Öğretmen her üç problem durumunda da kullanılacak sözel durumlar ile tablo, şekil ve sembolik temsillerin ilişkilendirmesini sağlamıştır.

Son olarak Damla Öğretmen problem durumlarının anlaşılması, çözümlerin ve farklı çözüm yollarının tartışılması için sınıf tartışması yolunu kullanmıştır.

Örneğin ilk problemin tüm öğrenciler tarafından anlaşılması için öğretmen problemin ne istediğini sınıf için tartışmaya sunmuştur.

Öğretmen: Ne anladın sorudan?

Öğrenci: Birinde iki lira verip her saate üç lira ödeniyor, diğerinde beş lira veriliyor.

Öğretmen: Ne sormak istiyor bize?

Öğrenci: Kaç lira para ödeyeceğini soruyor.

Öğrenci: İkisi de eşit para ödüyor.

Öğretmen: Önce bir anlayalım soruyu? Cevaba geçme, soru bizden ne istiyor?

Öğrenci: Bu iki saatte 6 lira veriyor, diğeri on lira veriyor.

Öğretmen: Hangisi?

Öğrenci: Turkuaz

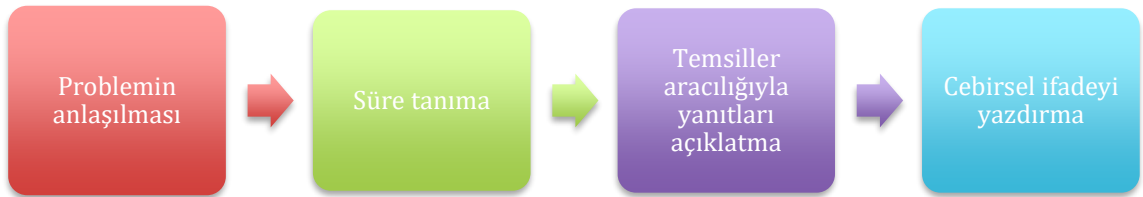
Öğrenci: Hayır, ikisi de on lira veriyor.

Öğrenci: İkisinin toplamı beş lira ediyor.

Damla Öğretmen problemin çözümüne geçmeden önce öğrencilerin problemi anlamalarını ve bu süreçte de öğrencilerin anlamalarını sağlamak için tartışmalarını istemiştir. Öğretmen öğrencilerin açıklamalarını anlayabilmek için sorular sormuş ve birbirinin düşüncelerini de değerlendirmelerini beklemiştir. Sonuç olarak problemin çözümünde ve ders süresince sınıf tartışması yolunu kullanmıştır.

3.2.9.1.1. Damla Öğretmen'in öğretim yolları

Damla Öğretmen'in dokuzuncu haftadaki problem çözümleri incelendiğinde ortaya çıkan yolları Şekil 3.44'te özetlenmiştir.



Şekil 3.44. Damla Öğretmen'in Dokuzuncu Hafta Öğretim Yolları

Damla Öğretmen ilk olarak problemin anlaşılması için öğrencilere sorular sorarak ve sınıf tartışması gerçekleştirerek problemlere başlamış, ardından öğrencilere süre tanıyarak onların problemi çözmelerini sağlamıştır. Öğrencilerin çözümleri tamamlamalarının ardından Damla Öğretmen öğrencilere buldukları çözümleri temsiller aracılığıyla açıklamış, kullandıkları temsilleri ilişkilendirmelerini sağlamıştır ve en son adımda problemin çözümüne ait olan cebirsel ifadeyi yazdırmıştır.

Damla Öğretmen bu hafta planlama oturumunda üzerinde durulduğu üzere problemlerin anlaşılmasına açık bir şekilde önem vermiş ve ders içinde ayrıca öğrencilerin problemi anlamalarını sağlamak için öğrencileri duraksatarak ilerlemiştir. Bununla birlikte öğrenci düşüncelerini kullanarak bir ders işlediği görülmüştür. Damla Öğretmen ayrıca düşünce açısından önde olan öğrencileri de duraksatarak diğer tüm öğrencilerin birlikte ilerlemesi için dersini adım adım işlemeyi tercih etmiştir. Sonuç olarak Damla Öğretmen'in gerçekleştirmiş olduğu bu son hafta öğretimiyle birlikte kontrollü bir ders işlediği, toplantıda konuşulanları etkili bir şekilde yerine getirmeye çalıştığı, öğrencilerin düşüncelerini dikkate aldığı, tüm öğrencilerin birlikte ilerlemesini sağladığı ve temsilleri ilişkisel şekilde kullandığı söylenebilir.

3.2.9.2. Emre Öğretmen

Emre Öğretmen dokuzuncu hafta öğretiminde öğrenci düşüncelerinin kullanımına yönelik olarak öğrenci düşüncelerini analiz etme ve farklı öğrenci çözümlerini ilişkilendirme yollarını kullanmıştır. İlk olarak öğrenci düşüncesinin analiz edildiği durum incelendiğinde Emre Öğretmen'in öğrencilerin yanıtlarındaki bileşenleri sorguladığı ve yanıtlarını farklı durumlarda açıklamalarını istediği görülmüştür. Örneğin internet kafe ücretlerinin kıyaslandığı problemde Emre Öğretmen öğrenci düşüncesini aşağıdaki şekilde analiz etmiştir.

Öğretmen: Burada sabit olanlar hangileri?

Öğrenci: İkiler.

Öğretmen: İkiler sabit. Değişenler hangileri?

Öğrenci: Saatler.

Öğretmen: Bir saat sonra Turkuaza ne kadar para öderim?

Öğrenci: Sabit iki var hocam.

Öğretmen: Tamam ikiyi kesin ödeyecek. Yaz ikiyi.

Öğrenci: ... (2+ yazdı.)

Öğretmen: Bundan sonra ne olacak?

Öğrenci: Üç.

Öğretmen: Tamam. Saat başına ne ödüyor?

Öğrenci: Üç lira.

Öğretmen: Bir saatte üç lira ödüyorsa, n saat sonra kaç lira öder?

Öğrenci: Hocam iki saatte iki çarpı üç artı iki ödüyor.

Öğretmen: Tamam n saatte?

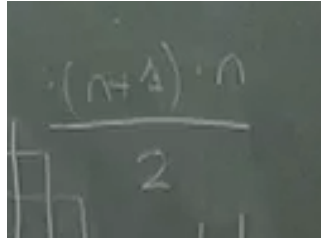
Öğrenci: İki artı üç çarpı n.

Öğretmen: Çarpı n ne? Okunuşu nasıl?

Öğrenci: İki artı üç n.

Öğrenci çözümüne yönelik tablo doldurmasının ardından Emre Öğretmen öğrencinin tablo üzerinde neler yaptığını ve yazmış olduğu işlemleri nasıl yazdığını anlamak için öğrenciye sorular sormuş ve sorularına devam ederek öğrencinin cebirsel ifade yazmasını sağlamıştır. Diğer taraftan, Emre Öğretmen ortaya çıkan farklı öğrenci yanıtlarını da ilişkilendirmiştir.

Öğrenci: Burası da n olduğu için n artı bir çarpı n oluyor. (Tahtaya $(n+1).n$ yazdı) Dikdörtgen şeklinde, iki tane olduğu için bölü iki oluyor. (Kuralı Görsel 3.35'teki şekilde yazdı)


$$\frac{(n+1) \cdot n}{2}$$

Görsel 3.35. Öğrencinin Yazdığı Kural-1

Öğretmen: Evet birisi bir şey daha söyledi. Peki diğer işlem ile nasıl olur? 12'de ne yaptık?

Öğrenci: 12 artı bir oluyor, n artı bir olur yani.

Öğretmen: Tamam 12'yi iki ile böldük, 13 ile çarptık. Burası n olsaydı ne yapacaktık?

Öğrenci: n artı bir.

Öğretmen: Evet.

Öğrenci: 12'yi ikiye böldük

Öğretmen: Evet.

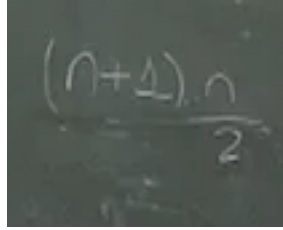
Öğrenci: n bölü iki

Öğretmen: Tamam sonra? Tahtaya gel açıkla.

Öğrenci: $n+1$.

Öğretmen: Ne bu?

Öğrenci: En baştaki ile en sondakini topladık. Çarpacağım sayıyı buldum n bölü iki oluyor (Öğrenci Görsel 3.36'daki kuralı yazdı).


$$\frac{(n+1) \cdot n}{2}$$

Görsel 3.36. Öğrencinin Yazdığı Kural-2

Öğretmen: Tamam bu kadar. Yani birden başladığı için biri n ile topluyoruz. İkisi aynısı mı?

Öğrenci: İkisi de aynı şeyi veriyor.

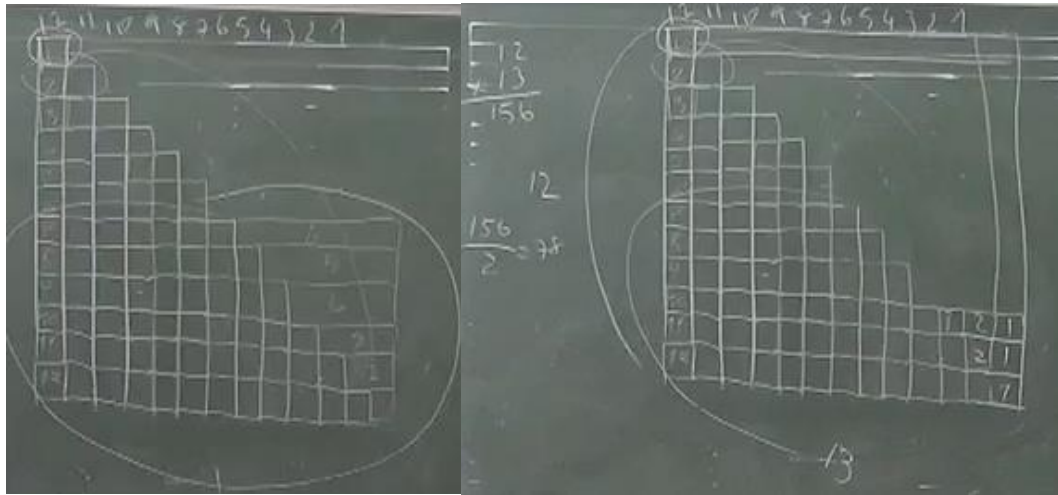
Emre Öğretmen iki farklı öğrencinin çözüm yollarını cebirsel olarak ifade etmelerini sağlamış ve ardından da ifadelerin eşitliğini sorarak bu iki yanıtın aynı sonuca geldiğini belirtmiştir.

Emre Öğretmen'in temsillerin kullanımına yönelik olarak tablo, şekil ve sembolik temsiller ile sözel ifadeleri, diğer bir ifade ile temsilleri ilişkisel kullandığı görülmüştür. Örneğin, ilk problemin çözümünde Görsel 3.37'de verilen tablo temsili kullanarak verilerini düzenlemiştir.

Saat	Turlerler	Sanal	Saat	Turlerler	Sanal
1 saat	2+3	S	1 saat	2+3.1	S = 5.1
2 saat	2+2+3	S+S	2 saat	2+3.2	S+S = 5.2
3 saat	2+3+3+3	S+S+S	3 saat	2+3.3	S+S+S = 5.3
10 saat	2+3.10	S.10	10 saat	2+3.10	S.10
n saat		S.n	n saat	2+3.n	S.n

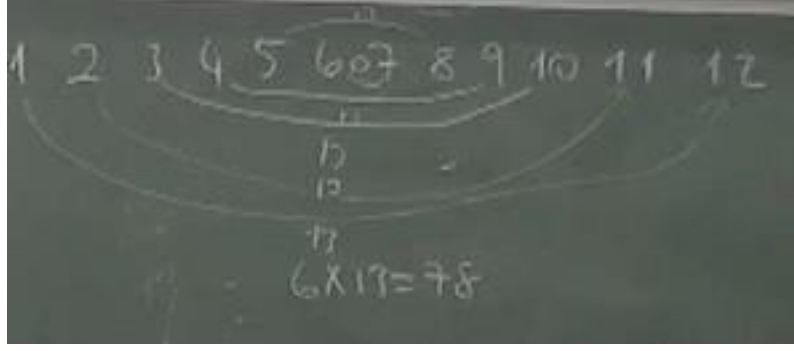
Görsel 3.37. Emre Öğretmen'in Derslerinde Oluşturulan Tablo Temsilleri

Emre Öğretmen öğrencilerin problem verilerini düzenlemek için tablo kullanmalarına özen göstermiş ve tablodaki veriler üzerinden hareket ederek öğrencilerin cebirsel ifade yazımına ulaşmalarını sağlamıştır. Diğer bir ifade ile tablo ile sembolik temsili ilişkisel şekilde kullanmıştır. Diğer problemde de benzer şekilde Görsel 3.38'de verilen şekil temsili ile Görsel 3.39'da verilen sembolik temsiller arasında ilişki kurmuştur.



Görsel 3.38. Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulan Şekil Temsilleri

Emre Öğretmen ortaya çıkan her iki öğrenci çözüm yolunun Görsel 3.39'da verilen temsil ile ilişkilendirilmesini sağlamış ardından da aşağıdaki sembolik temsilin oluşturulmasını sağlayarak bu temsilin sembolik olarak ne anlama geldiğini açıklamış ve son olarak cebirsel temsile geçmiştir.



Görsel 3.39. Emre Öğretmen'in Dersinde Oluşturulan Sembolik Temsil

Temsillerin kullanımında son olarak sözel durumlar ile sembolik temsiller arasında da ilişkilendirmeler kurulmuştur.

Öğretmen: Burada birden 20'ye kadar olan sayılar olsaydı nasıl olacaktı?

Öğrenci: Hocam biri 20'ye götüreceğiz, 2'yü 19'a götüreceğiz, 21 olur.

Öğretmen: Peki kaç tane 21 olur?

Öğrenci: Hocam 20'yi böleceğiz ikiye. On tane 21 olur.

Öğretmen: O zaman birden 21 olan sayıların toplamı ne olacak?

Öğrenci: 210.

Öğrenci: Sondakiyle baştakini toplayacağız. Sondakini ikiye böleceğiz.

Öğretmen: Evet baştakiyle sondakini topluyoruz. Sonrakini ikiye bölüp çarpıyoruz.

Öğrencilerin düşüncelerini öncelikle şekil ile de ilişkilendirerek sözel olarak açıklamaları beklenmiş ve ardından da açıklanan bu düşünceler sembolik olarak ifade edilmiştir. Sonuç olarak Emre Öğretmen temsiller açısından zengin bir ders işleminin yanında temsillerin ilişkisel kullanımına da özen göstermiştir.

Son olarak Emre Öğretmen öğrencilerin problemi anlamalarını ve sonuçta da çözüm yollarını yorumlamalarını sağlamak amacıyla sınıf tartışması yolunu benimsemiştir. Örneğin, ilk problemde hangi kafedeki ücretin daha uygun olduğuna karar vermelerini sağlamak için Emre Öğretmen ortaya çıkan düşüncelerin tartışılmasını istemiştir.

Öğretmen: Herkes düşündü mü? Açıkla bakalım.

Öğrenci: Öğretmenim turkuazda iki liraya bilgisayar açılıyor. Saat başı üç lira ödüyor. Diğerinde saat başı beş lira ödüyor. O yüzden turkuaz.

Öğretmen: Bir örnekle mi çözdün yani?

Öğrenci: Evet.

Öğretmen: Başka? Bu düşünceye başka ekleyeceğiniz bir şey var mı?

Öğrenci: Hocam açmak iki lira saat başı da üç liraysa, açmada sıfır lira, saat başı beş lira, açmak bedava.

Öğretmen: Yani? Tamam, bu iki düşünceden ne çıkarıyorsunuz?

Öğrenci: Bir saat için ikisinde de aynı oluyor. Ama iki saat için bakarsak mesela turkuaz kafede 5+3 sekiz lira ödeniyor, diğerinde on lira ödeniyor. Üç saat içinde turkuazda 11 lira ödenir, sanaldaysa 15 lira.

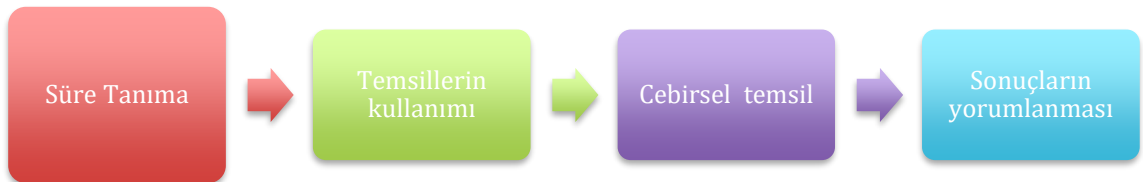
Öğrenci: Hocam şimdi sanalda iki saate 10 lira turkuazda üç saatine dokuz lira ödüyorsun, birde açılışı var, 11.

Öğretmen: Peki ben sizden şunu istiyorum, bu ikisini saat saat karşılaştırmanızı istiyorum. n saat sonra Turkuaz ne kadar para verir? Sanal ne kadar para verir?

Emre Öğretmen de hem problemin anlaşılması sürecinde hem de sonuca ulaşılması süresince sınıf tartışması yolunu benimsemiş, öğrencilerin düşüncelerini diğer öğrencilere yönelterek birbirlerinin düşüncelerini tartışmalarını istemiştir. Diğer bir ifadeyle problemin çözümünün gerçekleştirildiği öğretiminde sınıf tartışması yolunu yoğun bir şekilde kullanmıştır.

3.2.9.2.1. Emre Öğretmen'in öğretim yolları

Emre Öğretmen'in dokuzuncu hafta etkinlikleri incelendiğinde, izlenen yolları Şekil 3.45'de özetlenmiştir.



Şekil 3.45. Emre Öğretmen'in Dokuzuncu Hafta Öğretim Yolları

Emre Öğretmen problemleri öğrencilere tanıtmalarının ardından çözüm için süre tanımış ve öğrencileri süreçte yönlendirerek çözüme ulaşmalarını sağlamıştır.

Öğretmen tanımış olduğu sürede farklı çözümleri tespit etmiş, ardından ortaya çıkan düşünceleri temsilleri kullanarak açıklamıştır. Emre Öğretmen örneğin ilk problemin çözümünde ilişkinin hem toplamsal hem de çarpımsal yazımına dikkat etmiştir. Emre Öğretmen önceki haftalarda da bu yazımı kullanmış ve öğrencilerin düşüncelerinin basitten zora doğru gitmesine önem vermiştir. Temsiller aracılığıyla öğrencilerin düşüncelerinin açıklanmasının ardından öğretmen cebirsel ifade yazımına geçmiş ve son olarak problemin bağlamına göre ortaya çıkan sonuçların yorumlanmasını sağlamıştır.

Emre Öğretmen işlemiş olduğu son hafta derslerinde kendinden bir kaç hafta önceki derslerine paralel olarak öğrenci düşüncesi kullanımına önem vermiş, kendi düşüncelerini göz ardı ederek sınıfta öğrencilerin düşüncelerinin hâkim olduğu bir ders işlemiştir. Ayrıca temsilleri kullanımında ilişkisel bir yol izlemiş, sınıf tartışmasına önem vermiş ve ayrıca ortaya çıkan düşünceleri de ilişkilendirmiştir. Sonuç olarak Emre Öğretmen öğrenci düşüncesini ortaya çıkaran yollar izlemiş ve öğrenci düşüncesine dayalı olarak dersini ilerletmiştir.

4.3. Öğretmenlerin Dokuz Haftalık Öğretimlerindeki Pedagojik Yollarının Gelişiminin Özeti

Bu bölümde Damla ve Emre Öğretmen'in dokuz hafta boyunca kullanmış oldukları yollar öğrenci düşüncesinin kullanımı, temsillerin kullanımı ve diğer yolların kullanımı olarak özetlenecek ve gelişim gösterdikleri yollar açıklanacaktır.

İlk olarak öğretmenlerin öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik kullanmış oldukları yollar Tablo 3.4'te görülmektedir. Öğrenci düşüncesinin kullanımında öğrenci düşüncesini analiz etme, ders revizyonu, öğrenci yanıtlarının ilişkilendirilmesi durumları ve gelişimleri görülmektedir. Damla Öğretmen'in öğrenci düşüncesinin kullanımları incelendiğinde İlk dört hafta öğrenci düşüncesini analiz etme yollarında eksiklikler görülürken, beşinci haftadan itibaren öğrenci düşüncesini analiz etme yolu gelişmeye başlamaktadır. Farklı öğrenci yanıtlarını ilişkilendirmeye başlaması üçüncü haftadan itibaren başlamaktadır. Emre Öğretmen'in öğrenci düşüncesinin kullanımı incelendiğinde ise ikinci haftadan itibaren öğrenci düşüncesini analiz etmeye başladığı görülmektedir. Ancak

Öğretmenlerin temsillerin kullanımına yönelik kullanmış oldukları yollar Tablo 3.5'te görülmektedir. Buna göre temsillerin kullanımı yolları temsiller arası ilişkilendirme, hatalı temsillerin kullanımı, tablo, şekil ve sembolik temsillerin kullanımı bağlamında ele alınmıştır. Temsillerin kullanımı amaçlar, etkinlikler ve problemler bağlamında değişiklik gösterse de her iki öğretmenin beşinci haftadan itibaren temsilleri kullanımlarında bir gelişim görülmektedir. Öğretmenlerin her ikisi de son üç hafta da temsilleri ilişkisel şekilde kullanmışlardır. Ayrıca Damla Öğretmen üçüncü ve dördüncü haftada kullanmış olduğu hatalı temsilleri doğru kullanmaya başlamış, ayrıca sembolik temsili kullanımında gelişmiştir. Emre Öğretmen'in ise şekil temsilini ve temsillerin ilişkisel kullanımına yönelik gelişimi beşinci haftadan itibaren gözlenmektedir. Sonuç olarak öğretmenler cebirsel kavramların öğretiminde temsillerin kullanımına yönelik bir gelişim göstermişlerdir.

Tablo 3.5. *Öğretmenlerin Temsillerin Kullanımına Yönelik Kullandığı Pedagojik Yollar*

		1. Hafta	2. Hafta	3. Hafta	4. Hafta	5. Hafta
Temsillerin Kullanımı	Damla	Temsiller arası ilişki kurmada eksiklik		Temsiller arası ilişki kurmada eksiklik	Temsiller arası ilişki kurmada eksiklik	İlişkil.nin bağlama göre değişmesi
		Sembolik temsili kullanmada eksiklik		Hatalı modelleri kabul etme	Hatalı modelleri kabul etme	
	Emre	Temsiller arası ilişki kurmada eksiklik		Temsiller arası ilişki kurmada eksiklik	Temsiller arası ilişki kurmada	İlişkil.nin bağlama göre değişmesi

Tablo 3.5. (Devam) *Öğretmenlerin Temsillerin Kullanımına Yönelik Kullandığı Pedagojik Yollar*

	6. Hafta	7. Hafta	8. Hafta	9. Hafta
Temsillerin Kullanımı	Şekil temsilini ilişkisel kullanma	Temsilleri ilişkisel kullanma	Şekil temsilini ilişkisel kullanma	Temsilleri ilişkisel kullanma
	Tablo temsilini ilişkilendirme de eksiklik			
Emre	Şekil temsilini ilişkisel kullanma	Temsilleri ilişkisel kullanma	Şekil temsilini ilişkisel kullanma	Temsilleri ilişkisel kullanma

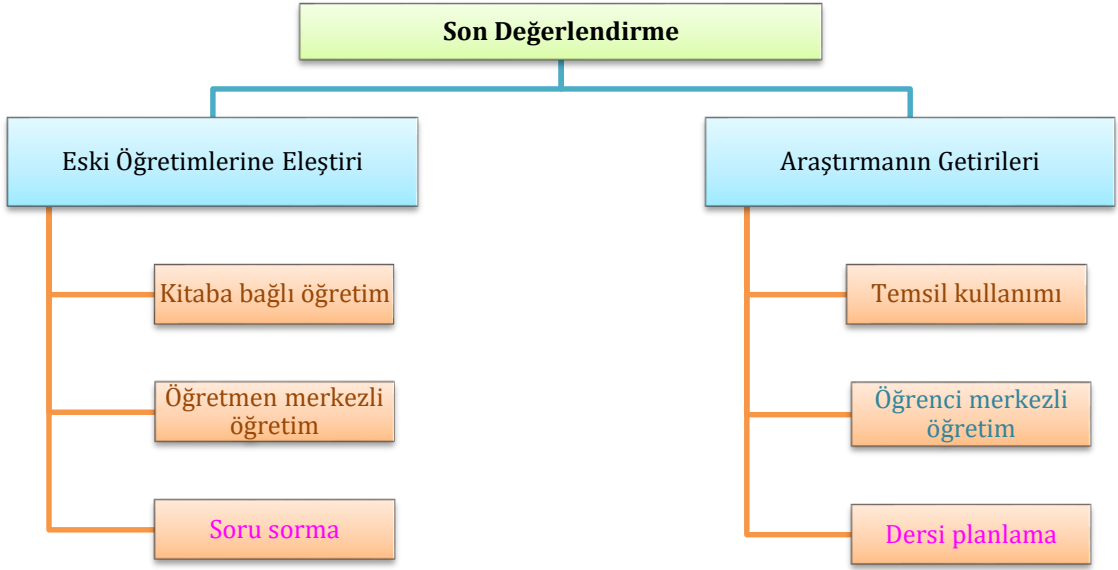
Son olarak öğretmenlerin diğer pedagojik yollarının kullanımında gösterdikleri gelişim Tablo 3.6'da verilmiştir. Öğretmenler ilk beş hafta matematiksel fikirleri söyleme yolunu sıklıkla kullanmakta, ayrıca bu haftalarda basit örnek kullanımı yollarını da tercih etmektedirler. Damla Öğretmen matematiksel fikirleri söyleme yolunu ancak son iki hafta bırakabilmişken, Emre Öğretmen beşinci haftadan itibaren bu yolu kullanmayı tercih etmemiş, bu yolun kullanımından vazgeçmiştir. Damla dördüncü ve son iki haftada sınıf tartışması yolunu kullanmışken, Emre Öğretmen üçüncü haftadan itibaren bu yolun kullanımına başlamıştır. Bu yolun kullanımındaki farklılık her iki öğretmenin sınıflarında var olan öğrenci düzeylerinin farklı olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Diğer yandan her iki öğretmende altı ve sekizinci haftalarda küçük grup çalışmasını kullanmış olmalarına karşın, bu yolda gelişim gösterdiklerine ve alışkanlık haline dönüştüğüne dair bir bulguya rastlanılmamaktadır.

Tablo 3.6. Öğretmenlerin Kullandığı Diğer Pedagojik Yollar

		1. Hafta	2. Hafta	3. Hafta	4. Hafta	5. Hafta
Diğer Yolların Kullanımı	Damla	Basit örnek kullanma	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme
		Matematiksel fikirleri söyleme		Basit örnek kullanma		Basit örnek kullanma
	Emre	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme	Matematiksel fikirleri söyleme
				Basit örnek kullanma	Basit örnek kullanma	Basit örnek kullanma
			Sınıf Tartışması	Sınıf Tartışması	Sınıf Tartışması	
	Damla	Küçük grup çalışması	Matematiksel fikirleri söyleme	Küçük grup çalışması	Sınıf tartışması	
		Matematiksel fikirleri söyleme	Basit örnek kullanma	Sınıf tartışması		
	Emre	Küçük grup çalışması	Sınıf tartışması	Küçük grup çalışması	Sınıf tartışması	
		Sınıf tartışması	Hatalı yanıtları örnek üzerinde çürütme	Sınıf tartışması		

4.4. Öğretmenlerin Araştırma Sürecini Değerlendirmeleri

Araştırma sürecinin sonunda öğretmenlerle son kez bir toplantı gerçekleştirilmiş ve süreci değerlendirmeleri istenmiştir. Buna göre Damla ve Emre Öğretmen'in değerlendirmeleri Şekil 3.46'da özetlenmiştir.



Şekil 3.46. *Damla ve Emre Öğretmen'in Son Değerlendirmeleri*

Gerçekleştirilen son toplantıda her iki öğretmende sürece ilişkin değerlendirmelerde bulunmuştur. Öğretmenlerin yapmış oldukları değerlendirmeler eski öğretimlerine eleştiri ve araştırmanın getirileri olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır. Damla ve Emre Öğretmen eski öğretimlerine yönelik olarak kitaba bağlı ve öğretmen merkezli öğretim yaptıklarını belirtmişlerdir. Örneğin, Emre Öğretmen çalışmanın tam sayılardan başlasaydı öğrenciler için daha etkili olacağını belirtmiş ve önceki öğretiminde kitaba bağlı işlediği için öğrencilerin zorlandıklarını söylemiştir.

E: Bence sürece tamsayılardan başlayabilirdik.

A: Neden?

E: Çünkü benim öğrenciler tamsayılarla işlemlerde zorlandılar. Gerçi bu benim hatam, tamsayılarda kitaba bağlı işledim, tamsayılarda da bizim planladığımız şekilde gitseydik sayma pullarıyla falan, sonra cebirle devam etseydik daha etkili olabilirdi.

Öğretmen cebirin bir önceki konusu olan tam sayılar konusunu kitaba bağlı olarak işlediği yönünde geçmiş öğretimini eleştirmiştir. Daha önceki planlama toplantılarında da bu konu sürekli konuşulmuş, nitekim Emre Öğretmen de bu düşüncesi doğrultusunda süreçte öğretimlerinde revizyon yaparak, sık sık öğrencilerin ön bilgilerini tamamlamaya çalışmıştır. Benzer şekilde Damla

Öğretmen’de bu araştırma olmasaydı öğretimlerinin kitaba bağlı olarak gerçekleşeceğini belirtmiştir.

D: Örüntü ve süsleme çok vardı onlar çıkarılmış onları görmedik bu sene daha çok örüntüye ağırlık verilmiş. Bu çalışma olmasaydı genelde kitaba bağlı olarak, kitapta gördüğümüz tarzda yapardım. Sayı örüntülerinden çözerdim. O kadar bilinçli bir şekilde yapmazdım.

Öğretmen örüntü konusunda kitaba bağlı kalacağını, şekil örüntülerinden ziyade sayı örüntülerinden çözeceğini belirtmiş ve örüntüler konusunda çokta bilinçli olmayacağını ifade etmiştir.

Öğretmenler ikinci olarak öğretmen merkezli öğretim gerçekleştirdikleri konusunda eski öğretimlerini eleştirmişlerdir. Damla Öğretmen bu durumu hem kendilerinin hem de öğrencilerin alışkın olmadığı yönünde açıklamıştır.

D: Bir de bu yaptığımız yöntem çocuklar için alışkın olmadığı bir şeydi. Yani her şey neden böyle, niye böyle düşünüyorsun, bunu açıkla falan. Şimdiye kadar hiç böyle işlenmemiş. Hem biz alıştık buna hem onlar alıştı. Özellikle kendilerini ifade etme konusunda. Benim sınıfımda çok oluyordu. Mesela buluyorlar cevabı ama ne düşündüğünü bir şekilde ifade edemiyordu. Zihninde bir şeyler yapıyor ama anlatamıyordu.

Damla öğretmen önceden öğrencilere çok soru sormadıklarını belirterek öğrencilerinde bu duruma alışkın olmadıklarını belirtmiş ancak süreçte hem kendilerinin hem de öğrencilerin bu duruma alıştıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Emre Öğretmen de “Örüntülerin de üzerinde durmazdım. Bir iki soru çözerdik geçerdik. Genel olarak düz anlatım yapar geçerdim.” şeklinde çalışma olmasaydı düz anlatım ile öğretimlerini gerçekleştireceğini belirtmiştir.

Son olarak eski öğretime bir eleştiri olarak Damla Öğretmen araştırmanın başlangıcındaki kendi öğretimlerini eleştirmiş ve “Gerçi oralarda ben çok hata yaptım ama sormam gerekenleri bilemedim, yanlış sordum. Ondan da kafaları karıştı benim çocukların o örüntü kısmında.” diyerek sorması gereken sorulara bir eleştiri getirmiştir. Damla öğretmen öğrencilerin zorlanmalarını kendi sormuş olduğu sorulara bağlamış ve sorduğu soruların öğrencilerin kafalarının karıştığını ifade etmiştir. Öğretmenin öğrenci hatalarına yönelik bu düşüncesinin ilk görüşmede ortaya koyduğu düşünceyle farklılaştığı görülmektedir. Öğretmen ilk

görüşmede öğrenci hatalarını yine öğrenciden kaynaklanan sebeplere bağlamışken, yapılan son değerlendirme toplantısında öğrencilerin zorluklarının kendi öğretiminden etkilendiğini ifade ettiği görülmüştür.

Damla ve Emre Öğretmen araştırmanın kendilerine olan getirilerinin konuşulmasında ise temsillerin kullanımından bahsetmişlerdir. Örneğin Emre Öğretmen “Mesela tamsayılarda toplamayı ve çıkarmayı kitaba göre yapıyordum o değişti. Bu modelle temsil mesela onu yapmazdım. Çok üzerinde durduk gösterdik.” şeklinde önceden temsilleri kullanmadığını ancak bu çalışmada bunun değiştiğini ve çok fazla temsil kullandığını belirtmiştir. Benzer şekilde Damla Öğretmen de “Eskiden modelle falan çok göstermezdim, örnekte gösterip geçiyordum” diyerek çalışmanın kendisine temsillerin kullanımıyla ilgili bir getirisinin olduğunu açıklamıştır. Diğer taraftan çalışmanın getirisi olarak Emre Öğretmen öğrenci merkezli öğretim işlediğini söylemiş ve son olarak Damla Öğretmen de çalışmanın ders planlamasına katkı sağladığını belirtmiştir. Emre Öğretmen “Düz anlatım mı daha iyi olur yoksa böyle anlatsam mı karasızlık yaşıyordum, bu konudaki fikirlerim değişti, Şöyle öğrencilerin çok ön planda olduğu yapılandırmacı yaklaşım. Bu bende bu kadar olmazdı. Diğer sınıflarıma da yansdı” şeklindeki açıklamasıyla öğrenci merkezli öğretim konusunda hem fikrinin hem de uygulamasının değiştiğini belirtmiştir. Damla Öğretmen ise araştırmanın getirisi olarak son katkıyı ders planlama olarak açıklamış ve diğer sınıflara da dersini planlayarak gittiğini belirtmiştir. “Diğer sınıfta burada yaptıklarımı yapmaya çalışıyorum. Şimdi bu yaptıklarımızı düşünüp farklı şeyler yapmaya çalışıyorum. O anlamda bi faydası oldu yani. Plan yapma, hazırlıklı gitme falan..” şeklindeki açıklamasıyla öğretmen çalışma da yapılan etkinlikleri diğer sınıfı için uyarladığını ve dersini planlayarak gittiğini ifade etmiştir. Sonuç olarak her iki öğretmen de araştırma sonucunda eski öğretimlerine yönelik eleştiriler getirmiş ve kendi düşünceleri doğrultusunda araştırmanın katkılarını açıklamışlardır.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı iki ortaokul matematik öğretmenin tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretim sürecinde kullanmaları gereken pedagojik yollarda gelişim göstermelerini sağlamaktır. Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçlar açıklanmış, araştırmanın sonuçları alan-yazın taramasına bağlı olarak tartışılmış ve araştırmanın sonuçları doğrultusunda önerilerde bulunulmuştur.

4.1. Sonuç

Öğretmenlerin pedagojik yollarda gösterdikleri gelişimlere yönelik sonuçlar araştırmanın da amacı doğrultusunda öğrenci düşüncesinin kullanımı, temsillerin kullanımı, diğer pedagojik yolların kullanımı ve matematik öğretim bilgilerine yönelik sonuçlar olmak üzere dört başlık altında verilmiştir. Öğrenci düşüncesinin, temsillerin ve diğer pedagojik yolların kullanımı aslında matematik öğretim bilgisi kapsamında ele alınabilecek bileşenlerdir. Ancak bu çalışmada matematik öğretim bilgisine ait sonuçlara ilişkin ayrıca bir başlık oluşturulmasının amacı diğer bileşenleri öğretim bilgisinden ayrı tutmak değil, araştırmanın başlangıcında ortaya koyulan öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin araştırma sürecinde gerçekleştirdikleri öğretimler üzerindeki etkisine yönelik sonuçları vurgulamaktır.

4.1.1. Öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik sonuçlar

Araştırma sonunda öğretmenlerin öğrenci düşüncesinin kullanımına yönelik yollarında gösterdikleri gelişime yönelik sonuçlar aşağıdaki şekildedir:

- Öğretmenler başlangıçta öğrencilerin sadece hatalı yanıtlarına önem verip ders içinde kullanmaya ve bunları düzeltmeye çalışırken, araştırmanın sonuna doğru öğrenci düşüncelerinden doğru olanları da sorgulamaya ve incelemeye başlamışlardır.
- Öğretmenler başlangıçta beklenmeyen öğrenci düşüncelerini göz ardı ederlerken, araştırmanın sonlarına doğru bu düşünceler karşısında sorular sormuşlar ve öğrencilerin ne düşündüğünü anlamaya çalışmışlardır.

- Öğretmenler araştırmanın başlangıcında karmaşık ve anlaşılması zor olan öğrenci düşüncelerini gözden düşürme yolunu tercih ederken, araştırmanın sonuna doğru bu tür düşünceleri anlayarak ders ile ilişkilendirmeye çalışmışlardır.
- Öğretmenler araştırmanın başlarında yapılan planlara bire bir bağlı kalarak derslerinde öğrencilerin anlamalarını değerlendirmelerine bağlı hiçbir değişiklik yapmazken, araştırmanın ilerleyen aşamalarında öğrenci anlamalarına bağlı ders esnasında örnek ve soru gibi eklemeler yapmış ve planlarda revizyona gitmişlerdir.
- Öğretmenler araştırmanın başlangıcında kendi zihinlerinde var olan öğretim sırasını takip ederken, araştırmanın sonlarına doğru öğrencilerin düşünceleri doğrultusunda derslerini ilerletmeye başlamışlardır.
- Öğretmenler yapılan planlamalar doğrultusunda araştırmanın başından itibaren farklı öğrenci düşüncelerine önem vermişlerdir, ancak araştırmanın sonlarına doğru ortaya çıkan farklı öğrenci düşüncelerini ilişkilendirmeye ve sınıf içinde daha etkili kullanmaya başlamışlardır.
- Araştırmanın başlangıcında öğretmenler öğrenci düşüncesini açığa çıkarmak için etkili yollar ortaya koyamazken, araştırmanın sonlarına doğru öğrencileri dinleme süreleri artmış ve sorular sorarak düşüncüyü açığa çıkarma becerileri gelişmiştir.

4.1.2. Temsillerin kullanımına yönelik sonuçlar

Araştırma sonunda öğretmenlerin temsillerin kullanımına yönelik yollarında gösterdikleri gelişime yönelik sonuçlar aşağıdaki şekildedir:

- Öğretmenler araştırmanın başlangıcında ve sürecinde kullandıkları hatalı temsilleri düzeltmişler ve doğru temsilleri kullanmaya başlamışlardır.
- Öğretmenler başlangıçta temsilleri sadece yüzeysel olarak kullanırken araştırmanın sonlarına doğru temsilleri kullanımları kavramsal olarak değişmiştir. Örneğin örüntü problemlerinde başlangıçta şekil ve tablo temsilini daha yüzeysel kullanırken, araştırmanın sonunda temsilleri daha

yapısal olarak ele almış ve derinlemesine inceleyerek kullanmaya başlamışlardır.

- Öğretmenler araştırmanın başlangıcından itibaren planlarda yer verildiği üzere çoklu temsilleri kullanmışlardır. Ancak araştırmanın başlangıcında kullandıkları temsillerde herhangi bir ilişkilendirme yapılmazken, araştırmanın sonlarına doğru temsiller arasındaki ilişkilendirmelere yer vermişlerdir.
- Öğretmenler araştırmanın başlangıcında yapmış oldukları öğretimsel açıklamalarda sayısal örnekleri kullanırlarken, araştırmanın ilerleyen sürecinde temsillere yer vermişlerdir. Bu durum öğretmenlerin dersler sırasında yapmış oldukları ders revizyonlarına da yansımıştır.

4.1.3. Diğer pedagojik yolların kullanımına yönelik sonuçlar

Araştırma sonunda öğretmenlerin kullandıkları diğer pedagojik yollarda gösterdikleri gelişime yönelik sonuçlar aşağıdaki şekildedir:

- Öğretmenler araştırmanın başlangıcında kendi söylemlerini ve öğretimsel açıklamalarını çok fazla kullanırken, öğrenci düşüncesini sorgulamasına bağlı olarak araştırmanın sonuna doğru sınıf tartışması yolunu kullanmaya başlamışlardır.
- Araştırma sürecinde öğretmenler küçük grup çalışmasını zaman zaman kullanmalarına karşın, bu çalışmalarda gelişimlerini gösterecek bir sonuca ulaşılmamıştır.

4.1.4. Matematik öğretim bilgilerine yönelik sonuçlar

Araştırmanın başlangıcında ortaya konulan öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin araştırma sürecinde gerçekleştirdikleri öğretimler üzerindeki etkisine yönelik sonuçlar aşağıdaki şekildedir:

- Öğretmenler sahip oldukları matematik öğretim bilgilerini, araştırmanın başlangıcında öğretimlerine yansıtmak konusunda zorluk yaşamışlardır. Araştırma sürecinde gerçekleştirilen mesleki gelişim etkinlikleriyle bu bilgilerini öğretimlerine entegre etmede gelişim göstermişlerdir.

- Öğretmenlerin araştırmanın başlangıcında ders planlamalarında öğrenci bilgisini kullanmadıkları ve genel olarak ders kitabına bağlı derslerini ilerlettikleri görülmüştür. Ancak araştırma sürecinde öğrenci bilgisini derse entegre etme ve düşünceyi dikkate alma konusunda gelişim göstermişlerdir.
- Araştırmanın sonucunda öğretmenler ritüel olarak gerçekleştirilen ve öğrencilerin sadece işlemsel bilgilerini geliştirmeye yönelik etkinliklerin, öğrenci başarısını istenilen düzeye çıkaramadığı ve mükemmel başarıya ulaştıramadığı sonucuna ulaşmışlardır.

4.2. Tartışma

Öğretmenlik doğuştan edinilen değil sonradan kazanılabilen bilgi ve becerilerle gerçekleştirilen bir iştir ve zor bir meslektir. Ball (2010, 2011, s. 40) öğretmenliği tenis oynamaya ya da İspanyolca konuşmaya benzetmektedir. Nasıl ki bir tenis oyuncusu iyi bir servis atışının nasıl gerçekleştirildiğini kendiliğinden bilemez ya da akıcı şekilde İspanyolca konuşan bir kişi bu dile ait dilbilgisi özelliklerini kolayca fark edemezse, alana özgü gerçekleştirilen hiçbir meslekte de gereken beceriler ve anlayışlar otomatik olarak edinilemez. Öğretmenliğin de bir tenis oyuncusu ya da bir heykel traş gibi kendine özgü bilgi ve beceri gerektiren bir meslek olduğu akılda tutularak bu alanda gelişim göstermelerini sağlamak oldukça önemlidir, diğer yandan bunu başarmak da bir o kadar zordur. Ancak bir hedef doğrultusunda kazandırılması planlanan bilgi ve becerilere yönelik gerçekleştirilen mesleki gelişim programlarıyla çeşitli bağlamlarda öğretmenlerin gelişim kaydettikleri de pek çok uluslararası çalışmada gözlenmektedir (Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs, ve Empson, 1996; Franke, Carpenter, Levi, ve Fennema, 2001; Kazemi ve Franke, 2004; Swan, Pead, Doorman, ve Mooldijk, 2013; Sherin ve van Es, 2009). Bu çalışmalardan esinlenerek ve aynı zamanda öğretmenlerin mesleğe atıldıktan sonra da gelişmesi gerektiği düşünülerek başlatılan ve sonlandırılan bu çalışmada, uygulanan mesleki gelişim etkinlikleriyle öğretmenlerin öğretimlerinde kullandıkları bilgi ve becerilerinde büyük bir değişim ve gelişim gösterdikleri görülmüştür. Bu değişim ve gelişim öğrenci düşüncesinin

kullanımı, sınıf içi tartışmalara dayalı pedagojik yollar, temsillerin kullanımı ve matematik öğretim bilgisi bağlamında gerçekleşmiştir.

Matematik eğitiminin en temel amaçlarından biri öğrencilerin matematik öğrenmesini sağlamak olduğundan, bu amacı gerçekleştirebilmede öğrenci düşüncelerinin ön plana çıkarılması oldukça önemlidir. Bu önem, uluslararası pek çok öğretim programına yansımış ve öğrencilerin merkeze alınması gerekliliği vurgulanarak öğretmenlere yönelik gerçekleştirilen çeşitli mesleki gelişim programlarında öğrenci düşüncesi kullanımının ön plana alınması sağlanmıştır (Carpenter, Fennema ve Franke, 1996, s.4; Franke ve Kazemi, 2001, s.103; Simon, 1995; Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs, ve Empson, 1996; Franke, Carpenter, Levi, ve Fennema, 2001; Kazemi ve Franke, 2004; Sherin ve van Es, 2009). Bu çalışmalardan biri de öğrenci düşüncesinin ön planda olduğu tahmini öğrenme yollarıdır (Simon, 1995). Bu çalışma kapsamında benimsenen tahmini öğrenme yollarına uygun olarak tasarlanmış öğretimler sonucunda öğretmenler doğru, hatalı, beklenmeyen, karmaşık ve anlaşılması zor gibi her türlü öğrenci düşüncesini ders içinde kullanırken büyük aşama kaydetmişlerdir. Öğretmenler başlangıçta çok zayıf oldukları öğrencilerin matematiksel çözüm ve argümanlarını analiz edebilme ya da değerlendirebilme, tipik öğrenci yanıtlarını (hatalarını) tanıyabilme, beklenmeyen matematiksel durumlara yanıt ve uygun dönüt verebilme konularında gelişmişlerdir. Öğrenci düşüncesini odağına alan ders planı hazırlama ve öğrenci bilgisini geliştirmeye yönelik gerçekleştirilen mesleki gelişim çalışmalarında da (örn., Carpenter, Fennema ve Franke, 1996; Franke ve Kazemi, 2001) benzer sonuçlara rastlanmaktadır. Ancak bu çalışmayı diğerlerinden ayıran fark uygulanan mesleki gelişim etkinliklerinin TÖY'nin temel felsefesini temel alarak hazırlanmasıdır.

ÖY'lerinin kullanımının öğretmenlerin öğrenci düşüncesi kullanımını desteklediğini gösteren benzer sonuçlar Clement ve Sarama (2008), McCool (2009), ve Wilson, Mojica ve Confrey'in (2013) çalışmalarında da görülmektedir. Dolayısıyla Daro, Mosher ve Corcoran'ın (2011) da ifade ettiği gibi, ÖY'nin öğretmen bilgisi gelişiminde önemli bir role sahip olduğu söylenebilir. Çünkü öğretmen, yollarında ortaya koyulan olası öğrenci stratejilerini önceden bildiğinde, öğrencilerin düşüncelerini daha anlamlı şekilde yorumlamakta (McCool, 2009; Wickstrom, Baek,

Barret, Cullen ve Tobias, 2012) ve öğrenci çalışmalarından deliller toplayarak öğrenci düşüncesine yönelik modeller oluşturabilmektedir (Wilson, Mojica ve Confrey, 2013). Bu çalışmada da öğretmenler ile birlikte hazırlanan TÖY'ları, öğretmenlerin öğrenci düşünceleri ile matematiksel fikirler arasında bağ kurmalarına (Wilson, 2009), bunun dışında öğretimler sırasında öğrenci düşüncelerini kullanarak dersin ilerleyişine yönelik revizyon yapmalarına yardımcı olmuştur. Bu sonuç Simon'un (1995) öğretmenin öğrenci düşüncesine dayalı sürekli değişen bilgisinin TÖY'larında da sürekli bir değişim meydana getirebileceği vurgusuyla örtüşmektedir.

Simon'a (2006) göre öğrencinin bilgisi geliştikçe eş zamanlı olarak öğretmenin bilgisi de değişmekte, öğrenciler matematik öğrendikçe öğretmende matematikle, öğrenmeyle, öğretimle ve öğrencilerin matematiksel düşünceleriyle ilgili öğrenmektedir. Bu çalışmada da öğretmenlerin öğrenci bilgileri geliştikçe öğrenci düşüncelerini ders içi kullanımlarındaki başarıları artmış ve bu başarı onların sorgulama becerilerinin aynı zamanda öğrenci-öğretmen, öğrenci-öğrenci etkileşiminin sağlandığı sınıf içi tartışmalarını etkili bir şekilde yürütebilme becerilerinin gelişimine de yansımıştır. Hatta öğretmenler tarafından başlangıçta yoğun olarak kullanılan söylemler ve öğretimsel açıklamalar azalmış ve süreçte yerini sınıf tartışmalarına bırakmıştır. Döngüsel olarak devam eden bu gelişme de dolayısıyla öğretmenlerin sınıf içinde öğrenci düşüncesini ortaya çıkarma ve kullanma yollarını etkilemiştir. Öğretmenlerin mesleki gelişimlere aracılığıyla öğrencilerin matematiksel düşüncelerini dikkate alma ve yorumlamayı öğrendikleri benzer bir çalışma da Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) tarafından gerçekleştirilmiştir. Jacobs vd. (2010) çalışmasında öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini dikkate alma ve yorumlamalarının geliştiği ancak öğrencilere yanıt verebilme becerisinin gelişmesinin zaman aldığını vurgulamıştır. Wickstrom, Baek, Barret, Cullen ve Tobias (2012) ise, öğrenci düşüncelerinin sınıf içi tartışmalarda bireysel olarak gerçekleştirilen görüşmeler sırasında ortaya çıkarılıp yorumlama ve kullanma becerisine göre daha zor olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada da benzer zorluk yaşanmış ve öğretmenlerin öğrenci düşüncesinin sınıf içinde kullanımına yönelik yollarındaki gelişimleri başlangıçta yavaş ilerlemiş ancak uygulanan mesleki gelişim etkinlikleriyle bu becerinin gelişimi hızlandırılmıştır. Jacobs, Lamb ve Philipp'in

(2010) bulgusu da bu sonucu destekler niteliktedir. Buna karşın öğrenci-öğrenci etkileşiminin yoğun olarak kullanıldığı grup tartışmalarının yönlendirilmesi konusunda öğretmenlerde daha az bir gelişim görülmüştür. Diğer bir deyişle, kendilerinin daha çok ön planda olma alışkanlığı yıkılıp, sınıf içi uygulamalarında küçük grup çalışmalarını kullanmayı bir alışkanlık haline getirmeleri çok fazla sağlanamamıştır. Dolayısıyla bu sonuç araştırmanın bir sınırlılığı olarak görülebilir. Ancak sınıfların kalabalık olması, öğretmenlerin taşıdıkları zaman kaygıları vb. durumların da buna yol açtığı gözden kaçırılmamalıdır.

Öğretmenlerin öğrenci düşüncesinin kullanımı ve sınıf tartışmalarında gösterdikleri gelişime ek olarak, öğretmenler temsillerin kullanımına yönelik yollarda da ilerleme kaydetmişlerdir. Öğretmenlerin uygulamalarında kullandığı çoklu temsillerin kavramsal anlamayı geliştirdiği, temsiller içi ve arası geçişlerin derin ve etkili bir anlamayı sağladığı, özellikle kavramların ilişkilendirilmesinde ve problem çözme süreçlerinin açıklanmasında öğrencilere yardımcı olduğu pek çok çalışmada vurgulanmaktadır (Cramer vd., 2002; Eroğlu ve Tanışlı, 2015; Huang ve Cai, 2007; Niemi, 2002). Diğer yandan öğrencilerin zorlandığı ve kavram yanlışlarının yoğun yaşandığı cebir öğrenme alanında ve cebirsel düşünmenin gelişiminde ise temsillerin kullanımının gerekliliği sürekli dile getirilmektedir (Brizuela ve Earnest, 2008; s. 274; Earnest ve Balti, 2008, s. 519; Ferrini-Mundy ve Senk, 2006; Tall, 1992). Earnest ve Balti'nin de (2008) ifade ettiği gibi, sadece zengin problem bağlamlarının kullanılması cebirsel düşünmenin gelişiminde ve öğrencilerin muhakeme yapabilmelerinde yetersiz kalmakta, bunun için ek olarak çoklu temsillerin kullanılması ve ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu gereklilikten hareketle çalışma kapsamında üzerinde durulan temsil kullanımlarının gelişimine yönelik gerçekleştirilen mesleki gelişim etkinlikleri sonucunda öğretmenlerin iki noktada geliştikleri görülmüştür. Birincisi öğretmenler çalışmanın başlangıcında hatalı temsiller kullanırken süreçte bu hatalarını düzeltmişler ve doğru temsiller kullanmaya başlamışlardır. İkinci olarak da çoklu temsilleri kullanarak bu temsiller arasında ilişkilendirmeyi yapabilmişlerdir. Aynı zamanda bu süreçte öğretmenler başlangıçta üzerinde durmadıkları ve öneminin farkında olmadıkları çoklu temsillerin özellikle cebirde anlamlı öğrenmeyi sağladığının farkına da varmışlardır. Bu farkındalık çalışmanın kazançlarından biridir. Diğer yandan mesleki gelişim

etkinlikleri sürecinde öğrencilerin tahmini öğrenme süreçleri ele alınırken temsiller işe koşulmuş ve bu temsiller üzerinden öğrencilerin kavramları nasıl içselleştirebilecekleri planlanmıştır. Bu nedenle öğretmenlerde temsil kullanımına yönelik yolların gelişmesinde TÖY'lerinin etkili olduğu da söylenebilir.

Çalışmada öğretmenlerin gelişim gösterdikleri bir diğer bileşende matematik öğretim bilgilerinde meydana gelen değişimdir. Öte yandan bir öğretmenin sadece matematik öğretim bilgisini geliştirmek matematik öğretimini de geliştirmek anlamına gelmemektedir. Örneğin tablo temsilinin örüntü probleminin çözümünde kullanılmasının önemli olduğunu bilen bir öğretmen, sınıf uygulamasında bu temsili etkili bir şekilde kullanamayabilir. Bu yüzden öğretmenlerin var olan bilgilerini öğretimlerine entegre edebilmelerinin kazandırılabilmesi oldukça önemlidir. Dolayısıyla bu çalışmayla hem öğretmenlerin sahip oldukları matematik öğretim bilgilerinin gelişmesi hem de bu bilgilerini sınıf uygulamalarına yansıtmaları sağlanmıştır. Şu da bir gerçektir ki başta da bahsedildiği gibi, öğretmenler mesleki gelişim bağlamında hangi bileşende gelişim gösteriyorlarsa bu bileşenler diğer bileşenleri etkilemektedir. Bu çalışmada da öğrenci düşüncesi, temsillerin kullanımı ve sınıf içi tartışmalarda gelişim gösteren öğretmenlerin öğretim bilgileri de buna bağlı olarak etkilenmiş ve gelişmiştir. Bu sonuç öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarının gelişimini destekleyen benzer bir çalışmada öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini yeterli şekilde açıklayabilmelerinin onların öğretimlerini de geliştirilebilecek bir potansiyele sahip olduğu sonucuyla (Wilson, Mojica ve Confrey, 2013) benzerlik göstermektedir. Aynı zamanda bu çalışmayla matematik öğretim bilgi bileşenlerinin sadece testler aracılığıyla ölçülerek belirlenmesinin yeterli olmadığı, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarının gözlenmesinin gerekliliği de ortaya çıkmıştır. Çünkü sınıf uygulamalarının yansımaları gözlenmeden öğretmenlerin öğretim bilgileri hakkında karar vermek kolay değildir. Pek çok araştırmacı da bu düşüncüyü savunmaktadır (Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003; Rowland, 2005, 2007; Rowland vd., 2009; Totto vd., 2008).

Mesleki gelişim etkinlikleri sürecinde TÖY hazırlanırken cebir öğrenimi ve öğretimi açısından önemli çalışmalarda vurgulanan cebirsel düşünmeyi geliştirecek örüntü oluşturma, matematiksel ilişkileri tahmin etme, genelleme ve doğrulama gibi etkinliklerden (Blanton ve Kaput, 2003) yararlanılmış, bu da öğretmenlerin

matematik öğretim bilgilerinin gelişimine yansımıştır. Dolayısıyla TÖY'nin diğer pedagojik bilgi bileşenlerinde olduğu gibi öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin gelişimine de önemli bir katkı sağladığı söylenebilir. Bu durum aynı zamanda öğretmenlerin başlangıçta ders planlamalarında genel olarak ders kitabına bağlı kalma alışkanlığının süreçte azalmasına, öğrenci bilgisinin planlamaya dâhil edilmesinin öğrenilmesine ve bu yönde gelişim sağlanmasına da yol açmıştır. Dolayısıyla Edgington'nun (2012) da vurguladığı gibi, TÖY'lerinin benzer şekilde ders planlama sürecinde de etkili bir rol oynadığı söylenebilir. Aynı zamanda TÖY'lerinin ve ders planlarının hazırlanması sürecinde alan yazındaki kaynakları araştırma, okuma, analiz etme ve yorumlama çalışmaları, Jacobs, Lamb ve Philip (2010) ile Wilson, Mojica ve Confrey'in (2013) çalışmalarında vurguladıkları öğretmenlerde araştırma tabanlı bilgi kazanımı da sağlanmıştır.

Çalışmada öğretmenlerde gözlenen önemli gelişme de işlemsel etkinliklerin öğrenci başarısına katkı sağlayacağı düşüncesinin değişmesidir. Diğer bir deyişle bu çalışmayla öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında çok soru çözümlerin kavram öğretiminde daha etkili olduğu inancının bir bakıma yıkıldığı söylenebilir. Bu sonuç Davis'in (1989, s. 117) öğrencilerin kavramları anlamadan bir ritüel olarak gerçekleştirdiği işlemlerin sonucunda matematiği yapma ve öğrenmede mükemmel bir başarıya ulaşacakları beklentilerine dayalı yapmış olduğu eleştiriyle paralellik göstermektedir. Diğer yandan, bu çalışmada öğretmenlerin öğretimlerde benzer terimleri toplama ve meyve salatasını kullanma gibi cebire özgü (Tirosh, Even ve Robinson, 1998) yolların kullanımına dair ve matematiksel açıklamaları sıklıkla kullanma gibi alışkanlıklarının değiştirilmesinde zorlanılmıştır. Öğretmenlerin öğrencilerinin öğrenmelerine dair bu yöndeki inançlarının bu alışkanlıkları sürdürmeleri üzerinde etkili olması, bu zorluğun yaşanmasının bir nedeni olarak görülebilir. Bu sonuç Heinz vd.'nin (2000, s. 83) öğretmenlerin algılarının, onların mesleki gelişimlerden edindikleri her bir bilgi ve deneyimin kendi inançları doğrultusunda şekillendiği ve bu inançların öğretimlerde kullanacakları kaynakların belirlenmesine olanak tanıdığı düşüncesi ile desteklenmektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin inançlarındaki değişimin, mesleki gelişim etkinlikleri sonucunda istenilen hedeflere ulaşmalarına katkı sağladığı söylenebilir.

Öğretmenlerin kullandığı pedagojik yollardaki gelişimlerinin sağlanmasında TÖY'larının önemli bir rol oynadığı gerçeği bu çalışmayla gösterilmiştir. Dolayısıyla TÖY'larının mesleki gelişim çalışmalarını destekleyen önemli bir strateji olduğu söylenebilir (Wilson, Mojica ve Confrey, 2013). Bu çalışma aynı zamanda öğretmen bilgisinin sınıf içi uygulamalara entegrasyonu ile öğrenci düşüncesini analiz etme ve yorumlamayı desteklemede kullanılacak bir diğer stratejinin de GÖZ-GÖR olduğunu göstermiştir. Çalışma kapsamında GÖZ-GÖR olarak adlandırılan bu strateji video kayıtları üzerinden gözlem yapmayı ve öğrencilerle gerçekleştirilen birebir görüşmeleri içermektedir. Gözlem, iyi bir örnek olabilecek sınıf uygulama ve öğrencilerle yapılmış birebir görüşme videoları ile öğretmenlerin kendi sınıf uygulama videolarının izlenerek analiz edilmesi ve yorumlanması olarak ele alınmıştır. Örnek sınıf uygulama videosunun ve kendi öğretimlerine ait videoların izletilmesi öğretmenlerin sahip oldukları kuramsal bilgilerini uygulamaya nasıl dönüştürebileceklerini daha net algılamalarını sağlamıştır. Örneğin temsiller arası ilişkilendirmenin nasıl yapılacağı sözel ve yazılı olarak anlatılmasına karşın, öğretmenler bu duruma örnek olan videoyu izlemelerinin ardından bilgilerini daha anlamlandırmış ve bu anlayışlarını uygulamalarına yansıtmışlardır. Bu sonuç yapılan pek çok çalışmayla paralellik göstermektedir (Örn., Kreb, 2005; Maher, 2008; Sherin ve van Es, 2005). Örneğin, yapılan mesleki gelişim çalışmalarında video izletilmesinin öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine odaklanmalarını ve bu düşünceleri daha iyi analiz etmelerini, öğrenci çalışmalarını daha iyi değerlendirmelerini sağladığı, matematik alan bilgilerini geliştirdiği ve öğrenmeye dair inançlarını etkilediği ortaya koyulmuştur (Horvath ve Lehrer, 2000; Philipp vd., 2007). Bu çalışmada da benzer davranışlara ek olarak öğretmenler izledikleri örnek videolar üzerinden öğrenci düşüncesi karşısında izlenen yollara odaklanmış ve kendi öğretimlerinde benzer yolları kullanmaya başlamışlardır. Bu sonuca benzer bir sonuç Sherin ve van Es'in (2005) çalışmalarında da rastlanmıştır. Öte yandan bahsi geçen çalışmalardan farklı olarak bu çalışma kapsamında öğretmenlerin kendi sınıf içi videolarını izletme, analiz etme ve yorumlama şeklinde gerçekleştirilen etkinlikler, öğretmenlerin uygulamalarındaki eksikliklerini görmeleri yönünde bir farkındalık sağlamıştır.

Görüşme ise öğretmenlerin planlamış oldukları bir görev aracılığıyla öğrencileriyle yapmış oldukları birebir görüşmeleri içermektedir. Bu çalışma kapsamında öğretmenlerin yapmış oldukları görüşmeler, onların sınıf içindeki öğrenci düşüncelerini dinlemelerinin ve bu dinlemelerin sonucunda verdikleri tepkilerin ve sorgulama becerilerinin gelişmesine katkı sağlamıştır. Bu sonuç Confrey'in (1993) araştırmasında ortaya koymuş olduğu sonuç ile benzerlik göstermektedir. Aynı zamanda çalışma kapsamında öğretmenlerin öğrenci düşüncesi karşısında izlemiş olduğu yollar Empson ve Jacobs'ın (2008) öğretmenlerin öğrencileri dinleme davranışları üzerine yapmış olduğu 1) yönlendirici, 2) gözlemsel ve 3) yanıtlayıcı şeklindeki sınıflandırmaya benzer şekilde gelişim gösterdikleri de söylenebilir. Daha açık bir ifadeyle, öğretmenler başlangıçta öğrencilerin düşüncelerini yönlendirme eğilimi sergilemişler, süreçte gözlemlemeyi öğrenmişler ve araştırmanın sonlarına doğru düşünceler karşısında sorgulama becerilerinin gelişimiyle birlikte öğrenci düşüncelerini daha iyi anlayacak yollar izlemişlerdir. Bu sonuç alan-yazında öğretmenlere öğrenci görüşmesi yaptırma stratejisinin, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine odaklanmasını desteklemede etkili bir strateji olduğunu ortaya koyan pek çok çalışma ile (Confrey, 1993; Fennema vd., 1993; Fennema vd., 1996; Moyer ve Milewicz, 2002) desteklenmektedir.

Sonuç olarak öğrenci düşüncesinin ve temsillerin kullanımını öğrenme, sınıf içi tartışmalarını yönlendirme ve matematik öğretim bilgilerinin gelişimini destekleyen TÖY'larının ve GÖZ-GÖR'ün, öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin sağlanmasında kullanılabilir iki önemli strateji olduğu bu çalışma kapsamında görülmüştür. Yapılan araştırmalarda da belirtildiği üzere ÖY'ları öğretim etkinliğini belirlemede, sınıf tartışmalarında, öğretmen-öğrenci etkileşiminde ve öğrenci düşüncelerini analiz etmede öğretmenlere kuramsal bir çerçeve sağlamaktadır (Wilson, 2009). Aynı zamanda TÖY'larına dayalı oluşturulmuş GÖZ-GÖR stratejisi de bu bağlamda öğretmenlerin kullandıkları pedagojik yollarda gelişim göstermelerinde etkili olmuştur. Bu çalışma öğretmenlerin mesleğe atıldıktan sonraki süreçte desteğe gereksinimlerinin olduğunu ve yapılan mesleki gelişim etkinliklerinin sonucunda öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerinin yanı sıra sınıf içinde gerçekleştirdikleri matematik öğretimlerinin de geliştirilebilir olduğunu

kanıtlamıştır. Dolayısıyla öğretmenlerin kullandıkları pedagojik yolları geliştirmede diğer bir ifadeyle mesleki gelişimlerini desteklemede bu çalışma kapsamında kullanılan stratejilerin mesleki gelişim çalışmalarında kullanılabilir bir çerçeve oluşturduğu söylenebilir.

4.3. Öneriler

Öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin sağlanmasına yönelik gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen sonuçlara ve gelecekte yapılabilecek benzer çalışmalara yönelik öneriler bu bölümde sunulacaktır.

4.3.1. Araştırmanın sonuçlarına yönelik yapılan öneriler

1. Öğretmen eğitiminin sadece hizmet öncesi değil hizmet içinde de devam etmesi bir gerekliliktir. Bu gereklilikten yola çıkılarak gerçekleştirilen bu çalışma sonunda öğretmenlerin belli bileşenler bağlamında gelişim ve değişim gösterdikleri görülmüştür. Bu değişim ve gelişim sadece öğretmenlerin öğretim bilgilerinde değil aynı zamanda direnç gösterdikleri bazı alışkanlıkların değişiminde de gözlenmiştir. Bu nedenle sadece üniversiteler, Tübitak gibi kurumların bünyesinde gerçekleştirilen araştırmalar, tezler ya da projeler kapsamında değil, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından planlı ve sürekli uygulanan **alana özel** mesleki gelişime yönelik çalışmaların yapılması gereklidir.
2. Öğretmenlerle birlikte hazırlanan TÖY'larının mesleki gelişime yönelik pek çok bileşenin gelişiminde etkin bir rol oynadığı bu çalışma kapsamında görülmüştür. Ancak bu çalışmanın sadece altıncı sınıf cebir öğrenme alanı ile sınırlandırıldığı dikkate alındığında, hem sınıf düzeyleri hem de öğrenme alanları bağlamında öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde kullanılabilir TÖY'ları geliştirilebilir. Aynı zamanda bunlar matematik dersi öğretim programlarına ve öğretmenler için hazırlanacak kılavuz kitaplara yansıtılabilir.
3. Mesleki gelişim etkinlikleri kapsamında gerçekleştirilen ve bu çalışmada GÖZ-GÖR olarak adlandırılan stratejinin de yine mesleki gelişime yönelik pek

çok bileşenin gelişiminde etkin bir rol oynadığı görülmüştür. Özellikle gözlem kapsamında iyi bir örnek olabilecek sınıf uygulama ve öğrencilerle yapılmış birebir görüşme videoları ile öğretmenlerin kendi sınıf uygulama videolarının izletilmesinin öğrenci düşüncelerini analiz etme, yorumlama ve değerlendirilebilmede ve öğrenmeye dair inançların değiştirebilmede etkili olduğu dikkate alındığında, GÖZ-GÖR stratejisi hem öğretmen yetiştirme programlarına hem de mesleki gelişim programlarına entegre edilebilir. Hatta bu çalışmada uygulanan mesleki gelişim süreci, hazırlanacak mesleki gelişim programlarında bir model olarak kullanılabilir.

4. Bu çalışma öğretmenlerin matematik öğretim bilgilerini geliştirmenin matematik öğretimlerini de geliştirmeye yetmediği sonucunu göstermiştir. Dolayısıyla mesleki gelişim programları sadece testlerle ölçülerek belirlenen öğretmen bilgisini geliştirmeye yönelik değil aynı zamanda gözlem yoluyla belirlenecek sınıf içi uygulamalarda kullandıkları yolları geliştirmeye yönelik planlanabilir.
5. Bu çalışmada öğretmenlerin sahip oldukları öğrenmeye ve öğretime ilişkin inançlarının zor da olsa değişebildiği ancak bu inançların gelişim sürecini uzattığı görülmüştür. Bu nedenle öğretmenlerin öğrenmeye ve öğretime ilişkin inançlarının değiştirilmesine yönelik mesleki gelişim etkinlikleri planlanabilir. Örneğin Heinz vd. (2000) öğretmenlerin kendi öğrenmelerine yönelik farkındalık kazanmalarının öğrencilerinin nasıl öğrendiğine yönelik inançlarını etkilediğini belirttiği düşüncesinden hareketle öğretmenlerin kendilerinin öğrenebileceği öğrenme ortamları oluşturulabilir.
6. Bu çalışmada öğretmenlerin küçük grup çalışmalarını yürütme konusunda istekli olmadıkları ve bunu sınıf ortamına iyi taşıyamadıkları görülmüştür. Küçük grup çalışmalarının öğrencilerin öğrenmesinde etkili bir yol olduğu pek çok araştırma ile ortaya çıkarılmış olsa da gerçek öğretim ortamlarında çok fazla kullanılmadığı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin küçük grup çalışmalarını kullanmayı alışkanlık haline getirmelerini sağlayacak mesleki gelişim programları hazırlanabilir.
7. Bu çalışmada öğretmenlerin araştırma tabanlı bilgi kazanımları da söz konusu olmuştur. Bu nedenle öğretmenlerin öğrenme-öğretme sürecini

planlamalarında ders kitabı dışında farklı kaynaklara da yönelebilmelerini sağlamak adına çeşitli bilimsel veri tabanlarına ulaşabilmeleri için ortamlar oluşturulabilir ve öğretmenler bu ortamları kullanmaya teşvik edilebilir.

4.3.2. Gelecek araştırmalar için öneriler

1. Bu çalışmada ortaya çıkarılan mesleki gelişim modelinin geliştirilmesi ve daha büyük bir öğretmen grubu üzerinde test edilmesine yönelik araştırmalar desenlenebilir.
2. Bu çalışmada geliştirilen pedagojik yollar daha çok cebir öğrenme alanına özgü olduğundan, yapılacak başka çalışmalarla diğer öğrenme alanlarına ilişkin pedagojik yolların gelişimi sağlanabilir.
3. Bu çalışmada öğretmenlerle birlikte hazırlanan TÖY'larını daha büyük öğrenci grupları üzerinde test edecek araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Adler, J. (1999). Seeing and seeing through talk: The teaching dilemma of transparency in multilingual mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (1), 47-64.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A., Hızarcı, S. ve Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern and African Journal of Educational Research*, 10, 4-24.
- Aysan, F., Tanrıoğen, G. ve Tanrıoğen, A. (1996). Perceived Causes of Academic Failure Among the Students at the Faculty of Education at Buca. In G. Karagözoğlu (Ed.), *Teacher Training for The Twenty First Century* (pp. 12-31). İzmir: Buca Eğitim Fakültesi Yayınları.
- Ball, D. L. and Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes and L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey Bass.
- Ball, D.L., Hill, H.C. and Bass, H. (2005) Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, Fall, 14-22.
- Ball, D.L., Thames, M.H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389 – 407.
- Bardsley, M. E. (2006). *Pre-kindergarten teachers' use and understanding of hypothetical learning trajectories in mathematics education*. Unpublished doctoral dissertation. Buffalo, NY: State University of New York.
- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 5 (1), 225-249.
- Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (2), 185-204.

- Battista, M. (2010). Representations of learning for teaching: Learning progressions, learning trajectories, and levels of sophistication. In P. Brosnan, D. B. Erchick and L. Flewares (Eds.), *Proceedings of the Thirty-Second Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 60-71). Columbus, OH: The Ohio State University.
- Bendarz, N., Kieran, C. and Lee, L. (1996). *Approaches to algebra, perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer.
- Berg, B. L. (2001). *Qualitative research methods for the social sciences*. Boston: Allyn and Bacon.
- Black, P. and Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, 5 (1), 7-75.
- Brizuela, B. and Earnest, D. (2008). Multiple notational systems and algebraic understandings: The case of the “Best Deal” problem. In J. Kaput, D. Carraher and M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 273-301). Mahwah, NJ: National Council of Teachers of Mathematics.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C.-P. and Loef, M. (1989). Using knowledge of children’s mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26 (4), 499–531.
- Carpenter, T. P., Fennema, E. and Franke, M. L. (1996). Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, 97 (1), 3-20.
- Carr, W. (2007). Educational research as a practical science. *International Journal of Research and Method in Education*, 30, 271– 286.
- Chinnappan, M. and Lawson, M. J. (2005). A framework for analysis of teachers’ geometric content knowledge and geometric knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 197–221.
- Clements, D. and Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.

- Clements, D. H. and Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45, 443-494.
- Clements, D. H. ve Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics: Sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*, 7, 1-6.
- Cobb, P. and McClain, K. (2001). An approach for supporting teachers' learning in social context. In F.L. Lin and T. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 207-231). Netherlands: Springer.
- Cobb, P., Yackel, E. and Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics education*, 23, 2-33.
- Confrey, J. (2012). Better measurement of higher-cognitive processes through learning trajectories and diagnostic assessments in mathematics: The challenge in adolescence. In V. Reyna, M. Dougherty, S. B. Chapman and J. Confrey (Eds.), *The adolescent brain: Learning, reasoning, and decision making* (pp. 155-182). Washington, DC: American Psychological Association.
- Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G. and Myers, M. (2009). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning. Paper presented at *the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Thessaloniki, Greece.
- Corcoran, T., Mosher, F. A. and Rogat, A. (2009). Learning progressions in science: An evidence based approach to reform. Retrieved Nov 10, 2013 from http://www.cpre.org/images/stories/cpre_pdfs/lp_science_rr63.pdf.
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry ve research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Daro, P., Mosher, F. and Cocoran, T. (2011). *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction*. Philadelphia, PA: Consortium for Policy Research in Education.

- Davis, R. (1989). Three ways of improving cognitive studies in algebra. In S. Wagner and C. Kieran (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (pp. 115-119). Virginia: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dönmez, G. and Baştürk, S. (2010). Pre-service mathematical teachers' knowledge of different teaching methods of the limit and continuity concept. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 462-465.
- Dursun, Ş. and Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: Matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24 (2), 217-230.
- Earnest, D. and Balti, A. A. (2008). Instructional Strategies for Teaching Algebra in Elementary School: Findings from a Research Practice Collaboration. *Teaching Children Mathematics*, 14(9), 518-522.
- Edgington, C. P. (2012). *Teachers' uses of a learning trajectory to support attention to students' mathematical thinking*. Unpublished doctoral dissertation. Raleigh: North Carolina State University.
- Elliot, J. (1991). *Action Research for Educational Change*. Philadelphia: Open University Press.
- Evans, B. R. (2011). Content Knowledge, Attitudes, and Self-Efficacy in the Mathematics New York City Teaching Fellows Program. *School, Science and Mathematics*, 111 (5), 225-235.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 521-544.
- Fan, L. and Cheong, C. (2002). Investigating the sources of Singaporean mathematics teachers' pedagogical knowledge. In D. Edge and B. H. Yeap (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era* (pp. 224-231). Singapore: AME.
- Feldman, A. (2002). Existential approaches to action research. *Educational Action Research*, 10(2), 233-252.
- Fennema, E. and Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A*

project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 147-164). New York: Macmillan.

- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R. and Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 403-434.
- Ferrance, E. (2000). *Action Research: Themes in Education*. Northeast and Islands Regional Educational Laboratory: Brown University.
- Ferrini- Mundy, J., McCrory, R. and Senk, S. (2006). Knowledge of algebra teaching: Framework, item development and pilot results. Paper presented at *Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics*. St. Louis: MO.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L. and Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38 (3), 653-689.
- Franke, M. L. and Kazemi, E. (2001). Learning to teach mathematics: Focus on student thinking. *Theory into practice*, 40(2), 102-109.
- Franke, M. L., Kazemi, E. and Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Floden, R. E. and McCrory, R. (2007). Mathematical knowledge for teaching algebra: Validating an assessment of teacher knowledge. Paper presented at *11th AMTE annual conference*. Irvine: CA.
- Gann, J.H. and Friel, S.N. (1993). Making change in schools. *Arithmetic Teacher*, 40 (5), 286-289.
- Gay, A. S. (2008). Helping teachers connect vocabulary and conceptual understanding. *Mathematics Teacher*, 102 (3), 218-223.
- Gökkurt, B. and Soylu, Y. (2016). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Pedagojik Alan Bilgilerinin Bazı Bileşenler Açısından İncelenmesi: Koni Örneği. *İlköğretim Online*, 15 (3), 946-973.

- Graeber, A. and Tirosh, D. (2008). Pedagogical content knowledge: A useful or an elusive notion? In P. Sullivan (Ed.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development* (pp. 117-132). Amsterdam: Sense.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Guskey, T. R. (2002). Professional development and teacher change. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 8(3), 381-391.
- Gürbüz, K. and Durmuş, S. (2009). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Dönüşüm Geometrisi, Geometrik Cisimler, Örüntü ve Süslemeler Alt Öğrenme Alanındaki Yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 1-22.
- Heinz, K., Kinzel, M., Simon, M. A. and Tzur, R. (2000). Moving students through steps of mathematical knowing: An account of the practice of an elementary mathematics teacher in transition. *The Journal of Mathematical Behavior*, 19(1), 83-107.
- Hill, H.C., Rowan, B. and Ball, D.L. (2005) Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- Hill, H.C., Ball, D. L. and Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41 (5), 513-545.
- Hoedebeck, E. (2011). *Enhancing Instructional Strategies through Professional Development: A Qualitative Study of Engaging Teachers through Participatory Action Research*. Unpublished doctoral dissertation. East Eisenhower Parkway: New Mexico State University.

- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. and Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41 (2), 169-202.
- Kazemi, E. and Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 203-235.
- Kemmis, S. (2010). What is to be done? The place of action research. *Educational Action Research*, 18, 417-427.
- Kemmis, S. and McTaggart, R. (2000). Participatory action research. In N. Denzin and Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (2nd ed., pp. 576-605). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Klein, A., Starkey, P. and Ramirez, A. B. (2002). *Pre-K mathematics curriculum*. Glenview, IL: Scott Foresman.
- Lamberg, T. (2012). *Whole class mathematics discussions: Improving in-depth mathematical thinking and learning*. Upper Saddle River: Pearson Education.
- Leikin, R. (2006). Learning by teaching: The case of Sieve of Eratosthenes and one elementary school teacher. In R. Zazkis and S. R. Campbell (Eds.), *Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects* (pp. 115-140). Routledge: Taylor and Francis Group.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maloney, A. and Confrey, J. (2010). The construction, refinement, and early validation of the equipartitioning learning trajectory. Paper presented at *the 9th International Conference of the Learning Sciences*. Chicago: The University of Nottingham.
- Manouchehri, A. and St. John, D. (2006). From classroom discussions to group discourse. *Mathematics Teacher*, 99, 544-551.
- McCool, J. K. (2009). *Measurement learning trajectories: A tool for professional development*. Unpublished doctoral dissertation. US: Illinois State University.

- McCrorry, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D. and Senk, S. L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584-615.
- McCool, J. K. (2009). *Measurement Learning Trajectories: A Tool for Professional Development*. Unpublished doctoral dissertation. East Eisenhower Parkway: New Mexico State University.
- McNiff, J. (1997). *Action research for professional development: Concise advice for new action researchers*. Retrieved July 10 2016 from www.jeanmcniff.com/booklet1.html.
- Meece, J. (1996). Gender Differences in Mathematics Achievement: The Role of Motivation. In M. Carr (Ed). *Motivation in Mathematics* (pp. 113-130). New Jersey: Hampton Press.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve klavuzu*. Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi 5-8. sınıflar öğretim programı*. Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara.
- Mojica, G. F. (2010). *Preparing pre-service elementary teachers to teach mathematics with learning trajectories*. Unpublished doctoral dissertation. Raleigh: North Carolina State University.
- Miles, M. and Huberman, M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Myers, M. D. (2013). *Qualitative research in business and management*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Nathan, M. J. and Knuth, E. J. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and instruction*, 21(2), 175-207.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Norton, S. (2010). How deeply and how well? How ready to teach mathematics after a one-year program? *Mathematics Teacher Education and Development*, 12 (1), 65-84.
- Orton, J., Orton, A. and Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 121–136). London: Cassell.
- Özer, Y. and Anıl, D. (2011). Öğrencilerin fen ve matematik başarılarını etkileyen faktörlerin yapısal eşitlik modeline göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 313-324.
- Özoğlu, M. (2010). Hizmet içi eğitimde sorunlar ve çözüm önerileri. *Milli Eğitim Bakanlığı'nda Hizmet İçi Eğitimin Yeniden Yapılandırılması Panel ve Çalıştayı'nda* sunulan bildiri. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Özsevgeç, T. (2013). Veri toplama. M. Bütün ve S. B. Demir (Ed.), *Nitel Araştırma Yöntemleri: Beş Yaklaşımına Göre Nitel Araştırma ve Araştırma Deseni* içinde (s. 145-178). Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Papanastasiou, C. (2002). Effects of back ground and school factors on the mathematics achievement. *Educational Research and Evaluation*, 8 (1), 55-70.
- Park, S. and Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38 (3), 261-284.
- Powell, A. B., Francisco, J. M. and Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The journal of mathematical behavior*, 22(4), 405-435.

- Putnam, R. T. and Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning?. *Educational researcher*, 29 (1), 4-15.
- Rowland, T. (2005). The knowledge quartet: A tool for developing mathematics teaching. In M. Hahkioniemi, H. Leppaaho, P Nieminen and J. Viiri (Eds.), *Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association* (pp. 11-24). Jyvaskyla: Jyvaskyla University Printing House.
- Rowland, T. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the Knowledge Quartet*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Rowland, T., Huckstep, P. and Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23 (3), 97-102.
- Saldaña, J. (2015). *The coding manual for qualitative researchers*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Sherin, M. G. and van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' Professional vision. *Journal of Teachers Education*, 60 (1), 20-37.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Silver, C. E., Duncan, R. G. and Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational psychologist*, 42 (2), 99-107.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114-145.
- Simon, M. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 272-275). Netherlands: Springer.

- Smith, E. (2003). Stasis and change: Integrating patterns, functions, and algebra throughout the K- 12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin and D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards of School Mathematics* (pp. 136–150). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Somekh, B. (2006). *Action research: A methodology for change and development*. Maidenhead: Open University Press.
- Somekh, B and Zeichner, K. (2009). Action research for educational reform: Remodelling action research theories and practices in local contexts. *Educational Action Research*, 17, 5–21.
- Steffe, L. P. (1990). On the knowledge of mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4, 167-210.
- Steffe, L. P. (2004). On the Construction of Learning Trajectories of Children: The Case of Commensurate Fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 6 (2), 129-162.
- Stigler, J. W. and Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. New York: Free Press.
- Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P. H. and Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction toward a theory of teaching. *Educational Researcher*, 41 (5), 147-156.
- Şimşek, N. and Boz, N. (2016). Analysis of pedagogical content knowledge studies in the context of mathematics education in Turkey: A meta-synthesis study. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 16, 799-826.
- Tall, D. (1992). The transition from arithmetic to algebra: Number patterns or proceptual programming. *New Directions in Algebra Education*, 9, 213-231.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38 (169), 80-95.
- Tatto, M., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. and Rowley, G. (2008). *Teacher education and development study in mathematics (TEDS-M): Policy, practice,*

- and readiness to teach primary and secondary mathematics*. Amsterdam: Conceptual framework, IEA.
- Thornton, S. J. (2001). New approach to algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (7), 388-391.
- Tirosh, D., Even, R. and Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational studies in mathematics*, 35 (1), 51-64.
- Tsao, Y. L. (2005). Number sense of preservice elementary school teachers. *College Students Journal*, 39 (4), 647-679.
- Turan, S. and Yılmaz, D. (2013). Araştırmanın desenlenmesi ve örneklem seçimi. S. Turan, (Ed.), *Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama için bir Rehber* içinde (s. 55-84). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Türnüklü, E. B. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 21, 234-247.
- Tzur, R. (1999). An integrated study of children's construction of improper fractions and the teacher's role in promoting that learning. *Journal for research in mathematics education*, 30 (4), 390-416.
- Tzur, R., Simon, M. A., Heinz, K. and Kinzel, M. (2001). An account of a teacher's perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4 (3), 227-254.
- Uçar, Z. T. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2 (2), 87-102.
- von Glasersfeld, E. (1990). Environment and communication. In L. P. Steffe and T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 30-38). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Wachira, P., Pourdavood, R. G. and Skitzki, R. (2013). Mathematics teacher's role in promoting classroom discourse. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1, 664-704.
- Warren, E. and Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67 (2), 171-185.
- Wickstrom, M. H., Baek, J., Barrett, J. E., Cullen, C. J. and Tobias, J. M. (2012). Teacher's noticing of children's understanding of linear measurement. Paper presented at the 34th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Kalamazoo, MI: Western Michigan University.
- Wilson, P. H. (2009). *Teachers' uses of a learning trajectory for equipartitioning*. Unpublished doctoral dissertation. Raleigh: North Carolina State University.
- Wilson, P. H., Mojica, G. F. and Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 103-121.
- Yenilmez, K. and Duman, A. (2008). İlköğretimde matematik başarısını etkileyen faktörlere ilişkin öğrenci görüşleri. *Sosyal Bilimler Dergisi*, 19, 251-268.
- Yıldırım, A. (2013). Türkiye'de öğretmen eğitimi araştırmaları: Yönelimler, sorunlar ve öncelikli alanlar. *Eğitim ve Bilim*, 38 (169), 175-191.
- Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Ceylan, E. ve Yetişir, M. İ. (2013). *PISA 2012 Ulusal Ön Raporu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü.
- Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Ceylan, E. ve Yetişir, M. İ. (2013). *Türkiye Perspektifinden TIMSS 2011 Sonuçları*. Ankara: Türk Eğitim Derneği Tedmem Analiz Dizisi I.

(1. HAFTA)

Kazanım:

6.2.1.1.a. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder.

6.2.1.1.b. Kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.

1. GÖREV:



Yukarıda kürdanlardan oluşturulmuş ilk üç adımı verilmiş bir örüntü yer almaktadır.

- Örüntünün 4. ve 5. adımlarını oluşturunuz.
10. adımdaki şekil kaç kürdandan oluşmaktadır. Bulunuz.
50. adımdaki şekil kaç kürdandan oluşmaktadır. Bulunuz.
- Herhangi bir adımdaki kürdan sayısını bulmak için bir kural oluşturunuz.
- 25, 75, ve 81. adımlardaki kürdan sayısını bulunuz.

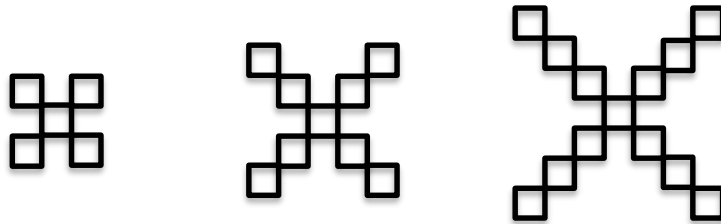
2. GÖREV:



Yukarıda bilyelerden oluşturulmuş ilk üç adımı verilmiş bir örüntü yer almaktadır.

- Örüntünün 4. ve 5. adımlarını oluşturunuz.
12. adımdaki şekil kaç bilyeden oluşmaktadır. Bulunuz.
100. adımdaki şekil kaç bilyeden oluşmaktadır. Bulunuz.
- Herhangi bir adımdaki bilye sayısını bulmak için bir kural oluşturunuz.
- 35, 80, ve 111. adımlardaki bilye sayısını bulunuz.

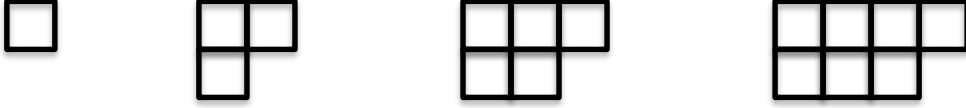
3. GÖREV:



Yukarıda karelerden oluşturulmuş ilk üç adımı verilmiş bir örüntü yer almaktadır.

- Örüntünün 4. ve 5. adımlarını oluşturunuz.
15. adımdaki şekil kaç kareden oluşmaktadır. Bulunuz.
100. adımdaki şekil kaç kareden oluşmaktadır. Bulunuz.
- Herhangi bir adımdaki kare sayısını bulmak için bir kural oluşturunuz.
- 27, 53, ve 72. adımlardaki kare sayısını bulunuz.

4. GÖREV:



Yukarıda karelerden oluşturulmuş ilk dört adımı verilmiş bir örüntü yer almaktadır.

- Örüntünün 5. ve 6. adımlarını oluşturunuz.
13. adımdaki şekil kaç kareden oluşmaktadır. Bulunuz.
101. adımdaki şekil kaç kareden oluşmaktadır. Bulunuz.
- Herhangi bir adımdaki kare sayısını bulmak için bir kural oluşturunuz.
- 56, 64, ve 89. adımlardaki kare sayısını bulunuz.

5. GÖREV:

a. 3,5,7,9,11,...

- Yukarıdaki sayı örüntüsüne uygun bir şekil örüntüsü çiziniz.
- 10. adımında yer alan sayı nedir??
- Herhangi bir adımda olacak sayısını bulmak için kullanılacak kuralı sözel olarak açıklayınız.
- Açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.
- 32, 46, 89. adımlardaki sayıları bulunuz.

b. 5,8,11,14...

- 12. adımında yer alan sayı nedir?
- Herhangi bir adımda olacak sayısını bulmak için kullanılacak kuralı sözel olarak açıklayınız.
- Açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

c. 5,9,13,17,...

- 11. adımında yer alan sayı nedir?
- Herhangi bir adımda olacak sayısını bulmak için kullanılacak kuralı sözel olarak açıklayınız.

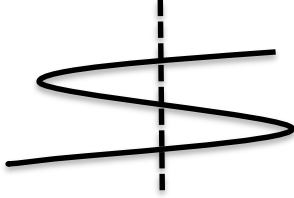
- Açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

6. GÖREV:

Ayberk bir bisiklet almak istemektedir. Babası da bisiklet almasına destek olmak için Ayberk'e her hafta 4 lira vermektedir. Ayberk'te bütün parasını kumbarasına atarak babasının verdiği tüm parayı biriktirmektedir. Ayberk'in 2,3,4 ve 5. hafta sonra kaç lirası olur? Ayberk 20 hafta sonra kaç lira biriktirir? 'h' hafta sonun Ayberk'in ne kadar parası olur?

7. GÖREV:

Bir tel parçası alarak iki boğumu olacak şekilde bükünüz.

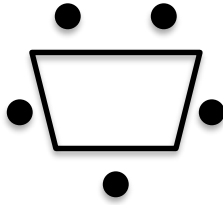


Katlı halde duran teli şekildeki gibi bir kere kesiniz. Kaç parça teliniz olduğunu yazınız. Başka bir tel parçasını aynı şekilde iki boğumlu olacak şekilde büküp, iki farklı yerden kesiniz ve kaç parçanız olduğunu yazınız. Bu işlemi 3,4 ve 5 kesik olacak şekilde devam edip parça sayılarını kaydediniz.

- Her bir kesikte kaç parçanız olduğunu bir tablo yaparak gösteriniz.
- Verilerinizde bir örüntü fark ettiniz mi?
- Kesme sayısı ile tel parçası sayısı arasındaki ilişkiyi sözel olarak açıklayınız.
- İlişkiyi cebirsel olarak (sembolik olarak) ifade ediniz.
- 100 kesikten sonra elimizde kaç parça tel olacaktır?

8. GÖREV:

Aşağıdaki yamuk şeklindeki masada 5 kişi oturmaktadır.






Yamuk şeklindeki iki masa birleştirilirse masaya kaç kişi oturur? Yamuk şeklindeki üç masa birleştirilirse masaya kaç kişi oturur? Dört masa birleştirilirse kaç kişi oturur?



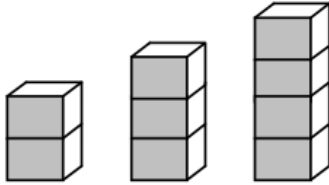
Verilerinizi bir tablo yaparak gösteriniz. Masa sayısı ile oturan kişi sayısı arasında bir ilişki bulabilir misiniz? Bulduğunuz ilişkiyi kullanarak 20 ve 100 masada kaç kişi oturacağını tahmin ediniz. 'm' masanın olduğu bir oturma düzeninde kaç kişi oturabileceğine yönelik bir kural tanımlayınız.

9. GÖREV:

1. gün 
2. gün 
3. gün 




Bir tırtıl yukarıda var olan şemaya göre büyümektedir. Bu tırtıl büyüme devam ederse 4. gün, 5. gün, 6. gün, 10. gün, 100. gün ve x. gün uzunluğu ne kadar olur? (uzunluğunu gövdesindeki yuvarlakları sayarak bulunuz)

10. GÖREV:



Ali kendisi için bir oyun tasarlamıştır. Ali'nin oyununda yukarıdaki şekilde var olan küplerden oluşmuş kuleler bulunmaktadır. Ali küplerin dış yüzlerini boyaması gerekmektedir. Buna göre Ali'nin 10, 50 ve n katlı bir kule için kaç tane kare yüz boyaması gerekir?

11. GÖREV:

1. gün 
2. gün 
3. gün 

Bir yılan yukarıda var olan şemaya göre büyümektedir. Bu yılan büyüme devam ederse 4. gün, 5. gün, 6. gün, 10. gün, 100. gün ve x. gün uzunluğu ne kadar olur? (Yılanın uzunluğunu gövdesindeki kareleri sayarak bulunuz. Örneğin 1. gün yılanın uzunluğu $\frac{3}{2}$, 2. gün yılanın uzunluğu 2'dir.)

12. GÖREV:



Jale bir ağaca 2 metre uzaklıktan yürümeye başlamıştır. Jale'nin bir adımı $\frac{1}{4}$ metre uzunluğundadır ve her bir adımında ağaçtan uzaklaşmaktadır.

- Jale 6 adım attıktan sonra ağacın kaç metre uzağında olur?
- Jale 20. ve 50. adımlarından sonra ağaçtan kaç metre uzaklaşmış olur? Jale'nin adım sayısı ile ağaçtan uzaklığı arasında nasıl bir ilişki vardır?
- Jale 'n' adım attıktan sonra ağaçtan ne kadar uzaklaşmış olur?
- Jale 70, 98 ve 123 adım attıktan sonra ağaçtan ne kadar uzakta olur?

(2. HAFTA)

Kazanım:

6.2.1.2.a. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi yazar.

6.2.1.2.b. Verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.

1. GÖREV:

Aydın 33 liraya bir kazak almak istemektedir. Aydın'ın kumbarasında 12 lira parası bulunmaktadır. Aydın'ın kazağı alabilmek için ne kadar daha para biriktirmesi gerekmektedir? (Cebirselleştirilmiş aritmetik problem)

- Aydın'ın almak istediği kazak 38, 45 ya da 53 lira olsaydı, Aydın'ın ne kadar daha para biriktirmesi gerekirdi?
- Problemin çözümünde sabit kalanlar nelerdir? Değişkenler Nelerdir?
- Kazağın fiyatının ne kadar olduğunu bilmeye gerek kalmadan, kazağı almak için gereken parayı bulmaya yarayacak cebirsel ifade olarak nasıl yazılabilir?

2. GÖREV:

Ayşe'nin 4 tane kalem vardır. Kadir Ayşe'ye 3 kalem daha verirse Ayşe'nin kaç tane kalem olur?

- Kadir Ayşe'ye 6, 13 ve 20 kalem verirse Ayşe'nin kaç tane kalem olur?
- Kadir'in verdiği kalem sayısının bir önemi olmaksızın, Kadir Ayşe'ye herhangi sayıda kalem verdiğinde Ayşe'nin sahip olacağı kalem nasıl ifade edebiliriz?

3. GÖREV:

Bir telefon şirketi (Avea, Vodafone) her arama için bir tarife sunmaktadır. Bu tarifeye göre her arama 2 lira ve her dakika da 4 lira üzerinden ücretlendirilecektir.

- 3 dakika konuşan bir kişi ne kadar ücret öder? 5 dakika, 12 dakika ve 17 dakika konuşan kişi ne kadar ücret öder?
- Bir kişi ne kadar konuşursa konuşsun, yapmış olduğu telefon konuşmasına ödeyeceği para cebirsel olarak nasıl ifade edilebilir?

4. GÖREV:

Ahmet'in 40 lira parası vardı. Ahmet bir miktar parasını harcamıştır. Ahmet'in kalan parası cebirsel olarak nasıl ifade edilebilir?

5. GÖREV:

Fatma bilyelerinin yarısının 2 fazlasını Osman'a vermiştir. Osman'ın bilye sayısı cebirsel olarak nasıl ifade edilebilir?

6. GÖREV:

Bir sayının 6 fazlasının yarısı cebirsel olarak nasıl ifade edilebilir?

7. GÖREV:

Ayşe gitmek istediği yolu 5 saatte gidiyorsa, 1 saatte gittiği yol cebirsel olarak nasıl ifade edilebilir?

8. GÖREV:

Aşağıdaki cebirsel ifadelere uygun olan sözel durumlar yazalım ve yazdığımız durumların uygun olup olmadığını tartışalım.

$a + 6$
$2k + 5$
$\frac{x}{10} + 2$

$20 - n$
$\frac{b - 5}{3}$

(3. HAFTA)

Kazanım:

6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

6.2.1.5.a. Cebirsel ifadelerle toplama işlemleri yapar.

6.2.1.5.a.1. Kat sayısı pozitif tam sayı olan cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapar.

6.2.1.5.a.2. Kat sayısı negatif tam sayı olan cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapar.

6.2.1.5.a.3. Kat sayısı kesirli sayı olan cebirsel ifadelerle toplama işlemi yapar.

1. GÖREV:

Aşağıda bir sayı puzzle'ı yer almaktadır. Sözel ifadelerle uygun sayısal değeri, modeli ve cebirsel ifadeyi yazınız.

Sözel İfade	Sayı	Model	Cebir
Aklından bir sayı tut	6		a
Tuttuğun sayıyı 2 ile çarp	$6 \times 2 = 12$		$2 \times a = 2a$
3 ekle	$(6 \times 2) + 3 = 15$		$2a + 3$
7 çıkar	$(6 \times 2) + 3 - 7$ $15 - 7 = 8$		$2a + 3 - 7 =$ $2a - 4$
2'ye böl	$\frac{8}{2} = 4$		$\frac{2a - 4}{2} = a - 2$
2 ekle	$4 + 2 = 6$		$a - 2 + 2 = a$
Sonuç: Tuttuğum sayı			

2. GÖREV:

$3a + 5a$ cebirsel ifadesinin farklı temsilleri nelerdir?

3. GÖREV:

Benim bir miktar kalemim bulunmaktadır. Ayşe'nin ise benim kalemlerimden 5 fazla kalemi bulunmaktadır. Buna göre ikimizin toplam kalem sayısı nasıl ifade edilebilir?

4. GÖREV:

A. $(3a+5) + (2a+3)$ ifadesinin en sade hali nedir?

B. $(4m-4) + (m-8)$ ifadesinin en sade hali nedir?

C. $(-2y+3) + (y-2)$ ifadesinin en sade hali nedir?

D. $(-3z-2) + (-2z+4)$ ifadesinin en sade hali nedir?

E. $(\frac{a}{2} + 2) + (\frac{2a}{5} - 1)$ ifadesinin en sade hali nedir?

(4. HAFTA)

Kazanım:

6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin alacağı farklı doğal sayı değerlerini hesaplar.

6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

6.2.1.5.a. Cebirsel ifadelerle çıkarma işlemleri yapar.

6.2.1.5.a.1. Kat sayısı pozitif tam sayı olan cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapar.

6.2.1.5.a.2. Kat sayısı negatif tam sayı olan cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapar.

6.2.1.5.a.3. Kat sayısı kesirli sayı olan cebirsel ifadelerle çıkarma işlemi yapar.

1. GÖREV:

Aşağıdaki cebirsel ifadelerin en sade hallerini model üzerinde bularak gösteriniz.

a. $(3k+2) - (k+1)$

b. $(-2m+5) - (-m+2)$

c. $(-5m-3) - (2m-2)$

d. $-4a - 5 - 3a + 3$

e. $2k + 3 - 5k - 3a - 4 + a$

2. GÖREV:

Aşağıdaki cebirsel ifadelerin en sade hallerini bulunuz.

a. $33x + 10 - 22x - 8$

b. $-24z - 12a + 13 + 15z + 9a - 4$

c. $(-17f + 9) - (-12f - 5)$

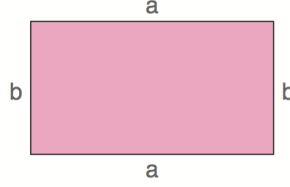
d. $\frac{5x}{3} - 4 - \frac{2x}{9} + 2$

(5. HAFTA)

Kazanım:

6.2.1.6. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

1. GÖREV:



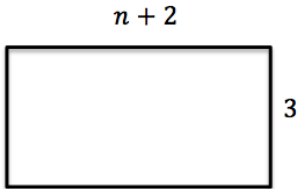
Yukarıdaki dikdörtgenin çevresi nasıl hesaplanabilir.

2. GÖREV:



Kerem kürdan kullanarak n tane üçgen ve n tane kare oluşturmuştur. Buna göre Kerem toplamda kaç tane kürdan kullanmıştır?

3. GÖREV:



Yukarıdaki dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanabilir?

4. GÖREV:

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri model üzerinde gösteriniz ve cebirsel ifadelere eşit olan diğer cebirsel ifadeleri yazınız.

a. $(2x + 1)2$

b. $4(a - 3)$

5. GÖREV:

Aşağıdaki cebirsel ifadelere eşit olan diğer cebirsel ifadeleri yazınız.

a. $24(5x+12)$

b. $12(5+3y+k)$

c. $(5f+2a)^2$

d. $\frac{1}{2}(z+6)$

6. GÖREV:

Bir market, x TL'ye aldığı bir teneke zeytinyağını 4 TL kâr ekleyerek satıyor. Bu markette satılan 6 teneke zeytinyağından elde edilecek para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi yazınız.

EK-2: Öğretmen Görüşme Soruları

<p>1. Öncelikle altıncı sınıfta cebir öğreten bir öğretmen olarak biraz kendinizden bahsetmenizi isteyeceğim;</p> <p>- Kaç yıldır öğretmensiniz? Kaç yıldır Cebir konusunu öğretiyorsunuz?</p> <p>- Cebir öğretiminde hangi tür kaynaklardan yararlanıyorsunuz? (Ders kitabı, kaynak kitap...)</p> <p>- Cebir öğretmeyi seviyor musunuz? (Neden? Hangi yönlerini?)</p> <p>Cebir öğretimini zor buluyor musunuz? (Neden? Hangi yönlerden?)</p>
<p>2. Öğretimler sırasında örüntüyü öğrencilerinize nasıl tanımlıyorsunuz?</p> <p>- Altıncı sınıf için nasıl bir örüntü örneği kullanıyorsunuz? Verdiğiniz örüntü ne tür bir örüntüdür?</p> <p>- Diğer örüntü çeşitlerine ilişkin örnek verebilir misiniz?</p>
<p>3. Değişken kavramını öğretirken nasıl tanımlar mısınız?</p> <p>- Değişkenin kullanımına ilişkin bir örnek verir misiniz?</p> <p>-Verdiğiniz örnekte değişkenin rolü nedir?</p> <p>- Değişken başka hangi rollerde bulunmaktadır?</p>
<p>4. Kitapta “$5n, n+2, 3n-1...$ biçimindeki ifadelere cebirsel ifade, bu cebirsel ifadelerdeki n harfine de bilinmeyen veya değişken denir. Bu harf, sayıları temsil eder.” Şeklinde bir tanım veriliyor. Bu tanıma değerlendirir misiniz?</p>
<p>5. Altıncı sınıf cebir konusuna gelmeden önce 1. sınıftan- 6. sınıftaki cebir konusuna kadar öğrencilerin öğrendikleri hangi konular cebir konusunun ön bilgisini oluşturuyor?</p> <p>a. Siz cebir konusunun anlatımında nasıl bir sıra takip ediyorsunuz?</p> <p>-Örneklerin seçiminde nasıl bir sıra izliyorsunuz? Örnekler vererek açıklar mısınız?</p>
<p>6. Altıncı sınıf öğrencilerine cebir konusunu öğretirken (örüntüyle başlıyor, cebirsel ifadeler, sözel bir duruma cebirsel bir ifade yazma ve cebirsel ifadelerle işlemler) öğrencilerin en çok yaptıkları hatalar nelerdir?</p> <p>a. Siz bu hataları sebebiyet vermemek için ya da hataları düzeltmek için nasıl bir strateji izliyorsunuz? Nasıl bir öğretim yapıyorsunuz?</p> <p>b. Hangi temsil, materyal ya da örnekleri seçiyorsunuz?</p>

c. Öğrencilerin matematiksel fikirlerini ortaya çıkaracak ne tür sorular yöneltiyorsunuz?

7. Size verilen kart üzerinde yazan ifadeleri tek tek inceleyelim.

a. $3f=1y$ (3 feet ve 1 yard) [f ve y harfleri]

b. e, c, π

c. $5x-9=91$ ifadesindeki x

d. $a+b=b+a$ ifadesindeki a ve b

e. $y=9x-2$ ifadesindeki y ve x

f. $y=mx+b$ ifadesindeki m ve b

g. $e \star x=x$ ifadesindeki e ve x

- Her bir ifadedeki değişkenin rolünü değerlendirebilir misiniz?

- Bu ifadelerin öğretiminde hangi sıralamayı tercih edersiniz? (Phillip, 1992)

- Neden böyle bir sıralamayı tercih ettiniz?

8. 6.2.1.1. Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin is-
tenilen terimini bulur.

6.2.1.2. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifade-
ye uygun sözel bir durum yazar.

6.2.1.3. Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için
hesaplar.

6.2.1.4. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.

6.2.1.5. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.

6.2.1.6. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

Size verilen kart üzerinde altıncı sınıfın cebir kazanımları yer almaktadır.

Kazanımlar hakkında biraz konuşmak istiyorum.

- Cebir öğrenme alanına başlanırken neden bu kazanımlar tercih edilmiş?

Kazanımları değerlendirir misiniz?

- Kazanımların sıralaması hakkında ne düşünüyorsunuz? Siz nasıl bir öğretim
planlamayı tercih edersiniz?

- Her bir kazanıma ilişkin bir kısa bir örnek ya da etkinlik açıklayabilir misiniz?

9.

Aşağıda bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir. Örüntü kareler ve üçgenlerden oluşmaktadır.



- Örüntünün 4. ve 5. adımlarını çiziniz.
- Örüntünün 10. adımında kaç tane kare ve üçgen olduğunu bulunuz.
- Örüntünün 100. adımında kaç tane kare ve üçgen olduğunu bulmaya yarayacak bir ilişki söyleyiniz.
- 64 üçgenin yer aldığı şekil örüntünün kaçınıcı adımında bulunmaktadır.
- Örüntünün herhangi bir adımında kare sayısı ve üçgen sayısını bulmak için kullanılabilecek bir kural yazınız.

(1) Yukarıda verilen etkinlikte öğrencilerden beklediğiniz olası doğru cevap ya da cevaplar ne olacaktır? Çizer misiniz?

(2) “Örüntünün herhangi bir adımında kare sayısı ve üçgen sayısını bulmak için kullanılabilecek bir kural yazınız.” sorusuna ilişkin kabul edeceğiniz iki doğru öğrenci cevabı ne olacaktır. Yazınız ve açıklayınız.

(3) Şeklindeki bir etkinlikte öğrencilerin yapabileceği olası hatalar ya da zorlanacakları noktalar nelerdir?

- Siz bir öğretmen olarak öğrencilerin yapmış oldukları hataları gidermek için ne tür yollar izlersiniz?

10. “Bir üniversitede profesörlerin altı katı kadar öğrenci bulunmaktadır.

Profesör (P) ve öğrenci (Ö) sayısı arasındaki ilişkiyi ifade eden denklemi yazınız.” [Philip, 1992; Rosnick, 1981]

- Sorunun denklemini söyler misiniz?

-Denkleminizdeki değişkenlerin neye karşılık geldiğini söyler misiniz?

b. Öğrencilerin verebileceği olası hatalı yanıtları ne olabilir? (Eğer öğretmen herhangi bir şey söylemezse olası hatalı yanıt olarak: $6Ö=P$ denklemi söylenebilir.)

- Öğrenci neden böyle bir hata yapmış olabilir?

- Öğrencinin bu hatasını gidermek için nasıl bir yol takip edilebilir?

11. “ $2n+3$ ifadesindeki n sembolü neye karşılık gelmektedir?” sorusuna Ahmet “ n hiçbir anlama gelmemektedir burada çünkü ifadede $=$ işareti yoktur. Örneğin $2n+3=9$ denkleminde $n=1$ 'dir.” cevabını vermiştir.

- Öğrencinin cevabını tartışır mısınız?

b. Öğrenciniz böyle bir yanıtına karşılık ona nasıl bir yanıt verirsiniz?
12. $t+t$ ile $t+4$ ifadelerinden hangisi daha büyüktür? “ $t+4$ daha büyüktür çünkü ton artı 4 ton artı tondan her zaman daha ağırdır.”
a. Öğrencinin cevabını tartışır mısınız?
b. Öğrenciniz böyle bir yanıtına karşılık ona nasıl bir yanıt verirsiniz?
13. “Ali, Seda’dan 4 cm daha uzundur. Seda n cm olduğuna göre, Ali kaç cm’dir?” Sorusunu çözerken altıncı sınıf öğrencileri arasında şöyle bir diyalog geçmiştir: Aral: Ayşe’nin boyu $4n$ ’dir, Sena: Hayır, Ali 104 cm’dir, Ayşe: Bence Ali’nin boyu $x+4$ cm’dir. Yukarıdaki cevapları veren öğrencilere hatalarını fark etmelerine yardımcı olmak için ne tür sorular sorarsınız?

EK-3. İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/605.01/2345881 / 76
Konu: Araştırma İzin Talebi.

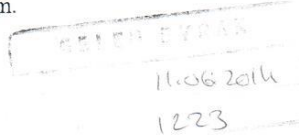
09/06/2014

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) 28.05.2014 tarih ve 575 – 6091 sayılı yazınız.
b) 08.05.2014 tarih ve 2322542 sayılı Valilik Oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Deniz EROĞLU'nun, 2014 – 2015 eğitim öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda görev yapan matematik öğretmenlerine yönelik tez çalışması yapabilmesine ait ilgi (b) Valilik Oluru ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.



Necmi ÖZEN
İl Milli Eğitim Müdürü

- Danışmanca
- ilejiliye

EKLER:

- 1: Valilik Oluru (1 sayfa)
- 2: Anket Çalışması ve ekleri (4 sayfa)
- 3: Okul Listesi (1 sayfa)

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Evrak Kayıt Servisi	
K. TARİHİ:	11 Haziran 2014
K. NOSU:	5677

Aslı ile aynıdır
5070 Sayılı Yasa ile
elektronik olarak
imzalanmıştır
4.0 Haziran 2014

Remzi ERCELİK
Müdür

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır
Evrak teyidi <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 9359-94c0-3b36-8380-4e83 kodu ile yapılabilir.

Büyükdere Mh. Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: <http://eskisehir.meb.gov.tr>
e-posta : sinavlar26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: S.ERDİL
Tel : (0 222) 239 72 00
Faks: (0 222) 239 39 22



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 42815220/605.01/2322542
Konu: Araştırma İzin Talebi.

08/06/2014

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nün 28.05.2014 tarih ve 575 - 6091 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü'nden alınan ilgi yazı ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Deniz EROĞLU'nun, "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Mesleki Gelişimlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Desteklenmesi" başlıklı tez çalışması yapmak için, 2014 – 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda görev yapan matematik öğretmenlerine yönelik anket uygulaması yapmak için izin talebinde bulunmuş olup, Anadolu Üniversitesince de kabul edilen çalışması "Sosyal Etkinlik İzinleri Değerlendirme Komisyonu" tarafından da konu incelenmiş ve söz konusu çalışmasını, okul ismi ve kişi adı soyadı belirtilmemek kaydıyla uygulanmasında sakınca görülmediği tespit edilmiştir.

Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Doktora programı öğrencisi Deniz EROĞLU'nun, Müdürlüğümüz tarafından da tasdik edilen tez çalışmasını, 2014 – 2015 Eğitim Öğretim yılında, Müdürlüğümüze bağlı ek listede adı geçen ortaokullarda görev yapan matematik öğretmenlerine, okul müdürleri' nin uygun göreceği saatlerde gerçekleştirmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Mehmet ŞENKÜL
Şube Müdürü

OLUR.

...../06/2014

Necmi ÖZEN

Vali a.

İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 inci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır

Büyükdere Mh. Atatürk Blv. No:247 ESKİŞEHİR
Elektronik Ağ: <http://eskisehir.meb.gov.tr>
e-posta : sinavlar26@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: S.ERDİL
Tel : (0 222) 239 72 00
Faks: (0 222) 239 39 22

EK-4. Kod Listesi

	KODLAR
Öğrenci Düşüncesinin Kullanımı	<ul style="list-style-type: none">- Etkinliği tanıtma/tanıtmama- Öğrencilere çözüm süresi tanıma/tanıtmama- Öğrenci çözümlerini takip etme/etmeme- Öğrencilerle ilgili bilgi toplama/toplamama- Yeterli süre tanıma/tanıtmama - Doğru yanıtlarını irdeleme/irdelememe- Doğru yanıtları birbiriyle ilişkilendirme- Öğrencinin doğru çözüm yolunu gözden düşürme/ön plana çıkarma- Doğru yanıtları ders ile ilişkilendirme/ilişkilendirmeme - Hatalı yanıtları göz ardı etme/ön plana çıkarma/tespit etme- Hatalı yanıtı irdeleme/irdelememe- Öğrenciye hata yaptığını söyleme- Öğrenciye hatanın nedenini söyleme- Hataları karşısında sorular sorarak anlamaya çalışma - Karmaşık düşünceyi gözden düşürme- Beklenmeyen düşünceyi gözden düşürme - Öğrencinin düşüncesini kesintiye uğratma- Öğrencileri süreç içinde değerlendirmeme- Düşünce olmamasına karşın sabit sırada derse devam etme- Hatalı düşüncelere karşın sabit sırada derse devam etme- Öğrencilerin anlamalarını değerlendirme- Öğrenci düşüncesine bağlı dersi revize etme- Öğrencilerin ilerleyişini takip etme/etmeme- Öğrenciye doğru yanıtı/ilişkiyi söyleme
Temsillerin Kullanımı	<ul style="list-style-type: none">- Şekil temsiline yapısını inceleme/inceleme- Şekil temsiline yapıyı sembolik olarak ifade etme/etmeme- Şekil temsili ile tablo temsili arasında ilişki kurma- Sembolik ifadeleri açık şekilde yazma/yazmama- Toplamsal ilişkiyi göz ardı etme- Toplamsal ilişkiyi çarpımsal ilişki ile ilişkilendirme- Temsili doğru kullanma/hatalı kullanma

Diğer Yolların Kullanımı	<ul style="list-style-type: none">- Basit örnekler kullanma- Cebirsel ifadelere sayısal örnekler sunma- Doğru fikri söyleme- Öğrencilerden yanıt alamadığı durumlara fikri söyleme- Temsiller arası ilişkileri söyleme- Hatalı yanıtları söyleme- Doğru çözümü söyleme- Öğrencilerin odaklanması gereken noktayı söyleme- Hataları sınıf içinde tartışma- Doğru çözümleri sınıf içinde tartışma- Beklenmeyen çözümleri sınıf içinde tartışma- Karmaşık çözümleri sınıf içinde tartışma- Öğrencileri küçük gruplarda çalıştırma
---------------------------------	--

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad :Deniz EROĞLU
Yabancı Dil : İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı : Eskişehir / 17.11.1986
E-Posta Adresi : denizc.eroglu@gmail.com
Telefon : 0554 441 19 20

Eğitim Geçmişi:

- Doktora : 2012 – 2016, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı. Tez adı: Ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına dayalı öğretimlerindeki pedagojik yolların desteklenmesi. Tez Danışmanı: Doç. Dr. Dilek Tanışlı.
- Yüksek lisans: 2009-2012, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü/ İlköğretim Fen ve Matematik Eğitimi Anabilim Dalı. Tez adı: Examining prospective elementary mathematics teachers' knowledge about students'mistakes related to fractions. Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mine Işıksal.
- Lisans : 2004-2009, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi/ İlköğretim Bölümü/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı (İngilizce).

Mesleki Geçmişi:

- 2009-2012, Araştırma Görevlisi, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği
- 2012-2016, Araştırma Görevlisi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü/İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı (35. madde ile görevli)

Seçilmiş Yayınları:

- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakóltesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307., Doi: 10.17522/nefemed.53039
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Eylem araştırması sürecine katılmıs bir ortaokul matematik öğretmeninin alan bilgisindeki ve öğretimlerindeki değişimler. 2. *International Eurasian Educational Research Congress*'inde sunulan bildiri.
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Windows on students' algebra: Describing their habits of mind. Poster paper presented at the *Ninth Congress of European Research in Mathematics Education*.