

PARABOLİK REFLEKTÖR ANTENİN
ELEKTROMAGNETİK IŞIMA ALANIN SENTEZİ

Hüseyin Oğuzoğlu

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliđi Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliđi Anabilim Dalı
Elektronik Mühendisliđi Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç.Dr. Ali Oktay

✓

Şubat-1989

Hüseyin Oğuzoğlu'nun YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Parabolik Reflektör Antenin Elektromagnetik Işıma Alanın Sentezi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

.25./ .3./ .1989

Üye: Doç.Dr. Ali Oktay

Üye: Doç.Dr. Selami Kılıçkaya

Üye: Doç.Dr. Hamdi Atmaca

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .10.NİŞAN.1989
gün ve ...209/11... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Rüşdem Kaya
Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada amaç parabolik-silindirik reflektör antenin karakteristiklerini araştırmak ve ışımaya diyagramını çizebilmektir. Bunun için diğerklasik metodlar yerine uygun serilere açma ve örnekleme tekniklerini kullanabilmektir. İlk önce toplam haline dönüştürülen radyasyon integralinden ışımaya diyagramı çizdirildi. Sonra ışımaya diyagramından örnekler alınarak yansıtıcı yüzeyindeki akım dağılımı incelenmiştir.

SUMMARY

The purpose of this study is to study the characteristics of parabolic-cylindrical antennas and to draw their radiation diagrams. In order to achieve this purpose, some suitable series methods and sampling techniques can be used instead of the other classical methods. At first, a radiation diagram was plotted from the radiation integral which is converted into numeric summation. Then, current distributions in the reflecting surface were examined by taking samples from the radiation diagram.

İÇİNDEKİLER

1.	GİRİŞ	1
2.	AÇIKLIK ANTENLERİ	4
2.1	Huni Anten	4
2.2	Huni-Mercek Anten	5
2.3	Reflektör Anten	6
2.3.1	Çift reflektörlü sistem	7
2.3.2	Offset reflektör	7
3.	REFLEKTÖR ANTENLERİN İŞİMA ALANI	9
4.	ELEKTROMAGNETİK TEORİDE NÜMERİK HESAP YÖNTEMLERİ	15
4.1	Özfonksiyon Yöntemi	16
4.2	Moment Metodu	18
5.	ÖRNEKLEME METODU VE ANTEN İŞİMALARINA UYGULANMASI	21
6.	SİLİNDİRİK PARABOLİK REFLEKTÖRÜN İŞİMA ALANI	25
6.1	Analitik Yöntemler	29
6.1.1	Pseudo sampling	29
6.1.2	Fresnel integrali	31
6.1.3	Çözümde izlenen yol ve program	32
6.2	Parabolik Reflektörün Akım Sentezi	37
	SONUÇLAR	54
	KAYNAKLAR	55
	EK 1	56
	EK 2	59
	EK 3	61

1. GİRİŞ

Bundan aşağı yukarı yüzyıl kadar önce, 1887 de Hertz'in yaptığı ilk denemelerle gerçekliği kesin olarak ortaya konmuş bulunan elektromagnetik dalgalar, o günden bu yana güncel yaşamımıza daha çok girmiş ve değişik uygulamalarıyla yaşamımızı temelden etkilemiştir.

Mikrodalga frekanslarında elektromagnetik dalgalar optik ışınların özelliklerine yaklaştıkları için, bu frekanslardaki antenler dalgaları toplayıcı etkiye sahiptir. Bu tip antenlerin gelişmesi ikinci dünya savaşı sırasında başlamış ve daha sonra çok hızlanmıştır. Bunun sebebi magnetron gibi güçlü yüksek frekans osilatörünün ortaya çıkması ve radarın önem kazanmasıdır.

Mikrodalga antenleri arasında en popülerleri ve en çok kullanılanı parabolik reflektörlü olanıdır. Bu antenin bütün özelliği, paraboloidin eksenine paralel gelen ışınların odak noktasında toplanması veya odaktan çıkan ışınların paraboloidden yansdıktan sonra eksene paralel olarak gitmesidir. Bu özellik geometrik optik prensibi şeklinde ifade edilir ve frekans ne kadar yüksekse (veya dalga boyu ne kadar küçükse) o oranda kendini gösterir.

Günümüzde yüksek performanslara erişilen anten sistemleri arasında ve haberleşme sistemlerinde en çok kullanılanı reflektör antenlerdir. Reflektör antenlerin elektriksel karakteristikleri ve bunların ışınma diyagramlarına bağlılığı üzerine çok çalışmalar yapılmıştır. Bu antenlerin incelenmelerinde, antenlerin fiziksel boyutlarının elektriksel büyüklüklere oranı anten dizayn tekniklerinde en önemli faktör olarak ortaya çıkar.

Reflektör antenlerin analizinde kullanılan metodlar genel olarak ikiye ayrılabilir: Nümerik ve asimtotik tek-

nikler. GTD (Geometrical Theory of Diffraction) gibi asimtotik metodlar ışınma alanı bölgesinde elektromagnetik alanın odaklanması ve bunun hesaplanması için gerekli formülasyonları içerir. Bu metodun uygulanmasında hesaplama zamanı çok büyüktür. PO (Physical Optics) yaklaşımından kaynaklanan nümerik metodlar, bilgisayar ile çözülmeye daha uygun olup hesaplama zamanı çok boyutlu kırınım (diffraction) integralinin sınır değerleriyle artar ve ışınma açısıyla azalır. Nümerik metodların temeli, Ufimtsev tarafından gösterilmiş olan "akım halkalarına" dayanır. Bu metodlar, yaklaşık örnekleme (sampling approach) ile optimize edilerek bilhassa reflektör antenlere uygulanmış ve önemli kolaylıklar elde edilmiştir.

Son yıllarda, parabolik reflektör için nümerik teknikler daha da etkin kullanılarak pseudo sampling technique (örnekleme tekniği gibi) adı altında yeni bir teknik geliştirilmiştir [3]. Bu teknikte, pseudo sampling fonksiyonu olarak Fresnel integraliyle FFT (Fast Fourier Transform) algoritması kullanılarak en optimum hesaplama yapılmaktadır.

Modern haberleşme sistemleri, çoğu zaman belirli ışınma bölgelerinde etkili olabilen ışınma diyagramları verebilecek karmaşık anten sistemleri gerektirir. Etkin sentez tekniklerinin geliştirilmesi, istenilen ışınma diyagramına yeterli uygunlukta ışınma sağlayan antenin daha basit olarak gerçekleştirilmesini mümkün kılar. Anten ışınma sentezi ters vaz edilmiş (illposed) bir problem olup, literatürde büyük yankılar görmüştür.

Örneklemeyle dayalı uygulamalı teknikler, ilk defa Taylor dağılımlı düzlemsel ışınma geometrilerine ve lineer antenlere uygulanmıştır. Bundan hemen sonra, aynı yöntem reflektör antenlere de uygulanmıştır. Reflektör antenlere genişletilen bu nümerik tekniklerde, bir taraftan reflektörün saçınımı (scattering) ve geometrik optik teorisi açısından tanımı, diğer taraftan uyarmadan (temel uyarma kay-

nakları-primary feeds) uyarma katsayılarının nümerik optimizasyonu yapılmaktadır. Bu şekilde, bir anten sentez problemi sözkonusudur.

Böyle bir sentez probleminde karşılaşılan güçlükleri azaltmak için, sentez işleminde öncelikle reflektör antenin akımı elde edilir ve bundan sonra anten uyarmasıyla ışınma alanı hesaplanır.

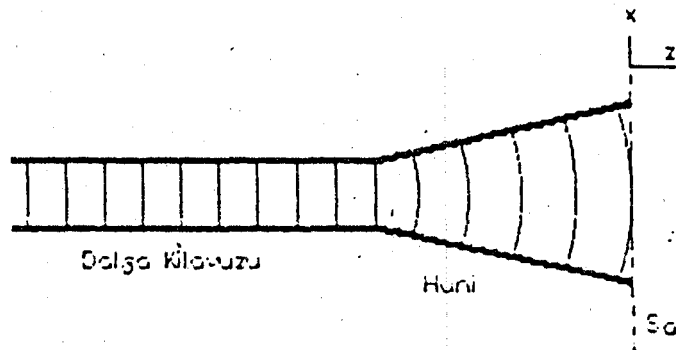
Bu çalışmada, pseudo örnekleme tekniği kullanılarak bir reflektör antenin akım sentezi incelenmektedir. Fresnel integralini içeren pseudo örnekleme tekniği, reflektörün ışınma alanını veren eşdeğer akımın Fourier katsayılarını en optimum şekilde elde edilmesini sağlayan etkin bir tekniktir.

2. AÇIKLIK ANTENLERİ

Elektromagnetik alan kaynaklarının genelde iletkenlik akımları olduğu bilinmekte ise de yarık anten, mercekli anten, huni anten, reflektör (yansıtıcı) anten gibi iki veya üç boyutlu ışınlayıcılarda bu akım dağılımının hesaplanması son derece zor ve karmaşıktır. Bu tip antenlerde ışınlanan elektromagnetik alanların fiziki bir aralık veya açıklıktan kaynaklandığı varsayılabilir. İşte bu tip antenlere açıklık antenleri adı verilmektedir. Burada anten açıklığını veya açıklık yüzeyini içine alan ve adına açıklık düzlemi denilen bir düzlem uzayı ikiye ayırır. Böyle bir düzlem $z=0$ düzlemi olarak alınırsa $z<0$ yarım uzayında anten ve kaynaklar bulunur. $z>0$ yarım uzayı ise boşluktan ibarettir.

2.1 Huni Anten

Uzun bir dalga kılavuzunun açık ucuna huni şeklinde, değişen kesitli bir geçiş parçası eklendiğinde bu sistemin mikrodalga frekanslarında etkin bir şekilde ışınma yaptığı görülür. Bu huni şeklindeki geçiş parçası hem boşluk empedansını dalga kılavuzunun empedansına uygunlaştırmakta, hem de açık uçlu dalga kılavuzunun yönelticilik kazancını arttırmaktadır. Bu şekilde elde edilen bir huni anten şekil 1 de gösterilmiştir.

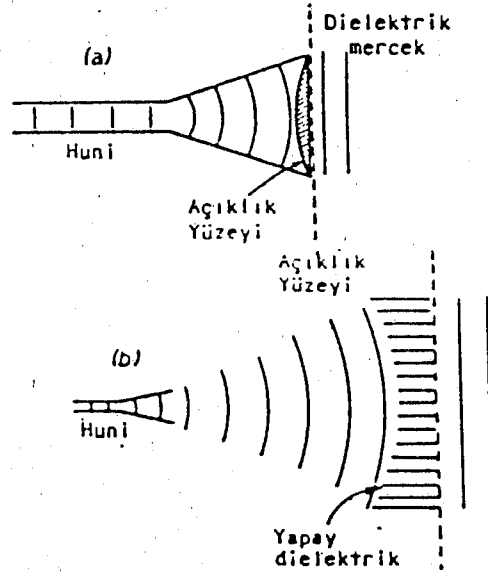


Şekil 1. Tipik bir huni antenin yandan görünüşü.

Şekil 1 de $z=0$ düzlemi olarak gösterilen açıklık düzlemi iki kısımdan oluşmaktadır. S_a olarak belirtilen kısım açıklık yüzeyi olup söz konusu sistemde huninin gerçek ağız kısmına tekabül etmektedir. Elektromagnetik alanın dalga boyuna oranla çok daha geniş olan açıklıklarda, açıklık düzlemi üzerindeki alan yalnızca açıklık yüzeyi, S_a üzerinde kayda değer olup düzlemin diğer noktalarında ihmal edilebilir. Bu durumda açıklık yüzeyindeki alan değerini kullanarak ışınım alanını yaklaşık olarak bulmak mümkündür. Bunun için ise huninin ağızındaki alan dağılımının dalga kılavuzunca desteklenebilir alanların bir açılımı olarak alınması gerekmektedir. Şekil 1 de görüldüğü gibi, dalga kılavuzunda yayılan dalga cephelerinin eğrisel olması nedeniyle bu antenlerin kazançları düşüktür. Buna rağmen yapımlarının kolay olması nedeniyle bu antenler mikrodalga frekanslarında çokca kullanılmaktadır.

2.2 Huni - Mercek Anten

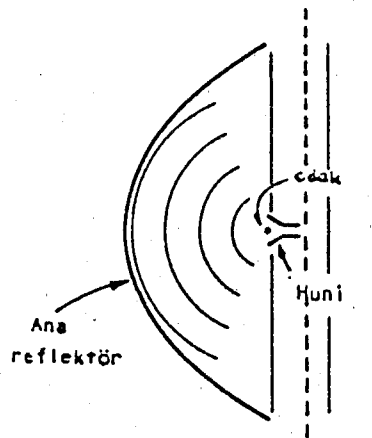
Burada huninin ağızından ışınlanan eğrisel dalga cephesi bir mercek ile düzeltilmekte ve düzlemsel bir dalga cephesi elde edilerek ışınlanan alanın yönelticilik kazancı arttırılmaktadır. Bunun nasıl yapıldığı şekil 2 deki örneklerde gösterilmiştir. Şekil 2a da dielektrik mercek, huninin ağızına konmuş olup aynen optikteki yakınsak mercek gibi davranmaktadır. Şekil 2b deki yapay dielektrik mercek ise metal duvarlı dalga kılavuzlarından meydana gelmiş olup optikteki iraksak merceğin vazifesini yapmaktadır. Her iki örnekte de gerçek açıklık düzlemi merceklerin arka tarafında bulunmaktadır. İyi tasarlanamadıkları taktirde mercek antenler, merceklerin ön ve arka yüzeylerindeki yansımalar nedeniyle kullanım sırasında problemlere neden olmaktadır.



Şekil 2. Huni - Mercek Antenler

2.3 Reflektör Anten

Bu anten parabolik bir yansıtıcı ile parabolik odak noktasına konmuş bir besleyici antenden meydana gelmiştir (Şekil 3). Besleyici anten olarak pratikte genellikle huni veya dipol antenler kullanılmaktadır.

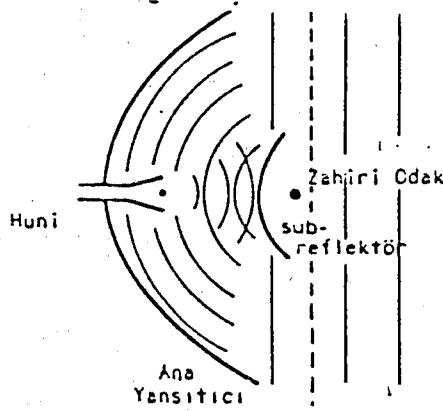


Şekil 3. Reflektör Anten

Odak noktasına konmuş besleyici antenden ışınlanan

küresel dalgalar parabolik yansıtıcı tarafından yansıtıldıktan sonra (parabolün özelliği nedeniyle) düzlemsel dalgalara dönüşmektedirler. Bu sistem tasarımı kolay, kazançının yüksek olması nedeniyle radar ve bir noktadan diğer bir noktaya iletişim sistemlerinde kullanılmaktadır.

2.3.1. Çift reflektörlü sistem



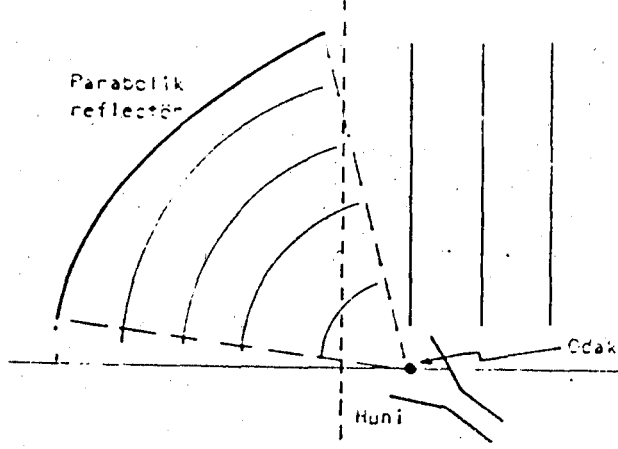
Şekil 4. Çift Reflektörlü Sistem

Şekil 4 de görülen çift reflektörlü anten sistemiyle de yüksek kazanç elde etmek mümkündür. Bu sistemin Şekil 3 deki sisteme nazaran avantajı besleyici anten sisteminin ana reflektörün arkasına konabilmesi ve dolayısıyla besleme sisteminde meydana gelebilecek gürültü ve yansımaların önlenbilmesidir. Ayrıca sub-reflektörün profilini biçimlendirerek yöneltme eğrisini istendiği biçimde kontrol etmek mümkündür.

2.3.2 Ofset reflektör

Şekil 3 ve 4 deki sistemlerin açıklık yüzeyindeki alan dağılımının besleyici anten ve sub-reflektör tarafından bloklanması Şekil 5 de gösterilen ofset reflektör anten sisteminde giderilmiştir. Bu sistemin dezavantajı ise ya-

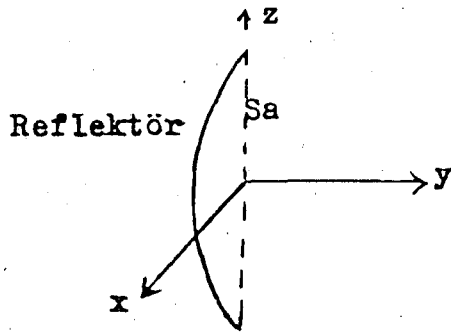
pımının dikkat gerektirmesi nedeniyle maliyetin fazla olması ve yüksek seviyede çapraz polarizasyona sebep olmasıdır.



Şekil 5 Ofset Reflektör

3. REFLEKTÖR ANTENLERİN İŞİMA ALANI

Açıklık antenlerin analizinde genellikle izlenen yol, antenin önünde geometrik (hayali) bir düzlem üzerindeki elektromagnetik alanın teğetsel bileşenlerini iyi bir yaklaşıklıkla bulmaktır. Açıklık düzlemi adını alan bu düzlem üzerindeki akım Love ilkesine göre hesaplanır ve bu akımın uzaya ışınladığı alan bulunur.



Love'ın eşdeğerlik ilkesi, kapalı bir V hacmini saran bir S yüzeyinin üzerindeki elektriksel ve magnetik alanların teğetsel bileşenleri biliniyorsa, S yüzeyinin dışındaki elektromagnetik alanların bilinmesini sağlar.

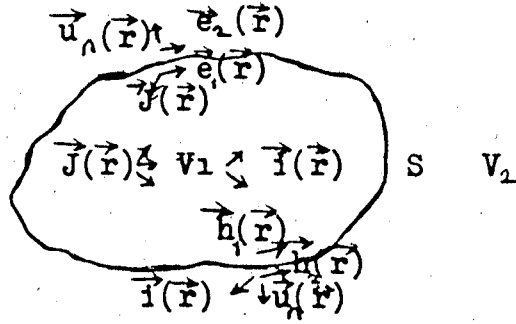
İnce antenlerin akım dağılımları

$$\vec{i} = i_0(z) \delta(x) \delta(y) \vec{u}_z$$

gibi bir terimdir. Burada ince anten z ekseninde düşünülmüştür. Açıklık antenlerinde ise akım bir yüzeyde dağılmaktadır, dolayısıyla ifade

$$\vec{i}(\vec{r}) = \delta(y) \vec{i}_0(x, z) \quad (1)$$

yapısında olmalıdır. Bu $y=0$ düzleminde akan $i_0(x, z)$ yüzeyel akımı demektir. Bu yüzey akımları iletkenlik akımları olabileceği gibi eşdeğerlik ilkesine uygun olarak tayin edilen eşdeğer akımlarda olabilir. Eşdeğer akımlar ilkesi, devre teorisindeki Theve'nin teoreminin elektromagnetik alan teorisine uygulanmış bir şekli sayılabilir, ve şöylece özetlenebilir: Bir S yüzeyiyle çevrili V_1 uzay parçasının

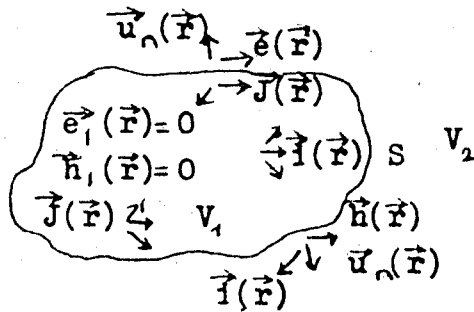


içinde akım kaynakları bulunsun, bu kaynakların \vec{r} nün fonksiyonu olarak ışınladıkları elektromagnetik alanlardan sadece S 'nin dışında kalan V_2 yarım uzayındaki $\vec{e}_2(\vec{r})$ ve $\vec{h}_2(\vec{r})$ alanlarının tayini isteniyorsa, V_1 'in içindeki alanlar istendiği gibi seçilir. Bu alanlara $\vec{e}_1(\vec{r})$ ve $\vec{h}_1(\vec{r})$ densin. S yüzeyi üzerinde Maxwell denklemlerinin sağlanabilmesi için şekilde görülen

$$\vec{i}(\vec{r}) = \oint_S \vec{u}_n(\vec{r}) \times [\vec{h}_2(\vec{r}) - \vec{h}_1(\vec{r})] \quad (2-a)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = -\oint_S \vec{u}_n(\vec{r}) \times [\vec{e}_2(\vec{r}) - \vec{e}_1(\vec{r})] \quad (2-b)$$

eşdeğer akım yoğunlukları bulunduğu kabul edilir. Burada $\vec{u}_n(\vec{r})$, S yüzeyi üzerinde \vec{r} konum vektörüyle belirlenen noktada V_1 den dışarı doğru yönelen birim genlikteki normal vektördür. Özel olarak $\vec{h}_1(\vec{r})=0$, $\vec{e}_1(\vec{r})=0$ olarak seçilirse



ve $\vec{h}_2(\vec{r})=\vec{h}(\vec{r})$, $\vec{e}_2(\vec{r})=\vec{e}(\vec{r})$ denirse

$$\vec{i}(\vec{r}) = \oint_S \vec{u}_n(\vec{r}) \times \vec{h}(\vec{r}) \quad (3-a)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = -\oint_S \vec{u}_n(\vec{r}) \times \vec{e}(\vec{r}) \quad (3-b)$$

olarak eşdeğer akımları veren Love'in eşdeğerlik ilkesi elde edilir.

S yüzeyi bir düzlem, örneğin $y=0$ düzlemi olarak seçilirse (3) ifadeleri, (1) ifadesi haline dönüşür. Buradan şu sonuca varılır, $y=0$ düzlemi üzerinde, istenen bir elektromagnetik alan değişimi sağlanabilmişse, bu düzlem üzerinde istenen eşdeğer kaynaklarda sağlanmış demektir. Bu düzlem elektromagnetik alan ışınlayan bir açıklık gibi kabul edilebilir ve bu tip antenlere açıklık antenleri denir.

Love'in eşdeğer akım ilkesini uygulayarak, açıklık antenin uzaya ışınladığı alanı kesin olarak tayin edebilmek için, açıklık düzlemindeki elektromagnetik alanı kesin olarak bilmek gerekirdi. Alanın kendisi bilinmezken, alanın fonksiyonu olan eşdeğer akımların kesinlikle bulunamayacağı doğaldır. İlk yaklaşıklık ışımaya yapan eşdeğer akımlar olarak yalnızca açıklık yüzeyi S_a üzerindeki eşdeğer akımlar alınabilir. Bu akımları hesaplamakta kullanılan $\vec{e}(\vec{r})$ ve $\vec{h}(\vec{r})$ alanlarının S_a yüzeyine teğet bileşenleri umumiyetle geometrik optiğe dayanan uygun yaklaşık metodlarla tayin edilir.

$y=0$ düzlemi üzerindeki eşdeğer akımlar yukarıda belirtildiği üzere yaklaşık olarak tayin edildikten sonra $y>0$ yarım uzayına ışınlanan alan

$$\vec{k} = k\vec{u}_r = w\sqrt{\epsilon\mu}\vec{u}_r = 2\pi\vec{f} = (2\pi/\lambda)\vec{u}_r$$

$$\vec{e}(r, v, w) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} J\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} k\vec{u}_r \times [\vec{u}_r \times \vec{I}(-\vec{f})] \quad (4-a)$$

$$\vec{h}(r, v, w) = -\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} Jk\vec{u}_r \times \vec{I}(-\vec{f}) \quad (4-b)$$

frekansı sabit olan bir $\vec{I}(x, y, z)$ elektrik kaynak akım yoğunluğunun bir $P(r, v, w)$ noktasına ($r \gg \lambda$) ışınladığı alan (4) denklemleriyle verilmiştir. Aynı ortamda sınırlı bir bölge içindeki $\vec{J}(x, y, z)$ magnetik kaynak akım yoğunluğunun bir $P(r, v, w)$ noktasına ($r \gg \lambda$) ışınladığı alan

$$\vec{e}(r, v, w) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} Jk\vec{u}_r \times \vec{J}(-\vec{f}) \quad (5-a)$$

$$\vec{h}(r, v, w) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} J\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} k\vec{u}_r \times [\vec{u}_r \times \vec{J}(-\vec{f})] \quad (5-b)$$

$$\vec{F} (1/\lambda)\vec{u}_r = \left[\omega\sqrt{\epsilon\mu}/(2\pi) \right] \vec{u}_r \quad (6)$$

ifadesiyle bulunur. (3) ifadelerinde geçen S yüzeyi, açıklık antenlerde $y=0$ düzlemi olduğundan,

$$\delta s_1(\vec{r}) = \delta(y) , \quad \vec{u}_n(\vec{r}) = \vec{u}_y$$

yazılır ve eşdeğer akım kaynaklarının ifadeleri

$$\vec{I}(\vec{r}) = \delta(y)\vec{u}_y \vec{h}(x,y,z) \quad (7-a)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = -\delta(y)\vec{u}_y \vec{e}(x,y,z) \quad (7-b)$$

haline gelir. Dolayısıyla (4) ve (5) de geçen $\vec{I}(-\vec{r})$ ve $\vec{J}(-\vec{r})$

$$\vec{I}(-\vec{r}) = \vec{u}_y \vec{h}_0(-\vec{r}) \quad (8-a)$$

$$\vec{J}(-\vec{r}) = -\vec{u}_y \vec{E}_0(-\vec{r}) \quad (8-b)$$

$$\vec{H}_0(-\vec{r}) = \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{z=-\infty}^{\infty} \vec{h}(x,0,z) e^{j2\pi(f_x x + f_z z)} dz dx \quad (9)$$

$$\vec{E}_0(-\vec{r}) = \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{z=-\infty}^{\infty} \vec{e}(x,0,z) e^{i2\pi(f_x x + f_z z)} dz dx \quad (10)$$

dir. $\vec{I}(\vec{r})$ ve $\vec{J}(\vec{r})$ yani eşdeğer elektrik ve magnetik yüzey akımları, S_a yüzeyinin $\vec{u}_n(\vec{r})$ normal vektörüyle yapılan vektörel çarpımlar sonucu bulunmuş olduklarından, S_a yüzeyine teğettirler. Bu sırada, $y < 0$ yarım uzayında sıfır elektromagnetik alan olduğu kabul edilmektedir. Bu hususlardan faydalanılarak ışınlanan alan ifadeleri aşağıdaki şekillerde düzenlenebilir.

$y < 0$ yarım uzayında sıfır alan olduğuna göre, bu bölgenin mükemmel elektrikselsel iletken bir malzemeyle yada mükemmel magnetik iletken bir malzemeyle dolu olduğu düşünülebilir ve bu her iki hal içinde görüntü ilkeleri uygulanabilir. $y < 0$ yarım uzayının mükemmel elektrikselsel iletken bir malzemeyle dolu olduğu düşünülürse, görüntü ilkesinin uygulamasıyla S_a yüzeyi üzerindeki teğetsel $\vec{I}(\vec{r})$ eşdeğer akımlarının $y > 0$ yarım uzayına ışınlayacağı alan, yani (4) ifadesiyle bulunacak olan alan sıfır olur. Buna

karşılık (5) ile bulunacak olan alan ifadelerinde $\vec{J}(-\vec{r})$ yerine artık $2\vec{J}(-\vec{r})$ alınması gerekir. Benzer şekilde $y < 0$ yarım uzayının mükemmel magnetik iletken bir malzemeyle dolu olduğu düşünülürse, görüntü ilkesinin uygulamasıyla bu defa S_a yüzeyi üzerindeki teğetsel $\vec{J}(\vec{r})$ eşdeğer akımlarının $y > 0$ yarım uzayına ışınlayacağı alan, yani (5) ifadesi ile bulunacak olan alan sıfır olur. Fakat (4) ile bulunacak alan ifadelerinde $\vec{I}(-\vec{r})$ yerine artık $2\vec{I}(-\vec{r})$ alınması gerekir.

Açıklıktan ışınlamaya basit bir örnek olarak açıklık içindeki alanın düzgün olduğu düşünölsün. Gerçekte sınır şartları dolayısıyla böyle bir alanın elde edilip edilemeyeceği tartışma konusudur, fakat yuvarlak bir sonuç elde etmek için böyle bir ışınlayıcının varlığı kabul edilsin. Bu halde ışınlanan alan ifadeleri doğrudan doğruya açıklık yüzeyi geometrisinin Fourier dönüşümü cinsinden bulunacaktır. İfadeleri basitleştirmek için yukarda sözü edilen düzenlemelerden birincisi yani $y < 0$ yarım uzayının mükemmel elektriksel iletken bir malzemeyle dolu olduğu kabul edilsin.

Parabolik silindir reflektörün Oxz düzlemine yerleştirildiğini düşünelim, önündeki hayali S_a yüzeyi $2a$ kenarlı bir kare olsun ve elektrik alanı bu karenin bir kenarına paralel bulunsun.

$$\vec{e}(x, 0, z) = \vec{u}_x e_0 [u(x+a) - u(x-a)] [u(z+a) - u(z-a)] \quad (11)$$

olduğuna göre (10) dan

$$\vec{E}_0(-\vec{r}) = \vec{u}_x E_0(-\vec{r}) \quad (12)$$

$$E_0(-\vec{r}) = 4e_0 \frac{\text{Sin}(ak_x) \text{Sin}(ak_z)}{k_x k_z} \quad (13)$$

$$k_x = 2\pi f_x \quad |k_x| \leq 2\pi/\lambda \quad (14-a)$$

$$k_z = 2\pi f_z \quad |k_z| \leq 2\pi/\lambda \quad (14-b)$$

ve (8-b) den

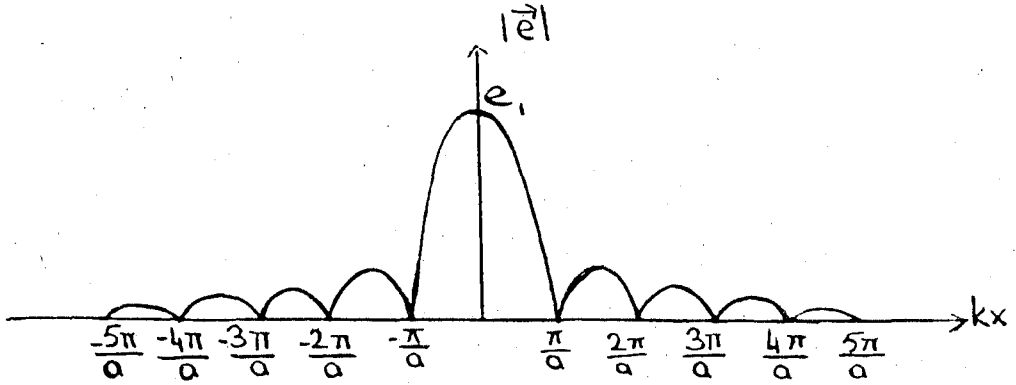
$$\vec{J}(-\vec{r}) = \vec{u}_z E_0(-\vec{r}) \quad (15)$$

dir. Mükemmel elektriksel iletken malzeme kullanıldığından (5) ifadelerine: (15) ile verilen kaynak akımının iki katı taşınırsa

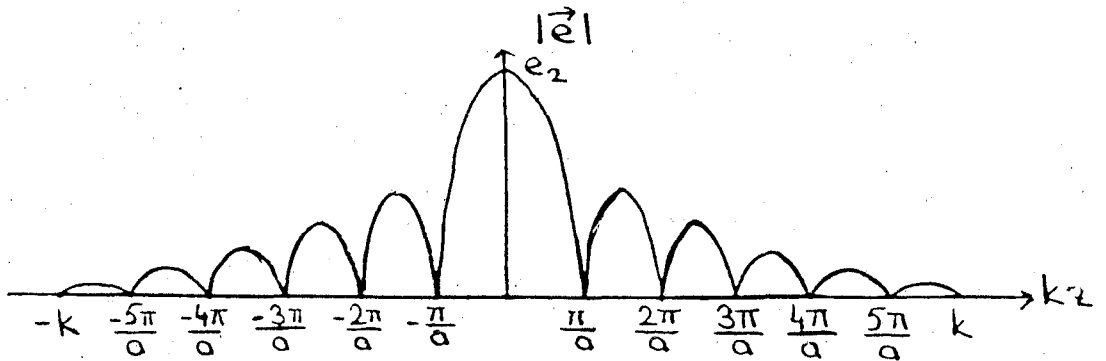
$$\vec{e}(r, v, w) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} Jk \sin(v) 2E_0(-\vec{r}) \vec{u}_w$$

$$\vec{e}(r, v, w) = J \frac{e^{-jkr}}{\pi r} 2e_0 \frac{\sin(ak_x) \sin(ak_z)}{k_x k_z} \sqrt{k^2 - k_z^2} \vec{u}_w \quad (16)$$

bulunur. Şekil 6 denklem (16) ile verilen alanın genliği k_x ve k_z nin biri sabit iken diğerinin fonksiyonu olarak çizilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi a 'nın büyük değerleri için alan $k_x = 0$, $k_z = 0$ doğrultusu civarında çok şiddetli olmakta, diğer kısımlarda süratle zayıflamaktadır. Dolayısıyla çok kuvvetli ve dar bir demet elde etmek için çok büyük bir açıklık yüzeyi gerekmektedir.



Şekil 6.a $k_z = \text{sabit}$ $e_1 = \frac{2e_0}{\pi r} a \sqrt{k^2 - k_z^2} \frac{\sin(ak_x)}{k_x}$



Şekil 6.b $k_x = \text{sabit}$ $e_2 = \frac{2e_0}{\pi r} a k^2 \frac{\sin(ak_z)}{k_z}$

4. ELEKTROMAGNETİK TEORİDE NÜMERİK HESAP YÖNTEMLERİ

Elektromagnetik teoride ortaya çıkan problemlerin çözümünde kullanılabilecek yöntemler, üç ana grupta toplanabilir:

- (i) Analitik Yöntemler
- (ii) Sayısal Yöntemler
- (iii) Karma Yöntemler (Hybrid Methods / Quasi-Analytical Methods)

Analitik yöntemler, sınırlı sayıda probleme uygulanabilirler. Tam doğru çözüm, ancak ayrılabilir geometrilere ya da Wiener-Hopf geometrilerine sahip pek az sayıda problem için mümkündür. Düşük ve yüksek frekans açılım teknikleri ve ışın-optik teknikler, analitik metodların uygulama alanlarını genişleten yöntemler olarak düşünülebilir.

Yüksek hızlı dijital bilgisayarların ortaya çıkması ile, analitik olarak ele alınamıyacak birçok elektromagnetik problemin yaklaşık çözümü için sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin başlıcaları şunlardır:

- Moment Metodu
- Conjugate Gradient Metodu
- Varyasyonel Metodlar (Örnek: Rayleigh -Ritz)
- Sonlu Farklar (Finite Difference) Yöntemi
- Sonlu Elemanlar (Finite Element) Yöntemi
- Sınır Elemanları (Boundary Element) Yöntemi

Bu yöntemlerin bazı ortak noktaları olduğu gibi, bazı özel durumlarda da birbirine dönüşebilmektedirler. Adı geçen yöntemlerin çoğunda, problemi karakterize eden diferansiyel/integral denklemi bir matris denkleme dönüştürülmekte ve bu matris denkleminin çözümü bilgisayarda Gauss eliminasyonu v.s. gibi direkt yöntemlerle, ya da iteratif tekniklerle yapılmaktadır. Problem, iyi vazedilmiş (well-

conditioned) bir matris denklemi elde edildiği anda, çözülmüş kabul edilmektedir. Tabii ki matris elemanlarının elde edilişindeki hız ve kolaylık ve matrisin boyutu önemli kısıtlayıcı faktörler olabilmektedir.

Sayısal yöntemlerin en önemli avantajı rastgele geometriye sahip problemlere uygulanabilmeleridir. Buradaki kısıtlayıcı faktör, incelenen cismin elektriksel boyutları olmaktadır. Çünkü elektriksel boyutları çok büyük olan problemlerin yeterince hassas bir şekilde çözülebilmesi için çok büyük boyutta bir matris denkleminin çözülmesi gereği ortaya çıkar. Zaten, sayısal yöntemlerin en etkin uygulama alanı rezonans bölgesi ve civarı olarak kabul edilmektedir. Buna karşıt olarak ışın-optik tekniklerde cismin boyutları dalga boyundan çok büyük olduğu zaman en iyi sonuç verirler.

En gelişmiş bilgisayarların bile kendi limitleri olduğundan, bazı durumlarda yukarıda anılan sayısal yöntemlerin en başta uygulanması pratik olmaz. Bilgisayar kullanımını en aza indirebilmek amacıyla, problem oldukça kapsamlı bir "analitik önışlemeden" geçirilirse, karma yöntem kullanılmış olur. Burada yapılan, uygun bir transformasyon (genellikle Fourier Transformasyonu, yada Fourier Seri açılımı) ile problemin boyutunu bir azaltmak ve uygun bir sayısal yöntemi spektral tanım bölgesinde uygulamaktır. Bu tür teknikler özellikle mikroşerit hat, yarık hat (slot line) ve benzeri pasif mikrodalga elemanlarının analizinde sıklıkla kullanılmaktadır.

4.1 Özfonksiyon Yöntemi

Bilindiği gibi, bu yöntemde

$$A\Phi_i = \lambda_i \Phi_i \quad i=1,2,\dots$$

denkleminde işe başlarız. Burada λ_i , A operatörünün i inci

özdeğerini, Φ_i ise buna karşılık gelen özfonksiyonu göstermektedir. Genel bir iç çarpım tanımlıyalım:

$$\langle c, d \rangle = \int_D w(z) c(z) d(z) dz$$

Burada w , uygun bir ağırlık (weighting) fonksiyonu ve D ise fonksiyonların ortak tanım bölgesidir.

Elektromagnetik teoride bir çok problem

$$AX=Y \quad (1)$$

şeklinde bir operatör denkleminde formüle edilir. A genelde bir lineer integro-diferansiyel operatör, Y bilinen bir uyarım, X ise bulunmak istenen niceliği gösterir. Sembolik olarak bu denklemin çözümü (eğer varsa)

$$X=A^{-1}Y$$

şeklinde yazılabilir. Analitik çözüm olmadığında sayısal yöntem kullanılır.

(1) denkleminin çözümü, özfonksiyonlar cinsinden

$$X = \sum_i a_i \Phi_i$$

şeklinde yazılır ve a_i katsayılarının değeri araştırılır. Değişen özdeğerlere karşılık gelen özfonksiyonlar ortogonal olduğundan, yani

$$\langle \Phi_i, \Phi_j \rangle = 0 \quad i \neq j$$

a_i lerin değeri kolaylıkla bulunabilir.

$$AX = A \left\{ \sum_i a_i \Phi_i \right\} = \sum_i a_i A \Phi_i = \sum_i a_i \lambda_i \Phi_i = Y$$

denkleminde her iki tarafın Φ_j ile iç çarpımı alınır

$$\sum_i a_i \lambda_i \langle \Phi_i, \Phi_j \rangle = \langle Y, \Phi_j \rangle$$

ve buradanda ortogonalite özelliği kullanılarak

$$a_j = \frac{1}{\lambda_j} \frac{\langle Y, \phi_j \rangle}{\langle \phi_j, \phi_j \rangle}$$

elde edilir. Yani çözüm

$$X = \sum_i \frac{\langle Y, \phi_i \rangle}{\lambda_i \langle \phi_i, \phi_i \rangle} \phi_i$$

olarak yazılabilir. Bu seri yakınsak bir seri ise, çözüm bulunmuş demektir.

Bu yöntemdeki temel sorun, özfonksiyonların bilinmesidir. Basit ve ayrılabilir koordinat sistemlere uyan geometrilere özfonksiyonların analitik olarak bulunması kolaydır. Fakat rastgele geometrilere λ_i ve ϕ_i lerin bulunması orjinal problemin (1) çözülmesi kadar zor olabilir. Bu nedenle, bu tür problemlerin çözümüne özfonksiyon yöntemiyle yaklaşılmaz.

4.2 Moment Metodu

Burada, (1) denkleminin çözümü, 'açılım' ya da 'taban' fonksiyonu (expansion/basis functions) olarak adlandırılan sonlu sayıda fonksiyon, $\{\psi_n\}$, cinsinden

$$X \approx \sum_{n=1}^N a_n \psi_n$$

şeklinde yazılır. ψ_n ler, A'nın özfonksiyonları olmak zorunda değildir. Hatta ortogonal olmaları da gerekmez. ψ_n ler üzerindeki tek şart onların bilinmesidir. X sonlu sayıda fonksiyonlar cinsinden açıldığı için, bazı özel durumlar dışında, sonuçta yaklaşık bir çözüm bulunacağı tabiidir. Seçtiğimiz ψ_n fonksiyonları elde edilecek çözümün hassasiyetini önemli ölçüde belirlemekle birlikte, a_n lerin belirlenmesinde genel adıyla 'ağırlıklı artık tekniği' (weighted residual technique) kullanılır.

Artık (residual), X için önerilen yaklaşık ifade kullanıldığında, AX ile Y arasında oluşacak farka verilen

addır. Yani

$$R = \left[\sum_{n=1}^N a_n A\psi_n \right] - Y \quad (2)$$

Artık fonksiyonu çözüm bölgesinin çeşitli noktalarında değişik değerler alabilir. (Her noktada sıfır olsaydı, gerçek çözümü bulmuş olacaktır.) Artık fonksiyonu, 'ağırlık' ya da 'test' fonksiyonu (weighting/test functions) olarak adlandırılan N tane yeni fonksiyon, $\{W_m\}$ yardımıyla ortalama olarak en aza indirilmeye çalışılır. Bu amaçla

$$\langle R, W_m \rangle = \int_D R(z) W_m(z) dz = 0 \quad m=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

şartı uygulanır. (2) nolu eşitlik, (3) nolu eşitlikte yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} \langle R, W_m \rangle &= \left\langle \left[\sum_{n=1}^N a_n A\psi_n \right] - Y, W_m \right\rangle = 0 \\ &= \sum_{n=1}^N a_n \langle A\psi_n, W_m \rangle - \langle Y, W_m \rangle \quad m=1, 2, \dots, N \quad (4) \end{aligned}$$

elde edilir. (4) nolu eşitlik, aşağıdaki matris denkleminin m inci sırasını göstermektedir

$$\begin{array}{l} m=1 \rightarrow \\ m=2 \rightarrow \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \begin{bmatrix} \langle A\psi_1, W_1 \rangle & \langle A\psi_2, W_1 \rangle & \dots & \langle A\psi_N, W_1 \rangle \\ \langle A\psi_1, W_2 \rangle & \langle A\psi_2, W_2 \rangle & \dots & \langle A\psi_N, W_2 \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle A\psi_1, W_N \rangle & \langle A\psi_2, W_N \rangle & \dots & \langle A\psi_N, W_N \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle Y, W_1 \rangle \\ \langle Y, W_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle Y, W_N \rangle \end{bmatrix}$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ n=1 & n=2 \end{array}$

Bu matris denkleminin çözülmesiyle de açılım katsayıları $a_1 \dots a_N$ bulunmuş olur. Genelde matris elemanlarının hepsi sıfırdan farklıdır, yani yoğun bir matris ortaya çıkar. Ayrıca, aşağıda belirtilecek bir özel durum dışında, her matris elemanını belirlemek için çift integrasyon (biri A operatörü için, diğeri de iç çarpım için) gerekecektir. Moment metodu uygulamalarında ortaya çıkabilecek bir durum

da, başlangıçta 'well-posed' bir problemle yola çıkıldığı halde sonuçta elde edilen matris denkleminin 'ill-conditioned' olabilmesidir. Hem taban fonksiyonları $\{\psi_n\}$, hem de ağırlık fonksiyonları $\{\psi_m\}$, sonuçta elde edilen çözümün kararlı ve az hatalı olabilmesi için matematiksel olarak bazı şartları sağlamak zorundadır. Fakat günümüze kadar yapılan birçok uygulamada, bu tür matematiksel şartları sağlamaya çalışmak yerine, deneme yanılma, ya da belirli operatör denklemleri üzerindeki bilgi birikimleri kullanılmıştır.

5. ÖRNEKLEME METODU VE ANTEN IŞIMALARINA UYGULANMASI

Reflektör ve diğer açıklık tipi antenlerin analizinde kullanılan örnekleme tekniklerinin matematiksel temelini anlamak amacıyla Şekil 7 de görülen açıklık geometrisini ele alalım. Işıma yapan açıklık yüzeyi (S_a) üzerindeki teğet elektrik alan (\vec{E}_a) uygun yöntemlerle hesaplanmış ya da ölçülmüş olsun. Bilindiği gibi, uzak alan ışıma görüntüsü, açıklık alanın Fourier Dönüşümü kullanılarak bulunabilir. \vec{E}_a nın iki boyutlu Fourier dönüşümünü

$$\vec{f}_t(k_x, k_y) = \mathcal{F}_{x,y} \{ \vec{E}_a \} = \iint_{S_a} \vec{E}_a(x', y') e^{j(k_x x' + k_y y')} dx' dy'$$

$$f_x(k_x, k_y) \hat{a}_x + f_y(k_x, k_y) \hat{a}_y$$

olarak tanımlanırsa, uzak alan bölgesinde

$$E_\theta = \frac{jke^{-jkr}}{2\pi r} (f_x \cos\phi + f_y \sin\phi)$$

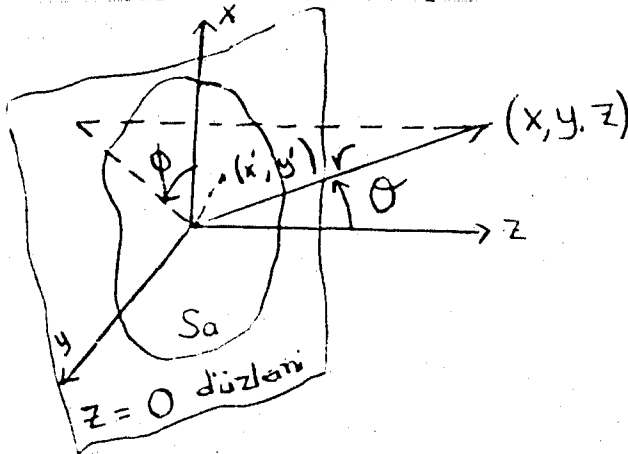
$$E_\phi = \frac{jke^{-jkr}}{2\pi r} \cos\alpha (f_y \cos\phi - f_x \sin\phi)$$

$$k_x = k \sin\theta \cos\phi$$

$$k_y = k \sin\theta \sin\phi$$

ifadeleriyle elektrik alan bulunabilir.

Görüldüğü gibi hesaplama açısından temel sorun, her (θ, ϕ) gözlem noktasında f_x ve f_y nin bulunmasında olmaktadır.



Şekil 7

Burada oluşturulan matematiksel temeller sayesinde, f_x ve f_y nin yalnızca belirli örnekleme noktalarında bulunması tüm uzayda istenen noktalarda alanın belirlenmesini sağlayacaktır. Problemi basitleştirmek amacıyla, S_a nın $2a \times 2b$ boyutlarında dikdörtgensel bir açıklık olduğunu ve \overline{E}_a nın da x yönünde ve ayrılabilir (separable) bir alan olduğunu varsayalım. Yani

$$\overline{E}_a(x', y') = \begin{cases} \hat{a}_x E_1(x') E_2(y') & |x'| \leq a, \quad |y'| \leq b \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases}$$

Bu durumda

$$\begin{aligned} f_y(k_x, k_y) &= 0 \\ f_x(k_x, k_y) &= \int_{-b}^b \int_{-a}^a E_1(x') E_2(y') e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy' \\ &= F(k_x) G(k_y) \\ F(k_x) &= \int_{-a}^a E_1(x') e^{jk_x x'} dx' \\ G(k_y) &= \int_{-b}^b E_2(y') e^{jk_y y'} dy' \end{aligned} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir ve uzay alan ifadeleride

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{jke^{-jkr}}{2\pi r} \cos\phi F(k_x) G(k_y) \\ E_\phi &= \frac{-jke^{-jkr}}{2\pi r} \cos\phi \sin\phi F(k_x) G(k_y) \end{aligned}$$

$$k_x = k \sin \theta \cos \phi$$

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi$$

olarak basitleşir.

Şimdi $F(k_x)$ in (ve benzeri şekilde $G(k_y)$ nin) örnekleme serisi olarak adlandırılan bir seriye açılabileceğini ve bu serideki açılım katsayılarınının da F nin (G nin) belirli örnekleme noktalarındaki değerleriyle orantılı olduğu gösterilecektir. Bu amaçla $E_1(x)$ fonksiyonunu, temel periyot $2a$ üzerinden bir Fourier Serisine açalım.

$$E_1^p(x') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-jn2\pi x'/(2a)} \quad (2)$$

$E_1^p(x')$, periyodik bir fonksiyon olup, orjinal $E_1(x')$ fonksiyonu şöyle yazılabilir.

$$E_1(x') = E_1^p(x') P_a(x')$$

Burada $P_a(x')$

$$P_a(x') = \begin{cases} 1 & |x'| < a \\ 0 & \text{diğer yerlerde} \end{cases}$$

ifadesiyle verilen 'sıfır-bir' fonksiyonudur. Bu durumda (1) nolu eşitlikten

$$F(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_n c_n e^{-jn\pi x'/a} \right\} P_a(x') e^{jk_x x'} dx'$$

$F(k_x)$, P_a ile E_1^p nin çarpımının Fourier dönüşümü olarak yazılabilir. Katlama (Convolution) teoremi kullanıldığında

$$F(k_x) = \mathcal{F}_x \{ P_a(x') \} * \mathcal{F}_x \left\{ \sum_n c_n e^{-jn\pi x'/a} \right\}$$

elde edilir. (* katlama işlemini göstermektedir).

Kolayca gösterilebileceği gibi

$$\mathcal{F}_x \{ P_a(x') \} = 2a \frac{\text{Sin}(k_x a)}{k_x a}$$

ve

$$\mathcal{F}_x \left\{ \sum_n c_n e^{-jn\pi x'/a} \right\} = 2\pi \sum_n c_n \delta \left(k_x - \frac{n\pi}{a} \right)$$

olarak bulunur.

$$u = \frac{1}{\lambda} \text{Sin} \theta \text{Cos} \phi = \frac{k_x}{2\pi}$$

eşitliği uyarınca yeni bir değişken tanımlanıp katlama işlemide uygulandığında

$$F(u) = 2a \sum_n c_n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Sin}[2\pi a(t-u)]}{2\pi a(t-u)} \delta \left(t - \frac{n}{2a} \right) dt$$

elde edilir. (Bu son ifadede, ayrıca δ fonksiyonunun şu

özelliği de kullanılmıştır: $\mathcal{F}(\alpha u) = \mathcal{F}(u) / |\alpha|$. Son denklemdaki integral, \mathcal{F} fonksiyonunun örnekleme özelliği kullanılarak kolayca alındığında

$$F(u) = 2a \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \frac{\sin(2\pi au - n\pi)}{2\pi au - n\pi}$$

ifadesi elde edilir. Başlangıçtaki (2) nolu Fourier açılımından gelen c_n katsayıları ise

$$c_n = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a E_1(x') e^{j2\pi n x' / (2a)} dx' \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

eşitlikleriyle tanımlanmıştır. Bu eşitlik (1) nolu eşitlikle karşılaştırıldığında

$$c_n = \frac{1}{2a} F(k_x) \Big|_{k_x = n\pi/a} = \frac{1}{2a} F(u) \Big|_{u = n/(2a)}$$

olduğu ortaya çıkar. Sonuçta $F(u)$ için

$$F(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\frac{n}{2a}\right) \frac{\sin(2\pi au - n\pi)}{2\pi au - n\pi} \quad (3)$$

serisi elde edilmiş olur. Böylece herhangi bir u noktasındaki F , $u = 0, \pm 1/2a, \pm 1/a, \dots$ örnekleme noktalarındaki F değerleri kullanılarak hesaplanabilir. Minimum örnekleme aralığı $\Delta u_{\min} = 1/(2a)$ olarak ortaya çıkmaktadır. Hesaplamalarda, (3) nolu seride sonlu sayıda terim kullanılabileceğinden, hassasiyeti arttırmak amacıyla, örnekleme aralığı azaltılabilir. Bu ise gerçek a boyutundan daha büyük bir A değeri kullanılarak gerçekleştirilebilir.

$$F(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\frac{n}{2A}\right) \frac{\sin(2\pi Au - n\pi)}{2\pi Au - n\pi} \quad A > a$$

$$(u = \sin\theta \cos\phi / \lambda)$$

Yukarıdaki işlemler $G(k_y)$ fonksiyonuna uygulandığında, benzer şekilde

$$G(u) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(\frac{m}{2B}\right) \frac{\sin(2\pi Bu - m\pi)}{2\pi Bu - m\pi} \quad B > b$$

$$(u = \sin\theta \sin\phi / \lambda)$$

elde edilir.

6. SİLİNDİRİK PARABOL REFLEKTÖRÜN IŞIMA ALANI

Reflektör anten gibi büyük antenlerin radyasyon özelliklerinin hızlı ve etkin bir şekilde hesaplanabilmesi, bilinen klasik bir problemdir. Buradaki temel sorun, radyasyon integrali olarak adlandırılan ve çok osilasyonlu bir fonksiyonu içeren integralin nümerik olarak alınışı sırasında ortaya çıkmaktadır. Bu tür bir integrale doğrudan nümerik integrasyon teknikleri uygulandığında doğru sonuçlar alınabilmesi için çok fazla bilgisayar zamanına gerek duyulmaktadır. Ayrıca, bu integralin, her ışımaya aralığı için (her θ ve ϕ için) yeniden değerlendirilmeside gerekmektedir. Bu nedenle, radyasyon integralinin hızlı ve doğru bir biçimde değerlendirilmesi için özel yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler şöyle sıralanabilir.

(i) Radyasyon integralinin direkt olarak alınabilmesi için optimum nümerik integrasyon tekniklerini kullanmak (FFT: Fast Fourier Transform gibi)

(ii) Radyasyon integralini uygun serilere açmak.

Bu seriler hızlı yakınsayan seriler olup, açılım katsayılarını veren integrallerin nümerik değerlendirilmesi, orjinal radyasyon integraline kıyasla çok daha hızlı olmaktadır.

(iii) Örnekleme teknikleri

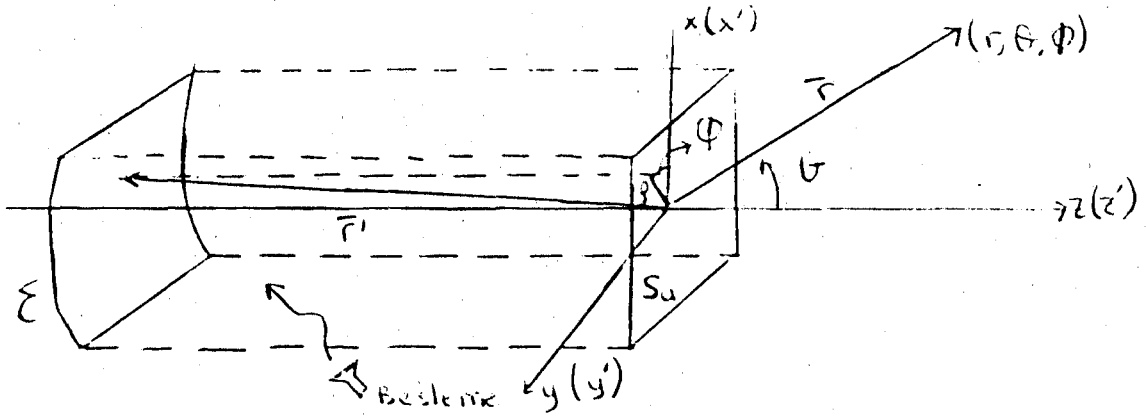
Shannon örnekleme teoreminin bir uygulaması olup, hem yakın alan, hem de uzak alan analizinde kullanılabilir. Buradaki temel fikir, uzayda belli örnekleme noktalarında hesaplanan (ya da ölçülen) alan değerlerini kullanıp, istenen diğer noktalardaki alanı bunlar cinsinden bulmaktır. Yani bir çeşit interpolasyon yapılmaktadır. Böylece, çok fazla gözlem noktası için integral alınması gerekmemektedir.

Bilindiği gibi reflektör tipi antenlerin uzak alanlarının bulunmasında kullanılan başlıca iki tip formülasyon vardır.

(i) Endüklenmiş akım metodu yada diğer adıyla Fiziksel Optik metodu.

(ii) Açıklık alan metodu.

İlk metodu uygulamak üzere Şekil 8 de gösterilen genel reflektör anten problemini ele alalım. Burada, rastgele yerleştirilmiş bir kaynak (feed) tarafından beslenen offset şekillendirilmiş bir reflektör görülmektedir.



Şekil 8

$\vec{r} = (r, \theta, \phi)$: gözlem noktası, $\hat{a}_{\vec{r}} = \vec{r}/r$ birim vektör

$\vec{r}' = (r', \theta', \phi') = \zeta$ üzerinde bir nokta

$$\hat{a}_{\vec{r}} \cdot \vec{r}' = (\sin\theta \cos\phi) x' + (\sin\theta \sin\phi) y' + (\cos\theta) z'$$

(ρ', ϕ', z') : \vec{r}' noktasının silindirik koordinatları

$$\hat{a}_{\vec{r}} \cdot \vec{r}' = \rho' \sin\theta \cos(\phi' - \phi) + z' \cos\theta$$

Σ yüzeyinin denklemi

$$z' = F(x', y') \quad \text{veya} \quad z' = G(\rho', \phi')$$

$\hat{n} = \Sigma$ üzerinde birim dik vektör

$$\hat{n} = N/N$$

$$\overline{N} = \nabla' F(x', y') = -\frac{\partial F}{\partial x'} \hat{a}_x - \frac{\partial F}{\partial y'} \hat{a}_y + \hat{a}_z$$

$$N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)^2 + 1}$$

Reflektör yüzeyi Σ üzerinde endüklenen akım fiziksel optik yaklaşımıyla

$$\overline{J}_s(\vec{r}) \approx 2\hat{n} \times \overline{H}^{inc}(\vec{r})$$

olarak alınabilir. Burada \overline{H}^{inc} , kaynağın Σ üzerinde yarattığı primer alandır.

Bilinen

$$\overline{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \overline{J}_s(\vec{r}') \frac{e^{-jk(\vec{r}-\vec{r}')}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} ds'$$

$$\overline{H} = \nabla \times \overline{A}, \quad \overline{E} = \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \overline{H}$$

denklemleri ve standart uzak alan yaklaşımı $|\vec{r}-\vec{r}'| \approx r - \hat{a}_r \cdot \vec{r}'$ kullanıldığında, uzak alan bölgesinde

$$\overline{H} \approx jk \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (I_\phi \hat{a}_\theta - I_\theta \hat{a}_\phi) \quad k = 2\pi/\lambda$$

$$\overline{E} \approx jk \eta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (I_\theta \hat{a}_\theta + I_\phi \hat{a}_\phi) \quad \eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$$

bulunur. Burada

$$I(\theta, \phi) = \int \overline{J}_s(\vec{r}') e^{jka \hat{a}_r \cdot \vec{r}'} ds' \quad (1)$$

fiziksel optik radyasyon integralidir.

(1) nolu denklemdeki integral eğik Σ yüzeyi üzerindedir. Bu ifade matematiksel olarak izdüşüm açıklık yüzeyi S_a üzerinde bir integrale dönüştürülebilir. Bu dönüşüm

$$J_\Sigma = N = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)^2}$$

veya polar koordinatlar kullanıldığında

$$J_\Sigma = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial G}{\partial \rho'}\right)^2 + \frac{1}{\rho'^2} \left(\frac{\partial G}{\partial \phi'}\right)^2}$$

olarak bilinen Jacobian kullanılarak gerçekleştirilir.

$$\bar{I}(\theta, \phi) = \int_{S_a} \bar{J}_s(\bar{r}') J_{\Sigma} e^{jk\hat{a}_r \cdot \bar{r}'} ds' \quad \bar{r}' \in \Sigma \quad (2)$$

Burada unutulmaması gereken husus, integral S_a üzerinde alınmakla birlikte, akımın reflektör yüzeyindeki değerinin kullanılıyor olmasıdır. Yani son denklemde

$$\bar{J}_s(\bar{r}') = \bar{J}_s(\rho', \phi', z') = G(\rho', \phi')$$

koyulmaktadır. Başlangıçta belirtilen açıklık alanı yönteminde ise, bilindiği gibi

$$\bar{I} = \int_{S_a} \bar{E}_a(\bar{r}') e^{jk\hat{a}_r \cdot \bar{r}'} ds' \quad , \quad \bar{r}' \in S_a$$

integralinin alınması gerekmektedir ve bu integralde \bar{E}_a , S_a üzerindeki teğet alanı göstermektedir. (\bar{E}_a da fizik optik yaklaşımıyla ya da ölçme yoluyla belirlenebilir.)

Yine (2) nolu denkleme dönülürse, bu denklemde yer alan $\bar{J}_s J_{\Sigma}$ çarpımı, eşdeğer bir akım gibi düşünülüp

$$\bar{K} = \bar{J}_s J_{\Sigma}$$

şeklinde tanımlanabilir. Başta verilen matematiksel detaylar kullanıldığında

$$\bar{K} = 2N \times \bar{H}^{inc}$$

olduğuda gösterilebilir.

(2) nolu denklemi daha açık bir biçimde yazalım: kartezyen koordinatlar kullanıldığında

$$\bar{I}(\theta, \phi) = \int_{S_a} \bar{K}(x', y') \left[e^{jkz' \cos \theta} \right]_{z'=F(x', y')} e^{jk(x'\sin\theta \cos\phi + y'\sin\theta \sin\phi)} dx' dy' \quad (3)$$

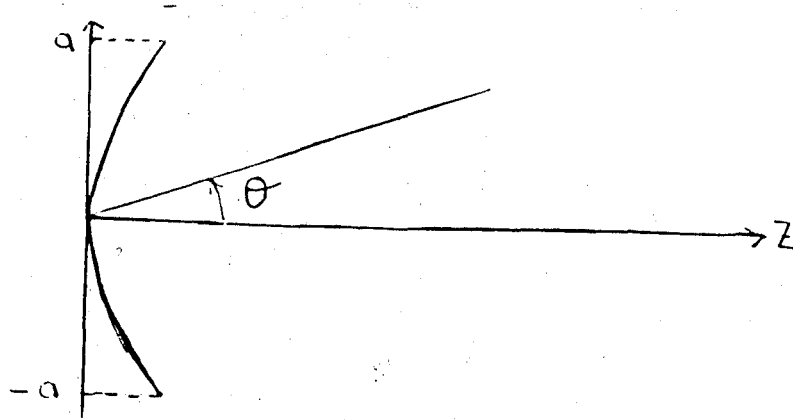
$$u = \sin\theta \cos\phi, \quad v = \sin\theta \sin\phi$$

polar koordinatlar kullanıldığında

$$\bar{I}(\theta, \phi) = \int_{S_a} \bar{K}(\rho', \phi') \left[e^{jkz' \cos \theta} \right]_{z'=G(\rho', \phi')} e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi' - \phi)} \rho' d\rho' d\phi' \quad (4)$$

6.1 Analitik Yöntemler

6.1.1 Pseudo sampling



Şekil 9

Burada reflektörün x eksenine doğrultusundaki ışınları incelenecektir. Buna göre $\phi=0$ dir, yüzey akımı

$$J_{\Sigma} = \bar{K}(x) \cdot e^{jkz' \cos \theta_0}$$

şeklinde yazılır. Parabol denklemi $z' = x^2 / (4f)$ olduğundan

$$\bar{K}(x) = J_{\Sigma} e^{-jkx^2 \cos \theta_0 / (4f)}$$

olur. Yukarıda verilenler (3) denkleminde yerlerine konacak olursa

$$I(\theta) = \int_{-a}^a J_{\Sigma} e^{j \frac{kx^2}{4f} (\cos \theta - \cos \theta_0)} e^{jk(x \sin \theta)} dx \quad (5)$$

elde edilir. Radyasyon integralini daha basitleştirmek için

$$\Delta = \frac{ka^2}{4f} (\cos \alpha - \cos \theta)$$

$$u = ka \sin \theta, \quad \zeta = \frac{x}{a} \quad \text{diyelim}$$

$$\exp(j\Delta) = 1 + j\Delta \frac{(j\Delta)^2}{2!} + \dots + \frac{(j\Delta)^p}{p!} + \dots$$

$$I_p = \int_{-1}^1 J_{\Sigma}(\theta) \frac{(j\Delta)^p}{p!} \exp(ju\zeta) d\zeta \quad (6)$$

Bu integral iç çarpım uzayı tanımından şu şekilde yazılabilir

$$I = \langle J_{\xi}, \exp(j\Delta) \cdot \exp(ju\zeta) \rangle \quad (7)$$

$u = n\pi$ olarak alınıp, (7) ifadesinin bir kısmı

$$f_n(\zeta) = \frac{1}{2} \exp(jn\pi\zeta)$$

şeklinde ayrılırsa, (6) ifadesini şu şekilde yazılabilir.

$$I = \sum_n \langle J_{\xi}, f_n \rangle \langle f_n, \exp(j\Delta + ju\zeta) \rangle \quad (8)$$

$$= \sum_n I_0(n\pi) \cdot \Psi_n(u) \quad (9)$$

$$I_0(n\pi) = 2 \langle J_{\xi}, f_n \rangle \\ = \int_{-1}^1 J_{\xi}(\zeta) \exp(jn\pi\zeta) d\zeta \quad (10)$$

(10) ifadesi anten yüzeyindeki akım dağılımına bağlı olarak bir değer alacaktır.

$$\Psi_n(u) = \frac{1}{4} \langle f_n, \exp(j\Delta + ju\zeta) \rangle \\ = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \exp\left[j \frac{ka^2}{4F} (\cos\theta - \cos\theta_0) (1 - \zeta^2) \right] \exp[j(u - n\pi)\zeta] d\zeta \\ = \exp\left[j \frac{ka^2}{4F} (\cos\theta - \cos\theta_0) \right] \int_{-1}^1 \exp\left[\left[j \frac{ka^2}{F} (\cos\theta - \cos\theta_0) \right]^2 \right. \\ \left. 2(u - n\pi)\zeta \right] d\zeta$$

$$\Psi_n(u) = \Phi\left[u - n\pi, \frac{ka^2}{F} (\cos\theta - \cos\theta_0) \right] \quad (11)$$

Burada Φ aşağıdaki gibi bir integraldir.

$$\Phi(x, y) = \exp\left(-\frac{ jy }{8}\right) \int_{-1}^1 \exp j(2xt - yt^2) dt$$

Bu integralin değeri 3 de şu şekilde verilmiştir.

$$\Phi(x, y) = \frac{\exp\left[j(y/8 + x^2/y) \right]}{\sqrt{y}} \cdot \left\{ F\left[\frac{x - (y/2)}{\sqrt{y}} \right] - F\left[\frac{x + y/2}{\sqrt{y}} \right] \right\} \quad (12)$$

Burada

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-jt^2) dt$$

Fresnel integralidir, çözümleri α 'ya bağlı olarak tablolar halinde 8 de bulunabilir.

6.1.2. Fresnel integrali

Fresnel integrali olarak bilinen integral aşağıdaki formdadır.

$$\begin{aligned} F(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-jt^2) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (\cos t^2 - jsint^2) dt \end{aligned}$$

Burada

$$\begin{aligned} C(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos t^2 dt, & S(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sin t^2 dt \\ c(\alpha) &= \int_0^{\infty} \cos t^2 dt, & s(\alpha) &= \int_0^{\infty} \sin t^2 dt \\ C(\infty) &= \sqrt{\pi/8}, & S(\infty) &= \sqrt{\pi/8} \end{aligned}$$

$$C(\alpha) = \sqrt{\pi/8} - c(\alpha), \quad S(\alpha) = \sqrt{\pi/8} - s(\alpha) \quad (13)$$

[L] da $c(\alpha)$ ve $s(\alpha)$ nın değerleri şu şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned} c(\alpha) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\pi/2)^{2n}}{(2n)!(4n+1)} \alpha^{4n+1} \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{2} \alpha^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n} \alpha^{4n+1}}{1.3 \dots (4n+1)} + \sin\left(\frac{\pi}{2} \alpha^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n+1} \alpha^{4n+3}}{1.3 \dots (4n+3)} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
s(\alpha) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\pi/2)^{2n+1} 4n+3}{(2n+1)! (4n+3)} \\
&- \cos\left(\frac{\pi}{2} \alpha^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n+1 4n+3}{1.3 \dots (4n+3)} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \alpha^2\right)}{2} \\
&\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n 4n+1}{1.3 \dots (4n+1)} \quad (15)
\end{aligned}$$

$c(\alpha)$ ve $s(\alpha)$ için verilen (14) ve (15) eşitlikleri $\alpha \ll 5$ değeri için geçerli olup $\alpha > 5$ için aşağıda verilen eşitlikler kullanılacaktır.

$$\begin{aligned}
c(\alpha) &= 0.5 + \left(0.3183099 - \frac{0.0968}{\alpha^4}\right) \frac{\sin(\pi \alpha^2/2)}{\alpha} \\
&- \left(0.10132 - \frac{0.154}{\alpha^4}\right) \frac{\cos(\pi \alpha^2/2)}{\alpha^3} + e(\alpha) \quad (16-a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s(\alpha) &= 0.5 - \left(0.3183099 - \frac{0.0968}{\alpha^4}\right) \frac{\cos(\pi \alpha^2/2)}{\alpha} \\
&- \left(0.10132 - \frac{0.154}{\alpha^4}\right) \frac{\sin(\pi \alpha^2/2)}{\alpha^3} + e(\alpha) \quad (16-b)
\end{aligned}$$

$$e(\alpha) < 3 \times 10^{-7}$$

6.1.3. Çözümde izlenen yol ve program

$$I(\theta) = \int_{-a}^a J_{\xi} e^{j \frac{kx^2}{4l} (\cos \theta - \cos \theta_0)} e^{jkx \sin \theta} dx$$

İfadesi ile verilen radyasyon integrali

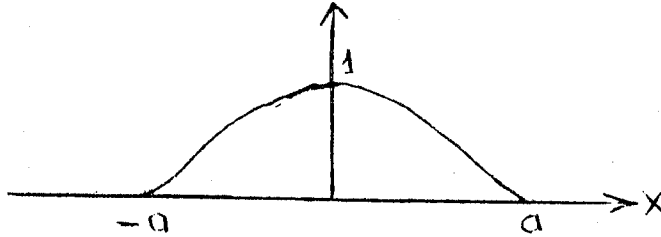
$$I(\theta) = \sum_n I_0(n\pi) \Psi_n(u)$$

şeklinde ifade edilip, $\Psi_n(u)$ nun çözümü yukarıda verilmiştir. $I_0(n\pi)$ ise

$$I_0(n\pi) = \int_{-1}^1 J_{\xi}(\zeta) \exp(jn\pi\zeta) d\zeta$$

ifadesiyle verilmiştir.

Anten yüzeyindeki akım dağılımının aşağıdaki şekilde olduğu düşünülürse, akım dağılımı



$$J_x(\xi) = \cos\left[\xi\left(\frac{\pi}{2a}\right)\right] = \frac{e^{j\xi\pi/(2a)} + e^{-j\xi\pi/(2a)}}{2}$$

şeklinde yazılır. $I_0(n\pi)$ eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} I_0(n\pi) &= \frac{1}{2} \int_{-a}^a \left[e^{j\frac{\xi\pi}{2a} + jn\pi\xi} + e^{-j\frac{\xi\pi}{2a} + jn\pi\xi} \right] d\xi \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{e^{j\xi\pi(1/(2a)+n)}}{j\pi(1/(2a)+n)} + \frac{e^{j\xi\pi(n-1/(2a))}}{j\pi(n-1/(2a))} \right] \\ I_0(n\pi) &= \frac{\sin(n\pi + \pi/(2a))}{n\pi + \pi/(2a)} + \frac{\sin(n\pi - \pi/(2a))}{n\pi - \pi/(2a)} \quad (17) \end{aligned}$$

elde edilir.

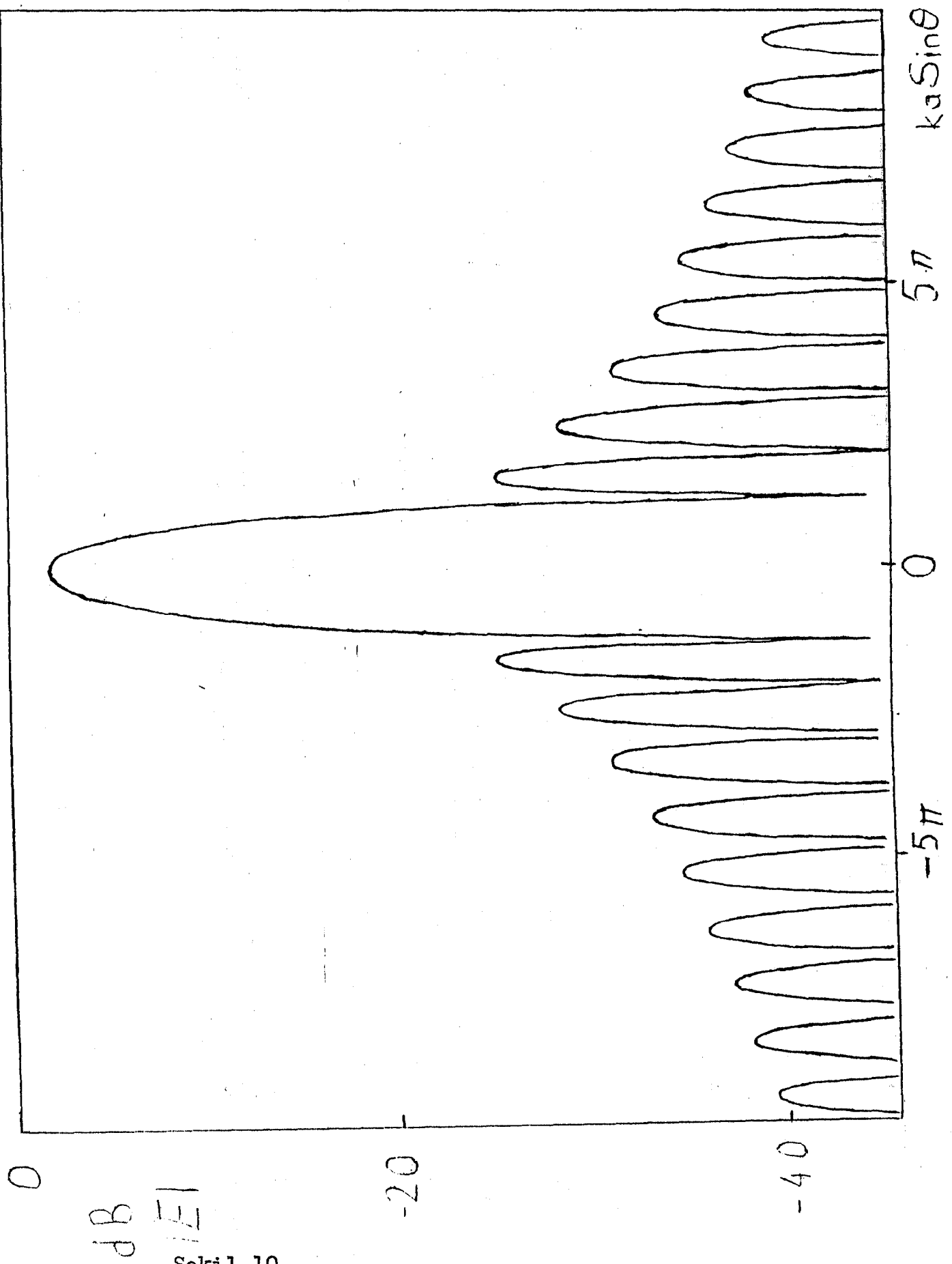
Ek 1 de verilen program radyasyon integralini $k \sin$ ya bağlı olarak $(-10, 10)$ aralığında $(k/2, a/5, (-90, 90)/30)$ aralıklarla hesaplar ve her bulunan değeri ekrana basar. Programda ilk önce ekrana çizdirilecek diyagramın koordinat eksenleri çizdirilir ve toplam haline dönüştürülmüş olan radyasyon ifadesi hesaplanır. Bulunan her bir değer ekrana bastırılır.

Bu aşamada karşılaşılan en büyük güçlük Fresnel integralinin doğru olarak hesaplanamamasıdır. Sebebi ise integral sonucunun büyüyen değeriyle 0.5'e yaklaşan bir değer alması, buna karşılık hesaplanan integral sonucunun aşırı derecede farklı olmasıdır. Integralin çözümü için, biri

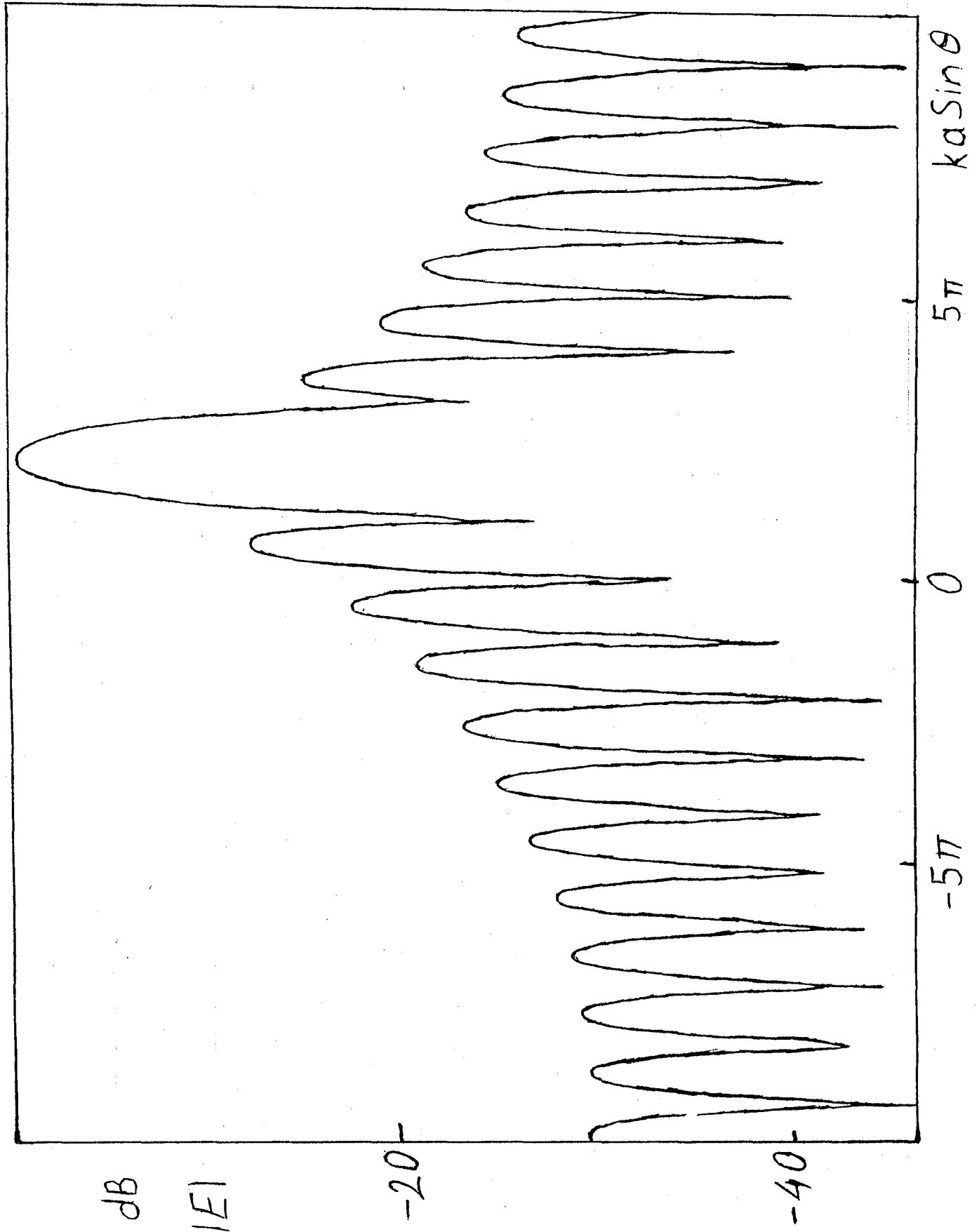
$\alpha < 5$ ve diğeri $\alpha > 5$ değerleri kullanılmak üzere iki ayrı denklem verilmiştir. Oysa ki programdan bulunan değer ile tablolarda yapılan karşılaştırmada $[1] \alpha > 2.9$ olduğunda (14), (15) denklemleri kullanılamaz hale gelmektedir. Çünkü denklemler sonsuz toplamdan oluşmakta ve kullanılan bilgisayar da toplamın yalnızca ilk 15 değeri alınabilmekte, 16. inci değerde aşım (overflow) olup program çalışmamaktadır.

Fresnel integralinin doğru olarak hesaplanamaması, toplam haline dönüştürülen radyasyon integral ifadesinde yalnız ilk değerinin alınmasını gerektirmektedir, zira ilk bir kaç değer toplamının alınması halinde, hesaplanıp ekrana bastırılan değerler ışın diyagramını karakterize eden beam'leri oluşturamamaktadır.

Programda ayrıca arzu edildiğinde bulunan her bir değer ekrana basımı sırasında görülmesini sağlayan, 3dB açıklığını ve kazancı hesaplayan bölümleri de vardır.

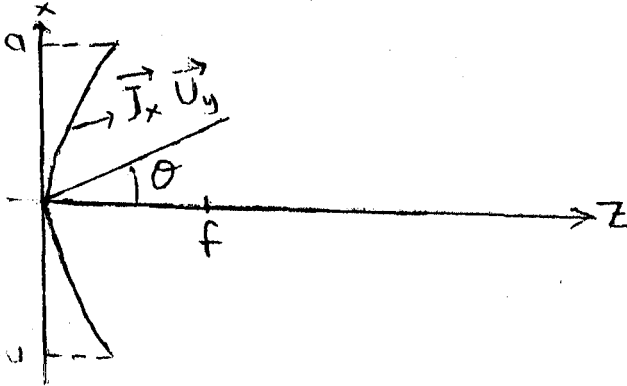


Şekil 10



Şekil 11

6.2 Parabolik Reflektörün Akım Sentezi



Şekil 12

Parabolik silindirin üzerinde akım dağılımı (bir yönlü olarak) $\vec{J} = J'_x(x)\vec{u}_y$ şeklindedir.

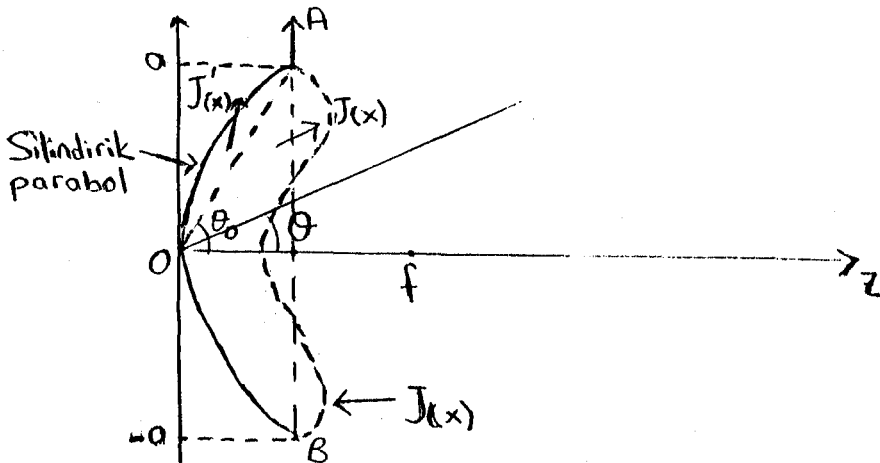
Parabolik silindirin yarıçapı a ve odağı f olsun. Bu akımın uzak ışınım alanı

$$\vec{E} = -\frac{j}{2} \left(\frac{j}{\lambda f}\right)^{1/2} I(\theta) \vec{u}_y \quad (18)$$

ile ifade edilmektedir. Burada

$$I(\theta) = \int_{-a}^a J(x) e^{j\frac{kx^2}{4f} (\cos\theta - \cos\theta_0)} e^{jkx \sin\theta} dx \quad (19)$$

$$J(x) = J'_x(x) e^{j\frac{kx^2}{4f} \cos\theta_0} \quad (20)$$



Şekil 13

elde edilir.

Parabolik silindirin yüzeyi üzerindeki $J(x)$ akım dağılımının $(a, -a)$ açıklığı üzerine izdüşümünü göz önüne alalım. Bu akım $(a, -a)$ aralığında Şekil 11 deki gibi dağılsın. Bu dağılım, Fourier serisine açılabilir, yani

$$J(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n e^{-jn\pi \frac{x}{a}} \quad (21)$$

Buna göre, I_n katsayılarının uzak alanı

$$I(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \Psi_n(\theta) \quad (22)$$

$$I_n = \int_{-a}^a J(x) \cdot e^{jn\pi \frac{x}{a}} dx \quad (23)$$

Burada $\Psi_n(\theta)$ "pseudo sampling" fonksiyonu olup bölüm 6.1.1 de verilmiştir.

Bilinmeyen I_n katsayılarını hesaplamak için çeşitli yöntemler vardır. Örneğin bunlardan "uygun nokta metodu" (point matching technique) ve "minimumlaştırma tekniği" (minimization technique).

Uygun nokta metodu, aşağıdaki lineer sisteme bağlıdır.

$$\hat{I}(\theta_m) = \sum_{n=-N}^N I_n \Psi_n(\theta_m) \quad (24)$$

Burada $m = -M, -M+1, \dots, M$, $M=N$, $N=2a/\lambda$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}(\theta_1) \\ \hat{I}(\theta_2) \\ \dots \\ \hat{I}(\theta_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & \dots & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1(\theta_1) & \dots & \Psi_1(\theta_n) \\ \Psi_2(\theta_1) & \dots & \Psi_2(\theta_n) \\ \vdots & & \vdots \\ \Psi_n(\theta_1) & \dots & \Psi_n(\theta_n) \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}(\theta_m) = \bar{I}_n \cdot \bar{\Psi}_n(\theta_m)$$

$$\hat{I}(\theta_m) \cdot \bar{\Psi}_n^{-1}(\theta_m) = \bar{I}_n \cdot \bar{\Psi}_n(\theta_m) \cdot \bar{\Psi}_n^{-1}(\theta_m)$$

$$\overline{\Psi}_n(\theta_m) \cdot \overline{\Psi}_n^{-1}(\theta_m) \quad \text{Birim matriks}$$

$$\overline{I}_n = \widehat{I}(\theta_m) \cdot \overline{\Psi}_n^{-1}(\theta_m) \quad (25)$$

$\widehat{I}(\theta_m)$ aşağıda verilen ışıma diyagramında uygun θ_m değerlerinde hesaplanır, (25) ifadesindeki matriks işlemleri yapılarak I_n katsayıları hesaplanır. Bulunan I_n katsayıları (21) ifadesinde yerine yazılarak açıklık üzerindeki akım ($J(x)$) elde edilir.

$$J(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n e^{-jnx/a}$$

$$J(x) = I_{-n} e^{jnx/a} + I_{-n+1} e^{j(n-1)x/a} + \dots + I_0 + \dots + I_n e^{-jnx/a}$$

Yalnız reel kısımlar alınır

$$J(x) = I_{-n} \cos(nx/a) + \dots + I_0 + \dots + I_n \cos(-nx/a) \quad (26)$$

$\cos(x) = \cos(-x)$ olduğundan ve ışıma diyagramı eğer simetrik ise $I_{-n} = I_n$ olacağından

$$J(x) = I_0 + 2 \left[I_1 \cos(x/a) + I_2 \cos(2x/a) + \dots + I_n \cos(nx/a) \right] \quad (27)$$

Burada I_n katsayılarını bulan ve bulunan bu katsayılardan açıklık yüzeyindeki akım dağılımını çizen iki ayrı program yapılmıştır.

Şekil 15 de verilen ışıma diyagramı görüldüğü gibi simetriktir, bu yüzden örnekleme noktaları diyagramın yalnızca bir tarafından alınması yeterli olacaktır. Offsetsiz diyagramda örnekleme noktaları için iki ayrı yol izlenmiştir. Birinde yalnızca bimlerin tepe noktaları, diğerinde ise tepe noktaları dışında değerlerde alınmıştır. Bu örnekleme noktaları için Ek 2 de verilen programdan elde edilen değerler ve bunlara bağlı olarak çizdirilen yüzey akım dağı-

lımları Şekil 16 ve Şekil 18 de görülmektedir. Görüldüğü gibi iki diyagram farklıdır, dolayısıyla sadece tepe noktalarında örnekleme yapmak yeterli olmamıştır.

Offsetli durumda ise diyagram simetrik olmadığından, (Şekil 19) tüm tepe noktaları örnekleme noktaları olarak belirlenmiş ve buna göre elde edilen değerlerden antenin yüzey akım dağılımı çizilmiştir (Şekil 20).

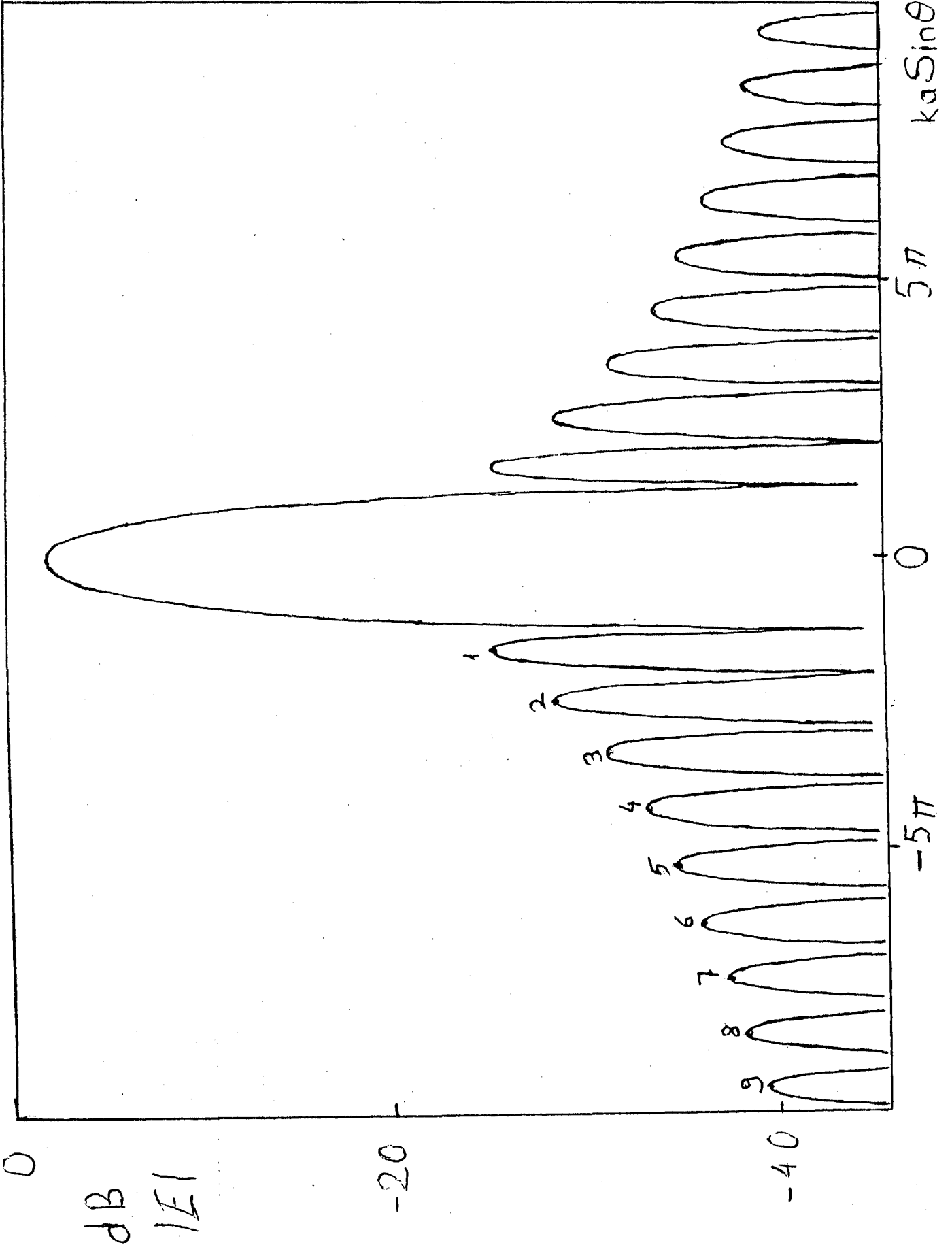
Ek 2 de verilen program

$$\bar{I}_n = \bar{I}(\theta_m) \cdot \bar{\Psi}_n^{-1}(\theta_m)$$

ifadesinden I_n matrisini oluşturmaktadır. Şekillerin ardından görülen girdiler ışına diyagramından milimetrik kâğıt yardımıyla elde edilen değerler olup, bunlar θ_m ve $\hat{I}(\theta_m)$ değerlerinin bulunmasında kullanılmaktadır. Her bir θ_m değeri için $\Psi_n(\theta_m)$ değeri bölüm 6.1.1. de verilen denklemler yardımıyla bulunmakta ve bir kare matris ($n=m$) oluşturulmaktadır. $\bar{\Psi}_n(\theta_m)$ matrisinin tersi "in-place inversion" tekniğiyle alınmakta ve oluşturulan iki matris (25) ifadesi gereğince çarpılarak \bar{I}_n matrisi elde edilmektedir. Çıktılar adı altında verilmiştir.

Oluşturulan \bar{I}_n matrisinden yararlanarak çizdirilen ışına diyagramları ise Şekil 21 ve Şekil 22 de verilmiştir.

Ek 3 de verilen program ise (26) ifadesinde x 'e bağlı olarak $J(x)$ 'i hesaplayıp $(-x, x)$ aralığında $J(x)$ in değişimini çizdirmektedir.



Şekil 15

GIRDILER

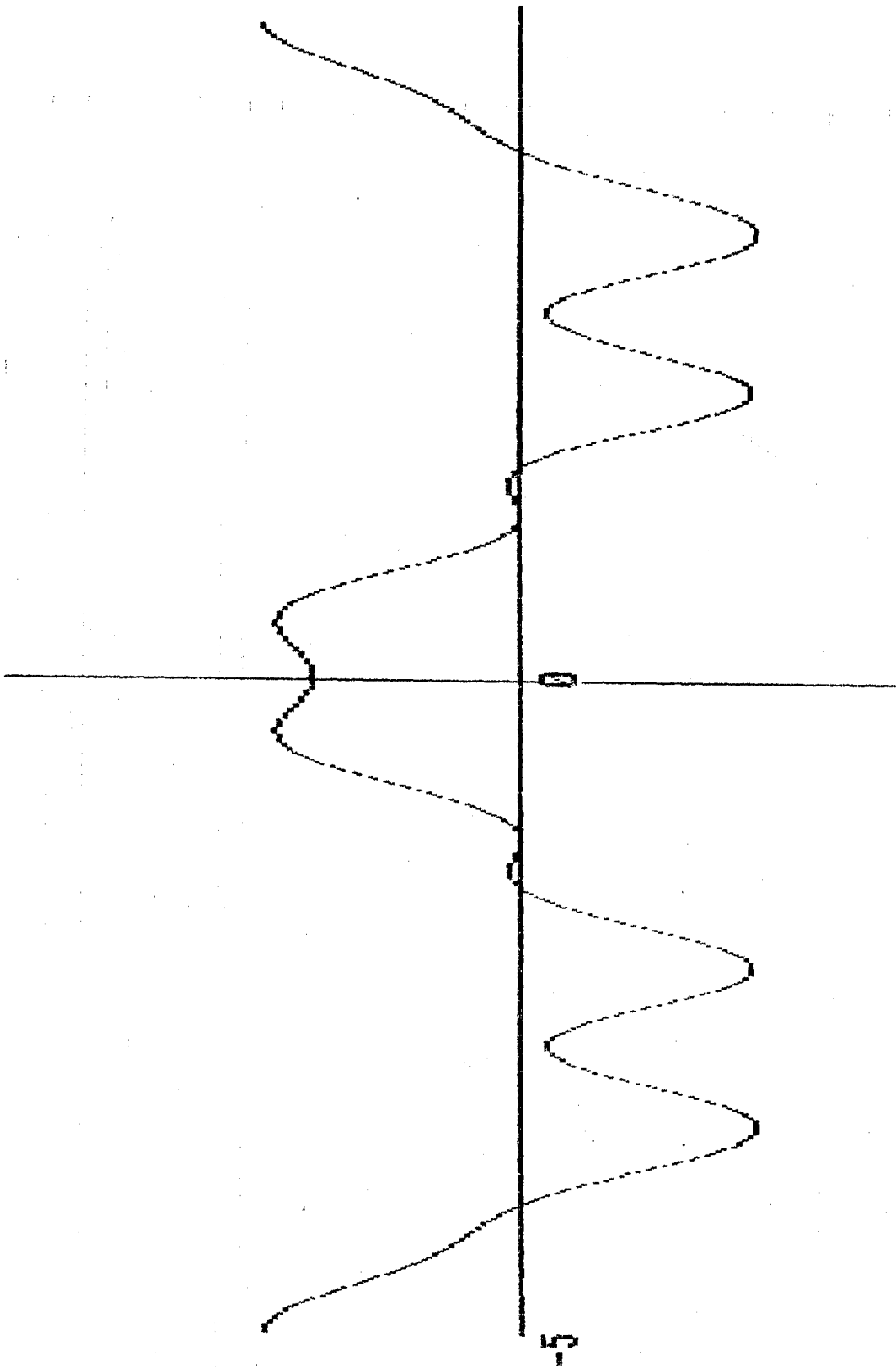
TETA(1) .1595546
 TETA(2) .2550941
 TETA(3) .3530852
 TETA(4) .4651962
 TETA(5) .5840437
 TETA(6) .7008379
 TETA(7) .8445368
 TETA(8) 1.016873
 TETA(9) 1.234324

IDES(1) 1.600114E-05
 IDES(2) 7.994313E-06
 IDES(3) 3.994029E-06
 IDES(4) 2.263789E-06
 IDES(5) 1.65139E-06
 IDES(6) 1.204657E-06
 IDES(7) 9.969461E-07
 IDES(8) 7.272524E-07
 IDES(9) 6.018574E-07

=====

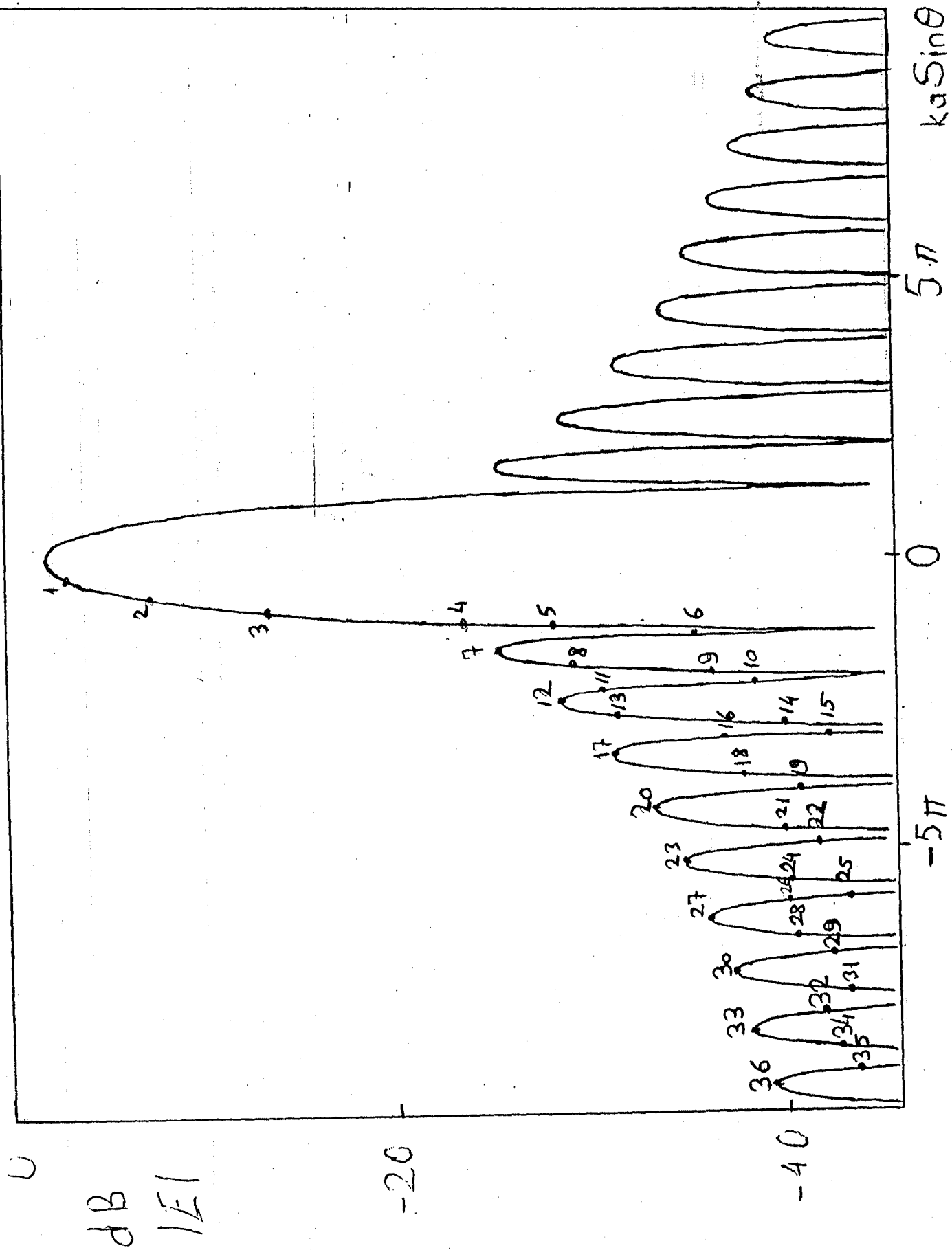
CIKTILAR

I(1) 3.938689E-06
 I(2) 3.482986E-05
 I(3) -4.055164E-06
 I(4) 1.07115E-05
 I(5) -6.646737E-06
 I(6) -9.098338E-07
 I(7) 7.491708E-06
 I(8) -1.157669E-06
 I(9) -1.11135E-05



Şekil 16

ormal termination. Press any key.



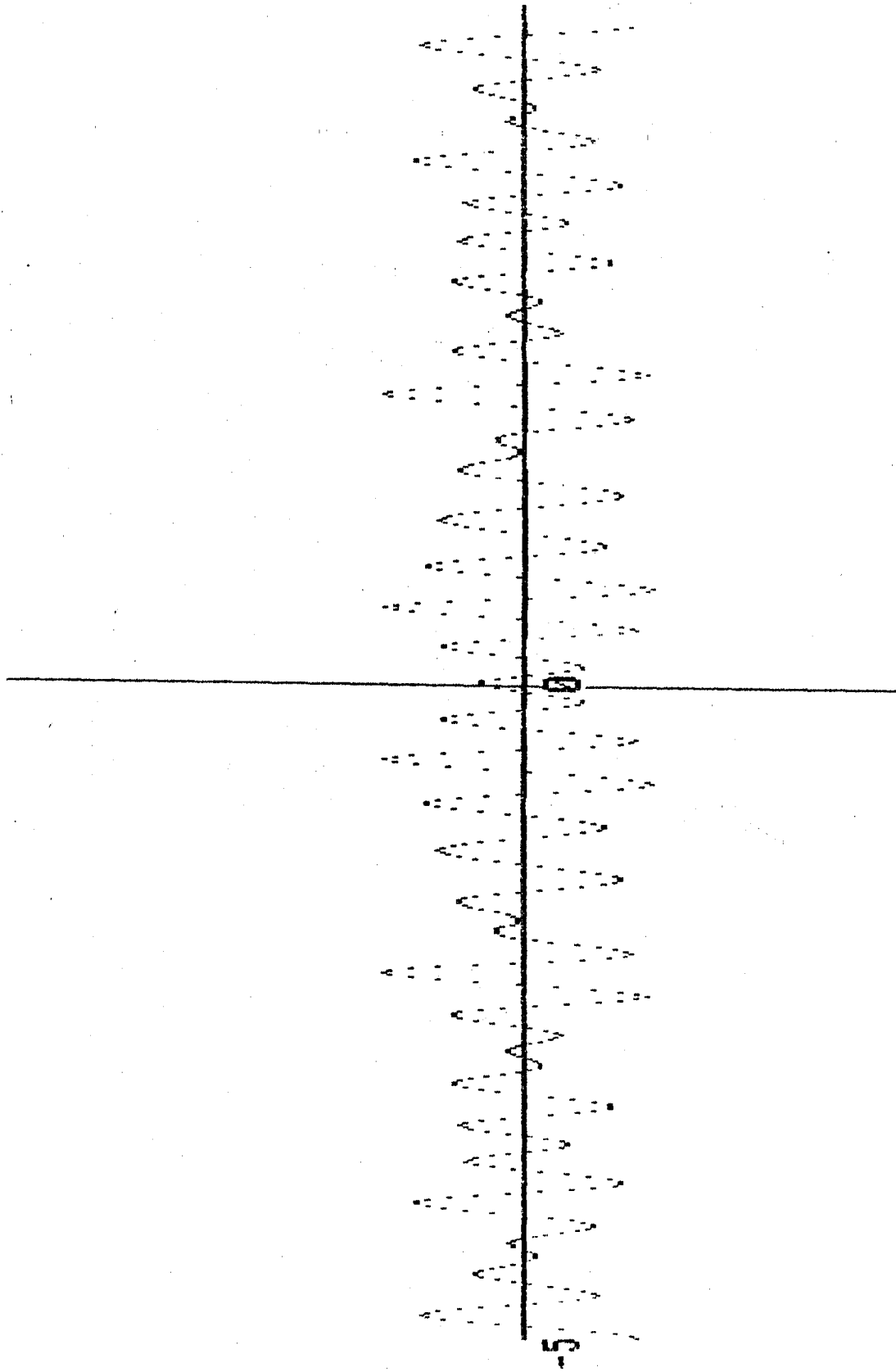
Şekil 17

BIRDILER

TETA(1)	8.419693E-02	IDES(1)	9.071913E-04
TETA(2)	.1076693	IDES(2)	1.45443E-04
TETA(3)	.1217998	IDES(3)	3.010919E-05
TETA(4)	.1265153	IDES(4)	7.042044E-06
TETA(5)	.150105	IDES(5)	2.733372E-06
TETA(6)	.1737793	IDES(6)	1.59845E-05
TETA(7)	.1975524	IDES(7)	6.204388E-06
TETA(8)	.2070731	IDES(8)	2.126664E-06
TETA(9)	.2310095	IDES(9)	1.131616E-06
TETA(10)	.2406342	IDES(10)	4.536269E-06
TETA(11)	.2647651	IDES(11)	7.51102E-06
TETA(12)	.289055	IDES(12)	3.996676E-06
TETA(13)	.3036992	IDES(13)	7.272752E-07
TETA(14)	.3233753	IDES(14)	4.674112E-07
TETA(15)	.3332281	IDES(15)	1.551311E-06
TETA(16)	.363062	IDES(16)	3.996676E-06
TETA(17)	.4033567	IDES(17)	1.131616E-06
TETA(18)	.4340526	IDES(18)	6.407653E-07
TETA(19)	.4704341	IDES(19)	2.568614E-06
TETA(20)	.5075019	IDES(20)	8.254654E-07
TETA(21)	.5507953	IDES(21)	5.645453E-07
TETA(22)	.5842421	IDES(22)	1.760754E-06
TETA(23)	.6295459	IDES(23)	7.272752E-07
TETA(24)	.670656	IDES(24)	3.204048E-07
TETA(25)	.682618	IDES(25)	7.272752E-07
TETA(26)	.7131118	IDES(26)	1.366781E-06
TETA(27)	.7572324	IDES(27)	6.834375E-07
TETA(28)	.8168035	IDES(28)	4.118122E-07
TETA(29)	.8587166	IDES(29)	9.97009E-07
TETA(30)	.9027731	IDES(30)	2.822921E-07
TETA(31)	.9822986	IDES(31)	4.392372E-07
TETA(32)	1.034914	IDES(32)	7.73925E-07
TETA(33)	1.092677	IDES(33)	3.869892E-07
TETA(34)	1.234296	IDES(34)	3.636628E-07
TETA(35)	1.296444	IDES(35)	6.021417E-07
TETA(36)	1.433898	IDES(36)	3.003991E-07

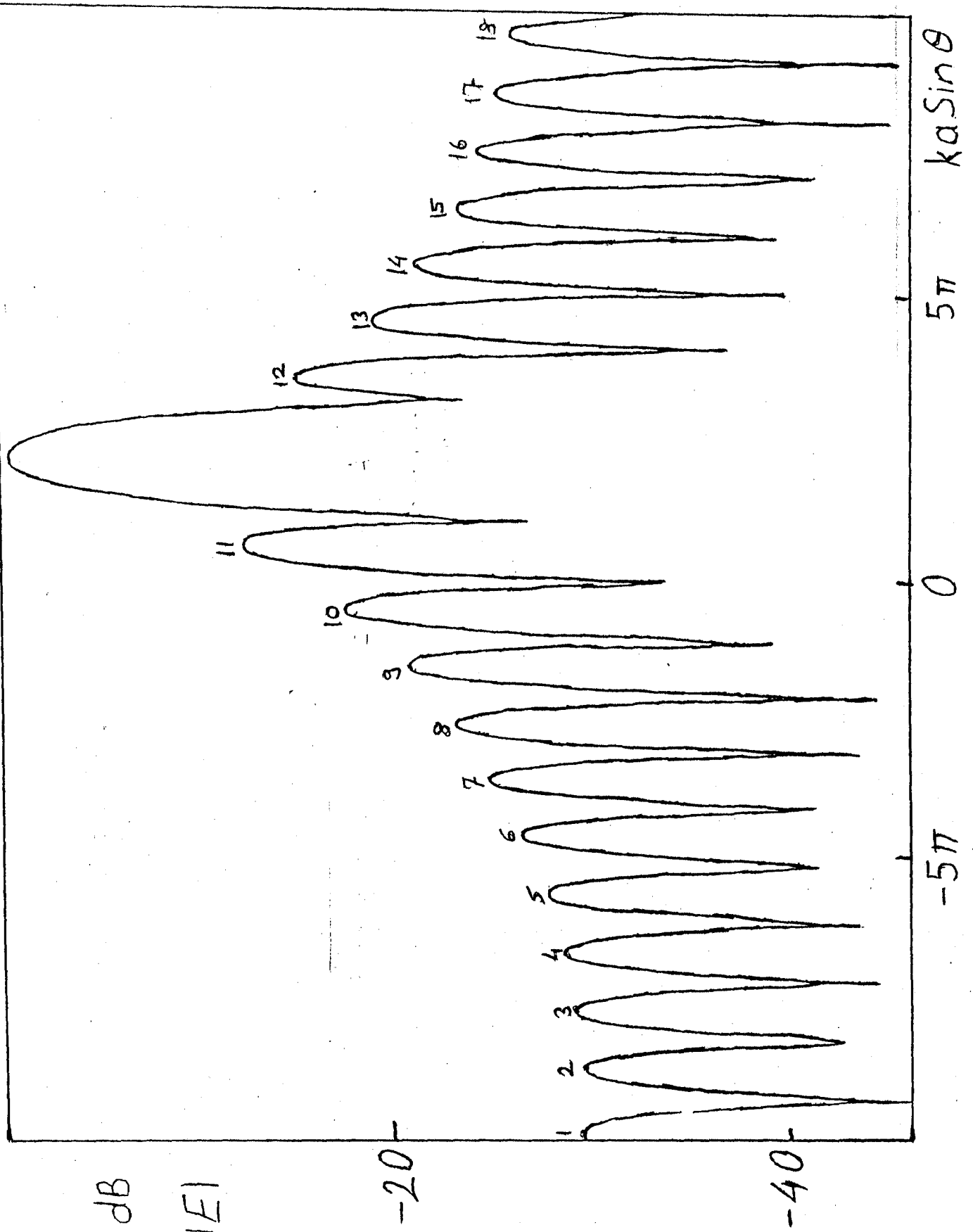
====CIKTILAR====

I(1) -2.341828E-03
I(2) -3.738855E-03
I(3) -2.474655E-03
I(4) 1.128218E-02
I(5) -1.701005E-02
I(6) -2.772769E-03
I(7) 1.386467E-02
I(8) -1.802095E-02
I(9) -.0330031
I(10) 1.934383E-02
I(11) 1.173654E-02
I(12) -4.900363E-02
I(13) -3.112745E-03
I(14) -5.848341E-02
I(15) -.0224312
I(16) -3.461329E-02
I(17) .2163785
I(18) .193634
I(19) -.1205798
I(20) -7.167947E-02
I(21) -.2411594
I(22) 1.493529E-02
I(23) .5902219
I(24) -.204033
I(25) -.2020754
I(26) -.5378205
I(27) 7.449315E-03
I(28) -.3775744
I(29) -.3350244
I(30) 5.108342E-02
I(31) .5006452
I(32) .3747315
I(33) .6367693
I(34) -.4132112
I(35) .4675621
I(36) .4778691



Şekil 18

Normal termination. Press any key.



Şekil 19

GIRBILER

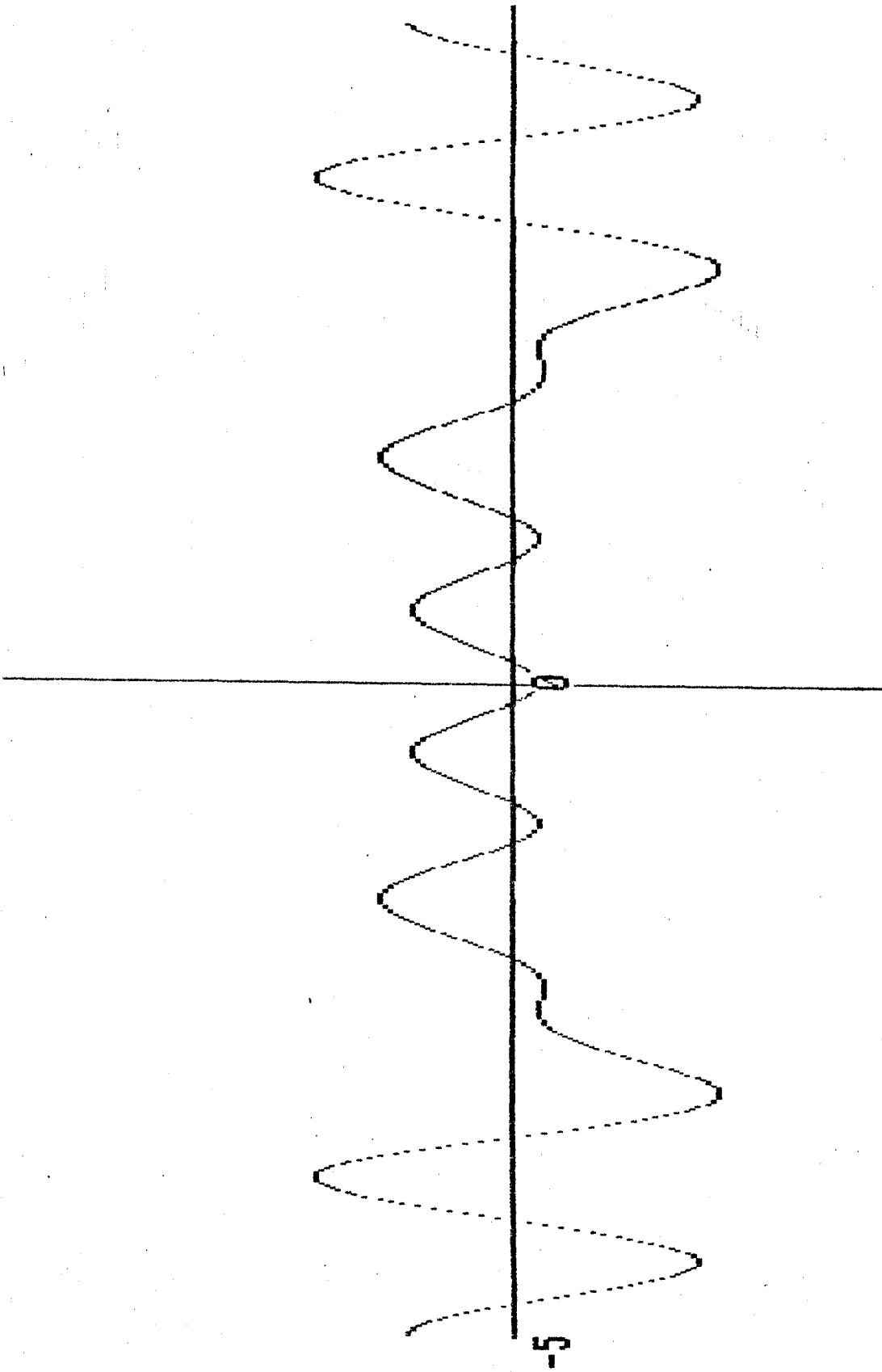
TETA(1) -1.433328
 TETA(2) -1.070329
 TETA(3) -.884479
 TETA(4) -.7339546
 TETA(5) -.6016916
 TETA(6) -.4805469
 TETA(7) -.3666505
 TETA(8) -.257555
 TETA(9) -.1515225
 TETA(10) -4.718732E-02
 TETA(11) 6.608583E-02
 TETA(12) .3565642
 TETA(13) .4699371
 TETA(14) .4805469
 TETA(15) .7213212
 TETA(16) .869724
 TETA(17) 1.051008
 TETA(18) 1.332316

#####

IDES(1) 6.029128E-06
 IDES(2) 5.655576E-06
 IDES(3) 6.427357E-06
 IDES(4) 7.304454E-06
 IDES(5) 8.849544E-06
 IDES(6) 1.218457E-05
 IDES(7) 1.78845E-05
 IDES(8) 2.625084E-05
 IDES(9) 4.378904E-05
 IDES(10) 9.434066E-05
 IDES(11) 2.983314E-04
 IDES(12) 1.67764E-04
 IDES(13) 6.851883E-05
 IDES(14) 3.853098E-05
 IDES(15) 2.309871E-05
 IDES(16) 1.906577E-05
 IDES(17) 1.476194E-05
 IDES(18) 1.298936E-05

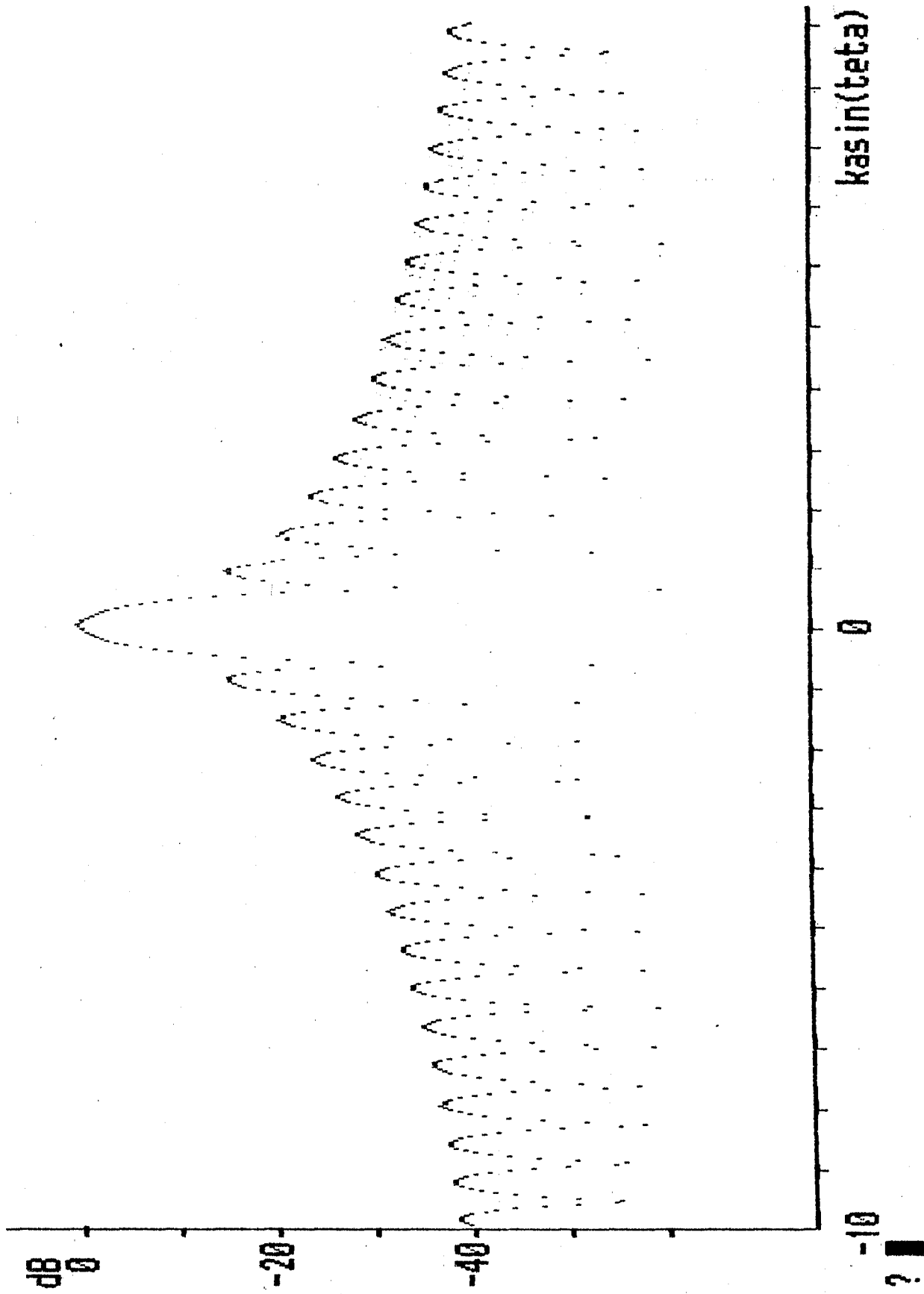
CIKTILAR

I(1) 2.736306E-04
 I(2) 1.021045E-04
 I(3) 3.315135E-03
 I(4) -3.395499E-03
 I(5) 2.925715E-04
 I(6) 6.973223E-03
 I(7) -5.403873E-03
 I(8) -3.922782E-03
 I(9) 9.001824E-03
 I(10) -.0135919
 I(11) 2.945476E-02
 I(12) -6.035618E-03
 I(13) -1.122307E-02
 I(14) .014929
 I(15) 3.251432E-03
 I(16) -1.596252E-02
 I(17) 1.583426E-02
 I(18) -3.289698E-02

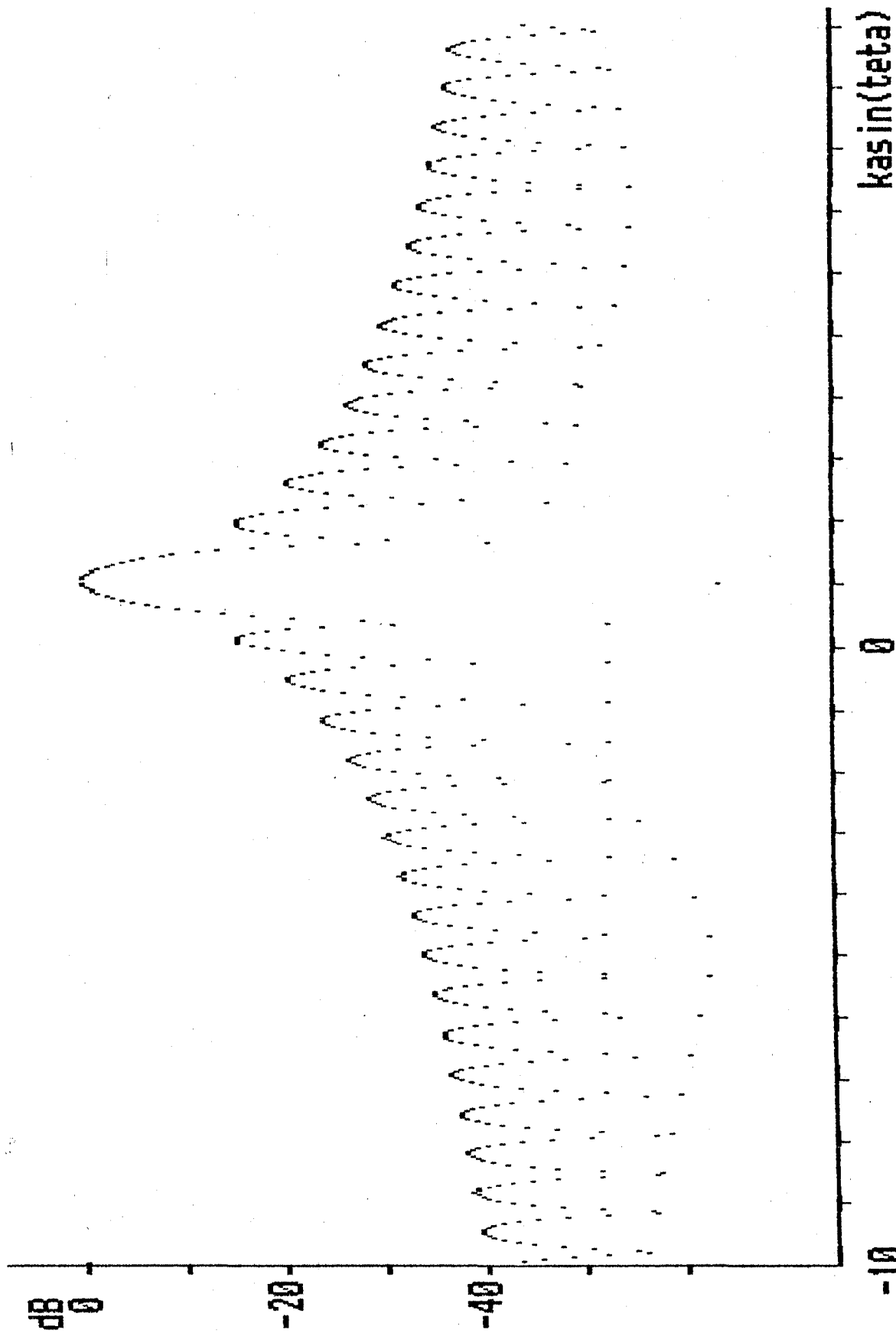


Şekil 20

Normal termination. Press any key.



Şekil 21



Şekil 22

SONUÇLAR

Mikrodalga reflektör antenlerin radyasyon özelliklerinin hızlı ve etkin bir şekilde hesaplanabilmesi için bilgisayar kullanmak gerekmektedir. Bu yüzden yeterince hassas ve kullanılması kolay algoritmalar geliştirmek önem kazanmıştır. Fiziksel ve geometrik optik yöntemlerin bir çok mühendislik uygulamalarında yeterli olduğu, pratikte ortaya çıkmıştır. Bu yüzden antenlerin arka radyasyon özelliklerinin çok hassas olarak bilinmesi gerekmediği durumlarda fiziksel optik yöntemi çok pratik bir metod olarak kullanılabilir. Bu çalışmada radyasyon integrali fiziksel optik metoduyla bulunmuş, örnekleme teknikleri (Pseudo Sampling) kullanılarak ışın diyagramı çizdirilmiştir.

Çizdirilen ışın diyagramları gerçeğe benzemesine rağmen tıpatıp aynısı değildir. Bunun sebebi ise programların işleyişi sırasında hem çok küçük, hemde çok büyük sayılarla aynı anda karşılaşılması ve bunlar üzerinde işlem yapılmasıdır. Ayrıca bilhassa fresnel integralinin doğru bir şekilde hesaplanamaması (sebebi ilgili bölümde verilmiştir) sonuçları büyük ölçüde etkilemiştir. Bütün bunlara rağmen yapılan programlar ile hızlı bir şekilde anten karakteristiği incelenebilmektedir.

KAYNAKLAR

- 1 Abramowitz, M., Stegun, I.A., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables 297-324 p
- 2 Akkaya, İ. 1982, Anten teorisine Giriş, Fatih Yayınevi 212 s
- 3 Bucci, O.M., Franceschetti, G., D'Elia, G., Pierri, R. 1982, Use of Sampling Functions For The Analysis of Radiating Structures, ESTEC Contract, 4380/80/NL/D6 126 p
- 4 Bucci, O.M., Franceschetti, G., Pierri, R., 1981, Reflector Antennas Field, An Exact Aperture Like Approach IEEE Trans. Antennas Propogate AP-29 580-586 p
- 5 Constantine, A. 1982, Antenna Theory Analysis and Desing, Harper and Row Publishers NewYork
- 6 D'Elia, G., Leone, G., Pierri, R. 1987, Current Synthesis on a Parabolic Cylinder, Anten Sempozyumu Fransa 38-41 p
- 7 Israel, V.G., Mittra, R. 1977, A New Series Representation For The Radiation Integral With Application To Reflector Antennas IEEE Trans. Antennas Propogate AP-25 631-641 p
- 8 Kreyszig, E. 1983, Advanced Engineering Mathematics, Fifth Edition QA401.K73
- 9 Mikrodalga Açıklık Antenler Lisansüstü Yaz Okulu Ders Notları, Adana, 12-23 Eylül 1988

```

600 GRAF=30:ENBU=-300:GAIN=0:ENBUY=-300
730 CLS
800 SCREEN 2,0,0
810 LINE (30,4)-(30,170)
820 LOCATE 2,1
830 PRINT "dB"
840 LINE (30,170)-(650,170)
850 LOCATE 23,70
860 PRINT "kasin(teta)"
861 LINE (26,20)-(30,20)
862 LOCATE 3,2
863 PRINT "0"
864 LINE (26,40)-(30,40)
867 LINE (26,60)-(30,60)
868 LOCATE 8,1
869 PRINT "-20"
870 LINE (26,80)-(30,80)
873 LINE (26,100)-(30,100)
874 LOCATE 13,1
875 PRINT "-40"
876 LINE (26,120)-(30,120)
877 LINE (26,140)-(30,140)
878 LINE (60,170)-(60,172)
879 LOCATE 23,3
880 PRINT "-10"
881 LINE (90,170)-(90,172)
882 LINE (120,170)-(120,172)
883 LINE (150,170)-(150,172)
884 LINE (180,170)-(180,172)
885 LINE (210,170)-(210,172)
886 LINE (240,170)-(240,172)
887 LINE (270,170)-(270,172)
888 LINE (300,170)-(300,172)
889 LINE (330,170)-(330,172)
890 LINE (360,170)-(360,172)
891 LOCATE 23,42
892 PRINT "0"
893 LINE (390,170)-(390,172)
894 LINE (420,170)-(420,172)
895 LINE (450,170)-(450,172)
896 LINE (480,170)-(480,172)
897 LINE (510,170)-(510,172)
898 LINE (540,170)-(540,172)
899 LINE (570,170)-(570,172)
900 LINE (600,170)-(600,172)
901 LINE (630,170)-(630,172)
910 PI=3.141592653589795#
930 H=5
940 F=10
950 FOR TE=-10*PI TO 10*PI STEP PI/30
952 IF TE=-10*PI THEN 1700
953 IF TE=10*PI THEN 1700
955 IF TE=0 THEN 1700
960 TETA=ATN((TE/(2*PI*H))/SQR((-TE/(2*PI*H))*(TE/(2*PI*H))+1))
970 Y=2*PI*H^2*(COS(TETA)-1)/F:Y=ABS(Y)
975 IF Y=0 THEN 1750
980 IRE=0:IIM=0
1030 FOR N=0 TO 1
1035 REM FIU
1040 X=TE-N*PI
1050 A=COS(Y/8+X^2/Y)/Y^.5

```

```

1060 B=SIN(Y/8+X^2/Y)/Y^.5
1070 F1=(X-Y/2)/Y^.5
1080 E1=(X+Y/2)/Y^.5
1090 Z=F1
1100 GOSUB 2000
1110 FR=(F1/8)^.5-C
1120 FI=(F1/8)^.5-S
1130 Z=E1
1140 GOSUB 2000
1150 ER=(F1/8)^.5-C
1160 EI=(F1/8)^.5-S
1170 RE=A*(FR-ER)-B*(FI-EI)
1180 IM=B*(FR-ER)+A*(FI-EI)
1185 REM IO IN HESABI
1190 IO=SIN(N*PI+PI/10)/(N*PI+PI/10)+SIN(N*PI-PI/10)/(N*PI-PI/10)
1280 IRE=IRE+IO*RE
1290 IIM=IIM+IO*IM
1685 NEXT N
1690 MODIU=0.5*(IRE^2+IIM^2)^.5:GAIN=GAIN+MODIU
1692 IF MODIU=0 THEN 1750
1693 MIU=20*LOG(MODIU)
1694 IF ENBU<MODIU THEN ENBU=MODIU
1695 GOTO 1700
1696 IF ENBUY<MIU THEN ENBUY=MIU:TTTT=TE/PI
1697 LOCATE 23,40.5:PRINT ENBUY:"** ";TTTT
1698 IF MIU<-3 THEN LOCATE 2,40.5:PRINT TE/PI
1700 GOSUB 2500
1710 GOTO 1750
1720 LOCATE 3,10.2:PRINT MIU:LOCATE 23,10.2:PRINT TE/PI
1750 NEXT TE
1752 INPUT W
1753 IF W<>1 THEN 1752
1755 CLS
1756 LOCATE 3,10,20
1758 PRINT"GAIN=";ENBU/(GAIN/597);"ENBU=";ENBU;"__ORTALAMA__";GAIN/597
1760 END
2000 REM FRESNEL INTEGRALI HESABI
2002 C=0
2010 IF Z>0 THEN 2040
2020 Z=-Z
2040 IF Z>2.9 THEN 2130
2050 FOR I=0 TO 15
2060 Q=1
2070 FOR J=1 TO 2*I
2080 Q=Q*J
2090 NEXT J
2100 C=C+(-1)^I*(PI/2)^(2*I)*Z^(4*I+1)/(Q*(4*I+1))
2110 NEXT I
2120 GOTO 2150
2130 D=.5+(.3183099-.0968/Z^4)*SIN(PI*Z^2/2)/Z
2140 C=D-(.0132-.154/Z^4)*COS(PI*Z^2/2)/Z^3
2150 S=0
2160 IF Z>2.9 THEN 2250
2170 FOR I=0 TO 15
2180 Q=1
2190 FOR J=1 TO 2*I+1
2200 Q=Q*J
2210 NEXT J
2220 S=S+(-1)^I*(PI/2)^(2*I+1)*Z^(4*I+3)/(Q*(4*I+3))
2230 NEXT I

```

```
2240 GOTO 2270
2250 D=.5-(.3183099-.0968/Z^4)*COS(PI*Z^2/2)/Z
2260 S=D-(.10132-.154/Z^4)*SIN(PI*Z^2/2)/Z^3
2270 RETURN
2500 REM GRAFIK CIZIM KISMI
2510 GRAF=GRAF+1
2520 LINE (GRAF,-MIU+20)-(GRAF,-MIU+20)
2530 RETURN
```

```

5 A=5:F=10
10 PI=3.141592653589795
15 LPRINT "GIRDILER"
20 DIM PSRE(37,37),PS(37,37),PSI(37,37),PSIM(37,37),PSIRE(37,37),PSIIM(37
25 DIM IR(37),IJ(37),IDES(37),TETA(37),AR(37),AI(37),M(37),IDESS(37),YY(3
30 FOR N=1 TO 9
40 READ M:M=M*10*PI/107:TETA(N)=ATN(M/(10*PI))/SQRT(1-(M/(10*PI))^2)
50 LPRINT "TETA(";N;")":TETA(N)
60 NEXT N
A5 LPRINT "#####"
72 FOR N=1 TO 9
74 READ IDES(N):IDES(N)=-IDES(N)*40/146:IDES(N)=10^(IDES(N)/10)/(60*PI)
75 LPRINT "IDES(";N;")":IDES(N)
76 NEXT N
78 LPRINT "#####"
80 FOR N=1 TO 9
85 FOR M=1 TO 9
90 Y=2*PI*A^2*(COS(TETA(M))-1)/F:Y=ABS(Y):IF Y=0 THEN 152
95 X=10*PI*SIN(TETA(M))-N*PI
100 REEL1=COS(Y/8+X^2/Y)/Y^.5
110 IMAJ1=SIN(Y/8+X^2/Y)/Y^.5
120 F1=(X-Y/2)/Y^.5
130 E1=(X+Y/2)/Y^.5
140 Z=F1
150 GOSUB 2000
151 GOTO 160
152 C=0.5:S=0.5
160 FR1=(PI/8)^.5-C
170 FI1=(PI/8)^.5-S
172 IF Y=0 THEN 192
180 Z=E1
190 GOSUB 2000
191 GOTO 200
192 C=0.5:S=0.5
200 ER1=(PI/8)^.5-C
210 EI1=(PI/8)^.5-S
220 RE1=REEL1*(FR1-ER1)-IMAJ1*(FI1-EI1)
230 IM1=IMAJ1*(FR1-ER1)+REEL1*(FI1-EI1)
390 PSRE(N,M)=RE1:PSIRE(N,M)=PSRE(N,M)
400 PSIM(N,M)=IM1:PSIIM(N,M)=PSIM(N,M)
405 PS(N,M)=(PSRE(N,M)^2+PSIM(N,M)^2)^.5:PSI(N,M)=PS(N,M)
410 NEXT M
420 NEXT N
430 FOR K=1 TO 9
440 FOR L=1 TO 9
450 PRINT USING"####.##";PS(K,L);
460 NEXT
470 PRINT
480 NEXT
490 PRINT "-----"
500 REM IN-PLACE INVERSION
510 FOR K=1 TO 9:IF PS(K,K)=0 THEN PRINT "DIAGONAL ELEMANI DEGISTIR":END
520 PS(K,K)=1/PS(K,K)
540 FOR RC=1 TO 9:IF RC=K THEN 650
550 REM 1. SATIRI DUZENLE
560 PS(K,RC)=PS(K,RC)*PS(K,K)
590 REM SATIR ELEMENLARINI SAKLA
600 AR(RC)=PS(RC,K)
610 REM 1. SUTUNU DUZENLE
620 PS(RC,K)=-PS(RC,K)*PS(K,K)
650 NEXT
660 FOR RO=1 TO 9:IF RO=K THEN 720
670 FOR CO=1 TO 9:IF CO=K THEN 710

```



```

680 REM DIAGONAL SATIR SUTUN DISINDAKI MATRISI DUZENLE
690 FS(R0,CO)=FS(R0,CO)-AR(R0)*PS(K,CO)
710 NEXT
720 NEXT
730 NEXT
740 FOR R0=1 TO 9
750 FOR CO=1 TO 9
760 PRINT USING"##.##";FS(R0,CO);
770 NEXT
775 PRINT
780 NEXT
790 LPRINT "CIKTILAR"
800 REM MATRIS CARPIMI
810 FOR M=1 TO 9
820 YY(M)=0
830 FOR J=1 TO 9
845 YY(M)=YY(M)+IDES(J)*PS(J,M)
850 NEXT
855 LPRINT "I(";M;")";YY(M)
860 NEXT
862 LPRINT "====KARSILASTIRMA===="
865 FOR M=1 TO 9
870 IDESS(M)=0
875 FOR J=1 TO 9
883 IDESS(M)=IDES(M)+YY(J)*PSI(J,M)
885 NEXT
890 LPRINT "IDES(";M;")";IDES(M)
895 NEXT
930 END

2000 REM FRESNEL INTEGRALI HESABI
2010 C=0
2020 IF Z>0 THEN 2040
2030 Z=-Z
2040 IF Z>2.9 THEN 2130
2050 FOR I=0 TO 15
2060 Q=1
2070 FOR J=1 TO 2*I
2080 Q=Q*J
2090 NEXT J
2100 C=C+(-1)^I*(PI/2)^(2*I)*Z^(4*I+1)/(Q*(4*I+1))
2110 NEXT I
2120 GOTO 2150
2130 D=.5+(.3183099-.0968/Z^4)*SIN(PI*Z^2/2)/Z
2140 C=D-(.10132-.154/Z^4)*COS(PI*Z^2/2)/Z^3
2150 S=0
2160 IF Z>2.9 THEN 2250
2170 FOR I=0 TO 15
2180 Q=1
2190 FOR J=1 TO 2*I+1
2200 Q=Q*J
2210 NEXT J
2220 S=S+(-1)^I*(PI/2)^(2*I+1)*Z^(4*I+3)/(Q*(4*I+3))
2230 NEXT I
2240 GOTO 2270
2250 D=.5-(.3183099-.0968/Z^4)*COS(PI*Z^2/2)/Z
2260 S=D-(.10132-.154/Z^4)*SIN(PI*Z^2/2)/Z^3
2270 RETURN
2500 DATA 17,27,37,48,59,69,80,91,101
2600 DATA 92,103,114,123,128,133,136,141,144

```

EK 3

```
0 GRAF=30
0 CLS
0 SCREEN 2,0,0
0 GOTO 910
0 LINE (330,4)-(330,170)
0 LOCATE 2,1
0 PRINT
0 LINE (30,100)-(650,100)
0 LOCATE 23,70
0 PRINT
9 LOCATE 14,3
0 PRINT "-5"
1 LOCATE 14,42
2 PRINT "0"
5 END
0 PI=3.141592653589795#
0 FOR X=-5 TO 5 STEP 1/60
0 J=8.938689E-06*COS(PI*X/5)+3.482986E-05*COS(2*PI*X/5)
1 J=J-4.055164E-06*COS(3*PI*X/5)+1.07115E-05*COS(4*PI*X/5)
2 J=J-6.646737E-06*COS(PI*X)-9.098338E-07*COS(6*PI*X/5)
3 J=J+7.491708E-06*COS(7*PI*X/5)-1.157669E-06*COS(8*PI*X/5)
4 J=J-1.042435E-05*COS(9*PI*X/5)
5 S=J*1000000:D=-S+100
7 IF INT(-S+100)=40 THEN B=J
8 IF INT(-S+100)=80 THEN C=J
0 GOSUB 2500
0 NEXT X
00 GOTO 810
00 REM GRAFIK CIZIM KISMI
10 GRAF=GRAF+1
20 LINE (GRAF,D)-(GRAF,D)
30 RETURN
```