

**UÇUŞ KONTROL SİSTEM TASARIMINDA
KATLI-MODEL YAKLAŞIMI VE GENETİK
ALGORİTMA TEKNİĞİNİN UYGULANMASI**

Ayşe KAHVECİOĞLU /
Doktora Tezi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Sivil Havacılık Anabilim Dalı
Mayıs-2000

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayşe Kahvecioğlu'nun 'Uçuş Kontrol Sistem Tasarımında Katlı-Model Yaklaşımı ve Genetik Algoritma Tekniğinin Uygulanması' başlıklı Sivil Havacılık Anabilim Dalındaki, Doktora tezi 04.05.2000 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Yrd.Doç.Dr. Can Özdemir

Üye : Prof.Dr. Hidayet Buğdaycı

Üye : Doç.Dr. Abdurrahman Karamancıoğlu

Anadolu Üniversitesi Fen/Sağlık Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun
10.05.2000...tarih ve12/5.....sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü
Prof. Dr. Orhan ÖZER
Fen Bilimleri Enstitüsü
MÜDÜRÜ

ÖZET

Doktora Tezi

UÇUŞ KONTROL SİSTEM TASARIMINDA KATLI-MODEL YAKLAŞIMI VE GENETİK ALGORİTMA TEKNİĞİNİN UYGULANMASI

Ayşe KAHVECİOĞLU

Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Sivil Havacılık Anabilim Dalı

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Can ÖZDEMİR
2000

Otomatik uçuş kontrol sistem tasarımında karşılaşılan en önemli problemlerden birisi, atmosferik ve diğer bazı bozucu etkilerden (pilotun verdiği kumanda vs.) dolayı, uçağın istenen bir uçuş durumunu uzun süre koruyamamasıdır. Belli uçuş durumları için tasarlanan denetleyiciler tüm uçuş zarfı içinde istenen performans ve kararlılık özelliklerini vermeyebilir. Bu nedenle, sistem modelindeki fiziksel parametrelerinde belirsizlik ve tasarım objektifi olarak birtakım performans sınırları olan sistemlerde kullanılan katlı-model yaklaşımı, uçuş kontrol sistem tasarımında da verimli bir şekilde uygulanmaktadır. Katlı-model yaklaşımına göre, uçuş zarfı içinden örneklenen belli uçuş noktaları için istenen kararlılık ve performans özelliklerini sağlayan denetleyici kazancı kümelerinin kesişimi, tüm uçuş zarfı için de aynı kararlılık ve performans özelliklerini sağlar. Bu çalışmada, örneklenen uçuş noktaları için bulunan kesişim kararlılık kümesinden istenen performans özelliğini sağlayan en iyi denetleyici kazancının hesaplanması için, genetik ve doğal seçime dayalı bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma tekniğinden faydalanılmıştır. PASCAL dilinde kodlanan bir genetik algoritma programı, farklı uçak tiplerinde yunuslama hızı kontrol sistem tasarımına uygulanmış ve bulunan denetleyici kazancı için kapalı döngü sistemin birim basamak tepkilerinde oldukça iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Uçuş Kontrol Sistem Tasarımı, Katlı-Model Yaklaşımı, Genetik Algoritma

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

FLIGHT CONTROL SYSTEM DESIGN USING MULTI-MODEL APPROACH AND GENETIC ALGORITHM

Ayşe KAHVECİOĞLU

Anadolu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Civil Aviation Program

Supervisor: Yrd.Doç.Dr. Can ÖZDEMİR
2000

One of the most important problems in automatic flight control system design is that an aircraft can not maintain a desired flight condition in the aircraft's flight envelope for a long time due to atmospheric and other disturbance effects (pilot's command etc.). The controller which is designed for the certain flight condition can not give desired performances and stability specifications in all flight envelope. Because of this, the multi-model approach used at the systems that are explicit uncertainty bounds for physical parameters in the plant model and performance bounds as design objectives is efficiently applied to flight control system design. According to multi-model approach, the set of the cross section of the set of controller gains that ensure a desired performance and stability specifications for sampled flight conditions in the aircraft's flight envelope gives the same stability and performance specifications for all the aircraft's flight envelope. In this research, the technique of genetic algorithm that is an optimization method based on genetic and natural selection is applied to calculate for the best controller gain that is ensured a desired performance criteria in the set of the cross section of stability for the sampled flight conditions. A genetic algorithm program, which is coded in PASCAL programming language, is applied to the design of the pitch rate control system for different aircraft. It is found that, the unit step response of the closed loop system according to controller gain, calculated by using this program, is rather good.

Keywords: Flight Control System Design, Multi-Model Approach, Genetic Algorithm

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım sırasında her konuda son derece büyük yardım ve desteğini gördüğüm danışmanım Sayın Yrd.Doç.Dr.Can Özdemir'e, özellikle uçuş kontrol sistem tasarımı ile ilgili yaptığı çalıőmalarla bize yol gösteren ve katkıda bulunan Sayın Doç.Dr. Abdurrahman Karamancıoğlu'na teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tezin her aşamasında bana büyük manevi destek veren annem ve eşime de çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. UÇAK HAREKET DENKLEMLERİ.....	6
2.1. Giriş.....	6
2.2. Rijid Bir Uçağın Hareket Denklemleri.....	8
2.2.1. Öteleme hareketi.....	8
2.2.2. Dönme hareketi.....	11
2.2.3. Yerçekimi kuvvetinin hareket denklemlerine etkisi.....	13
2.2.4. Eksen dönüşümleri.....	15
2.2.5. Atalet ve yerçekimi terimlerinin doğrusallaştırılması.....	16
2.3. Hareket Denklemlerinin Doğrusallaştırılması.....	20
2.3.1. Aerodinamik kuvvet ve moment terimlerinin genişletilmesi.....	20
2.3.2. Uzunlamasına hareket denklemleri.....	21
2.4. Hıza Bağlı Eksen Sistemine Göre Hareket Denklemleri.....	22
2.5. Durum ve Çıkış Denklemleri.....	24
2.5.1. Durum denklemi.....	24
2.5.2. Çıkış denklemi.....	25
2.5.3. Uzunlamasına hareket uçak denklemleri.....	26
2.6. Uzunlamasına Hareket Kararlılığı.....	29
2.7. Uzunlamasına Hareketle İlgili Transfer Fonksiyonları.....	30
2.7.1. Durum denklemi ve transfer fonksiyonu arasındaki ilişki.....	30
2.7.2. Belli bir hareket değişkenini seçmek için çıkış matrisinin	

kullanılması	32
2.7.3. Transfer fonksiyonunun gösterimi	33
2.8. Kısa Periyot Yaklaşımından Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi	36
2.9. Phugoid Yaklaşımından Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi.....	38
2.10. Kısa Periyot ve Phugoid Yaklaşımlarının Hassasiyeti.....	41
3. KATLI-MODEL YAKLAŞIMIYLA GÜRBÜZ KONTROL SİSTEM TASARIMI	43
3.1. Giriş.....	43
3.2. Problem Formülasyonu	46
3.3. Kutup Bölgesinin Belirlenmesi	48
3.4. Vektörel Performans İndisi	51
4. GENETİK ALGORİTMA	52
4.1. Giriş.....	52
4.2. Genetik Algoritmaların Diğer Optimizasyon Tekniklerine Göre Farklılıkları.....	52
4.3. Genetik Algoritma Terminolojisi.....	54
4.4. Genetik Algoritma Parametreleri	55
4.5. Genetik Algoritmanın Elle Yürütülmesi	58
4.6. Genetik Algoritmanın Temel Teoremi.....	60
4.7. Şemalarla Genetik Algoritmanın Yürütülmesi.....	67
4.8. Dizilerin Kodlanması	70
5. KATLI- MODEL YAKLAŞIMI VE GENETİK ALGORİTMANIN UÇAĞIN UZUNLAMASINA HAREKET KONTROLÜNE UYGULANMASI.....	72
5.1. Giriş.....	72
5.2. Kararlılık Artırıcı Sistemler	72
5.3. Yanlamasına Eksende Kararlılık Artırma	74
5.4. Katlı-Model Yaklaşımının Uzunlamasına Uçuş Kontrol Sistem Tasarımına Uygulanması	75
5.5. Genetik Algoritma ile Denetleyici Kazancının Bulunması.....	78

5.6. Genetik Algoritmanın Çeşitli Uçuş Kontrol Tasarımlarına Uygulanması	81
6. SONUÇLAR	98
7. ÖNERİLER.....	99
8. KAYNAKLAR DİZİNİ	100
9. EKLER.....	101
EK-1. Paskal Dilinde Kodlanmış Genetik Algoritma Programı	101

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1. Otomatik uçuş kontrol sisteminin genel yapısı	3
Şekil 2.1. Yere bağlı eksen sistemi	6
Şekil 2.2. Uçağa bağlı eksen sistemi	7
Şekil 2.3. Yerçekimi vektörünün uçağa bağlı eksen sistemine izdüşümleri	13
Şekil 2.4. Yerçekimi vektörünün hızlar ve açılara göre uçağa bağlı eksen sistemine izdüşümleri	15
Şekil 2.5. İzafe hava hızının uçağa bağlı eksen sistemine etkisi	22
Şekil 2.6. İzafe hava hızına göre hıza bağlı eksen sistemi (a) Düzgün uçuş (b) Göğüsleyerek uçuş	24
Şekil 3.1. Örnek problem için uçuş zarfı ve seçilen dört uçuş durumu	45
Şekil 3.2. Γ -kararlılık bölgesi. Hiperbol sınırları minimum sönümlenme ve özdeğerlerin minimum kısmını garantiler	48
Şekil 3.3. Sistem modelleri (A_1, b_1) ve (A_2, b_2) 'nin Γ - kararlılığında k_1 ve k_2 denetleyici kazançları için gerekli ve yeterli koşul	50
Şekil 4.1. Her bir dizinin uygunluk değerine göre rulet çarkında kapladığı alan	57
Şekil 5.1. Kararlılık artırıcı sistem	73
Şekil 5.2. Yunuslama hızı kontrol sistemi blok diyagramı	74
Şekil 5.3. Bir yunuslama hızı kontrol sisteminin fonksiyonel diyagramı	75
Şekil 5.4. Yunuslama hızı kontrol sistem diyagramı	77
Şekil 5.5. BRAVO uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	83
Şekil 5.6. BRAVO uçağının $K_1 = 10$ için, dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	84
Şekil 5.7. ALPHA uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	87
Şekil 5.8. ALPHA uçağının farklı parametre değerlerine göre dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	89
Şekil 5.9. CHARLIE uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	92
Şekil 5.10. CHARLIE uçağının farklı parametre değerlerine göre dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	94
Şekil 5.11. DELTA uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri	97

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1. Kısa periyot ve Phugoid yaklaşımlarının hassasiyeti	42
Çizelge 4.1. Örnek problemin dizileri ve uygunluk değerleri	56
Çizelge 4.2. Genetik algoritmanın elle yürütülmesi	59
Çizelge 4.3. Şemalara göre genetik algoritmanın elle yürütülmesi	69
Çizelge 4.4. İkili ve ikili olmayan kodlama	71
Çizelge 4.5. İkili ve ikili olmayan dizi nüfusunun karşılaştırılması	71
Çizelge 5.1. BRAVO uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri	81
Çizelge 5.2. ALPHA uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri	85
Çizelge 5.3. CHARLIE uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri	90
Çizelge 5.4. DELTA uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri	95

SİMGELELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

a_i	: Karakteristik polinomun katsayıları
$a_{(\cdot),cr}$: Yerçekimine göre ivme ($m s^{-2}$)
A	: Durum katsayılar matrisi
A_i	: i . modelin durum katsayılar matrisi
B	: Girdi katsayılar matrisi
b_i	: i . modelin girdi katsayılar matrisi
C	: Çıkış matrisi
c	: Cosinüs
C_L	: Taşıma katsayısı
D	: Çıkış kontrol girdisi katsayılar matrisi
$D(s)$: Transfer fonksiyonunun payda polinomu
f	: Vektör fonksiyonu
F	: Dış kuvvetler (N)
F_x, F_y, F_z	: X, Y, Z eksenlerindeki kuvvet bileşenleri (N)
g	: Yerçekimi vektörü ($m s^{-2}$)
$g_i(\mathbf{k})$: Kontrolcü parametre vektörüne göre i . performans indisi
$G(s)$: Transfer fonksiyonu
h_x, h_y, h_z	: Açısal momentum bileşenleri ($N m s$)
H	: Açısal momentum ($N m s$)
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	: Uçağa bağlı eksen sistemine göre atalet momentleri ($N m s^2$)
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	: Uçağa bağlı eksenlerin ikişerli teşkil ettiklere düzlemlere göre atalet çarpımları ($N m s^2$)
I	: Atalet matrisi
i, j, k	: X, Y, Z yönündeki birim vektörler
K	: Kontrolcü kazançları vektörü
$K_{\Gamma}^{(i)}$: i . modelin Γ -kararlılık bölgesi
L, M, N	: Yatış, yunuslama, sapma momentleri ($N m$)
m	: Kütle (kg)
M_x, M_y, M_z	: X, Y, Z eksenlerindeki moment bileşenleri ($N m$)
M	: Tork ($N m$)
$N(s)$: Transfer fonksiyonunun pay polinomu
p_c	: Çaprazlama oranı
p_m	: Mutasyon oranı
$P(s)$: Kapalı döngü sistemin karakteristik polinomunu
P, Q, R	: Yatış, yunuslama, sapma açısal hızları ($rad s^{-1}$)
\bar{q}	: Dinamik basınç ($N m^{-2}$)
s	: Sinüs

S	: Kanat alanı (m^2)
t	: Zaman (s)
T	: Toplam dönüşüm matrisi
TF_i	: i . modelin kapalı döngü transfer fonksiyonu
u	: Kontrol girdi vektörü
U, V, W	: X, Y, Z eksen boyunca hızlar ($m s^{-1}$)
V_T	: Toplam hız vektörü
x	: Durum vektörü
X_B, Y_B, Z_B	: Uçağa bağlı eksen sistemi
X_E, Y_E, Z_E	: Yere bağlı eksen sistemi
ξ	: Bozucu etki
Ω_E	: Yere bağlı eksen sistemine göre açısal hız ($rad s^{-1}$)
α	: Oturma açısı (<i>derece</i>)
β	: Sapma açısı (<i>derece</i>)
γ	: Yörünge açısı (<i>derece</i>)
Ψ, Θ, Φ	: Sapma, yunuslama, yatış açıları (<i>rad</i>)
$\Delta(.)$: Denge durumundan sapma bileşeni
ω	: Sabit eksen sistemine göre uçağın açısal hızı ($rad s^{-1}$)
$\delta X, \delta Y, \delta Z$: Ağırlığın X, Y, Z eksenlerine izdüşümleri
$X_{(.)}, Y_{(.)}, Z_{(.)}$: Kararlılık türevleri
δ_E	: İrtifa dümeni açısındaki değişim (<i>rad</i>)
$\lambda_{(.)}$: Karakteristik polinomun özdeğerleri
Σ	: Toplam
μ	: Ortalama değer
σ	: Standart sapma
$\Delta_{long}(s)$: Uçak dinamiğinin karakteristik polinomunu
ω_{sp}, ω_{ph}	: Kısa periyot ve Phugoid mod doğal frekansı ($rad s^{-1}$)
ζ_{sp}, ζ_{ph}	: Kısa periyot ve Phugoid mod sönümlenme oranı
$\zeta_{kd,sp}$: Kapalı döngü sistemin kısa periyot sönümlenme oranı
$\frac{\partial x}{\partial y}$: x'in y'ye göre türevi
$(.)_0$: Denge durumu
$(\dot{.})$: Zamana göre türev
\therefore	: Tanım
$:=$: Tanımdan eşitlik

1. GİRİŞ

Herhangi bir tip aracın hareketi ele alındığında, aracı onun hız vektörüyle tam olarak karakterize etmek mümkündür. Bu vektörün zamana göre integrali aracın uzay içindeki yoludur. $\dot{\mathbf{x}}$ ile gösterilen hız vektörü aracın uzay içindeki pozisyonundan (\mathbf{x}), kontrol girdisinden (\mathbf{u}), herhangi bir bozucu etkiden (ξ), ve zamandan (t) etkilenir. Böylece aracın hareketi en genel şekilde bir vektör diferansiyel denklemiyle gösterilebilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \xi, t) \quad (1-1)$$

burada \mathbf{f} bir vektör fonksiyonudur. Böylece herhangi bir aracın hareketi, belirtilen fiziksel kısıtlamalara bağlı olarak kontrol edilebilir. Örneğin, lokomotif sürekli bir yolda raylar boyunca hareket eder ve sadece hızı kontrol edilebilir. Çünkü yanal yönde hareket raylardaki koruyucularla sınırlandırılmıştır. Otomobiller de yerin yüzeyinde hareket eder fakat hem hızı hem de yönü kontrol edilebilir. Uçağın hareketi ise lokomotif yada otomobilden farklıdır. Uçağın hareketi altı serbestlik derecesine sahiptir. Bunlardan üç tanesi uçağın ağırlık merkezi etrafındaki açisal hareketiyle, diğer üçü ise ağırlık merkezine göre yer değiştirmeye ilgilidir. Büyük ölçüdeki hareket serbestliğinden dolayı uçak kontrol problemleri diğer araçların kontrol problemlerine göre daha karmaşıktır [1].

Uçakta kontrol problemi, uçağın uçuş zarfı içinde bir uçuş durumunda uzun süre kalmamasından kaynaklanmaktadır. İç ve dış ortam uyarılarından kaynaklanan bozuntulardan (disturbances) dolayı, uçağın dinamik durumu genellikle birkaç dakika içinde değişir. Bu nedenle, herhangi bir uçuş durumu için tasarlanmış bir kontrol sistemi, bu denge durumundan sapma halinde istenen kararlılık ve performans özelliklerini vermeyebilir.

Bir uçağın hız vektörünü, yön, büyüklük ya da her ikisinde birden herhangi bir değişmeye karşı dirençli yapan özellikler uçağın dinamik ve statik kararlılığıdır. Hız vektörünün kolaylıkla değiştirilebilir olması uçağın kontrolünün ne kadar iyi yapıldığı ile ilgilidir. Düzgün ve ivmesiz bir uçuş yörüngesinin muhafazası kararlılıkla mümkündür. Düzgün ve belli bir seviyede uçmak için sürekli-kontrollü düzeltmeler ya pilot tarafından ya da otomatik uçuş kontrol

sistemiyle yapılmalıdır. Uçakta, otomatik uçuş kontrol sisteminin geri besleme kontrolü kullanması şu yararları sağlar:

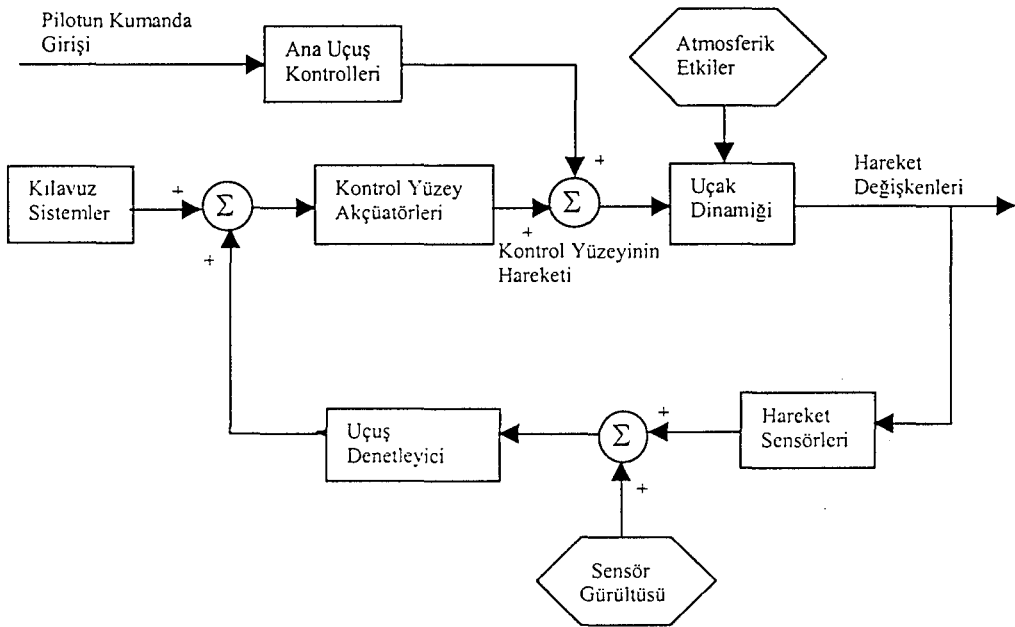
- 1-) Tepki hızı kapalı döngü kontrolsüz bir uçaktan daha iyidir.
- 2-) Kumandalardaki hassasiyet daha iyidir.
- 3-) Sistem, uçağın uçuşuna tesir eden bozucu etkilerin sonucu olarak yükselen istenmeyen etkileri bir miktar da olsa bastırma kabiliyetine sahiptir.

Fakat belli koşullar altında geri besleme kontrol sistemleri osilasyona girme eğilimindedir. Bu durumda otomatik uçuş kontrol sistemi kararlılık açısından zayıftır. Geri besleme döngülerinde yüksek kazanç değerlerinin kullanılması dinamik tepkinin hızlı ve hassas elde edilmesine yardımcı olmasına rağmen her zaman iyi bir kararlılık sağlamayabilir. Bu nedenle, otomatik uçuş kontrol sistem tasarımcıları kararlılık ve kontrol için istenenler arasında kabul edilebilir bir denge bulmak zorundadırlar [1].

Uçağın, daimi yatay uçuş kabiliyeti, atmosfer içindeki bozucu etkilerin düzeltilmesi ve pilotun kumandalarına yeterlikle cevap vermesi, onun kararlılık ve kumanda karakteristikleriyle ilgilidir. Bir uçağın mükemmel olması için, yeterli performans karakteristiklerine ek olarak, iyi kararlılık ve kumanda özelliklerine de sahip olması gerekir. Bir uçağa etki eden bütün kuvvetler ve momentlerin toplamı sıfır olduğunda statik denge durumundadır. Uçak statik denge durumunda iken hiç bir ivmeye sahip değildir ve pilot tarafından kumandalardan birinin oynatılması veya atmosferdeki bozucu etkilerle kuvvet veya moment dengesi bozuluncaya kadar, düzgün bir uçuş durumunu korur. Denge durumunun herhangi bir nedenle bozulması, denge durumunu geri getirecek yönde bir hareket başlatan kuvvetler veya momentler oluşturduğunda, uçak statik olarak kararlıdır denir. Uçak bir denge durumuna getirildikten ve statik kararlılık sağlandıktan sonra dengenin bozulması halinde başlayan hareket, sonunda uçağı yeniden denge durumuna ulaştırırsa, uçak dinamik olarak da kararlılığa sahiptir denir[1]. Bir uçak statik kararlı olduğu halde, dinamik olarak kararlı olmayabilir. Fakat dinamik kararlılık için mutlaka statik kararlılığın sağlanmış olması gerekir.

Uçağı, üç boyutlu uçuş yörüngesinde belirlenen bir hedefe yöneltmek için gerekli ivmeleri üreten kuvvetler ve momentler, her uçakta bulunan kontrol yüzeyleriyle sağlanır. En temel kontrol yüzeyleri irtifa dümeni (elevator), kanatçıklar (aileron) ve istikamet dümenidir (rudder). Bu kontrol yüzeylerine

ilave olarak, uçağı yönlendirmek için her uçakta bulunan diğer elemanlar ise hareket sensörleridir. Bu sensörler, uçak atmosfer içinde herhangi bir bozucu etkiyle karşılaştığında ya da pilot tarafından uçağı bir kumanda verildiğinde, hareket değişkenlerindeki değişimin ölçülmesini sağlar. Sensörlerden gelen bu sinyallerin bir göstergeyle pilot tarafından görülmesi sağlanabilir ya da bu sinyaller otomatik uçuş kontrol sistemi için geri besleme sinyalleri olarak kullanılabilir. Böylece, bir otomatik uçuş kontrol sisteminin genel yapısı Şekil 1.1.'deki blok şemayla gösterilebilir [1].



Şekil 1.1. Otomatik uçuş kontrol sisteminin genel yapısı

Bu şema içinde denetleyicinin özelliğı, kumanda edilen hareket ile ölçülen hareketi karşılaştırmak, eğer bir farklılık varsa uygulanacak kontrol kuvvet ve momentini meydana getiren kontrol yüzeylerinin hareketini sağlamak için akçuatörlere kumanda sinyalleri üretmektir. Bu işlem, kumanda edilen hareketle ölçülen hareket arasında belli bir uygunluk sağlanıncaya kadar devam eder.

Sonuç olarak bir uçaktaki kararlılık problemi, bozucu etkilere rağmen uçağın belli bir uçuş durumunu koruması için, hareket sensörlerinden uçağın hareketli kontrol yüzeylerine, uygun geri besleme katsayılarının hesaplanması olarak özetlenebilir.

Nakliye amaçlı uçuşların önemli bir kısmı, askeri uçuşların da manevra

durumları haricindeki uçuşlarının bir kısmı, çeşitli hız ve irtifalarda düzgün-simetrik-yatay uçuşlar halinde gerçekleşmektedir. Uçuş zarfı içinde uçuşun mümkün olduğu her hız ve irtifa için uçuş durumu, Eşitlik (1-1)'in denge durumlarından birine karşılık gelmektedir. Burada ortaya çıkan ilk sorun uçuş zarfı içinde sonsuz sayıda denge noktası (hız-irtifa çifti) olmasıdır. Bunların her biri için bir denetleyici tasarlamak teorik ve pratik olarak mümkün değildir. Bununla birlikte, uçuş zarfının uygun örneklenen noktalarında kararlılık tasarımı yapmak matematiksel temele dayanan ve pratikte de uygulanan bir metottür.

Newton'un ikinci kanununa göre türetilen uçuş hareket denklemleri incelendiğinde doğrusal olmadığı görülür. Çok basitleştirilmiş haller dışında bu eşitlik analitik olarak çözülememektedir. Bu nedenle, uçuş kontrol sistem tasarımında ilk olarak bu denklemlerin doğrusallaştırılması gerekir. Doğrusallaştırma işlemi, uçuş zarfının uygun örneklenen noktaları için uçak hareket denklemlerine Taylor Teoreminin uygulanması ile gerçekleştirilir. Doğrusallaştırma işleminin ardından, düzgün-simetrik-yatay uçuş durumu için uçuş denklemleri, uzunlamasına hareket dinamiği ve yanal hareket dinamiği olmak üzere iki kısma ayrılabilir. Bu ayırma işlemi, uçak dinamiğini gösteren diferansiyel denklemlerin sayısını azalttığı için, uygun geri besleme katsayılarının hesaplanmasında kolaylık sağlar[2]. Doğrusallaştırılan uçuş denklemlerinin durum uzayı yaklaşımını kullanarak gösterilmesi, girdi olarak seçilen kontrol yüzeyinin hareketinin her bir durum değişkenine etkisini gösteren transfer fonksiyonlarının oluşturulmasında büyük kolaylık sağlar. Çalışmanın İkinci Bölümünde, uçuş denklemlerinin en genel halde çıkarılması, uzunlamasına ve yanal dinamiklere ayrılması, bu denklemlerin doğrusallaştırılması, durum uzayında gösterilmesi ve her bir hareket değişkeni ile kontrol girdisi arasında transfer fonksiyonlarının elde edilmesi anlatılmaktadır.

Bir uçağın kararlılık ve istenen performans özelliklerini sağlama probleminin çözümü için sistem modellenmesinin ardından ikinci adım uygun geri besleme katsayılarının hesaplanmasıdır. Bunun için kullanılan birkaç yöntem vardır. Bu yöntemlerden bir tanesi kazanç ölçekleme (gain scheduling) metodudur. Bu metoda göre, uçağın uçuş zarfı alt uçuş zarflarına bölünür ve böylece her bir alt uçuş zarfı için, istenen özellikleri sağlayan geri besleme katsayıları bulunabilir [2]. Uçak, herhangi bir alt uçuş zarfına girdiğinde bu uçuş zarfı için hesaplanan geri besleme katsayılarını kullanmak üzere programlanır.

Diğer bir metoda göre ise, uçuş zarfı içinde uygun örneklenen her bir hız-irtifa çifti için, istenen kararlılık ve performans özelliklerini sağlayan geri besleme katsayılar kümeleri bulunur. Bu kümelerin kesişiminden bulunan katsayılar seti ise, örneklenen tüm uçuş noktaları için iyi sonuç verir. Doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin katsayıları ve dolayısıyla doğrusallaştırılan denklemlerin katsayıları, hız ve irtifanın sürekli bir fonksiyonu şeklindedir. Bu nedenle, kesişim katsayılar kümesi tüm uçuş zarfı içinde de istenen kararlılık ve performans özelliklerini sağlar. Bu kontrol sistem tasarım metodu ise katlı-model yaklaşımı (multi-model approach) olarak adlandırılır [3]. Üçüncü Bölümde katlı-model yaklaşımına göre sistem modellemesi ve optimum denetleyici kazancının vektörel performans indisine göre bulunması ile ilgili bilgi verilmektedir.

Bu çalışmada, uçağın uzunlamasına hareketi için katlı-model yaklaşımı ve genetik algoritma tekniğinden faydalanılarak uygun bir denetleyici tasarlanmaktadır.

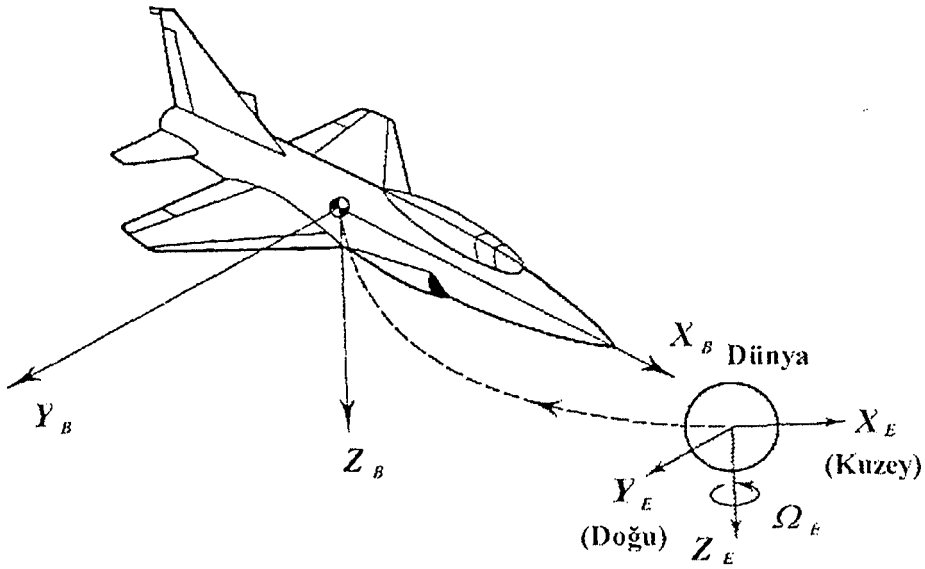
Dördüncü Bölümde anlatılan genetik algoritmalar, genetik ve doğal seçime dayalı araştırma yöntemleridir. Genel amaçlı bir optimizasyon metodu olarak görülen genetik algoritmalar, evrim teorisinden esinlenerek geliştirilmiş ve optimizasyon problemlerine başarıyla uygulanabilen hesaplama modelleridir. Bu algoritmaya göre ilk adım, belli bir problemin potansiyel çözümlerinin kodlanarak diziler olarak üretilmesi ve bu çözümlerin dinamik sistem için belirlenen bir uygunluk fonksiyonuna göre değerlendirilmesidir. Bu değerlendirme sonucuna göre her bir dizinin bir sonraki jenerasyona katkısı bulunabilir. İkinci adım ise, en iyi çözüme ulaşmak için belli sayıdaki potansiyel çözüme, dizilerin belli bir noktasından itibaren çaprazlama (crossover) işleminin ve dizilerin rasgele seçilen elemanlarının değerlerinin değiştirilmesi (mutation) işleminin uygulanmasıdır. Bu işlemler sonucu elde edilen yeni potansiyel çözümler aynı uygunluk fonksiyonuna göre yeniden değerlendirilir ve bu döngü belli bir jenerasyon sayısı ile ya da en optimum sonucun elde edilmesiyle sonlandırılır.

Beşinci Bölümde, uçağın uzunlamasına hareketinde yunuslama açısının kontrol edilmesi amacı ile katlı-model yaklaşımının uygulanması ve uygun denetleyici kazancının genetik algoritma tekniği kullanılarak hesaplanması anlatılmaktadır. Ayrıca bu yöntemle bulunan kontrolcü kazancına göre kapalı döngü sistemin birim basamak tepkileri değerlendirilmektedir.

2. UÇAK HAREKET DENKLEMLERİ

2.1. Giriş

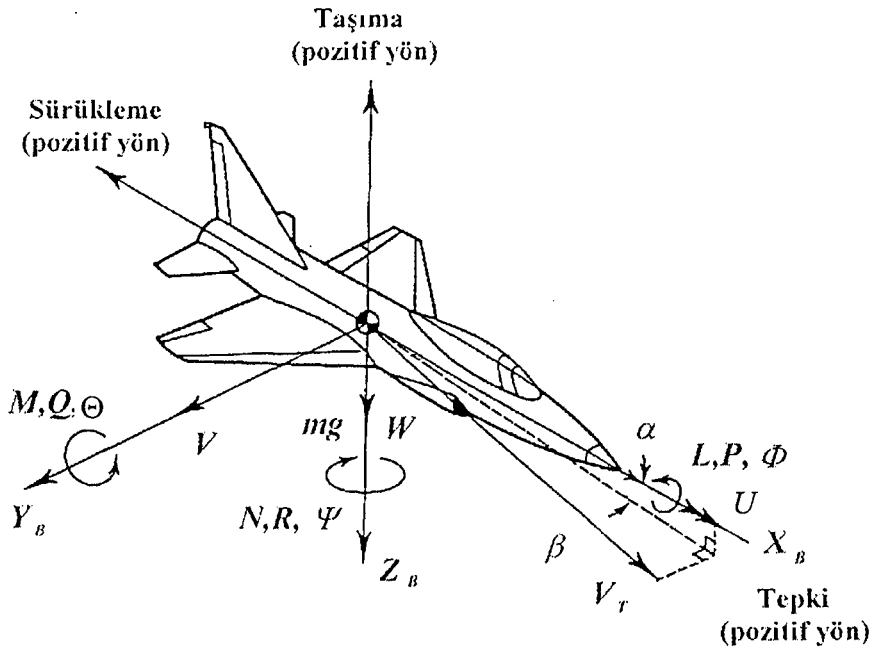
Geniş bir seyrüsefer alanında otomatik uçuş kontrol sistem tasarımında karşılaşılan problemler için, uçağın hareket denklemlerinin ifadesinde referans alınacak sistemlere ihtiyaç vardır. Kontrol sistem tasarımıyla ilgili problemler, uçağın herhangi bir uçuş durumunda uzun süre kalmamasından kaynaklanır. Uçağın dinamik durumu genellikle birkaç dakika içinde değişir. Uçak hareket denklemlerinin ifadesinde kullanılan eksen sisteminden birisi yere bağlı eksen sistemidir. Yerçekimine bağlı etkileri, yüksekliği, yatay uzaklığı ve uçağın yerini tayin etmek için bu eksen sistemi referans olarak kullanılır. Yere bağlı eksen sistemi referans alındığında, çalışma sırasında kullanılan diğer eksen sistemleri bu eksen sistemine dönüştürülür. Yere bağlı seçilen X_E , Y_E ve Z_E eksenleri Şekil 2.1.'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Yere bağlı eksen sistemi

Diğer bir eksen sistemi ise uçağa bağlı eksen sistemidir. Bu eksen sisteminin merkezi uçağın ağırlık merkezidir. X_B eksenini ağırlık merkezinden başlayıp uçağın burnuna doğru, Y_B eksenini ağırlık merkezinden başlayıp sağ kanat boyunca, Z_B eksenini ise ağırlık merkezinden aşağıya doğrudur. Şekil 2.2.'de gösterildiği gibi bütün kuvvetler, momentler ve hızlar bu eksen sistemine göre tanımlanır. Uçağa bağlı eksen sistemi kullanıldığında, hareket denklemlerinde görünen atalet terimleri sabit kabul edilebilir. Aerodinamik kuvvetler ve momentler, toplam hız vektörü V_T ile X_B arasındaki açılar olan α ve β 'ya bağlıdır. Uçağa bağlı eksen sisteminin yere bağlı eksen sistemine göre açısız dönüşümü döndürme sırasına bağlıdır.

- 1-) Yere bağlı eksen sisteminde, X_E , Y_E ve Z_E , Ψ açısı kadar Z_E eksenini etrafında döndürülürse X_1 , Y_1 , Z_1 eksen sistemi elde edilir.
- 2-) Sonra, X_1 , Y_1 , Z_1 eksen sistemi Y_1 eksenini etrafında Θ açısı kadar döndürülürse X_2 , Y_2 , Z_2 eksen sistemi elde edilir.
- 3-) Son olarak X_2 , Y_2 , Z_2 eksen sistemi Φ açısı kadar X_2 eksenini etrafında döndürülürse X_B , Y_B , Z_B eksenleri ile ifade edilen uçağa bağlı eksen sistemine ulaşılır [4].



Şekil 2.2. Uçağa bağlı eksen sistemi

Otomatik uçuş kontrol sistem tasarımında kullanılan üçüncü eksen sistemi ise kararlılık eksen sistemidir. Bu eksen sistemi hıza bağlı eksen sistemi olarak da adlandırılabilir. X_s eksenini, hareketin başlangıcındaki V_T hız vektörüne karşılık gelir. Bu nedenle kararlılık eksen sistemindeki X eksenini ile uçağa bağlı eksen sistemindeki X eksenini arasındaki açı α_0 hücum açısına eşittir. Bu eksen sistemi kullanılarak türetilen hareket denklemleri, uçağa bağlı eksen sistemine göre türetilmiş denklemlerin bir alt setidir.

2.2. Rijid Bir Uçağın Hareket Denklemleri

Uçak rijid kabul edilir, bu nedenle uçuş esnasında uçağın noktaları arasındaki mesafe değişmez. Uçak uzay içinde hareket eden rijid bir yapı olarak kabul edildiğinde altı serbestlik derecesine sahip olduğu düşünülebilir. Bu durumda, Newton'un ikinci kanununa göre elde edilen hareket denklemleri, uçağa uygulanan bazı kuvvetler ve momentler sebebiyle meydana gelen öteleme ve açısal ivmelere bağlı terimlerden oluşur.

Hareket denklemleri seçilen eksen sistemine bağlıdır ve bu denklemlerin uçağa bağlı eksen sistemine göre yazılmasının bir çok avantajları vardır.

2.2.1. Öteleme hareketi

Newton'un ikinci kanununa göre,

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \{m\mathbf{V}_T\} \quad (2-1)$$

$$\mathbf{M} = \frac{d}{dt} \{\mathbf{H}\} \quad (2-2)$$

burada \mathbf{F} uygulanan dış kuvvetler toplamı, \mathbf{V}_T toplam hız, \mathbf{M} uygulanan momentlerin toplamı, \mathbf{H} ise açısal momentumdur.

Dış kuvvetlerin toplamı, aerodinamik kuvvetler, yerçekimine bağlı kuvvetler ve tahrik kuvveti olmak üzere üç bileşenden oluşur. Her uçakta tahrik

(itme) kuvveti, kütlenin bir kısmı harcanarak üretilir. Uçağın kütlesi olan m sabit kabul edilirse itme kuvveti hareket denklemlerinin hassasiyetini bozmayan bir dış kuvvet olarak davranabilir. Bu nedenle, denge durumuna göre uçağın hareket durumundaki değişiklik ya aerodinamik ya da yerçekimi kuvvetindeki (ya da her ikisinde birden) değişim ile meydana gelir. İtme kuvveti genel olarak F kuvvetinin içinde ele alınabilir [1].

Otomatik uçuş kontrol analizi yaparken, uygulanan moment ve kuvvetleri bir denge durumu ve bu denge durumuna göre sapma şeklinde ele almak uygundur.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \Delta\mathbf{F} = m \frac{d}{dt} \{\mathbf{V}_T\} \quad (2-3)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta\mathbf{M} = \frac{d}{dt} \{\mathbf{H}\} \quad (2-4)$$

Burada "0" indisli terimler denge bileşenini, " Δ " indisli terimler ise denge durumuna göre sapma bileşenini göstermektedir.

Eksen sistemi olarak yere bağlı eksen sistemi kullanılırsa, (2-3) ve (2-4) denklemleri şu şekilde ifade edilebilir:

$$\Delta\mathbf{F} = m \frac{d}{dt} \{\mathbf{V}_T\}_E \quad (2-5)$$

$$\Delta\mathbf{M} = \frac{d}{dt} \{\mathbf{H}\}_E \quad (2-6)$$

Denge uçuşu, düzgün bir uçuş yörüngesi boyunca daimi bir uçuş olmalıdır. Böyle bir uçuşta sabit uzaya göre relatif hız vektörü zamanla değişmez ve açısal hız da sıfırdır. Dolayısıyla, F_0 ve M_0 sıfır olur.

\mathbf{V}_T 'nin yere bağlı eksen sistemine göre değişimi,

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{V}_T\}_E = \frac{d}{dt} \mathbf{V}_T|_B + \omega \times \mathbf{V}_T \quad (2-7)$$

şeklindedir. Burada ω uçağın açısal hızıdır ve hız vektörleri uçağa bağlı eksen sistemine göre ifade edilir. Uçağın toplam hızı, X_B , Y_B , Z_B bileşenlerindeki hızların toplamı şeklinde yazılır.

$$\mathbf{V}_T = iU + jV + kW \quad (2-8)$$

$$\omega = iP + jQ + kR \quad (2-9)$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{V}_T|_B = i\dot{U} + j\dot{V} + k\dot{W} \quad (2-10)$$

$\omega \times \mathbf{V}_T$ vektörel çarpımı,

$$\omega \times \mathbf{V}_T = i(QW - VR) + j(UR - PW) + k(PV - UQ) \quad (2-11)$$

olarak verilirse, kuvvetin sapma bileşenleri,

$$\Delta \mathbf{F} = i\Delta F_x + j\Delta F_y + k\Delta F_z \quad (2-12)$$

şeklinde gösterilebilir. $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ her bir eksenindeki sapma kuvvetini gösterirse,

$$\Delta X := \Delta F_x \quad \Delta Y := \Delta F_y \quad \Delta Z := \Delta F_z \quad (2-13)$$

yazılabilir. Sonuç olarak öteleme hareketinin denklemleri,

$$\Delta X = m(\dot{U} + QW - VR) \quad (2-14)$$

$$\Delta Y = m(\dot{V} + UR - PW) \quad (2-15)$$

$$\Delta Z = m(\dot{W} + VP - UQ) \quad (2-16)$$

olarak ifade edilebilir [1].

2.2.2. Dönme hareketi

Rijid bir yapı için açısal momentum,

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (2-17)$$

şeklinde tanımlanabilir. Kütlelesel atalet matrisi \mathbf{I} ,

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

olarak verilirse, I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} uçağın, uçağa bağlı eksen sistemine göre atalet momentleri, I_{xy} , I_{yz} ve I_{xz} ise bu eksenlerin ikişerli teşkil ettikleri düzlemlere göre atalet çarpımlarıdır.

Uçağa bağlı eksen sistemine göre verilen,

$$\mathbf{M} = \frac{d}{dt}\mathbf{H} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (2-19)$$

toplam moment ifadesi yere bağlı eksen sistemine dönüştürülürse,

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}\left\{\frac{d}{dt}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}\right\} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (2-20)$$

elde edilir. Burada ,

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} := 0$$

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{\omega} = i\dot{P} + j\dot{Q} + k\dot{R} \quad (2-21)$$

$$\omega \times \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ P & Q & R \\ h_x & h_y & h_z \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

h_x, h_y, h_z açısal momentumun bileşenleridir. Eşitlik (2-17)'den, uçağın XZ düzlemine göre simetrik olduğu kabulü ile ($I_{xy} = I_{yz} = 0$) bu bileşenler,

$$h_x = I_{xx}P - I_{xz}R \quad (2-23)$$

$$h_y = I_{yy}Q \quad (2-24)$$

$$h_z = -I_{xz}P + I_{zz}R \quad (2-25)$$

bulunur. Momentin sapma bileşenleri,

$$\Delta \mathbf{M} = \mathbf{i}\Delta M_x + \mathbf{j}\Delta M_y + \mathbf{k}\Delta M_z \quad (2-26)$$

şeklinde gösterilebilir. $\Delta L, \Delta M, \Delta N$ her bir eksendeki sapma momentlerini gösterirse,

$$\Delta L := \Delta M_x \quad \Delta M := \Delta M_y \quad \Delta N := \Delta M_z \quad (2-27)$$

yazılabilir. Sonuç olarak dönme hareketi denklemleri,

$$\Delta L = I_{xx}\dot{P} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + (I_{zz} - I_{yy})QR \quad (2-28)$$

$$\Delta M = I_{yy}\dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_{xx} - I_{zz})PR \quad (2-29)$$

$$\Delta N = I_{zz}\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}QR \quad (2-30)$$

olarak elde edilir [1].

2.2.3. Yerçekimi kuvvetinin hareket denklemlerine etkisi

Uçağın genel uçuş denklemlerini tamamlamak için, öteleme ve dönme hareket denklemlerine, uçağa bağlı eksenlerin yere bağlı eksen sistemine göre durumunu belirleyen, açıların değişimini veren denklemleri de ilave etmek gerekir.

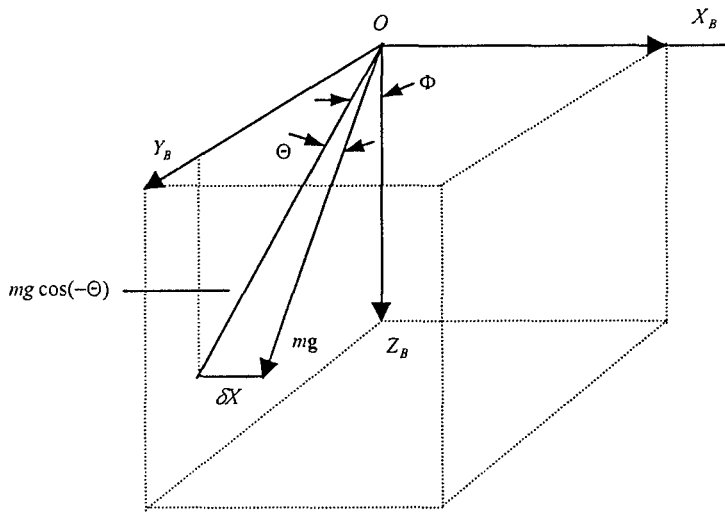
Uçağı, uçağa bağlı eksen sistemine göre, Z_B, Y_B, X_B eksenleri etrafında sırasıyla Ψ, Θ, Φ açıları kadar döndürdüğümüzde, ağırlığın ($W = mg$), uçağa bağlı eksen sistemine (X_B, Y_B, Z_B) göre her bir eksene izdüştürülen bileşenleri,

$$\delta X = mg \sin[-\Theta] = -mg \sin \Theta \quad (2-31)$$

$$\delta Y = mg \cos[-\Theta] \sin \Phi = mg \cos \Theta \sin \Phi \quad (2-32)$$

$$\delta Z = mg \cos[-\Theta] \cos \Phi = mg \cos \Theta \cos \Phi \quad (2-33)$$

olarak bulunur. Şekil 2.3. 'de görüldüğü gibi mg yerçekimi vektörünün yönü Z_E eksenini boyuncadır. Θ , yerçekimi vektörüyle $Y_B Z_B$ düzlemi arasındaki açıyı, Φ ise Z_B eksenini ile yerçekimi vektörünün $Y_B Z_B$ düzlemine izdüştürümü arasındaki yatış açısını göstermektedir.



Şekil 2.3. Yerçekimi vektörünün uçağa bağlı eksen sistemine izdüştürümleri

Döndürme işlemine başlamadan önce, yere bağlı eksen sistemiyle uçağa bağlı eksen sistemi birbiriyle çakışıktır. Dolayısıyla Z eksenini etrafında dönme, W ağırlığının yönünü değiştirmedikinden Ψ açısının eksenler üzerine izdüşümü sıfırdır.

Dönel hız bileşenleri (P, Q, R) , uçağa bağlı eksen sistemine göre gösterilir. Φ, Θ ve Ψ açıları doğrudan P, Q, R hızlarının integraline eşit değildir. Ancak bu hız bileşenleri oryantasyon açılarının türevleriyle ilişkilendirilebilir.

Şekil 2.4. 'e göre dönel hız bileşenlerinin, dönme hızlarına bağlı değerleri,

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

$$P = \dot{\Phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta \quad (2-35)$$

$$Q = \dot{\Theta} \cos \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi \quad (2-36)$$

$$R = -\dot{\Theta} \sin \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \cos \Phi \quad (2-37)$$

$$\dot{\Phi} = P + \dot{\Psi} \sin \Theta \quad (2-38)$$

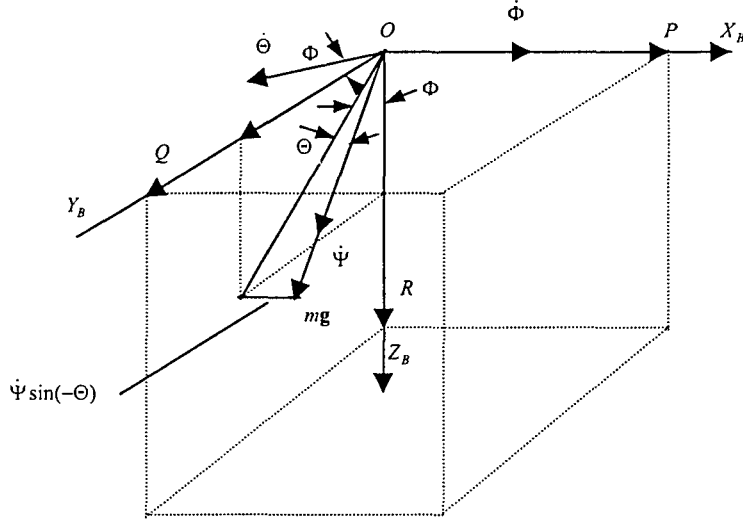
$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (2-39)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{R \cos \Phi}{\cos \Theta} + \frac{Q \sin \Phi}{\cos \Theta} \quad (2-40)$$

olarak bulunur.[1] Buradan,

$$\dot{\Phi} = P + R \tan \Theta \cos \Phi + Q \tan \Theta \sin \Phi \quad (2-41)$$

elde edilir.



Şekil 2.4. Yerçekimi vektörünün hızlar ve açılara göre uçağa bağlı eksen sistemine izdüşümleri

2.2.4. Eksen dönüşümleri

Eksen dönüşümleri, yere bağlı eksen sistemiyle uçağa bağlı eksen sistemi arasındaki fiziksel ilişkiyi gösterir. Toplam dönüşüm, her bir eksen etrafındaki dönüşümden elde edilen üç dönüşüm matrisinin çarpımıdır. Dönüşüm, yerçekimi ivmesi g 'ye göre belirlenen yere bağlı eksen sistemiyle, X_B, Y_B, Z_B eksenlerinden oluşan uçağa bağlı eksen sistemi arasında gerçekleştirilir. Döndürme işlemi sırasıyla Ψ, Θ ve Φ açıları kadar, bu açıların gösterdiği eksenler etrafında yapılır. Dönüşüm matrisleri;

$$T_{\Psi} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

$$T_{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \quad (2-43)$$

$$T_{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2-44)$$

Toplam dönüşüm matrisi T ;

$$T = [T_{\Phi}][T_{\Theta}][T_{\Psi}] \quad (2-45)$$

$$T = \begin{bmatrix} c\Psi c\Theta & s\Psi c\Theta & -s\Theta \\ (c\Psi s\Theta s\Phi - s\Psi c\Phi) & (s\Psi s\Theta s\Phi + c\Psi c\Phi) & c\Theta s\Phi \\ (c\Psi s\Theta c\Phi + s\Psi s\Phi) & (s\Psi s\Theta c\Phi - c\Psi s\Phi) & c\Theta c\Phi \end{bmatrix} \quad (2-46)$$

olarak elde edilir. Eksenlerin sırasıyla Ψ , Θ ve Φ açıları kadar döndürülmesi sonucunda, \mathbf{g} yerçekimi vektörünün diğer eksenlere etkisi,

$$\mathbf{g} = g\{-s\Theta\mathbf{i} + c\Theta s\Phi\mathbf{j} + c\Theta c\Phi\mathbf{k}\} \quad (2-47)$$

şeklindedir [1].

2.2.5. Atalet ve yerçekimi terimlerinin doğrusallaştırılması

Uçak üzerindeki kütleli atalet kuvvetlerini gösteren ifadeler ve yerçekimi kuvvetinin uçak üzerindeki etkisini gösteren ifadeler bakıldığında, bütün bu kuvvetlerin uçağın kütlesi ile orantılı olduğu görülür. Sonuç olarak bu terimler, uçak üzerine yerleştirilmiş olan sensörlerden ölçülen ivme bileşenleriyle uygun bir şekilde birleştirilebilir. Uçağa gelen dış kuvvetler şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned} X + \delta X &= \Delta X \\ Y + \delta Y &= \Delta Y \\ Z + \delta Z &= \Delta Z \end{aligned} \quad (2-48)$$

burada δX , δY ve δZ yerçekimi kuvvetine bağlı terimler, ΔX , ΔY ve ΔZ ise aerodinamik ve itme kuvvetlerini içeren terimlerdir. ΔL , ΔM ve ΔN ise L , M , N şeklinde gösterilirse; uçağın hareket denklemlerinin altı serbestlik derecesine sahip olduğu görülebilir [1].

$$\begin{aligned}
X &:= ma_{x_{cg}} = m[\dot{U} + QW - RV + g \sin \Theta] \\
Y &:= ma_{y_{cg}} = m[\dot{V} + RU - PW - g \cos \Theta \sin \Phi] \\
Z &:= ma_{z_{cg}} = m[\dot{W} + PV - QU - g \cos \Theta \cos \Phi] \\
L &= \dot{P}I_{xx} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + (I_{zz} - I_{yy})QR \\
M &= \dot{Q}I_{yy} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_{xx} - I_{zz})PR \\
N &= \dot{R}I_{zz} - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}QR
\end{aligned} \tag{2-49}$$

Eşitlik (2-49) ile verilen denklemler, bağımsız değişkenlerin çarpımları ya da karelerini içerdiği için doğrusal değildir ve dolayısıyla analitik çözümün bulunması çok güçtür. Bu denklemleri basitleştirmek için uçağın hareketinin iki bileşenden oluştuğu düşünülebilir: Denge durumunu gösteren bileşen ve bu denge durumundan sapmayı gösteren bileşen. Sapma bileşeninin çok küçük olduğu varsayımıyla, her hareket değişkeni iki bileşen halinde yazılabilir. Örneğin;

$$\begin{aligned}
U &:= U_0 + u & R &:= R_0 + r \\
Q &:= Q_0 + q & M &:= M_0 + m
\end{aligned} \tag{2-50}$$

burada "0" indisiyle gösterilen terimler denge durumu değerini, küçük harfle gösterilen terimler ise denge durumundan küçük sapmaları göstermektedir. Denge durumu için denklemler ayrı olarak yazılırsa;

$$\begin{aligned}
X_0 &= m[Q_0W_0 - R_0V_0 + g \sin \Theta_0] \\
Y_0 &= m[U_0R_0 - P_0W_0 - g \cos \Theta_0 \sin \Phi_0] \\
Z_0 &= m[P_0V_0 - Q_0U_0 - g \cos \Theta_0 \cos \Phi_0] \\
L_0 &= Q_0R_0(I_{zz} - I_{yy}) - P_0Q_0I_{xz} \\
M_0 &= (P_0^2 - R_0^2)I_{xz} + (I_{xx} - I_{zz})P_0R_0 \\
N_0 &= I_{xz}Q_0R_0 + (I_{yy} - I_{xx})P_0Q_0
\end{aligned} \tag{2-51}$$

Denge durumundan sapmayı gösteren hareket denklemleri ise (2-50)'deki terimlerin (2-49)'daki genel hareket denklemlerine yerleştirilmesinden sonra sadece denge durumunu gösteren bileşenlerin çıkartılmasıyla elde edilir. Sapma terimleri çok küçük olduğundan, küçük açıların sinüsü kendisine, cosinüsü ise 1'e eşit alınabilir. Sapmayı gösteren iki terimin çarpımı ve karesi de aynı gerekçeyle ihmal edilebilir. Sonuç olarak bir uçağın denge durumundan sapmasını gösteren hareket denklemleri;

$$\begin{aligned}
dX &= m[\dot{u} + W_0 q + Q_0 w - V_0 r - R_0 v + g \cos \Theta_0 \theta] \\
dY &= m[\dot{v} + U_0 r + R_0 u - W_0 p - P_0 w - (g \cos \Theta_0 \cos \Phi_0) \phi + (g \sin \Theta_0 \sin \Phi_0) \theta] \\
dZ &= m[\dot{w} + V_0 p + P_0 v - U_0 q - Q_0 u + (g \cos \Theta_0 \sin \Phi_0) \phi + (g \sin \Theta_0 \cos \Phi_0) \theta] \\
dL &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_{zz} - I_{yy})(Q_0 r + R_0 q) - I_{xz}(P_0 q + Q_0 p) \\
dM &= I_{yy} \dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(P_0 r + R_0 p) - I_{xz}(2R_0 r - 2P_0 p) \\
dN &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(P_0 q + Q_0 p) + I_{xz}(Q_0 r + R_0 q)
\end{aligned}
\tag{2-52}$$

olarak elde edilir. Burada Ψ_0 , Θ_0 ve Φ_0 denge durumundaki açıları, φ , θ ve ϕ ise sapma açılarını göstermektedir. Buna göre (2-52)'deki denklemler doğrusaldır. (2-35,2-37)'deki açısal hız denklemleri içinde sapma denklemleri yazılırsa;

$$\begin{aligned}
p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \Theta_0 - \theta(\dot{\Psi}_0 \cos \Theta_0) \\
q &= \dot{\theta} \cos \Phi_0 - \theta(\dot{\Psi}_0 \sin \Phi_0 \sin \Theta_0) + \dot{\psi} \sin \Phi_0 \cos \Theta_0 \\
&\quad + \phi(\dot{\Psi}_0 \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 - \dot{\Theta}_0 \sin \Phi_0) \\
r &= \dot{\psi} \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 - \phi(\dot{\Psi}_0 \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 + \dot{\Theta}_0 \cos \Phi_0) \\
&\quad - \theta \sin \Phi_0 - \theta(\dot{\Psi}_0 \sin \Theta_0 \cos \Phi_0)
\end{aligned}
\tag{2-53}$$

şeklinde bulunur. Sonuç olarak (2-52) ve (2-53)'deki denklemlerin tamamı doğrusaldır. Uçuş kontrol sistem tasarım çalışması yapılırken genellikle basit uçuş koşulları ele alınır. Örneğin; düzgün, simetrik, yatay uçuş durumu gibi. Düzgün, simetrik, yatay uçuş durumu şu şekilde ifade edilir:

- 1-) Düzgün uçuş $\dot{\Psi}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0$
- 2-) Simetrik uçuş $\Psi_0 = V_0 = 0$

3-) Yatay uçuş $\Phi_0 = 0$.

Ayrıca incelenen uçuş durumu için Q_0 , P_0 ve R_0 'da sıfır kabul edilebilir[1].

Buna göre (2-52)'deki denklemler şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 x &= m[\dot{u} + W_0 q + g \cos \Theta_0 \theta] \\
 y &= m[\dot{v} + U_0 r - W_0 p - g \cos \Theta_0 \phi] \\
 z &= m[\dot{w} - U_0 q + g \sin \Theta_0 \theta] \\
 l &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} \\
 m &= I_{yy} \dot{q} \\
 n &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}
 \end{aligned} \tag{2-54}$$

Eşitlik (2-53)'deki açısal hız denklemleri ise,

$$\begin{aligned}
 p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \Theta_0 \\
 q &= \dot{\theta} \\
 r &= \dot{\psi} \cos \Theta_0
 \end{aligned} \tag{2-55}$$

olarak elde edilir. Eşitlik (2-54)'deki denklemler iki farklı gruba ayrılabilir. Bu denklemlerde görülen u , w , q ve θ bağımsız değişkenleri uçak simetri düzlemi olan $X_B Z_B$ düzleminindedir. Dolayısıyla bu değişkenleri içeren (2-56)'daki denklemler uzunlamasına (longitudinal) hareketi gösterir.

$$\begin{aligned}
 x &= m[\dot{u} + W_0 q - g \cos \Theta_0 \theta] \\
 z &= m[\dot{w} - U_0 q + g \sin \Theta_0 \theta] \\
 m &= I_{yy} \dot{q}
 \end{aligned} \tag{2-56}$$

Kayma, yatış ve sapma hareketlerini içeren yanal (lateral) hareket denklemleri ise,

$$\begin{aligned}
 y &= m[\dot{v} + U_0 r - W_0 p - g \cos \Theta_0 \phi] \\
 l &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} \\
 n &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}
 \end{aligned} \tag{2-57}$$

denklemler setiyle verilebilir [1].

Bu çalışmanın amacı, uçağın uzunlamasına hareketinin kontrolü için bir kontrolcü tasarlamak olduğundan, bundan sonra incelenecek olan bölümlerde uçağın sadece uzunlamasına hareket denklemleri ele alınacaktır.

2.3. Hareket Denklemlerinin Doğrusallaştırılması

2.3.1. Aerodinamik kuvvet ve moment terimlerinin genişletilmesi

Ayarlı uçuş (trimmed flight) durumunda olan bir uçağın hareket denklemlerinin sol tarafının genişletilmesi için Taylor serisi kullanılır. Örneğin;

$$z = \frac{\partial Z}{\partial u}u + \frac{\partial Z}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial Z}{\partial w}w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q}q + \frac{\partial Z}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \frac{\partial Z}{\partial \delta_E}\delta_E + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E \quad (2-58)$$

Eşitlik (2-58)'de görülen z sapma kuvvetinin sadece bir kontrol yüzeyinden (irtifa dümeni) etkilendiği görülmektedir. İtme kuvvetindeki değişim ya da flaplar ve simetrik hava frenlerinin (spoiler) hareketi kontrol girdisi olarak kullanılacaksa, bunların da yukarıdaki denkleme ilave edilmesi gerekir. Fakat uzunlamasına hareketi basitleştirmek için, uçağın bu hareketinin kontrol edilmesinde sadece irtifa dümeninin hareketinin etkili olduğu kabul edilir. Buna göre (2-56) nolu denklemler tekrar düzenlenirse;

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial u}u + \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial X}{\partial w}w + \frac{\partial X}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X}{\partial q}q + \frac{\partial X}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \frac{\partial X}{\partial \delta_E}\delta_E \\ + \frac{\partial X}{\partial \dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E &= m[\dot{u} + W_0q + g \cos \Theta_0 \theta] \\ \frac{\partial Z}{\partial u}u + \frac{\partial Z}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial Z}{\partial w}w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q}q + \frac{\partial Z}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \frac{\partial Z}{\partial \delta_E}\delta_E \\ + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E &= m[\dot{w} - U_0q + g \sin \Theta_0 \theta] \\ \frac{\partial M}{\partial u}u + \frac{\partial M}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial M}{\partial w}w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q}q + \frac{\partial M}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \frac{\partial M}{\partial \delta_E}\delta_E \\ + \frac{\partial M}{\partial \dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E &= I_{yy}\dot{q} \end{aligned} \quad (2-59)$$

elde edilir. İfadeleri basitleştirmek için aşağıdaki kabuller yapılabilir [1].

$$\begin{aligned} X_x &= \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial x} \\ Z_x &= \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial x} \\ M_x &= \frac{1}{m} \frac{\partial M}{\partial x} \end{aligned} \quad (2-60)$$

Burada X_x , Z_x ve M_x kararlılık türevleri olarak adlandırılır ve belli uçuş durumları için rüzgar tüneli deneylerinden ve test uçuşlarından bulunur.

2.3.2. Uzunlamasına hareket denklemleri

Eşitlik (2-59) kararlılık türevlerine bağlı olarak yazılırsa;

$$\begin{aligned} \dot{u} &= X_u u + X_{\dot{u}} \dot{u} + X_w w + X_{\dot{w}} \dot{w} + X_q q + X_{\dot{q}} \dot{q} - W_0 q \\ &\quad - g \cos \Theta_0 \theta + X_{\delta_E} \delta_E + X_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \\ \dot{w} &= Z_u u + Z_{\dot{u}} \dot{u} + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_q q + Z_{\dot{q}} \dot{q} + U_0 q \\ &\quad - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_E} \delta_E + Z_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \\ \dot{q} &= M_u u + M_{\dot{u}} \dot{u} + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\dot{q}} \dot{q} \\ &\quad + M_{\delta_E} \delta_E + M_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \end{aligned} \quad (2-61)$$

elde edilir. Denklemler θ 'ya bağlı olduğu için (2-55)'deki denklemlerden,

$$\dot{\theta} = q \quad (2-62)$$

(2-61) nolu denklemlere ilave edilebilir.

Uçağın çok sayıda aerodinamik verisiyle çalışılırken büyüklüğüne bağlı olarak her kararlılık türevi önemli değildir ve bir kısmı ihmal edilebilir. Kararlılık türevlerinin önemi uçağa uygulanan uçuş durumuna bağlıdır. Buna göre $X_{\dot{u}}$, X_q , $X_{\dot{w}}$, X_{δ_E} , $Z_{\dot{w}}$, $M_{\dot{u}}$, $Z_{\dot{\delta}_E}$ ve $M_{\dot{\delta}_E}$ türevleri önemsizdir ve ihmal edilebilir. Z_q kararlılık türevinin değeri de genellikle büyüktür. Fakat ileriye

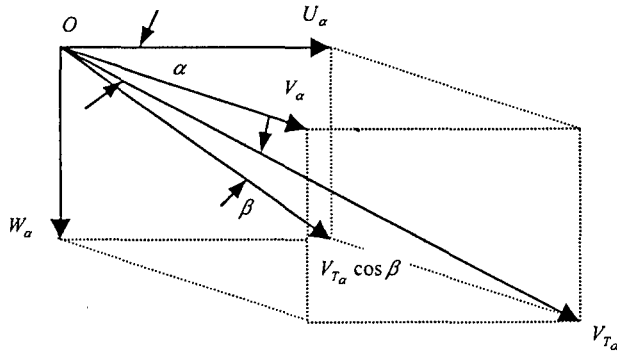
doğru denge hızı U_0 büyükse Z_q 'da ihmal edilebilir. Bu kabullere göre, düzgün, simetrik, yatay uçuş durumu için, sapma uzunlamasına hareket denklemleri;

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= X_u u + X_w w - W_0 q - g \cos \Theta_0 \theta \\
 \dot{w} &= Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \Theta_0 \theta + Z_{\delta_E} \delta_E \\
 \dot{q} &= M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E \\
 \dot{\theta} &= q
 \end{aligned} \tag{2-63}$$

olarak elde edilir. Eşitlik (2-63)'deki ilk üç denklemin her biri ivme terimleridir. Hareket değişkenleri olan u , w , q , θ 'nın birimi ms^{-1} , kontrol değişkeni δ_E 'nin birimi ise s^{-1} 'dir. Bu denklemlerde görülen kararlılık türevleri ise birimsizdir [1].

2.4. Hıza Bağlı Eksen Sistemine Göre Hareket Denklemleri

Simetrik uçuşta, Eşitlik (2-56)'daki x , y , z terimlerini oluşturan aerodinamik kuvvetler, uçağa bağlı eksen sistemine göre tanımlanan taşıma ve sürüklenme bileşenlerinden oluşur. Taşıma ve sürüklenme kuvvetlerinin uçağa bağlı eksen sistemine dönüşüm açıları, Şekil 2.5. 'de görüldüğü gibi, uçağın hız vektörü ile uçağın veter doğrultusu arasındaki açı olan oturma açısı α ve uçağın uzunlamasına eksenini ile hareket doğrultusu arasındaki açı olan sapma açısı β 'dir.



Şekil 2.5. İzafi hava hızının uçağa bağlı eksen sistemine etkisi

Eğer hız vektörü uçağa bağlı eksen sistemi ile çakışıkça bu durumda α sıfırdır. Buna göre uçağa bağlı eksen sistemi boyunca hız bileşenleri;

$$\begin{aligned}
U_\alpha &= V_{T_\alpha} \cos \beta \cos \alpha \\
V_\alpha &= V_{T_\alpha} \sin \beta \\
W_\alpha &= V_{T_\alpha} \cos \beta \sin \alpha
\end{aligned}
\tag{2-64}$$

olur. Başlangıçta bir uçuş yörüngesinin yatayla γ_0 açısı yaptığı düşünülürse, hıza bağlı eksen sistemine göre oryantasyon,

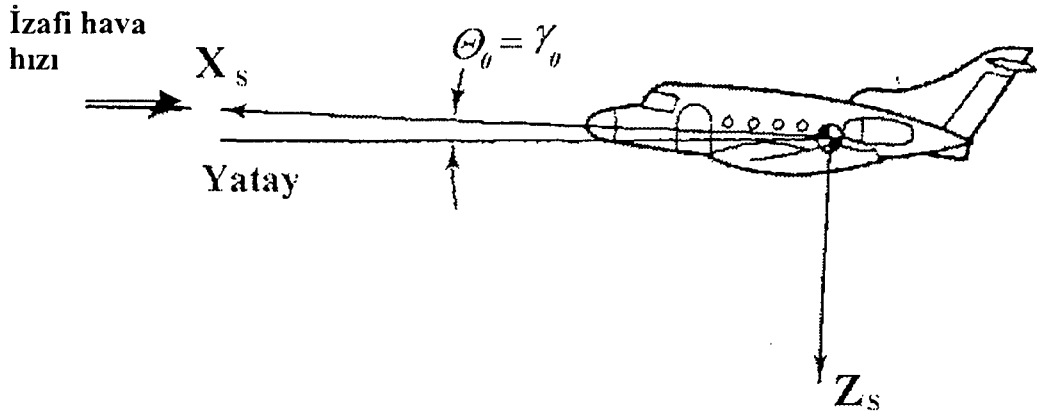
$$\Theta_0 := \gamma_0 + \alpha_0 \tag{2-65}$$

şeklindedir ve α_0 sıfırdır. Simetrik bir uçuşta V_0 sıfır olacaktır. Eğer W_0 da sıfırsa bu durumda α_0 ve β_0 'da sıfırdır. Hareketin başlangıcında uçağa bağlı eksen sistemiyle hıza bağlı eksen sistemi çakışmıştır ve bozucu etkilerden dolayı olan bütün hareketler uçağa bağlı eksen sistemine göre ölçülür. Hıza bağlı eksen sistemi, uçağa bağlı eksen sistemine göre denge koşullarının bir fonksiyonu olarak değişir. Uçak denge durumundan saptığında hıza bağlı eksenler uçak gövdesiyle birlikte döner. Sonuçta, uçağın hareketi bozulurken, X_s eksenini izafi hava hızı doğrultusuyla paralel olabilir ya da olmayabilir. Bu durum Şekil 2.6. 'da görülmektedir [1].

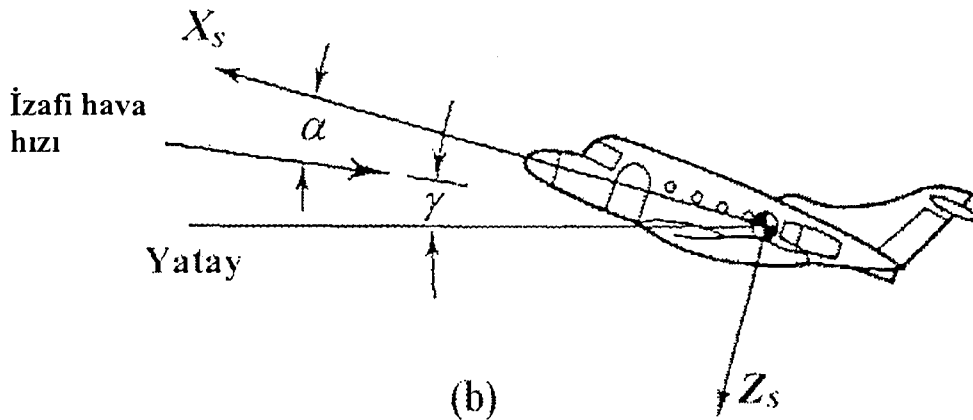
$W_0 = 0$ ve $\Theta_0 = \gamma_0$ için kararlılık eksen sistemine göre uzunlamasına hareket denklemleri,

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= X_u u + X_w w - g \cos \gamma_0 \theta \\
\dot{w} &= Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \gamma_0 \theta + Z_{\delta_E} \delta_E \\
\dot{q} &= M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E \\
\dot{\theta} &= q
\end{aligned}
\tag{2-66}$$

olarak bulunur.



(a)



(b)

Şekil 2.6. İzafi hava hızına göre kararlılık eksen sistemi (a) Düzgün uçuş (b) Gөгüsleyerek uçuş

2.5. Durum ve Çıkış Denklemleri

2.5.1. Durum denklemi

Durum denklemi, birinci mertebeden bir vektör diferansiyel denklemdir ve uçağın hareket denklemlerinin doğal formda gösterilmesidir.

En genel şekilde,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2-67)$$

burada $\mathbf{x} \in R^n$ durum vektörü, $\mathbf{u} \in R^m$ kontrol vektörüdür. \mathbf{x} vektörünün elemanları durum değişkenleri, \mathbf{u} vektörünün elemanları ise kontrol girdi değişkenleridir. A boyutu $(n \times n)$ olan durum katsayıları matrisi, B ise boyutu $(n \times m)$ olan girdi katsayıları matrisidir.

Durum denkleminin sol tarafındaki terimler durum değişkenlerinin zamana göre birinci türevlerine, sağ taraftaki terimler ise durum vektörü \mathbf{x} ve kontrol vektörü \mathbf{u} 'ya bağlıdır. Böylece, uçak hareket denklemleri kontrol ve kararlılık için matematiksel bir forma dönüştürülmüş olur. Fakat uçak, önceden bilinen \mathbf{u} kontrol girdilerinin yanı sıra atmosferik türbülans gibi bozucu etkilere de maruz kalır. Bu durumda denklemin sağ tarafına ilave bir terim gelir ve yeni durum denklemi,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{d} \quad (2-68)$$

olur. Burada \mathbf{d} , bozucu etkilerin kaynaklarını gösteren l boyutlu bir vektör, E matrisinin boyutu ise $(n \times l)$ dir. Eğer bu bozucu etkiler rasgele değişiyorsa, bunların durum denklemini nasıl etkileyeceğini bulmak için özel metodlar kullanılır. Bu çalışmada ele alınan durum denkleminde bozucu etkiler (\mathbf{d} vektörü) sıfır kabul edilmektedir [1].

2.5.2. Çıkış denklemi

Çıkış denklemi, durum vektörü ya da durum vektörüyle birlikte kontrol vektörüne de bağlı olan cebirsel bir denklemdir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2-69)$$

Çıkış vektörü $\mathbf{y} \in R^p$ dir ve elemanları çıkış değişkenlerine karşılık gelir. C ve D matrisleri genellikle dikdörtgen matrislerdir ve boyutları sırasıyla $(p \times n)$ ve $(p \times m)$ dir.

Uçak kontrol sistemlerinin çalışmasında sensörler, geri besleme sinyali

olarak kullanılmak üzere hareket değişkenlerini ölçmekte kullanılır. Fakat bu ölçümlere genellikle gürültü de karışır. Bu gürültü etkisi, çıkış denklemine ilave bir terim olarak katılır [1].

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} + F\xi \quad (2-70)$$

Sensör gürültüsünün dinamik olarak modellenme teknikleri olmakla birlikte, bu çalışmada ξ sıfır alınmıştır.

2.5.3. Uzunlamasına hareket uçak denklemleri

Uzunlamasına hareket için durum vektörü,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2-71)$$

olarak tanımlanır. Bir uçak sadece irtifa dümeninin hareketi δ_E ile kontrol ediliyorsa, kontrol vektörü,

$$\mathbf{u} := [\delta_E] \quad (2-72)$$

olur. Eşitlik (2-66)'dan yararlanarak A ve B katsayılar matrisleri,

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \cos \gamma_0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g \sin \gamma_0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-73)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} \\ Z_{\delta_E} \\ \tilde{M}_{\delta_E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

olarak bulunur. Durum katsayıları matrisi A 'nın üçüncü satırında görülen tildalı terimler şu şekilde açıklanabilir: Eşitlik (2-66)'da \dot{q} ,

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E \quad (2-75)$$

olarak verilmiştir. Denklemin sağ tarafında görülen \dot{w} , durum değişkeninin türevi olduğundan denklemin sol tarafında görülmesi gerekir. Eşitlik (2-66)'da \dot{w} 'ın x durum değişkenleri ve u kontrol girdisine bağlı olduğu görülmektedir.

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin \gamma_0 \theta + Z_{\delta_E} \delta_E \quad (2-76)$$

\dot{w} terimleri \dot{q} içine katılırsa;

$$\dot{q} = \tilde{M}_u u + \tilde{M}_w w + \tilde{M}_q q + \tilde{M}_\theta \theta + \tilde{M}_{\delta_E} \delta_E \quad (2-77)$$

elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \tilde{M}_u &= (M_u + M_w Z_u) \\ \tilde{M}_w &= (M_w + M_{\dot{w}} Z_w) \\ \tilde{M}_q &= (M_q + U_0 M_{\dot{w}}) \\ \tilde{M}_\theta &= (-g M_{\dot{w}} \sin \gamma_0) \\ \tilde{M}_{\delta_E} &= (M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_E}) \end{aligned} \quad (2-78)$$

eşitlikleri vardır. Hareket değişkeni olarak w yükselme hızı yerine α hücum açısı seçilmek istenirse, küçük açılar için,

$$\alpha = \frac{w}{U_0} \quad (2-79)$$

eşitliği geçerlidir. Buradan,

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}}{U_0} \quad (2-80)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{Z_u}{U_0} u + Z_w \frac{w}{U_0} + q + \frac{Z_{\delta_E}}{U_0} \delta_E \\ &= Z_u^* u + Z_w \alpha + q + Z_{\delta_E}^* \delta_E \end{aligned} \quad (2-81)$$

elde edilir. Eşitlik (2-81) 'de Z_w yerine Z_α 'nın görünmesi istenirse,

$$\dot{\alpha} = Z_u^* u + Z_\alpha \alpha + q + Z_{\delta_E}^* \delta_E \quad (2-82)$$

yazılabilir. Burada Z_w , Z_α 'ya eşitmiş gibi görünebilir. Fakat Z_α 'nın tanımından,

$$Z_\alpha := \frac{\partial Z}{\partial \alpha} = Z_w U_0 \quad (2-83)$$

dönüşümü bulunabilir. Çıkışta göz önüne alınacak hareket değişkeni, uçuş yörünge açısı γ olarak seçilirse, (2-65) denkleminde,

$$\gamma = \theta - \alpha = \theta - \frac{w}{U_0} \quad (2-84)$$

elde edilir. Sonuç olarak, $y := \gamma$ ise,

$$y = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{U_0} & 0 & 1 \end{bmatrix} x = Cx \quad (2-85)$$

olur, burada x (2-71) nolu eşitlikteki durum vektörüdür [1].

2.6. Uzunlamasına Hareket Kararlılığı

Düzgün, simetrik, yatay uçuş durumu için, \mathbf{x} durum vektörü, \mathbf{u} kontrol vektörü, A ve B katsayılar matrisleri önceki bölümlerde türetilmişti. Uçağın uzunlamasına hareketinde, denge durumundan küçük sapmalar için dinamik kararlılık, A katsayılar matrisinin özdeğerlerine göre belirlenir. Bu özdeğerler,

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (2-90)$$

lineer denkleminin çözümünden elde edilir. Burada I , (4×4) birim matristir. Yukarıdaki ifadenin determinanı, λ 'nın dördüncü dereceden bir polinomu şeklindedir.

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0 \quad (2-91)$$

Eğer bütün λ_i özdeğerleri, kompleks düzlemin açık sol yarı kısmında ise, uçak dinamik olarak kararlıdır. Kompleks düzlemde $j\omega$ -ekseni üstünde ve sağ yarı düzlemde özdeğerlerin bulunması uçağın dinamik olarak kararsızlığı anlamına gelir. Eşitlik (2-91)'deki denklem ikinci dereceden çarpanlarına ayrılabilir.

$$(\lambda^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph}\lambda + \omega_{ph}^2)(\lambda^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}\lambda + \omega_{sp}^2) \quad (2-92)$$

İlk faktör, uzun periyot osilasyonu ile karakterize edilen hareket moduna karşılık gelir. Bu modun sönümlenmesi genellikle çok düşüktür ve bazen de negatiftir. Dolayısıyla bu mod kararsızdır ve zamanla osilasyonu artar. Uzun periyotlu hareketlerde tanımlanan düşük frekans, doğal frekans olarak adlandırılır ve ω_{ph} ile gösterilir. Sönümlenme oranı ise ζ_{ph} ile ifade edilir. Bu mod "Phugoid" moda karşılık gelir. İkinci faktör "kısa periyot" modudur ve daha iyi sönümlenen bir hareketi gösterir. Bu modun frekansı ω_{sp} , sönümlenme oranı ise ζ_{sp} ile gösterilir.

Örnek olarak, parametreleri Çizelge 5.4. 'de verilmiş olan DELTA yolcu uçağı ele alındığında, 4 numaralı uçuş durumu için, düzgün doğrusal yatay uçuşta Mach

0.8 ve yükseklik 13.000 m.'dir. Buna göre bulunan kararlılık türevleriyle oluşturulan A matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} -0.033 & 0.0001 & 0 & -9.81 \\ 0.168 & -0.387 & 260.0 & 0 \\ 55 \times 10^{-4} & -0.0064 & -0.551 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-93)$$

şeklindedir. Bu matrisin özdeğerleri ,

$$\lambda_1, \lambda_2 = +0.0033 \pm j0.0672 \quad (2-94)$$

$$\lambda_3, \lambda_4 = -0.373 \pm j0.889 \quad (2-95)$$

olarak bulunur. Eşitlik (2-94)'deki ilk iki özdeğer "Phugoid" moda karşılık gelir. Sönümlenme oranı pozitif olmasına rağmen çok düşük (0.0489), frekans çok küçük (0.067 rad s^{-1}) dolayısıyla periyot büyüktür. (2-95)'deki özdeğerler ise kısa periyot modudur. Frekans 0.964 rad s^{-1} , sönümlenme oranı ise 0.387 eşittir [1].

2.7. Uzunlamasına Hareketle İlgili Transfer Fonksiyonları

2.7.1. Durum denklemi ve transfer fonksiyonu arasındaki ilişki

Uzunlamasına hareketin lineerleştirilen denklemlerinden transfer fonksiyonlarının türetilmesi önceki bölümlerde ele alınmıştı. Sadece tek bir kontrol girdisi δ_E göz önüne alındığında, uzunlamasına harekette küçük sapmalar için, lineerleştirilmiş hareket denklemleri,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2-96)$$

şeklinde verilmekteydi. Burada,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2-97)$$

$$\mathbf{u} := [\delta_E] \quad (2-98)$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \cos \gamma_0 \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g \sin \gamma_0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-99)$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} \\ Z_{\delta_E} \\ \tilde{M}_{\delta_E} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-100)$$

y_i çıkış değişkeni ile u_j kontrol girdisi arasındaki transfer fonksiyonu ise,

$$G(s) = C_i (sI - A)^{-1} B_j + D_{ij} \quad (2-101)$$

olarak elde edilir. Böylece, her transfer fonksiyonu, çıkış olarak seçilen değişken ve hareket değişkenini değiştirmek için kullanılan kontrol yüzeyinin hareketine bağlıdır. Fakat belli bir hareket değişkenini değiştirmekte kullanılan kontrol yüzeyindeki herhangi bir hareket, benzer şekilde diğer hareket değişkenlerini de değiştirebilir. Bu basit olay, çoğu kez uçuş kontrol sistem tasarımcıları için büyük zorluklar doğurur. Transfer fonksiyonları kullanışlı olmasına rağmen, özellikle bir çok kontrol yüzeyinin kullanıldığı modern uçaklardaki uçuş kontrol sistem tasarımında kullanımı sınırlıdır. Uçağın hareketiyle ilgili her transfer fonksiyonu, uçağın karakteristik denklemi olan $[sI - A]^{-1}$ matrisinin çözümüne bağlıdır [1].

2.7.2. Belli bir hareket değişkenini seçmek için C çıkış matrisinin kullanımı

Eşitlik (2-87)'deki çıkış denkleminin sadece durum değişkenlerine bağlı olduğu düşünülürse,

$$y = Cx \quad (2-102)$$

olarak bulunur. Transfer fonksiyonlarını basitleştirmek için, belli bir zamanda tek bir çıkış değişkeni ile ilgilenilirse (2-102)'deki denklem,

$$y = Cx \quad (2-103)$$

olur. Burada , C 1×4 dikdörtgen matristir. C matrisinin elemanlarından sadece bir tanesi sıfırdan farklıdır ve bu eleman değeri 1'e eşittir. Değeri 1 olan bu elemanın bulunduğu kolon, çıkış değişkeni olarak hangi durum değişkeninin seçileceğini gösterir. Eğer çıkış değişkeni olarak u seçilirse, (2-103)'deki denklem,

$$y := u = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x \quad (2-104)$$

olur. Diğer üç durum değişkeni için,

$$y := w = [0 \ 1 \ 0 \ 0]x \quad (2-105)$$

$$y := q = [0 \ 0 \ 1 \ 0]x \quad (2-106)$$

$$y := \theta = [0 \ 0 \ 0 \ 1]x \quad (2-107)$$

elde edilir. Çıkış matrisi C , fiziksel birimler arasında dönüşüm yapmak için de kullanılır. Örneğin; durum değişkeni q 'nun birimi (rad s^{-1}) olarak tanımlanmış olsun. Birimi (derece s^{-1}) olan yunuslama hızıyla çalışmak gerekirse, çıkış değişkeni olan q 'nun biriminin, (derece s^{-1}) olarak tanımlanması gerekir. Bu durumda,

$$y := q = [0 \ 0 \ 57.3 \ 0]x \quad (2-108)$$

olur [1].

2.7.3. Transfer fonksiyonunun gösterimi

Bir uçağın uzunlamasına hareketi için, $u(s)/\delta_E(s)$, $w(s)/\delta_E(s)$, $q(s)/\delta_E(s)$, $\theta(s)/\delta_E(s)$ olmak üzere dört transfer fonksiyonu tanımlanabilir. Bu transfer fonksiyonlarının formu,

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2-109)$$

şeklinindedir. Payda polinomu, uçağın karakteristik polinomudur ve $\det[sI - A]$ ile tanımlanır. Bu polinomun kökleri,

$$\Delta_{\text{long}}(s) = \det[sI - A] = 0 \quad (2-110)$$

ifadesinden bulunur. Bu kökler aynı zamanda A matrisinin özdeğerleridir. Uzunlamasına harekette her transfer fonksiyonu aynı paydaya sahiptir. Çünkü her transfer fonksiyonu aynı uçağın hareket karakteristiğini göstermektedir. Bu yüzden bir uçağın yanal yada uzunlamasına hareketindeki transfer fonksiyonlarının farkı sadece pay polinomundadır. Pay polinomu doğrudan çıkış değişkeni ve kontrol girdisinin bir fonksiyonudur ve genellikle $N_{u_j}^{y_i}(s)$ olarak gösterilir. Burada, y_i belli bir çıkış değişkeni, u_j ise seçilen kontrol girdisidir. Böylece, dört transfer fonksiyonu için pay polinomu $N_{\delta_E}^u(s)$, $N_{\delta_E}^w(s)$, $N_{\delta_E}^q(s)$, $N_{\delta_E}^\theta(s)$ şeklinde gösterilebilir.[1]

Uzunlamasına hareket için $[sI - A]^{-1}$ matrisi,

$$[sI - A]^{-1} := \frac{\text{adj}[sI - A]}{\det[sI - A]} = \frac{\begin{bmatrix} n_{11}(s) & n_{12}(s) & n_{13}(s) & n_{14}(s) \\ n_{21}(s) & n_{22}(s) & n_{23}(s) & n_{24}(s) \\ n_{31}(s) & n_{32}(s) & n_{33}(s) & n_{34}(s) \\ n_{41}(s) & n_{42}(s) & n_{43}(s) & n_{44}(s) \end{bmatrix}}{(s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4)} \quad (2-111)$$

olarak gösterilebilir. Karakteristik polinomda görülen a_i katsayılarının değerleri, $\det[sI - A]$ değerlendirilerek,

$$\begin{aligned} a_1 &= -(X_u + M_q + Z_w + M_w U_0) \\ a_2 &= (M_q Z_w - M_w U_0 + X_u Z_w - Z_u X_w + X_u M_q + X_u U_0 M_w) \\ a_3 &= -(X_u Z_w M_q - X_u M_w U_0 - M_q Z_u X_w + M_u X_w U_0 - gM_u - gM_w Z_u) \\ a_4 &= g(Z_u M_w - Z_w M_u) \end{aligned} \quad (2-112)$$

bulunur. Pay matrisinin elemanları,

$$\begin{aligned} n_{11}(s) &= s\{s^2 - [M_q + M_w U_0 + Z_w]s + [Z_w M_q - M_w U_0]\} \\ n_{12}(s) &= X_w s^2 - X_w [M_q + M_w U_0]s - g[M_w Z_w + M_w] \\ n_{13}(s) &= s(X_w U_0 - g) + gZ_w \\ n_{21}(s) &= Z_u s^2 - [Z_u M_q - M_u U_0]s = s[Z_u s - (Z_u M_q - M_u U_0)] \\ n_{22}(s) &= s^3 - [X_u + M_q + M_w U_0]s^2 + X_u [M_q + M_w U_0]s \\ &\quad + g[M_u + M_w Z_u] \\ n_{23}(s) &= U_0 s^2 - X_u U_0 s - gZ_u \\ n_{31}(s) &= s\{s[M_u + M_w Z_u] + [Z_u M_w - Z_w M_u]\} \\ n_{32}(s) &= s^2[M_w + M_w Z_w] - s[X_u M_w - X_w M_u + M_w(Z_w X_u - Z_u X_w)] \\ n_{33}(s) &= s\{s^2 - [X_u + Z_w]s + [X_u Z_w - Z_u X_w]\} \\ n_{41}(s) &= s[M_u + M_w Z_u] + [Z_u M_w - M_u Z_w] \\ n_{42}(s) &= s[M_w + M_w Z_w] + X_w M_u - X_u M_w + M_w [Z_u X_w - X_u Z_w] \\ n_{43}(s) &= s^2 - [X_u + Z_w]s + [Z_w X_u - Z_u X_w] \end{aligned} \quad (2-112)$$

B matrisinin dördüncü elemanı sıfır olduğundan $n_{14}(s)$, $n_{24}(s)$, $n_{34}(s)$, $n_{44}(s)$ elemanlarının transfer fonksiyonlarına etkisi sıfırdır. İlk olarak transfer

fonksiyonu $u(s)/\delta_E(s)$ seçilirse,

$$\frac{u(s)}{\delta_E(s)} = \frac{n_{11}(s)b_{11} + n_{12}(s)b_{21} + n_{13}(s)b_{31}}{\Delta_{\text{long}}(s)} \quad (2-114)$$

$$\frac{u(s)}{\delta_E(s)} = \frac{N_{\delta_E}^u(s)}{\Delta_{\text{long}}(s)} = \frac{b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4}$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} b_3 &= X_{\delta_E} \\ b_2 &= -X_{\delta_E} [Z_w + M_q + M_w U_0] + Z_{\delta_E} X_w \\ b_1 &= X_{\delta_E} [Z_w M_q - M_w U_0] - Z_{\delta_E} [X_w M_q + g M_w] \\ &\quad + M_{\delta_E} [X_w U_0 - g] \\ b_0 &= g [M_{\delta_E} Z_w - Z_{\delta_E} M_w] \end{aligned} \quad (2-115)$$

eşitlikleriyle gösterilmektedir. Transfer fonksiyonu $w(s)/\delta_E(s)$ olarak seçilirse,

$$\frac{w(s)}{\delta_E(s)} = \frac{N_{\delta_E}^w(s)}{\Delta_{\text{long}}(s)} = \frac{\hat{b}_3s^3 + \hat{b}_2s^2 + \hat{b}_1s + \hat{b}_0}{\Delta_{\text{long}}(s)} \quad (2-116)$$

olur Burada,

$$\begin{aligned} \hat{b}_3 &= Z_{\delta_E} \\ \hat{b}_2 &= X_{\delta_E} Z_u - Z_{\delta_E} [X_u + M_q] + M_{\delta_E} U_0 \\ \hat{b}_1 &= X_{\delta_E} [U_0 M_u - Z_u M_q] - X_u [-Z_{\delta_E} M_q + U_0 M_{\delta_E}] \\ \hat{b}_0 &= g [Z_{\delta_E} M_u - M_{\delta_E} Z_u] \end{aligned} \quad (2-117)$$

olarak elde edilir. Son olarak transfer fonksiyonu $q(s)/\delta_E(s)$ alındığında,

$$\frac{q(s)}{\delta_E(s)} = \frac{N_{\delta_E}^q(s)}{\Delta_{\text{long}}(s)} = \frac{s\{b'_2s^2 + b'_1s + b'_0\}}{\Delta_{\text{long}}(s)} \quad (2-118)$$

$$\begin{aligned}
b'_2 &= [M_{\delta_E} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_E}] \\
b'_1 &= X_{\delta_E} [M_u + M_{\dot{w}}Z_u] + Z_{\delta_E} [M_w - M_{\dot{w}}X_u] - M_{\delta_E} [X_u + Z_w] \\
b'_0 &= X_{\delta_E} [Z_u M_w + Z_w M_u] + Z_{\delta_E} [X_w M_u - M_w X_u] \\
&\quad + M_{\delta_E} [X_u Z_w - Z_u X_w]
\end{aligned} \tag{2.119}$$

elde edilir. $\theta(s)/\delta_E(s)$ transfer fonksiyonunun ise, (2-117) nolu denklem göz önüne alındığında,

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{N_{\delta_E}^\theta(s)}{\Delta_{\text{long}}(s)} = \frac{b'_2 s^2 + b'_1 s + b'_0}{\Delta_{\text{long}}(s)} \tag{2-120}$$

olduğu görülür.

2.8. Kısa Periyot Yaklaşımından Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi

Kısa periyot yaklaşımına göre; kontrol yüzeyinin hareketi, atmosferik türbülans yada uçağın herhangi bir hareketi sonucu, hava hızı u 'daki değişim çok küçük olduğundan, hareket denklemlerinde u içeren terimler ihmal edilebilir. Bu yaklaşıma göre, kısa periyot geçişleri yeterince kısa bir sürede gerçekleşir ve bu süre içinde U_0 sabit kabul edilebilir. Dolayısıyla, uzunlamasına hareket denklemleri,

$$\dot{w} = Z_w w + U_0 q + Z_{\delta_E} \delta_E \tag{2-121}$$

$$\begin{aligned}
\dot{q} &= M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E \\
&= (M_w + M_{\dot{w}} Z_w) w + (M_q + U_0 M_{\dot{w}}) q + (M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}) \delta_E
\end{aligned} \tag{2-122}$$

olur. Buna göre kısa periyotlu hareket için durum vektörü,

$$\mathbf{x} := \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} \tag{2-123}$$

olarak tanımlanır. Kontrol vektörü u , irtifa dümeninin yer değiştirmesi olarak alındığında,

$$A = \begin{bmatrix} Z_w & U_0 \\ (M_w + M_{\dot{w}}Z_w) & (M_q + U_0M_{\dot{w}}) \end{bmatrix} \quad (2-124)$$

$$B = \begin{bmatrix} Z_{\delta_E} \\ (M_{\delta_E} + Z_{\delta_E}M_{\dot{w}}) \end{bmatrix} \quad (2-125)$$

$$[sI - A] = \begin{bmatrix} (s - Z_w) & -U_0 \\ -(M_w + M_{\dot{w}}Z_w) & (s - [M_q + U_0M_{\dot{w}}]) \end{bmatrix} \quad (2-126)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{sp}(s) &= \det[sI - A] = s^2 - (Z_w + M_q + M_{\dot{w}}U_0)s + (Z_wM_q - U_0M_w) \\ &= s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2 \end{aligned} \quad (2-127)$$

bulunur. Burada,

$$\begin{aligned} 2\zeta_{sp}\omega_{sp} &= -(Z_w + M_q + M_{\dot{w}}U_0) \\ \omega_{sp} &= (Z_w + M_q - U_0M_w)^{1/2} \end{aligned} \quad (2-128)$$

eşitliklerinin olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, kısa periyot yaklaşımına göre uzunlamasına hareket transfer fonksiyonları,

$$\frac{w(s)}{\delta_E(s)} = \frac{(U_0M_{\delta_E} - M_qZ_{\delta_E}) \left\{ 1 + \frac{Z_{\delta_E}}{(U_0M_{\delta_E} - M_qZ_{\delta_E})} s \right\}}{\Delta_{sp}(s)} = \frac{K_w(1 + sT_1)}{\Delta_{sp}(s)} \quad (2-129)$$

$$\frac{q(s)}{\delta_E(s)} = \frac{(Z_{\delta_E}M_w - M_{\delta_E}Z_w) \left\{ 1 + \frac{(M_{\delta_E} + Z_{\delta_E}M_{\dot{w}})}{(Z_{\delta_E}M_w - M_{\delta_E}Z_w)} s \right\}}{\Delta_{sp}(s)} = \frac{K_q(1 + sT_2)}{\Delta_{sp}(s)} \quad (2-130)$$

olarak elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} K_w &= (U_0 M_{\delta_E} - M_q Z_{\delta_E}) \\ T_1 &= Z_{\delta_E} / K_w \end{aligned} \quad (2-131)$$

ve

$$\begin{aligned} K_q &= (Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w) \\ T_2 &= (M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}) / K_q \end{aligned} \quad (2-132)$$

eşitlikleriyle verilebilir. Transfer fonksiyonlarının karakteristik polinomları incelendiğinde, uçağın ileriye doğru hızı olan U_0 sabit olduğunda, kısa periyot sönümlenme oranı ζ_{sp} 'yi artırmak, Z_w , $M_{\dot{w}}$ ve M_q kararlılık türevlerinden birisinin yada hepsinin artırılmasıyla mümkün olur. $M_{\dot{w}}$ artırılırsa T_2 artar fakat kısa periyot frekansı, ω_{sp} , değişmez. M_q değerindeki artış ise hem kısa periyot hareketinin sönümlenme oranını hem de frekansını artırır. Bu artış T_2 değerini değiştirmemesine rağmen T_1 değerini azaltır.

Sönümlenme oranı ζ_{sp} , M_w kararlılık türevinin doğrudan bir fonksiyonudur. M_w değeri sıfıra yaklaştıkça sönümlenme oranı artarken doğal frekans azalır.

2.10. Phugoid Yaklaşımından Transfer Fonksiyonlarının Elde Edilmesi

Uçağın uzun periyotlu hareketi üzerinde çalışıldığında, Phugoid hareketinin u hızı, h yüksekliği ve θ yunuslama açısında büyük osilasyonlu değişimler yaptığı görülmektedir. Bunun sonucunda hava hızındaki değişime bağlı olarak yunuslama momentindeki değişimi gösteren M_u kararlılık türevi Lanchester yaklaşımına göre bütün uçaklar için ihmal edilebilir [1].

$$M_u = 0 \quad (2-133)$$

Bununla birlikte, modern uçaklar için M_u , nadiren sıfırdır ve uçağın toplam statik kararlılık türevi,

$$M_u u + M_w w = 0 \quad (2-134)$$

olur. Yunuslama hızı q 'daki kısa periyot değişimleriyle ilgilenilmediğinde hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} \dot{u} &= X_u u + X_w w - g\theta + X_{\delta_E} \delta_E \\ \dot{w} &= Z_u u + Z_w w - U_0 q + Z_{\delta_E} \delta_E \\ 0 &= M_u u + M_w w + M_{\delta_E} \delta_E \end{aligned} \quad (2-135)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerin Laplace dönüşümü alındığında,

$$\begin{aligned} su(s) - X_u u(s) - X_w w(s) + g\theta(s) &= X_{\delta_E} \delta_E(s) \\ sw(s) - Z_u u(s) - Z_w w(s) - U_0 s\theta(s) &= Z_{\delta_E} \delta_E(s) \\ -M_u u(s) - M_w w(s) &= M_{\delta_E} \delta_E(s) \end{aligned} \quad (2-136)$$

$$\begin{bmatrix} (s - X_u) & -X_w & g \\ -Z_u & (s - Z_w) & -U_0 s \\ -M_u & -M_w & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ w(s) \\ \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} \\ Z_{\delta_E} \\ M_{\delta_E} \end{bmatrix} \delta_E(s) \quad (2-137)$$

$$Q(s)x(s) = P(s)\delta_E(s) \quad (2-138)$$

$$x(s) = Q^{-1}(s)P(s)\delta_E(s) \quad (2-139)$$

bulunur. Buna göre transfer fonksiyonları şu şekilde elde edilir.

$$\frac{u(s)}{\delta_E(s)} = \frac{s[X_w U_0 M_{\delta_E} - gM_{\delta_E} - U_0 M_w X_{\delta_E}] + g[M_{\delta_E} Z_w - M_w Z_{\delta_E}]}{\Delta_{ph}(s)} \quad (2-140)$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{s^2 M_{\delta_E} + s[M_u X_{\delta_E} + M_w Z_{\delta_E} - (X_u + Z_w)M_{\delta_E}]}{\Delta_{ph}(s)} - \frac{[(Z_u M_w - M_u Z_w)X_{\delta_E} - (M_u X_w - M_w X_u)Z_{\delta_E}]}{\Delta_{ph}(s)} \quad (2-141)$$

Burada,

$$\Delta_{ph}(s) = -U_0 M_w \left\{ s^2 - \left[X_u + \frac{M_u (U_0 X_w - g)}{U_0 M_w} \right] s - \frac{g}{U_0} \left[Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w} \right] \right\} \quad (2-142)$$

$$\omega_{ph}^2 = \frac{-g}{U_0} \left[Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w} \right] \quad (2-143)$$

$$2\zeta_{ph} \omega_{ph} = - \left[X_u + \frac{M_u (U_0 X_w - g)}{U_0 M_w} \right] \quad (2-144)$$

olur. Klasik Lanchester yaklaşımına göre $M_u = 0$ alınırsa, bu durumda,

$$2\zeta_{ph} \omega_{ph} = -X_u \quad (2-145)$$

$$\omega_{ph}^2 = \frac{-gZ_u}{U_0} \quad (2-146)$$

olarak elde edilir. Kararlılık türevi Z_u ,

$$Z_u \cong \frac{-\rho S U_0}{m} C_L \quad (2-147)$$

yaklaşık eşitliğiyle verilebilir. Burada taşıma katsayısı C_L , düzgün, doğrusal, yatay uçuş durumu için,

$$C_L = \frac{W}{\bar{q}S} = \frac{2mg}{\rho U_0^2 S} \quad (2-148)$$

eşitliğiyle tanımlandığında, Z_u ve ω_{ph} ,

$$\therefore Z_u = -2g/U_0 \quad (2-149)$$

$$\therefore \omega_{ph} \cong \sqrt{2} \frac{g}{U_0} \quad (2-150)$$

olarak elde edilir. Kararlılık türevi M_u 'nun sıfır olduğu kabulüyle yapılan Phugoid yaklaşımı iki serbestlik derecesine sahiptir.

$$\begin{aligned} (s - X_u)u(s) + g\theta(s) &= 0 \\ -Z_u u(s) - U_0 s \theta(s) &= Z_{\delta_E} \delta_E(s) \end{aligned} \quad (2-151)$$

Bu yüzden karakteristik denklem,

$$s^2 - X_u s - (gZ_u/U_0) = 0 \quad (2-152)$$

şeklinde olur ve bu denklemden Phugoid yaklaşımına göre sönümlenme oranı,

$$\zeta_{ph} = -\frac{X_u}{2\omega_{ph}} = -\frac{X_u U_0}{2\sqrt{2}g} \quad (2-153)$$

olarak bulunur. Eşitlik (2-150)' den de görüldüğü gibi Phugoid sönümlenme oranı uçağın hızıyla doğrusal olarak değişmektedir.

2.11. Kısa Periyot ve Phugoid Yaklaşımlarının Hassasiyeti

Kısa periyot yaklaşımı, irtifa dümeni girdisine karşılık α ve q tepkileri için her zaman iyi bir yaklaşımdır. Phugoid yaklaşımı ise Phugoid osilasyonunun periyodu için iyi bir hassasiyet vermesine karşın sönümlenme oranı için aynı

hassasiyeti sağlamaz.

Bir F-16 uçağı için, farklı uçuş durumlarında kısa periyot yaklaşımı ve Phugoid yaklaşımının hassasiyeti Çizelge 2.1. 'de gösterilmektedir [5].

Çizelge 2.1. Kısa periyot ve Phugoid yaklaşımlarının hassasiyeti

Hız (ft/s)	Hesaplama	T_{sp}	ζ_{sp}	T_{ph}	ζ_{ph}
200	Yaklaşım	7.44	0.555	32.3	0.102
	Tam	7.33	0.565	32.7	-0.129
400	Yaklaşım	3.73	0.551	63.5	0.064
	Tam	3.72	0.551	63.6	0.035
600	Yaklaşım	2.48	0.551	96.5	0.112
	Tam	2.48	0.551	96.6	0.099

Farklı uçuş durumları uçağın farklı uçuş hızlarına karşılık gelmektedir. Buna göre kısa periyot ve Phugoid yaklaşımı kullanılarak hesaplanan periyot ve sönümlenme oranı değerleriyle tüm transfer fonksiyonu kullanılarak hesaplanan periyot ve sönümlenme oranı değerleri karşılaştırılmaktadır.

Kısa periyot yaklaşımının hem periyot hem de sönümlenme oranı açısından hassasiyetinin çok iyi olduğu Çizelge 2.1.'den de görülmektedir. Phugoid yaklaşımı ise periyot için oldukça hassas sonuçlar vermektedir. Ancak periyot büyüdükçe sönümlenme oranında da belli bir hassasiyete ulaşılmaktadır. Buna göre düşük hızlarda Phugoid modun kararsız olduğu söylenebilir.

3. KATLI-MODEL YAKLAŞIMIYLA GÜRBÜZ KONTROL SİSTEM TASARIMI

3.1. Giriş

Lineer sistemlerin kontrolünde, uzun yıllardır yapılan teorik ve pratik araştırmalar gelişerek yaygınlaşmıştır. Fakat bu kontrol teorileri, bilinmeyen parametrelili sistemler yada doğrusal olmayan sistemlere uygulamak için uygun değildir. Tasarımcılar, karmaşık sistemlerin kontrol probleminde genellikle paralel yöntemler kullanırlar. Bunun anlamı, sistemin farklı çalışma noktalarında doğrusal modellerle gösterilmesidir. Bu modellemenin ardından, doğrusal kontrol teorisi analiz ve tasarımı kullanılabilir. Katlı-model kontrolü, uygulama kolaylığı açısından kontrol mühendisliğinde son derece iyi sonuçlar vermektedir [6].

Bir dinamik sistem, örneklenen farklı çalışma koşulları için, her birinin dinamik karakteristikleri farklı çeşitli modellerle gösterilebilir. Model çıkışları ile sistem çıkışları arasındaki farkın bir fonksiyonu olarak tanımlanan performans indisini minimize edilmeye çalışılır. Her bir model için, istenen performans indisini minimize eden ve modeli kararlı yapan denetleyici kazançları kümesi hesaplanabilir. Katlı-model yaklaşımına göre, tüm modeller için hesaplanan bu kazançlar kümesinin bir kesişim kümesi bulunabilirse bu, sistemin tüm çalışma noktaları için istenen performans ve kararlılık özelliklerini gösteren denetleyici kazancı olarak kullanılabilir.

Bir kontrol sisteminin tasarımında ortaya çıkan problemler, kontrol edilecek sistem modelindeki fiziksel parametrelerin belirsizlik sınırları ve tasarım objektifleri için performans sınırlarıyla ifade edilebilir. Sonlu sayıdaki sistem parametre değeri bir katlı-model problemi tanımlamak için kullanılabilir. Bu problemde, sabit kazançlı bir denetleyici tasarlamak için iki metot kullanılır:

- 1-) Sistemin bütün modelleri için kutupları, verilen bir bölgeye aynı anda atama.
- 2-) Vektörel performans indisinin optimal çözümünü bulma.

Denetleyici tasarlamak için kullanılan çoğu sistem modelleri belirsizdir. Kesin model mevcut olsa bile, bunu daha basit fakat belirsiz bir tasarım modeline yaklaştırmak son derece güç olabilir. Örneğin; doğrusal olmayan modeller çalışma durumundan küçük sapmalar için doğrusallaştırılabilir. Bu durumda

doğrusal model, belirtilen çalışma durumundaki belirsizliklere bağlıdır. Aynı zamanda, sistemin fiziksel parametreleri ve bu parametrelerin içinde bulunduğu şartlar da belirsizdir. Doğrusallaştırılan sistemin durum uzayı modeli,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(\Theta)\mathbf{x} + \mathbf{B}(\Theta)\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\quad (3-1)$$

olarak tanımlanabilir. Burada Θ belirsiz sistem parametreleri vektörüdür. Durum vektörü \mathbf{x} ve çıkış matrisi \mathbf{C} , Θ 'ya bağlı olmayacak şekilde seçilir. Bu sistem için bir geri besleme denetleyici bulunması istenirse,

$$\mathbf{u}(t) = F(\mathbf{y}(\tau), \Theta) \quad \tau \leq t \quad (3-2)$$

fonksiyonuyla tanımlanabilir. Böyle bir kapalı döngü,

- 1-) İyi bir kararlılığa sahip olmalıdır. Belirsizlik vektörü Θ , sabit olduğunda bunun anlamı, kapalı döngü sistemin hızla azalan ve iyi sönümlenme modlarına sahip olmasıdır.
- 2-) Sistemi bozan etkileri giderme ve filtreleme özelliklerine sahip olmalıdır.
- 3-) Sadece kabul edilebilir büyüklükteki akçüatör sinyallerini ister,

$$|u| \leq u_{\max}$$

- 4-) Verilen bir Ω seti içindeki, Θ sistem parametrelerinin bütün sabit değerleri için ($\Theta \in \Omega$), 1, 2, 3'deki özelliklere sahiptir.

Eşitlik (3-2) 'ye uyan en basit denetleyici doğrusal denetleyicidir. Doğrusal bir dinamik denetleyici, \mathbf{y} çıkışı ile \mathbf{u} girişi arasındaki transfer fonksiyonu olarak kabul edilebilir. Belirsiz sistem parametreleri Θ 'ya göre bulunan denetleyici-parametre vektörü \mathbf{k} ,

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(\Theta) \quad (3-3)$$

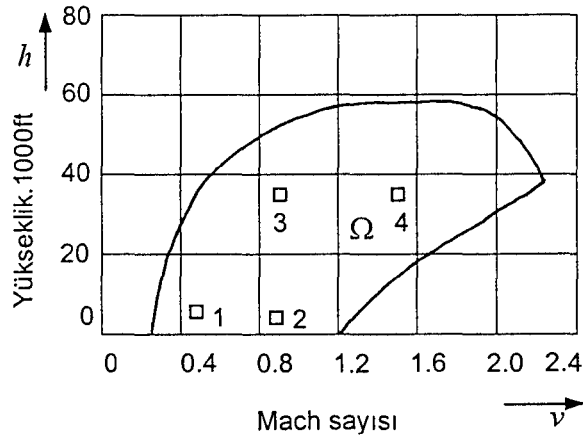
şeklinde tanımlanabilir. Burada \mathbf{k} vektörünün elemanları, her bir sistem parametresine göre hesaplanan sabit kazançlı denetleyici değeridir [3].

Örnek 1: Uçak kararlılığı

Bir uçağın matematiksel modeli doğrusal değildir. Bu model, sabit bir h yüksekliğinde ve v hızında düzgün uçuş durumundan küçük sapmalar için doğrusallaştırılabilir. Doğrusallaştırılmış model,

$$\Theta = \begin{bmatrix} v \\ h \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

olarak sistem parametre vektörüyle ifade edilebilir. Şekil 3.1.'de F4-E deneysel uçağı için bu parametre vektörünün sınırlarını belirleyen Ω bölgesi gösterilmektedir. Bu Ω bölgesi, sözü geçen uçak için olası uçuş koşulları zarfı olarak da tanımlanabilir. İşaretlenen uçuş durumları ise, bu zarf içinden örneklenen dört uçuş koşuludur. Bu örnek için v ve h sınırları birbirinden bağımsız değildir.



Şekil 3.1. Örnek problem için uçuş zarfı ve seçilen dört uçuş durumu

Uçak açık havada yüksek irtifada yavaş uçamayacağı gibi görüş şartları bozuk havada da düşük irtifada hızlı uçamaz. Fakat yinede $\mathbf{A}(\Theta)$ ve $\mathbf{B}(\Theta)$ 'nın elemanlarının birbirine bağımlılığını bilemeyiz. Doğrusallaştırılmış denklemler

bazı farklı çalışma koşulları için bilinir ($\Theta = \Theta_j$, $j = 1, 2, \dots, N$). Bu çalışma koşulları rüzgar tüneli testlerinden ya da varolan bir uçağın uçuş testlerinden bulunur. Genellikle tüm uçaklarda olduğu gibi F4-E uçağı için de denetleyici tasarımı Şekil 3.1.'de gösterilen dört uçuş durumu için yapılmıştır [7].

3.2. Problem Formülasyonu

Standart problem formülasyonu, Θ_0 denge durumundan $\Delta\Theta$ kadar küçük sapmalara, kapalı çevrim performansının duyarlılığı fikriyle oluşturulur. Tasarımın amacı, $\Theta = \Theta_0 + \Delta\Theta$ kapalı çevrim dinamiklerinin, Θ_0 denge durumu için olan dinamiklerden çok farklı olmamasıdır. Bu durum genellikle, Θ_0 denge durumu için P performans indisinin optimizasyonu ile gerçekleştirilir. Model için belirsizlik yapısı bilinmiyorsa, standart yapı herhangi bir çalışma durumundan sapmalar olarak kabul edilebilir.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_0 &= \mathbf{A}(\Theta_0) \\
 \mathbf{B}_0 &= \mathbf{B}(\Theta_0) \\
 \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x} + (\mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B})\mathbf{u} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

Herhangi bir çalışma durumundaki transfer fonksiyonu,

$$\mathbf{G}_0 = \mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}_0]^{-1}\mathbf{B}_0 \tag{3-6}$$

olarak bulunur. Bu çalışma koşulundan sapma için transfer fonksiyonu ise $\Delta\mathbf{G}$ ile gösterilebilir. Burada temel problem kararlılıktır. Kapalı-döngü karakteristik polinomunun kökleri hem sistem parametreleri vektörü Θ 'nın hem de denetleyici parametreleri vektörü \mathbf{k} 'nın fonksiyonudur.

$$P(s, \Theta, \mathbf{k}) = p_0(\Theta, \mathbf{k}) + p_1(\Theta, \mathbf{k})s + \dots + p_{n-1}(\Theta, \mathbf{k})s^{n-1} + s^n \tag{3-7}$$

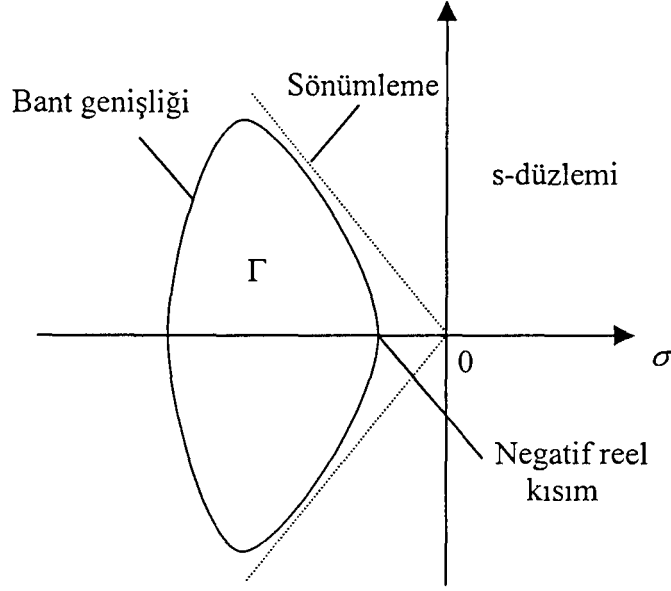
Burada gürbüzlük problemi şu şekilde özetlenebilir: Bütün $\Theta \in \Omega$ için, $P(s, \Theta, \mathbf{k})$ polinomunun kökleri negatif reel kısma sahip olacak şekilde bir \mathbf{k} vektörü bulunmalıdır ya da genel olarak bu koşulu sağlayacak mevcut bütün \mathbf{k} 'ların kümesi bulunmalıdır. Bu problem Θ ve \mathbf{k} 'nın birleşik uzayı olarak düşünülebilir ve bu uzay içinde (3-7) eşitliğine göre kararlılık özelliğini sağlayan bütün (Θ, \mathbf{k}) 'ları içeren bir kararlılık bölgesi bulunabilir. Problemi analiz etmek için iki olasılık vardır:

1-) Bütün Θ koordinatları için bulunan kararlılık bölgelerinin kesişiminden oluşan sabit bir \mathbf{k} vektörü bulunur. Bu kesişim bölgesi içindeki kararlılık bölgesi, Ω 'nın bir alt kümesi ise bu durumda \mathbf{k} vektörü gürbüzlük probleminin bir çözümüdür denilebilir.

2-) Benzer olarak, kararlılık bölgesi sabit Θ 'nın bir alt uzayı olarak kesilebilir. Böylece Θ 'nın belli değerleri için bütün kararlı \mathbf{k} 'ların kümesi elde edilir. Uçak örneği ikinci yaklaşıma uymaktadır. Çünkü uçak için sonlu sayıda bir model kümesi vardır. Bu durumda bütün kararlı \mathbf{k} 'ların kümesi, $\Theta = \Theta_1, \Theta = \Theta_2, \dots, \Theta = \Theta_N$ alt uzaylarındaki kararlılık bölgelerinin kesişimidir. Bu katlı-model yaklaşımıdır.

Uçak kontrol sistem tasarımı yaparken, örneklenen Θ 'lar (uçuş durumları) için katlı-model yaklaşımının kullanılması önerilir. Problem formülasyonu içinde kararlılık Γ -kararlılığı olarak ele alınabilir. Γ -kararlılığı, s -düzleminin sol yarı kısmında kalan bir Γ bölgesi olarak tanımlanır. Bu bölge içindeki bütün kapalı çevrim modları hızlıca azalan, iyi sönümlenen ve belirli bir bant genişliği içinde kalan modlardır. Γ kararlılık bölgesi için bir örnek Şekil 3.2.'de gösterilmektedir. Örneğin; herhangi bir $p(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n)$ polinomunun bütün s_i özdeğerleri Γ bölgesinde ise ($s_i \in \Gamma$), $p(s)$ polinomu Γ -kararlıdır denir[7]. Performans P ile ilgili diğer bütün ölçümler için tanımlanan bu bölge kullanılabilir.

Tasarımda, hata durumlarının da göz önüne alınması gerektiğinde katlı-model problem formülasyonu kullanılır. Uçak örneği düşünüldüğünde, bir jiroskop ya da ivme ölçer bozulabilir. Ya da elektrik güç devresinde, bir güç istasyonu devre dışı kalabilir. Bu gibi çalışma koşulları, Θ_j sistem parametrelerine farklı ilave değerler getirebilir.



Şekil 3.2. Γ -kararlılık bölgesi. Hiperbol sınırları minimum sönümlenme ve özdeğerlerin minimum kısmını garantiler

Katlı-model formülasyonu, frekans alanındaki tasarım metotları içinde, tüm modelleri Bode ya da logaritmik düzlemde tanımlanan bir sistem olarak görülebilir. Bu yaklaşım, kapalı döngü özellikleri frekans alanında verildiğinde çok uygundur (bant genişliği, kazanç ve faz marjinleri, sönümlenme vb.). Katlı-model yaklaşımının bir kontrol problemine uygulanmasında Γ -kararlılığı yada kutup bölgesinin belirlenmesi ve vektörel performans kriteri aynı anda ele alınır. Γ kararlılık bölgesinin çözümü kesin olarak bulunamazsa, denetleyici yapısıyla ilgili kısıtlar genişletilebilir. Bu pratik yaklaşım, çeşitli uygulamalarda iyi mühendislik çözümleri verir [3].

3.3. Kutup Bölgesinin Belirlenmesi

Kutup belirleme, kontrol sistemleri için standart tasarım tekniklerinden birisidir. Tek girişli bir sistem için durum uzayı denklemi ve durum geribeslemesi,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \quad (\mathbf{A}, \mathbf{b} \text{ kontrol edilebilir}) \quad (3-8)$$

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} \quad (3-9)$$

olarak verildiğinde, kapalı çevrim sistem,

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)\mathbf{x} \quad (3-10)$$

reel yada kompleks eşlenik özdeğerlere (s_1, s_2, \dots, s_n) sahiptir. Kapalı döngü karakteristik polinomu,

$$p(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k}^T) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_n) \quad (3-11)$$

olarak elde edilir. Bu denklemden \mathbf{k}^T 'nin çözülmesi için çeşitli yöntemler vardır. Çözüm metodlarından birisi Eşitlik (3-12) ile verilen, Ackermann tarafından geliştirilen bir formüldür.

$$\mathbf{k}^T = \mathbf{e}^T p(\mathbf{A}) \quad (3-12)$$

Burada,

$$\mathbf{e}^T = [0 \ \dots \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{A}\mathbf{b} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3-13)$$

olarak verilir. $p(s)$ 'in, Eşitlik (3-11)'deki çarpanlara ayrılmış şekli ele alınırsa,

$$\mathbf{k}^T = \mathbf{e}^T (\mathbf{A} - s_1\mathbf{I})(\mathbf{A} - s_2\mathbf{I}) \dots (\mathbf{A} - s_n\mathbf{I}) \quad (3-14)$$

elde edilir. Kutup atamanın standart kullanımı, istenen kapalı döngü özdeğerlerinin (s_1, s_2, \dots, s_n) belirlenmesi ve bu özdeğerleri verecek uygun geri besleme kazanç vektörü \mathbf{k} 'nin hesaplanmasıdır. Kutup bölgesinin atanması, sadece s -düzleminde belirlenen kabul edilebilir bir Γ bölgesi içinde olmalıdır. Buna göre,

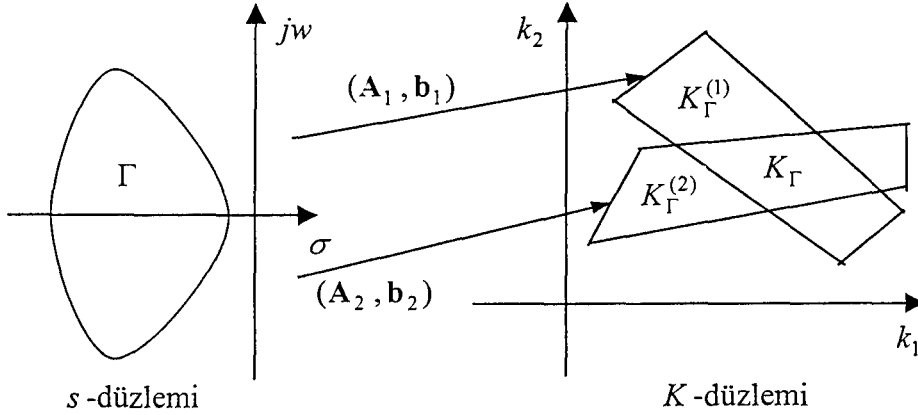
$$s_1, s_2, \dots, s_n \in \Gamma \quad (3-15)$$

olmalıdır. Eşitlik (3.14)'ün çözümünden kabul edilebilir $K_{\Gamma}^{(1)}$ kümesi,

$$s_1, s_2, \dots, s_n \in \Gamma \Leftrightarrow \mathbf{k} \in K_{\Gamma}^{(1)} \quad (3-16)$$

olarak bulunur. Kapalı döngü sistem için kutup atama yerine kutup bölgesi atama, sabit bir \mathbf{k} kazanç vektörüyle sistem modeller ailesinin $(\mathbf{A}_j, \mathbf{b}_j)$, $j=1,2,\dots,N$, Γ -kararlılığının sağlanması açısından daha esnek görünmektedir. Her sistem modeli $(\mathbf{A}_j, \mathbf{b}_j)$, \mathbf{k} uzayı içinde kabul edilebilir bir $K_{\Gamma}^{(j)}$ bölgesi oluşturur. Tüm sistem için geçerli Γ -kararlılık kümesi, her bir model için bulunan kararlılık kümelerinin kesişim kümesidir.

$$K_{\Gamma} = \bigcap_{j=1}^N K_{\Gamma}^{(j)} \quad (3-17)$$



Şekil 3.3. Sistem modelleri $(\mathbf{A}_1, \mathbf{b}_1)$ ve $(\mathbf{A}_2, \mathbf{b}_2)$ 'nin Γ -kararlılığında k_1 ve k_2 denetleyici kazançları için gerekli ve yeterli koşul

İki sistem modeli için Eşitlik (3-17)'nin uygulaması Şekil 3.3. 'de gösterilmektedir. $\mathbf{k} \in K_{\Gamma}^{(1)}$, birinci sistem modeli için $(\mathbf{A}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{k}^T)$ 'nin Γ kararlı bölgesi içinde kalan bütün özdeğerlerini, $\mathbf{k} \in K_{\Gamma}^{(2)}$ ise ikinci sistem modeli için $(\mathbf{A}_2 - \mathbf{b}_2 \mathbf{k}^T)$ 'nin Γ kararlı bölgesi içinde kalan bütün özdeğerlerini gösterir. Kesişim kümesi, $K_{\Gamma} = K_{\Gamma}^{(1)} \cap K_{\Gamma}^{(2)}$, her iki sistem modeli içinde kararlılık

kümesini tanımlar. Bu küme içinden tasarım yapılacak değer, ilave birtakım tasarım kısıtları göz önüne alınarak seçilebilir [3].

3.4. Vektörel Performans İndisi

Denetleyici tasarımı birtakım tasarım objektiflerine göre yapılmaktadır. Bazı tasarım objektifleri önceki bölümde bahsedildiği gibi özdeğer bölgesindeki terimlere göre formüle edilir. Diğer objektifler ise geribesleme kazançları ve onların sınırlarıyla ilgilidir. Bu tasarım objektifleri, tüm sistem modelleri için bulunan ortak kararlılık kümesinden özel çözümlerin seçilmesi için kullanılır. İstenen tasarım objektiflerinin her biri için bir performans indisi tanımlanabilir. Katlı-model yaklaşımında $(\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j)$, $j = 1, 2, \dots, N$, her performans indisi, katlı-model ailesinin N üyesi için N kez düzenlenir [3].

Bütün performans indisleri,

$$\mathbf{g}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} g_1(\mathbf{k}) \\ g_2(\mathbf{k}) \\ \vdots \\ g_M(\mathbf{k}) \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

şeklinde bir vektör içinde birleştirilebilir. Burada \mathbf{g} 'nin optimal çözümünün bulunması istenir. Bu çözüm farklı optimizasyon yöntemleriyle bulunabilir. Bu çalışmada, belirlenen performans indisinin optimizasyonu için genetik algoritma tekniğinden faydalanılmıştır.

4. GENETİK ALGORİTMA

4.1. Giriş

Karmaşık bir sistemin optimizasyonunda karşılaşılan iki problem vardır. Birincisi, optimizasyon algoritması sistem için uygun olmalıdır. İkincisi ise optimizasyon algoritmasının çeşitli parametreleri verimliliği artırmak için ayarlanabilmelidir. Buna göre, karmaşık bir sistemi geniş bir aralıkta optimize etmek için kullanılan en uygun yöntemlerden birisi genetik algoritmadır [8].

Genetik algoritmalar (GA), evrim teorisinden esinlenerek türetilen hesaplama modelleridir. Bu algoritmalarda, belirlenen bir problemin potansiyel çözümleri, binary (ikili sayı sistemi) ya da binary olmayan sistemlere dayalı veri yapısında basit diziler olarak şifrelenir ve kritik bilgileri saklamak için bu dizilere birtakım özel işlemler uygulanır. Oldukça geniş uygulama alanına sahip olan genetik algoritmalar daha çok bir optimizasyon fonksiyonu olarak görülür. Genetik algoritmalar aynı zamanda oldukça geniş bir araştırma uzayında, bölgesel araştırma tekniklerinin (gradyent metodu vb.) uyguladığı birçok ihmali eleyen global optimizasyon teknikleri olarak da görülebilir [9].

4.2. Genetik Algoritmaların Diğer Optimizasyon Tekniklerine Göre Farklılıkları

Genetik algoritmalar gürbüzlük araştırmalarında diğer geleneksel optimizasyon yöntemlerine göre daha üstündür. Genetik algoritmaların farklılığı dört ana başlık altında toplanabilir:

1-) Genetik algoritmalar, parametrelerin kendisiyle değil parametre setini kodlayarak çalışır:

Genetik algoritmalar, sonlu bir alfabe üzerinden sonlu uzunlukta diziler kodlamak için, optimizasyon probleminin doğal parametre setini kullanır. Örneğin, $f(x) = x^2$ fonksiyonu $[0, 31]$ aralığında maksimize edilmek istendiğinde, diğer optimizasyon metotları x parametresini küçük küçük değiştirerek amaç fonksiyon değerinin en yüksek olduğu yeri bulmaya çalışırlar. Genetik algoritmalarla optimizasyon işleminin yürütülmesinde ise

ilk adım, x parametresinin sonlu uzunlukta dizi olarak değişik şekillerde kodlanması ve kodlanan parametre ile çalışılarak optimizasyonun sağlanmasıdır. Parametrelerin kodlanması sonucunda, diğer metotları sınırlayan birtakım özelliklerde de büyük ölçüde serbestlik sağlanmış olur (süreklilik, türevin varlığı, vb.).

2-) Genetik algoritmalar tek bir noktada değil bir noktalar kümesinde optimizasyon araştırması yapar:

Birçok optimizasyon probleminde, tanım aralığı içindeki tek bir noktadan hareketle bazı geçiş kurallarına göre bir sonraki inceleme noktası bulunur. Bu, noktadan noktaya yönelme metodu, çok sayıda tepe noktası bulunan araştırma uzayı için risklidir. Çünkü, bölgesel tepe değerine yaklaşma hatası oluşabilir. Genetik algoritmalarda, çok sayıda noktalardan oluşan bir veri tabanı ile (dizilerin nüfusu) çalışıldığından aynı anda pek çok tepe noktasına atlanabilir. Böylece noktadan noktaya geçme metodundaki yanlış tepe noktasının bulunması olasılığı azalır. Sonuç olarak, genetik algoritma dizilerden oluşan bir nüfus ile başlar ve bu dizilerden daha başarılı nüfuslar üretir.

3-) Genetik algoritmalar, türevler ya da diğer yardımcı bilgiler değil sadece amaç fonksiyon bilgisini kullanır:

Çoğu araştırma tekniklerinin, doğru bir şekilde çalışması için yardımcı bazı bilgilere ihtiyaçları vardır. Örneğin, gradient tekniklerinde, tepe değerine doğru yükselmenin olup olmadığını anlamak için, nümerik ya da analitik olarak hesaplanan türev bilgisi gereklidir. Ayrıca, farklı araştırma problemleri için de çok farklı yardımcı bilgilere ihtiyaç olabilir Bunun aksine, genetik algoritmalarda hiç bir yardımcı bilgiye ihtiyaç yoktur. Verimli bir araştırma yapmak için gerekli olan, her bir dizinin değerlendirileceği bir amaç fonksiyonudur. Optimizasyon sırasında problemle ilgili özel birtakım bilgilerin kullanılmaması, genetik algoritmaların performansını yükseltmede son derece etkilidir.

4-) Genetik algoritmalar kesin bilinen kuralları değil olasılığa dayalı kuralları kullanır:

Genetik algoritmalar araştırmaya yön vermek için, bir çok optimizasyon tekniğinin aksine, olasılığa dayalı geçiş kuralları kullanır. Bunun sonucunda

araştırmanın, araştırma uzayının hangi bölgesine doğru yöneleceğine karar vermek için rasgele seçim tekniği kullanılır.

Bahsedilen bu dört farklılığın bir arada bulunması, genetik algoritmaların gürbüzlüğüne ve sonuca ulaşma üstünlüğüne olumlu yönde katkıda bulunur [10].

4.3. Genetik Algoritma Terminolojisi

Genetik algoritmalar, hem doğal genetikler hem de bilgisayar alanında kullanıldığı için, genetik algoritma literatüründe kullanılan terminoloji, doğal ve yapay ortamdaki terimlerin karışımından oluşmaktadır. Bu nedenle, genetik algoritmalarla çalışan araştırmacıların kullanacağı temel bazı terimlere ihtiyaç vardır. Bilgisayar ortamında tanımlanan diziler, alfabeler, dizi pozisyonları ve buna benzer bazı terimlerin doğal genetiklerde kullanılan karşılıkları vardır. Örneğin; yapay genetik sistemlerdeki diziler, biyolojik sistemlerdeki kromozomlara benzemektedir. Doğal sistemlerde, bir ya da daha fazla kromozom, bir organizmanın yapısı ve çalışması için toplam genetik bilgileri oluşturacak şekilde birleşir. Bu toplam genetik paket genotip olarak adlandırılır. Yapay genetik sistemlerde ise dizilerin toplam genetik paketi yapı olarak adlandırılır. Doğal sistemlerde, toplam genetik paketin içinde bulunduğu şartlara göre birbirini etkilemesiyle şekillenen organizma phenotip olarak tanımlanır. Yapay genetik sistemlerde ise yapılar, belli bir parametre setini, olası bir çözümü ya da çözüm uzayında bir noktayı düzenlemek için şifreli durumu çözer. Bir yapay genetik sistem tasarımcısı hem nümerik hem de nümerik olmayan parametreleri kodlamak için çeşitli alternatiflere sahiptir [10].

Doğal terminolojide kromozomlar, belli sayıda değer alabilen genlerin birleşiminden oluşmaktadır. Bir gen'in pozisyonu onun gen olarak fonksiyonundan ayrı tanımlanır. Örneğin; bir hayvanın göz rengi geni ele alındığında bu genin pozisyonu ya da yeri 10, bu kodun değeri de mavi göze karşılık gelebilir. Yapay genetik araştırmalarda ise diziler, farklı değerler alan özellikler ya da karakterlerden meydana gelmektedir. Özellikler, dizi üzerinde farklı pozisyonlara yerleştirilebilir.

Belli bir karakter ve onun pozisyonu arasındaki farkı ayırt etmek gerekirse; bir dizi içinde bir bitin pozisyonu, nüfusun her yerinde ve her zaman o bitin nasıl çözüldüğü ile bulunabilir. Örneğin; ikili sayı sistemine göre 10000 dizisi, işaretli

tamsayı olarak onlu sayı sistemine göre 16 olarak çözülebilir. Burada 1, onlu sayı sisteminde 16 'nın yerine geçmektedir.

4.4. Genetik Algoritma Parametreleri

Basit bir genetik algoritma, problem optimizasyonu için son derece uygun ve güçlü bir metottur. Bir başlangıç nüfusundan başarılı nüfusları üreten basit genetik algoritmanın performans ve verimliliğini etkileyen en önemli faktörlerden birisi nüfusun boyutudur. Algoritmanın başında belirlenen nüfus sayısının az olması genetik algoritmaları genellikle başarısız yapar. Çünkü nüfus sayısının az olması problemin çözümü için araştırma uzayından verimsiz örnek sayısı sağlar. Nüfus sayısının çok olması araştırma uzayında daha çok örnek seçilmesi açısından uygundur. Böylece genetik algoritmalar daha çok bilgi içeren araştırmalar yapabilir ve alt optimal çözümlere hatalı yaklaşımlar önlenir. Diğer yandan, büyük nüfus sayılarında her jenerasyonda daha çok değerlendirme yapıldığından olası sonuca yaklaşım daha yavaş olmaktadır.

Birçok problemin çözümünde iyi sonuçlar veren basit bir genetik algoritma üç işlemin birleşiminden oluşur.

- 1- Üreme (Reproduction)
- 2- Çaprazlama (Crossover)
- 3- Mutasyon (Mutation)

Üreme, her bir dizinin amaç fonksiyon değerine (f) göre, gelecek jenerasyona kopyalanmasını sağlayan bir işlemdir. f fonksiyonu maksimize edilmek istenen uygunluk, yararlılık ya da iyiliğin bir ölçüsü olarak düşünülebilir. Uygunluk değerlerine göre dizilerin kopyalanması, yüksek değere sahip olan dizilerin gelecek jenerasyona bir ya da daha fazla ürün olarak katkıda bulunma olasılığının da yüksek olmasıdır. Bu işlem doğal seçimin yapay bir versiyonudur. Darwin'e göre de, varlıklar arasında en iyilerin yaşama şansı her zaman daha yüksektir [10].

Algoritma içinde üreme işlemi farklı şekillerde yürütülebilir. Bunlardan birisi ağırlıklı rulet çarkı yaratmaktır. Buna göre nüfus içindeki her dizi, rulet çarkı üzerinde uygunluk değeri ile orantılı olacak kadar yer kaplar.

Örneğin, $f(x) = x^2$ fonksiyonunun $[0, 31]$ tam sayı aralığında

maksimizasyon probleminin genetik algoritma ile çözümünün elle simülasyonu yapılırsa algoritma, belirlenen aralıktan rasgele seçilen x değişken değerlerinden başlangıç nüfusunun oluşturulmasıyla başlar. Başlangıç nüfusu sayısı $n = 4$ olarak seçilirse, verilen aralıktan rasgele seçilen başlangıç nüfusu,

```

0 1 1 0 1
1 1 0 0 0
0 1 0 0 0
1 0 0 1 1

```

olsun. Bu dört diziden oluşan örnek nüfusun amaç ya da uygunluk fonksiyonu, f , değerleri ve nüfusun toplam uygunluğuna göre her dizinin yüzdesi Çizelge 4.1.'de gösterilmektedir.

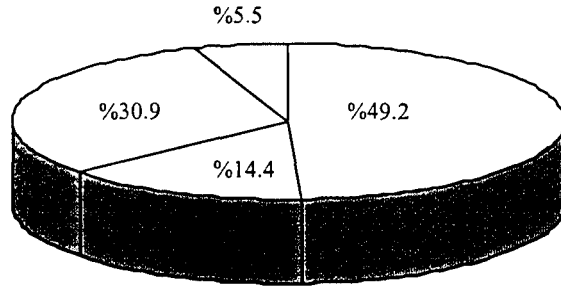
Çizelge 4.1. Örnek problemin dizileri ve uygunluk değerleri.

No.	Diziler	Uygunluk	% Toplam
1	0 1 1 0 1	169	14.4
2	1 1 0 0 0	576	49.2
3	0 1 0 0 0	64	5.5
4	1 0 0 1 1	361	30.9
Toplam		1170	100.0

Örnek problemin nüfusunu oluşturan dört dizinin toplam uygunluk değeri 1170 olarak bulunmaktadır. Ağırlıklı rulet çarkına göre bu jenerasyonun üremesi Şekil 4.1.'de gösterilmektedir. Dizilerin, gelecek jenerasyondaki üremesini bulmak için, ağırlıklı rulet çarkının dört kez döndürüldüğü varsayılır.

Örnek problem için, 1 numaralı dizinin uygunluk değeri 169 'dur ve bu değer toplam uygunluk değerine göre yüzdesi 14.4 'dür. Sonuç olarak, 1 nolu dizi rulet çarkının yüzde 14.4 'lük kısmını kaplar. Rulet çarkı bir defa döndürüldüğünde 1 nolu dizinin gelme olasılığı 0.144 'dür. Uygunluk değeri yüksek olan diziler rulet çarkı üzerinde daha büyük alan oluşturacağından, rulet çarkının bir defa döndürülmesinde bu dizilerin gelme olasılığı daha yüksek

dolayısıyla bir sonraki jenerasyonda görünmesi şansı da daha fazladır.



Şekil 4.1. Her bir dizinin uygunluk değerine göre rulet çarkında kapladığı alan

Üreme işleminden sonra her jenerasyonda, mevcut nüfus dışında, aynı uzay içinde farklı noktalara ulaşmak ya da araştırma uzayının diğer noktalarını da incelemek için yeniden düzenleyici genetik işlemler uygulanarak yeni nüfus içinde bazı değişimler ortaya çıkarılır. Bu işlemlerden birisi çaprazlamadır. Algoritmanın başında belirlenen çaprazlama oranı (p_c), bir dizi için uygulanacak çaprazlama işleminin olasılığını gösterir. Bu oran tüm algoritma boyunca sabit olabileceği gibi, jenerasyonlara göre de değişebilir. Bu oranın çok yüksek olması nüfus içinde yeni dizilerin daha hızlı oluşmasını sağlar. Dolayısıyla yüksek performanslı diziler de hızlı bir şekilde atılabilir. Diğer taraftan, çaprazlama oranı çok düşük olursa değişime uğrayacak dizi sayısı az olacağından araştırma durgunlaşıp yavaşlayabilir [10].

Basit bir çaprazlama işlemi iki adımda yürütülür. İlk olarak çaprazlama işlemine uğrayacak diziler rasgele belirlenir. İkinci adımda ise çaprazlama işlemini uygulamak için dizi üzerinde bir k tam sayı pozisyonu yine rasgele seçilir. Diziyi oluşturan karakterlerin sayısı ya da dizi uzunluğu l ise, k çaprazlama pozisyon değeri 1 ile $l-1$ arasında olmalıdır. Buna göre rasgele seçilen bir dizi çiftinde, $k+1$ ile l arasındaki bütün karakterler karşılıklı olarak yer değiştirilerek iki yeni dizi elde edilir. Örnek problemde başlangıç nüfusundan A_1 ve A_2 dizileri seçilmiş olsun.

$$A_1 = 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ | \ 1$$

$$A_2 = 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ | \ 0$$

Çaprazlama işleminin uygulanacağı nokta $k = 4$ olarak seçildiğinde, işlem sonucu elde edilen yeni diziler, (çaprazlama işleminin uygulanacağı nokta "|" sembolüyle gösterilmektedir)

$$A'_1 = 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$$

$$A'_2 = 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1$$

olur ve yeni jenerasyonda üreme işlemi için değerlendirilir.

Araştırma uzayının diğer noktalarını da incelemek için uygulanan işlemlerden diğeri mutasyondur. Algoritmanın başında belirlenen mutasyon oranı p_m , tüm nüfus içinde değişime uğrayacak karakter oranını belirler. Bu oran tüm algoritma boyunca sabit alınabileceği gibi jenerasyonlara göre farklı değerlerde de seçilebilir. Bu işleme göre, bir jenerasyonda yaklaşık olarak $p_m * n * l$ karakterde mutasyon meydana gelir. Burada n nüfus sayısı, l ise dizi uzunluğudur. Mutasyon tüm nüfus içinden rasgele seçilen bir karakterin değerinin değiştirilmesidir. Örneğin, binary olarak kodlanan bir problemde mutasyon işlemi, seçilen bir karakterin(bit'in) değerini 1 ise 0, 0 ise 1 olarak değiştirmektir. Mutasyon oranının düşük olması, verilen herhangi bir karakter pozisyonunun tüm nüfus içinde daima tek bir değere yakınsayarak kalmasını önlemeye yardımcı olur. Yüksek oranda mutasyon ise tamamen rasgele bir araştırmayı baştan kabul etmek anlamına gelir [8].

Genetik algoritmanın yürütülmesi sırasında seçilen bu parametreler optimizasyon probleminin performansını etkileyen en önemli faktörlerdir.

4.5. Genetik Algoritmanın Elle Yürütülmesi

Basit bir genetik algoritmanın bir optimizasyon problemine adım adım uygulanmasını görmek için Bölüm 4.3.' de verilen $f(x) = x^2$, $x \in [1, 31]$, fonksiyonun maksimizasyonu ele alınsın. Genetik algoritmanın uygulanmasında

öncelikle, problemdeki değişkenleri sonlu uzunlukta dizilerle göstermek için kullanılacak koda karar vermek gerekir. Bu problem için, x değişkeni 5 bit uzunluğunda işaretli tam sayı olarak binary kodlanabilir. Böylece x değişkeninin alt ve üst sınır değerleri 00000 (0) ve 11111 (31) olarak gösterilebilir. Başlangıç nüfusu, $n = 4$ için Bölüm 4.3.'de verilen başlangıç nüfusu ile aynı seçilirse, algoritmanın bir sonraki safhası başlangıç nüfusundan yeni jenerasyonun seçilmesidir. Uygunluk fonksiyonuna göre aldıkları değere bağlı olarak, gelecek jenerasyona geçmesi beklenen dizileri belirlemek için ağırlıklı rulet çarkının dört kez çevrildiği kabul edilir. Çizelge 4.2. 'de gösterildiği gibi 1 ve 4 nolu diziler bir sonraki jenerasyonda bir kez görünmesine karşın 2 nolu dizi iki kez tekrarlanarak görünmektedir. 3 nolu kromozomun etkisi ise uygunluk değerinden dolayı sıfırdır.

Çizelge 4.2. Genetik algoritmanın elle yürütülmesi

Dizi No.	Başlangıç Nüfusu	x Değeri	$f(x)$ x^2	Seçilme Olasılığı	Beklenen Sayı	Gerçek Sayı
1	0 1 1 0 1	13	169	0.14	0.58	1
2	1 1 0 0 0	24	576	0.49	1.97	2
3	0 1 0 0 0	8	64	0.06	0.22	0
4	1 0 0 1 1	19	361	0.31	1.23	1
Toplam			1170	1.00	4.00	4.0
Ortalama			293	0.25	1.00	1.0
Maksimum			576	0.49	1.97	2.0
Çaprazlanacak Diziler	Çaprazlanacak Dizi No	Çaprazlama Noktası	Yeni Nüfus	x Değeri	$f(x)$ x^2	
0 1 1 0 1	2	4	0 1 1 0 0	12	144	
1 1 0 0 0	1	4	1 1 0 0 1	25	625	
1 1 0 0 0	4	2	1 1 0 0 1	27	729	
1 0 0 1 1	3	2	1 1 0 0 1	16	256	
Toplam					1754	
Ortalama					439	
Maksimum					729	

Genetik algoritma içinde üremeden sonra yürütülecek ikinci işlem çaprazlamadır. Çaprazlama oranı $p_c = 1.0$ seçildiğinde tüm diziler çaprazlama işlemine uğrar. Seçilen 1 ve 2 nolu diziler için çaprazlama yeri 4, seçildiğinde 01101 ve 11000 dizilerinden farklı olarak 01100 ve 11001 dizileri elde edilir. Benzer şekilde, 3 ve 4 nolu diziler için çaprazlama yeri 2 olarak seçilirse, çaprazlama işleminden sonra iki farklı dizi daha elde edilmiş olur.

Son işlem bit bit yürütülen mutasyon işlemidir. Örnek problem için mutasyon oranı 0.001 olarak verildiğinde, tüm nüfus için toplam bit sayısı 20 olduğundan mutasyona uğrayacak bit sayısı $20 * 0.001$ 'den 0.02 bit olarak bulunur. Sonuç olarak nüfus içindeki hiç bir bitin değeri 0 'dan 1 'e yada 1 'den 0'a değişmeden kalır.

Genetik algoritmanın tüm işlemlerinin ardından yeni bir jenerasyon nüfusunun dizileri belirlenmiş olur ve yeni jenerasyon test edilmeye hazırdır. Basit bir genetik algoritmayla yaratılan yeni diziler, onlu sayı sistemine göre x değerlerine dönüştürülerek uygunluk fonksiyonuyla değerlendirilir. Bir jenerasyon boyunca yürütülen tüm işlemlerin gösterildiği Çizelge 4.2.'ye bakıldığında dizilerin performansının bir jenerasyon sonra bile oldukça iyi derecede arttığı, uygunluk fonksiyonunun toplam, ortalama ve maksimum değerlerindeki artıştan gözlenebilmektedir.

Bir jenerasyon boyunca yürütülen bu işlemler maksimizasyon ya da minimizasyon probleminde jenerasyonlarda elde edilen optimal değerler arasındaki fark sıfırlandığında ya da belli bir değere yakınsadığında sona erdirilir. Ayrıca bir genetik algoritma, programın başında belirlenen bir jenerasyon sayısı kadar tekrarlanıp bitirilebilir. Bu sayının yeterince büyük olması sonuçta elde edilecek değer, fonksiyonun optimal çözümü olma şansını artırır.

4.6. Genetik Algoritmanın Temel Teoremi

Genetik algoritma işlemleri oldukça basit işlemlerdir. n diziden oluşan rasgele bir nüfusla işe başlanır, bu nüfus içinde bazı dizi çiftleri belli kısımlarından karşılıklı yer değiştirir ve seyrek olarak nüfus içindeki belli karakter değerleri değişime uğrar.

Dizilerin ikili sayı sistemi alfabetesine, $V = \{0,1\}$, göre yapılandırıldığını

kabul edelim. Büyük harfler her bir diziyi, küçük harfler dizi içindeki her bir karakteri ve onların pozisyonunu belirlesin. Örneğin; yedi bitlik $A = 0111000$ dizisi sembolik olarak,

$$A = a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$$

gösterilebilir. Burada a_i ' lerin her biri ikili sistemin tek bir bit'ini gösterir. Doğal literatürde a_i ' lerin her biri gen olarak adlandırılır. Örnekte verilen A dizisinin genleri ya da bitleri her zaman ardışıl olarak düzenlenmiş olmayabilir. Örneğin bir A' dizisi ,

$$A' = a_2a_6a_4a_3a_7a_1a_5$$

şeklinde sıralanmış olabilir.

Bir genetik araştırma için dizilerden oluşan bir nüfusa ihtiyaç vardır, A_j , $j = 1, 2, \dots, n$. Burada n nüfusun boyutunu göstermektedir. $A(t)$ ise, t zamanındaki (ya da jenerasyonundaki) nüfusu göstermek için kullanılır.

Nüfusları, dizileri, bit pozisyonlarını ve bit değerlerini tanımlamak için bir gösterim şekli bulunmasının yanında dizilerin ve nüfusların her birini içine alan bir şema tanımlamak için de uygun bir gösterime ihtiyaç vardır. Üç-harfli bir alfabeden oluşan $V = \{0,1,*\}$ bir H şemasının olduğu kabul edilsin. Bu alfabede görülen ilave sembol (*), dizi içindeki belli bir pozisyon değerinin önemsiz olduğunu, 0 ya da 1 olabileceğini gösterir. Örneğin; uzunluğu 7 olan bir $H = *11*0**$ şeması ele alındığında, $A = 0111000$ dizisi H şemasına bir örnek olabilir. Çünkü dizi içindeki a_i değerleri, H şemasındaki 2, 3 ve 5 sabit pozisyon değerleriyle çakışmaktadır. Uzunluğu l olan, ikili sayı sistemine (binary) göre yazılmış bir dizi üzerinden tanımlanan 3^l adet şema tanımlanabilir. Genel olarak, kullanılan alfabenin karakter sayısı k ise, $(k+1)^l$ şema tanımlanabilir. Ayrıca bir dizi nüfusu n üyeden oluşuyorsa bu nüfus en fazla $n2^l$ şemayı kapsayabilir. Çünkü her bir dizi 2^l şema ile gösterilebilir. Bu değerler, genetik algoritmalar tarafından taranan uzayın büyüklüğü hakkında bir fikir

vermektedir[10].

Bütün şemalar birbiriyle aynı değildir. Bazı şemalar diğerlerine göre daha özel ve belirleyici olabilir. Örneğin; $011*1**$ şeması daha çok tanımlı karakteri(bit'i) olması açısından $0*****$ şemasına göre daha önemlidir. Ayrıca belli şemalarda, tanımlı bitler arasındaki mesafe diğerlerine oranla daha geniş olabilir. Örneğin; $1****1*$ şemasında tanımlı bitler arasındaki mesafe, $1*1****$ şemasına göre daha büyüktür. Bu durum, şemanın derecesi ve tanımlanan uzunluğu gibi bazı şema özelliklerini ortaya koymaktadır.

Bir H şemasının derecesi $o(H)$ ile gösterilir ve değeri, binary alfabeğe göre şema içindeki sabit 1 'ler ve 0 'ların toplam sayısıdır. Örneğin; $011*1**$ şemasının derecesi 4 'dür ve sembol olarak $o(011*1**) = 4$ olarak gösterilir, $0*****$ şemasının derecesi ise 1 'e eşittir.

Bir H şemasının tanımlanan uzunluğu $\delta(H)$ ile gösterilir ve bu uzunluk dizi içinde değeri belli olan ilk ve son pozisyon arasındaki uzaklıktır. Örneğin; $011*1**$ şemasında tanımlanan uzunluk 4 'e eşittir. Çünkü değeri belli olan son dizi pozisyonu 5 ilk dizi pozisyonu da 1 'dir ve bunlar arasındaki uzaklık $\delta(H) = 5 - 1 = 4$ 'dür. Diğer örnek olan $0*****$ şeması için tanımlanan uzunluk ise, şemada tek bir sabit pozisyon olduğundan ilk ve son belirli pozisyonlar aynı olduğundan 0 'a eşittir.

Şemalar ve onların özellikleri dizi benzerliklerini sınıflandırma açısından oldukça faydalıdır ve aynı zamanda nüfus içindeki yapısal bloklara genetik işlemlerin ve üremenin net etkisini analiz etmeyi sağlar. Ayrıca üreme, çaprazlama ve mutasyon işlemlerinin nüfus içindeki şemalar üzerinde birleşik ve tekil etkilerinin de göz önünde bulundurulması gerekir [10].

Üreme işleminin nüfus içindeki şemaların beklenen sayısı üzerindeki etkisi kolayca hesaplanabilir. Belli bit t zamanında $A(t)$ nüfusu içinde bulunan belli bir H şemasının m örneği varsa, $m = m(H, t)$ yazılabilir. Burada $m(H, t)$, herhangi bir t zamanında H şemasının örnek sayısını göstermektedir. Bunun anlamı, farklı zamanlarda farklı H şemalarının nüfus içinde farklı miktarlarda görülebilmesidir.

Üreme sırasında bir A_i dizisi $p_i = f_i / \sum_{r=1}^n f_r$ olasılıkla tekrar seçilir ya da daha

genel bir ifade ile uygunluk değerine göre kopyalanır. Bu kopyalanan dizilerin toplamı n nüfus boyutunu aşmıyorsa, $t + 1$ zamanında nüfus içinde H şemasının örneklerinin sayısı,

$$m(H, t + 1) = m(H, t) n \frac{f(H)}{\sum_{r=1}^n f_r} \quad (4-1)$$

denklemleri ile verilir. Burada $f(H)$, t zamanında H şeması ile gösterilen dizilerin ortalama uygunluk değeridir. Tüm nüfusun ortalama uygunluk değeri ise,

$$\bar{f} = \frac{\sum_{r=1}^n f_r}{n} \quad (4-2)$$

olarak yazılabilir. Buna göre (4-1) nolu eşitlik ,

$$m(H, t + 1) = m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \quad (4-3)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Belli bir şemanın, gelecek jenerasyondaki örneklerinin sayısı, şemanın ortalama uygunluk değerinin nüfusun ortalama uygunluk değerine oranı kadar büyür. Diğer bir ifadeyle, şemaların uygunluk değerleri nüfusun ortalama değerinin üzerinde ise, gelecek jenerasyondaki örnek sayıları artar. Eğer şemaların uygunluk değerleri, nüfusun ortalama değerinin altında ise bu kez gelecek jenerasyona az sayıda örnek taşınır [10].

Şemaların sayısı üzerinde üremenin etkisi, yüksek ortalama değerine sahip şemalar büyür, düşük ortalama değerine sahip şemalar ölür olarak özetlenebilir. Bu büyüme ya da küçülmenin matematiksel şeklini şema fark denkleminde görebilmek için, belli bir H şemasının $c\bar{f}$ kadar (c , sabit) ortalamasının üzerinde olduğu kabul edilirse, şema fark denklemi,

$$m(H, t+1) = m(H, t) \frac{(\bar{f} + c\bar{f})}{\bar{f}} = (1+c)m(H, t) \quad (4-4)$$

olarak tekrar yazılabilir. Başlangıç anının $t=0$ olduğu ve sabit c değerinin kabulüyle (4-4) nolu eşitlik,

$$m(H, t) = m(H, 0)(1+c)^t \quad (4-5)$$

şeklinde elde edilir. Eşitlik (4-5)'den görüldüğü gibi, şema fark denklemi geometrik olarak eksponansiyel değişen bir şekildedir. Buna göre, jenerasyonlardaki üremenin etkisi açıkça görülmektedir. Üreme işlemi, şemaların ortalama değeri nüfusun ortalama değerinin üzerinde (altında) olduğunda gelecek jenerasyonlara eksponansiyel olarak artan (azalan) örnek sayısını taşır. Dolayısıyla bu işlemin tek başına, araştırma uzayında yeni bölgelere araştırmayı genişletmek üzerine bir etkisi yoktur. Çünkü üreme işleminde araştırma için yeni noktalar elde edilmez sadece eski yapılar değişikliğe uğramadan kopyalanır. Yeni araştırma noktalarının bulunması işlemlerinden birisi çaprazlamadır.

Çaprazlama işleminden hangi şemaların etkilenip hangilerinin etkilenmediğini görmek için, $l=7$ uzunluğunda belli bir A dizisi ve bu diziyi gösteren iki farklı şema ele alınır,

$$\begin{aligned} A &= 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ H_1 &= * \ 1 \ * \ * \ * \ * \ 0 \\ H_2 &= * \ * \ * \ 1 \ 0 \ * \ * \end{aligned} \quad (4-6)$$

H_1 ve H_2 şemalarının ikisi de A dizisini göstermektedir. Fakat çaprazlama işleminin bu şemalar üzerindeki etkisi farklıdır. Basit çaprazlama işlemi rasgele seçilen dizi çiftleri ve yine rasgele seçilen bir çaprazlama noktasına göre yürütülür. Seçilen dizi çiftinin başından çaprazlama noktasına kadar olan bölümleri aynı kalmak koşuluyla, çaprazlama noktasından sonraki bölümler karşılıklı olarak yer değiştirir. A dizisinin çaprazlama işleminde, çaprazlama yerini seçmek için $l-1$ farklı değer olabilir. Çünkü 7 uzunluğunda bir dizi içinde seçilebilecek 6 farklı pozisyon vardır. Çaprazlama yeri olarak 3 seçildiğinde bu

Çaprazlama işleminin H_1 ve H_2 şemaları üzerindeki etkisi açıkça görülebilir. Çaprazlama yeri | ayırıcı sembolüyle gösterilmektedir.

$$\begin{array}{l} A = 0 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ H_1 = * \quad 1 \quad * \quad | \quad * \quad * \quad * \quad 0 \\ H_2 = * \quad * \quad * \quad | \quad 1 \quad 0 \quad * \quad * \end{array} \quad (4-7)$$

Çaprazlama işleminin ardından H_1 şeması bozulacaktır. Çünkü yapı içinde 2 pozisyonunda 1, 7 pozisyonunda ise 0 vardır ve bunlar çaprazlama işleminin yerini belirleyen ayırıcı sembolün karşıt taraflarındadır. Aynı kesim noktası için H_2 şemasında 4 pozisyonunda 1 ve 5 pozisyonunda 0 olduğundan bunlar bozulmadan taşınabilecektir. Dolayısıyla H_2 şeması bozulmadan kalır. Örnek olarak belli bir kesim noktası kullanılmasına rağmen, H_1 şemasının çaprazlama işleminden sonra yaşama şansı H_2 şemasına göre daha azdır. Çünkü kesim noktasının en uç sabit pozisyonlar arasına düşmesi ihtimali daha fazladır. Tanımlanan uzunluğu 5 olan H_1 şeması için çaprazlama yeri ($l-1 = 7-1 = 6$) 6 olası yer arasından rasgele seçilirse, H_1 şemasının bozulmaya uğrama olasılığı p_d ve bozulmadan kalma olasılığı p_s ,

$$\begin{aligned} p_d &= \frac{\delta(H_1)}{(l-1)} = \frac{5}{6} \\ p_s &= 1 - p_d = \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (4-8)$$

eşitlikleriyle verilir. Benzer şekilde, H_2 şemasının tanımlanan uzunluğu $\delta(H_2)$, l 'e eşittir. Buna göre, H_2 şemasının bozulmaya uğrama olasılığı $p_d = 1/6$ ya da bozulmadan kalma olasılığı $p_s = 1 - p_d = 5/6$ 'dır. Görüldüğü gibi, herhangi bir şema için çaprazlama işleminden sonra bozulmadan kalma olasılığının bir alt sınırı p_s hesaplanabilir. Sonuçta, bir şemada, çaprazlama yapılacak yer tanımlanan uzunluğun dışına düştüğünde o şemanın bozulmadan kalma olasılığı daha yüksektir. Basit bir çaprazlama işlemi için şemanın bozulmadan kalma

olasılığı,

$$p_s = 1 - \frac{\delta(H)}{(l-1)} \quad (4-9)$$

olarak verilir. Bir şema, çaprazlama yeri tanımlanan uzunluk içinde $l-1$ tane olası yerden biri seçildiğinde bozulabilir. Eğer çaprazlama işlemi rasgele bir seçimle yapılırsa, p_c çaprazlama olasılığına bağlı olarak şemanın bozulmama olasılığı,

$$p_s \geq 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} \quad (4-10)$$

ifadesiyle verilebilir. Eşitlik (4-9), $p_c = 1$ durumu olması halinde gerçekleşir[10].

Üreme işlemi tek başına ele alındığında, gelecek jenerasyonda görülmesi beklenen belli bir H şemasının örnek sayısının hesaplanması ile ilgilenilir. Üreme ve çaprazlama işlemlerinin birbirinden bağımsız olduğu kabul edilirse, bu iki işlemin birleşik etkisi,

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} \right] \quad (4-11)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadeden de görüldüğü gibi, üreme ve çaprazlama işlemlerinin birleşik etkisi, üreme işlemindeki şemaların beklenen sayısı ile çaprazlama işlemi altında bozulmadan kalma olasılığının (p_s) çarpımına eşittir. Dolayısıyla H şeması, çarpım faktörlerine bağlı olarak çoğalır ya da azalır. Çarpım faktörleri iki şeye bağlıdır. Birincisi şemanın, nüfus ortalamasının üstünde ya da altında olduğuna, ikincisi ise şemanın tanımlanan uzunluğunun kısa ya da uzun oluşuna. Gözlenen performansı ortalama değer üstünde olan ve tanımlanan uzunluğu kısa olan şemalar exponansiyel olarak artan oranda örneklenir.

Genetik algoritma içinde ele alınması gereken son işlem mutasyondur. Mutasyon, p_m olasılıkla tek bir karakter değerinin rasgele değişmesidir. Bir

şemanın bozulmadan kalması şema içindeki bütün belli pozisyonların değişmemesine bağlıdır. Bu yüzden, tek bir pozisyonun bozulmama olasılığı $(1 - p_m)$ 'e eşittir ve her bir mutasyon işlemi birbirinden bağımsız olduğu için belli bir şemanın bozulmadan kalması, $o(H)$ sabit pozisyonlarının her birinin değişmemesine bağlıdır. Dolayısıyla, bir şemanın mutasyon işleminden bozulmadan çıkma olasılığı, $(1 - p_m)^{o(H)}$ 'a eşittir. p_m 'in çok küçük değerleri için ($p_m \ll 1$) şemanın bozulmadan kalma olasılığı $1 - o(H)p_m$ ifadesine yaklaşabilir.

Sonuç olarak, belli bir H şemasının, üreme, çaprazlama ve mutasyon işlemlerinin etkisiyle gelecek jenerasyondaki kopyalarının beklenen sayısı,

$$m(H, t + 1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} - o(H)p_m \right] \quad (4-12)$$

denklemleri ile verilir. O halde mutasyondaki değişmelerin şema üzerindeki etkisi de ilave edilerek, kısa, derecesi düşük ve ortalamanın üzerinde olan şemaların sonraki jenerasyonlara exponansiyel olarak artan sayıda örnek taşıyacağı söylenebilir. Bu önemli bir sonuçtur ve Şema Teoremi (Schema Theorem) ya da Genetik Algoritmanın Temel Teoremi (The Fundamental Theorem of Genetic Algorithms) olarak adlandırılır [10].

4.7. Şemalarla Genetik Algoritmaların Yürütülmesi

Basit genetik algoritmanın bir jenerasyon boyunca elle yürütülmesi Bölüm 4.4.'de anlatılmıştır. Genetik Algoritmanın, tek tek satırlarla değil de nüfus içindeki şemalara göre nasıl yürütüldüğünü görmek için aynı örneğe geri dönülürse, Çizelge 4.2. 'ye, göz önünde bulundurulacak üç farklı şemayı da ilave etmek gerekir. Bu şemalar, $H_1 = 1****$, $H_2 = *10**$ ve $H_3 = 1***0$ 'dür.

Üreme, çaprazlama ve mutasyon işlemlerinin etkisini görmek için öncelikle H_1 şeması ele alındığında, üreme safhasında diziler uygunluk değerlerine göre belli olasılıklarla kopyalanır. Çizelge 4.3. 'ün ilk kolonuna bakıldığında 2 ve 4 nolu dizilerin her ikisi de $1****$ şema ile gösterilebilir. Üreme işleminden sonra

şemanın üç kopyası işleme konulmaktadır. Bu değer şema teoreminden bulunan değerle karşılaştırılabilir. Şema teoremine göre gelecek jenerasyona $m f(H)/\bar{f}$ kopya beklenir. H_1 şemasının ortalama değeri hesaplanırsa $f(H_1)$, $(576+361)/2=468.5$ elde edilir. Bu değer nüfusun ortalama değerine $\bar{f} = 293$ bölünür ve t zamanında H_1 şemasının örnek sayısı ile çarpılırsa, $m(H_1, t) = 2$, $t+1$ zamanında H_1 şemasının örnek sayısı, $m(H_1, t+1) = 2 \cdot 468.5 / 293 = 3.20$ olarak bulunur. Bulunan bu değer, şemaların gerçek örnek sayısı (üç) ile karşılaştırıldığında doğru olduğu görülür. Çaprazlama işleminin ise bu şema üzerinde herhangi bir etkisi yoktur. Çünkü tanımlanan uzunluk $\delta(H_1) = 0$ 'dır. Mutasyon oranı $p_m = 0.001$ olarak seçildiğinde $m \cdot p_m = 3 \cdot 0.001 = 0.003$ bitin mutasyona uğraması beklenmektedir. Dolayısıyla kopyalanan üç dizi içinde hiç bir bit değişime uğramayacaktır. Sonuç olarak, H_1 şeması için, şema teoreminde anlatıldığı gibi, exponansiyel olarak artan sayıda örnek beklenebilir [10].

H_1 şeması, tek sabit bit pozisyonuna sahip bir şemadır. Tanımlanan uzunluğun üremeye etkisini görebilmek için $H_2 = *10**$ ve $H_3 = 1***0$ şemalarının üremesi incelenebilir. Başlangıç nüfusunda iki örneği bulunan H_2 şemasının, üreme işleminden sonrada iki örnekle temsil edildiği Çizelge 4.3.'den görülmektedir. H_2 şemasının beklenen kopya sayısı $m(H_2) = 2 \cdot 320 / 293 = 2.18$ olarak bulunur. Burada 320, şemanın ortalama değeri 293 ise nüfusun ortalama uygunluk değeridir. H_3 şeması başlangıç nüfusu içinde tek bir örnekle yer almasına karşın (dizi 2), üreme işleminden sonra iki kopya olarak yer alır. Bu kopyaların beklenen sayısı $m(H_3) = 1 \cdot 576 / 293 = 1.97$ elde edilir. Burada 576, şemanın ortalama değeri, 293 ise nüfusun ortalama uygunluk değeridir. Şema H_2 gibi kısa şemalarda, iki kopya da çaprazlama işlemine uğrasa bile korunur. Çünkü tanımlanan uzunluk kısa ise, çaprazlama işlemi şemayı dörtte bir ($l-1 = 5-1 = 4$) olasılıkla bozabilir. Sonuç olarak, H_2 şeması büyük bir olasılıkla bozulmadan kalır. H_2 şemasının gerçek beklenen sayısı, Eşitlik (4-11)'den $m(H_2, t+1) = 2.18 \cdot 0.75 = 1.64$ olarak bulunur. H_3 şemasının tanımlanan uzunluğu ($\delta(H_3) = 4$) büyüktür. Bu yüzden çaprazlama işlemi bu şemada büyük ölçüde bozulmalar yaratır. Şemalarla GA'nın elle yürütülmesi

Çizelge 4.3. Şemalara göre genetik algoritmanın elle yürütülmesi
Diziye göre GA'nın yürütülmesi

Dizi No	Başlangıç Nüfusu	x Değeri	$f(x)$ x^2	Seçilme Olasılığı $f_i/\Sigma f$	Beklenen Sayı f_i/\bar{f}	Gerçek Sayı
1	0 1 1 0 1	13	169	0.14	0.58	1
2	1 1 0 0 0	24	576	0.49	1.97	2
3	0 1 0 0 0	8	64	0.06	0.22	0
4	1 0 0 1 1	19	361	0.31	1.23	1
Toplama			1170	1.00	4.00	4.0
Ortalama			293	0.25	1.00	1.0
Maksimum			576	0.49	1.97	2.0
Üremeden Sonraki Nüfus	Çaprazlama Çiftleri (Rasgele)	Çaprazlama Yeri (Rasgele)	Yeni Nüfus	x Değeri	$f(x)$ x^2	
0 1 1 0 1	2	4	0 1 1 0 0	12	144	
1 1 0 0 0	1	4	1 1 0 0 1	25	625	
1 1 0 0 0	4	2	1 1 0 1 1	27	729	
1 0 0 1 1	3	2	1 0 0 0 0	16	256	
Toplam					1754	
Ortalama					439	
Maksimum					729	

Şemaya göre GA'nın yürütülmesi

Üremeden Önce					
			Gösterilen Diziler	Ortalama Şema Uygunluğu $f(H)$	
H_1	1	* * * *	2,4	469	
H_2	*	1 0 * *	2,3	320	
H_3	1	* * * 0	2	576	
Üremeden Sonra			Bütün İşlemlerden Sonra		
Beklenen Sayı	Gerçek Sayı	Gösterilen Diziler	Beklenen Sayı	Gerçek Sayı	Gösterilen Diziler
3.20	3	2,3,4	3.20	3	2,3,4
2.18	2	2,3	1.64	2	2,3
1.97	2	2,3	0.0	1	4

geliştirilen şema teorisini doğrulamaktadır. Kısa ve düşük mertebeden olan şemalar, şemanın ortalama uygunluk değerine bağlı olarak exponansiyel olarak artan ya da azalan sayıda örnek verir [10].

4.8. Dizilerin Kodlanması

Bir optimizasyon problemine sonlu sayıda diziler atamak için oldukça sınırlı sayıda dizi kodlama seçeneği vardır. Bunlardan en basiti binary (ikili sayı sistemi) sisteme göre kodlamadır. Bu kodlama işleminde bir dizi 0'lar ve 1'lerden oluşacak şekilde kodlanır. İşaretsiz ve tam sayı olarak binary kodlanmış bir dizideki $(A = a_1 a_{t-1} \dots a_2 a_1)$ parametre değeri onlu sayı sistemine göre $(x = \sum a_i 2^{i-1})$ tekrar yazılabilir.

Genetik algoritmalarda kodlamanın seçimi için iki temel kural vardır: Anlamlı yapı blokları kuralı ve kodlamada minimum eleman kullanılması kuralı. Anlamlı yapı blokları kuralı, kullanıcıların problemin temelini oluşturmak için daha uygun olan kısa ve düşük mertebeden şemaları kodlama için seçmeleridir. İkinci kural ise, kullanıcının, problemin doğal ifadesine imkan veren minimum elemandan (alfabeden) oluşan bir kodlamayı seçmesidir.

Önceki bölümlerde ele alınan $f(x) = x^2$ örneğinde, [0,31] tanım aralığı içinde işaretsiz ve tam sayı karakterlerinin tümünün ikili ve ikili olmayan sisteme göre bire bir karşılıkları Çizelge 4.4.'de gösterilmektedir. İkili olmayan sistem için gerekli 32 karakter, 26 harf karakteri $\{A-Z\}$ ve 6 rakamdan $\{1-6\}$ oluşmaktadır. Buna göre seçilen bir başlangıç nüfusunun her iki sistemdeki gösterimi ve uygunluk fonksiyonuna göre değerlendirilmesi ise Çizelge 4.5.'de gösterilmektedir.

İkili ve ikili olmayan kodlama sistemini karşılaştırmak için, ikili kodlamanın sağladığı şemaların sayısı ile ikili olmayan kodlamanın sağladığı şemaların sayısını karşılaştırmak gerekir. Her iki sistem de aynı sayıda farklı diziyi kodlamalıdır. Bununla beraber, farklı elemandan oluşan sistemler farklı dizi uzunluklarına sahiptir.

Çizelge 4.4. İkili ve ikili olmayan kodlama

İkili kodlama	İkili olmayan kodlama
0 0 0 0 0	A
0 0 0 0 1	B
.	.
.	.
.	.
1 1 0 0 1	Z
1 1 0 1 0	1
1 1 0 1 1	2
.	.
.	.
.	.
1 1 1 1 1	6

Çizelge 4.5. İkili ve ikili olmayan dizi nüfusunun karşılaştırılması

İkili Dizi	x Değeri	İkili Olmayan Dizi	Uygunluk
0 1 1 0 1	13	N	169
1 1 0 0 0	24	Y	576
0 1 0 0 0	8	I	64
1 0 0 1 1	19	T	361

Her uzaydaki nokta sayılarının eşitliği $2^l = k^{l'}$ gerektirir. Burada l ikili kodlamada dizi uzunluğu, l' ise ikili olmayan sistemdeki dizi uzunluğudur. Her bir kodlamadaki şemaların sayısı dizi uzunlukları kullanılarak hesaplanabilir: 3^l ikili kodlamada, $(k+1)^{l'}$ ise ikili olmayan kodlamada şemaların sayısıdır. Sonuçta, binary kodlamanın maksimum sayıda şema tanımlamaya imkan verdiği görülmektedir. Bu nedenle, genetik algoritmalarda problem parametreleri genellikle ikili sayı sistemine göre kodlanmaktadır [10].

5. KATLI-MODEL YAKLAŞIMI VE GENETİK ALGORİTMANIN UZUNLAMASINA UÇAK KONTROLÜNE UYGULANMASI

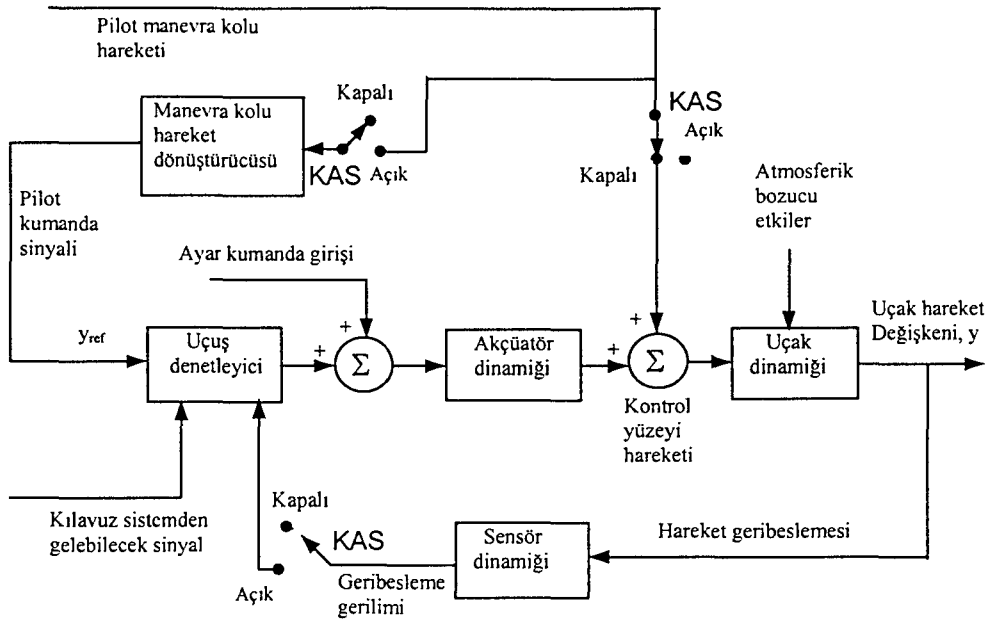
5.1. Giriş

Bu bölümde, Bölüm 3. ve Bölüm 4.' de anlatılan katlı-model yaklaşımı ve genetik algoritmanın uzunlamasına uçuş kontrolüne uygulanması anlatılmaktadır. Seçilen örnek uçaklar üzerinde, belli durum değişkenlerinin istenen performans özelliklerini vermesini sağlayan uygun geri besleme denetleyici kazancı bu yöntemler kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu bölümün ilk alt bölümünde ise uçakların istenen uçuş performanslarını sağlayabilmeleri için, otomatik uçuş kontrol sistemlerinde kullanılan kararlılık artırıcı sistemler anlatılmaktadır.

5.2. Kararlılık Artırıcı Sistemler

Yüksek performanslı ticari ve askeri uçakların çoğu, kararlılık artırıcı sistemler (KAS) kullanılmadan istenen uçuş performanslarını sağlayamazlar. Bu uçakların çoğu gerçekte kararsızdır ve otomatik kontrol sistemi olmaksızın uçmaları mümkün değildir. Genel olarak, bir kararlılık artırıcı sistem, uçağa bağlı eksen sistemine göre açısız değişimleri ölçmek için sensörler kullanır ve sensörlerden ölçülen sinyaller, aerodinamik kontrol yüzeylerini süren servomekanizmalara geri besleme olarak gönderilir. Bu şekilde açısız hız ve onun türevleriyle orantılı aerodinamik momentler üretilebilir ve bu momentler hareket üzerinde bir sönümlenme etkisi üretmek için kullanılır. Bir mod kararsızsa yada sönümlenme oranı ve doğal frekansın her ikisinin birden değiştirilmesi istenirse ilave geri besleme sinyallerine ihtiyaç vardır [1].

Kararlılık artırıcı sistemler uzunlamasına dinamikler ve yanal yöndeki dinamikler için ayrı ayrı tasarlanır [5]. Genel olarak, tasarlanan bir kararlılık artırıcı sistem uçağın hareketinin tek bir moduna tesir etmektedir.



Şekil 5.1. Kararlılık artırıcı sistem

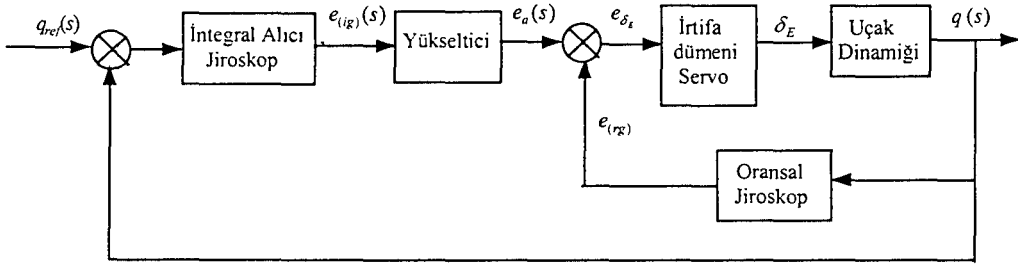
Bir kararlılık artırıcı sistemin blok diyagramı Şekil 5.1. 'de gösterilmektedir. Bu diyagram dört ana elemandan oluşmaktadır: uçak dinamiği, akçüatör dinamiği, sensör dinamiği ve uçuş denetleyici. Bu elemanlar, her kararlılık artırıcı sistemde mutlaka bulunurlar. Sistem içinde KAS kapalı konuma anahtarlanırsa bu durumda uçak, kokpit kontrolleriyle doğrudan pilot tarafından manuel olarak kontrol edilebilir ve uçuş denetleyicide aktif değildir. KAS açık konuma anahtarlığında ise kontrol yüzeyine kumanda, uçuş denetleyici tarafından kontrol edilen kontrol yüzey akçüatörüyle verilir [1].

Kararlılık artırıcı sistemler, atmosferik ya da diğer bozucu etkilerin uçağın hareketi üzerindeki etkisini geri besleme kontrol sistemi ile bastırarak, uçağın uçuş kalitesini artırır. Sensör gürültüsünün kontrol kalitesine olan etkisi ise oldukça küçüktür. Kararlılık artırıcı sistemler, devre dışı kalacak şekilde pilot tarafından anahtarlanabilir. Bunun sonucunda KAS' da herhangi bir arıza meydana geldiğinde uçak, pilotun kokpit kontrollerinden alınan girişlerle kontrol edilebilir.

5.3. Yanlamasına Eksende Kararlılık Artırma

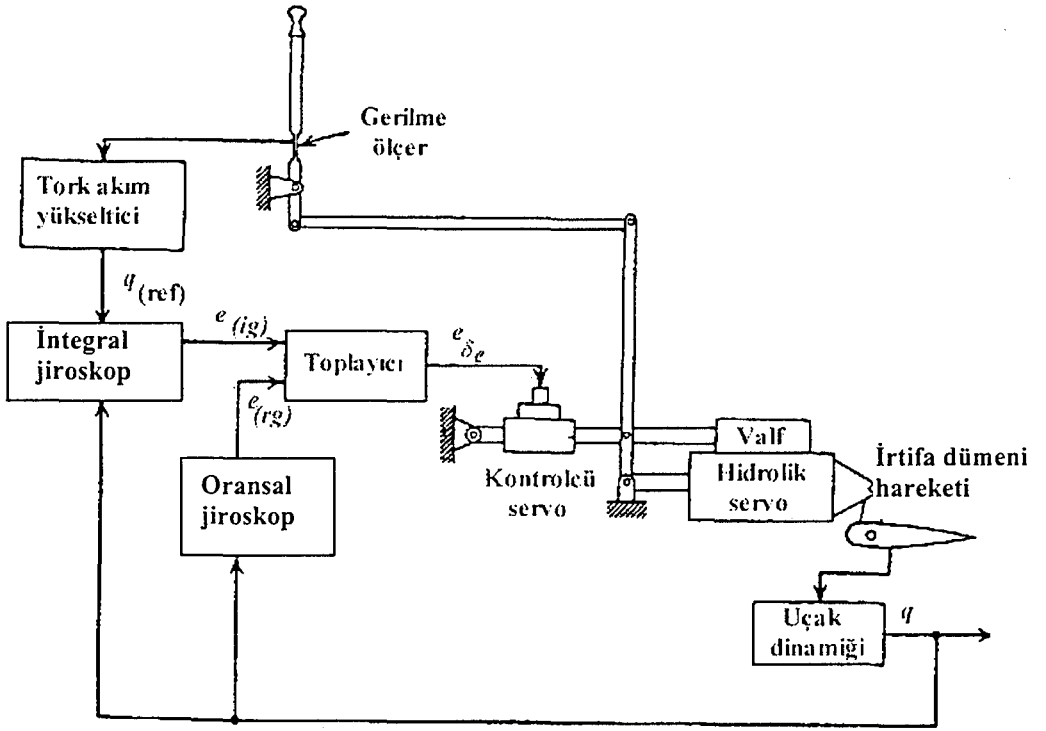
Yanlamasına eksenindeki kontrolü artıran sistem, yunuslama hızına kumanda eden bir sistemdir. Yunuslama hızının kontrol edilmesi, belirlenen bir yörüngenin takip edilmesi, yaklaşma ve iniş pozisyonları için oldukça önemlidir. Kararlılık artırıcı sistemin özelliği, kısa periyot mod için iyi bir doğal frekans ve sönümleme sağlamasıdır [5]. Bu mod, frekans ve sönümlemeyi düzeltecek irtifa dümeni kontrole , yunuslama hızından bir geri besleme gerektirir.

Yunuslama hızını kontrol eden bir sistemin blok diyagramı Şekil 5.2.' de gösterilmektedir. Birim basamak girdiye karşılık, yatışkın durum hatasının (steady-state error) ortadan kaldırılması için Type 1 sistem istenir. Bu nedenle bir integral alıcı jiroskop kullanılması uygun olabilir [11]. Oransal jiroskopun kullanılma gerekliliği ise sistemin karakteristiğine bağlıdır.



Şekil 5.2. Yunuslama hızı kontrol sistemi blok diyagramı

Pilot tarafından verilen giriş, manevra kolu olarak adlandırılan küçük bir kontrol kolundan sağlanır. Bu kol hareket ettirildiğinde değişen potansiyometre pozisyonu kumanda sinyali olarak bir gerilim üretir ve bu gerilim yükseltilerek integral alıcı jiroskopunun tork jeneratörüne bir tork akımı olarak gönderilir (Şekil 5.3.). Bu tork akımının sonucunda integral alıcı devrenin sinyal jeneratöründen bir sinyal üretilir ve yükseltilen bu sinyal irtifa dümeniün durumunu değiştiren irtifa dümeni servonun seçici valfini hareket ettirmek için kullanılır. Değişen irtifa dümeni açısı, uçak dinamiğini etkileyerek yunuslama hızını değiştirir. Pilot, sabit bir yunuslama hızına sahip oluncaya kadar manevra kolunu hareket ettirir [11].



Şekil 5.3. Bir yunuslama hızı kontrol sisteminin fonksiyonel diyagramı

5.4. Katlı-Model Yaklaşımının Uzunlamasına Uçuş Kontrol Sistem Tasarımına Uygulanması

Katlı-model yaklaşımı, uçuş kontrol sistem tasarımında uzun süreden beri kullanılmaktadır. Mach sayısı, dinamik basınç, ağırlık ve denge gibi bazı parametrelerin değişimi uçağın dinamik özellikleri üzerinde belirgin bir etkiye sahiptir. Ayrıca uçuş zarfı içinde ele alınan her nokta uçuş kontrol sistem tasarımı için önemlidir. Deneysel bazı bilgilere dayalı deneme yanılma metoduna göre yapılan tasarımlarda başarılı olmasına rağmen, katlı-model yaklaşımına göre geliştirilen bir kontrol teorisi daha verimli tasarımlar için önerilmektedir [12].

Katlı-model yaklaşımına göre, bir uçak için sistem dinamiği,

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), \quad y_i(t) = C_i x_i(t), \quad i = 1 \dots M \quad (5-1)$$

olarak verilebilir. Burada M , model sayısını gösterir. Her model için $\mathbf{x} \in R^n$ durum değişkeni,

$$\mathbf{x}^T = [u(m/s) \quad w(m/s) \quad q(rad/s) \quad \theta(rad)] \quad (5-2)$$

$\mathbf{u} \in R^m$, kontrol değişkeni,

$$\mathbf{u} = [\delta_E] \quad (5-3)$$

$\mathbf{y} \in R^r$ ise çıkış değişkenidir

$$\mathbf{y}^T = [u(m/s) \quad w(m/s) \quad q(rad/s) \quad \theta(rad)] . \quad (5-4)$$

İndis i , i 'inci modeli gösterir ve $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i$ uygun boyutlarda sabit matrislerdir. Her bir model, uçağın uçuş zarfı içindeki çalışma noktalarından birine karşılık gelir. Dolayısıyla, \mathbf{A}, \mathbf{B} ve \mathbf{C} , her bir çalışma noktası için bulunmuş olan kararlılık türevlerine göre oluşturulan farklı matrislerdir [12].

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} X_{u_i} & X_{w_i} & 0 & -g \\ Z_{u_i} & Z_{w_i} & U_{0_i} & 0 \\ \tilde{M}_{u_i} & \tilde{M}_{w_i} & \tilde{M}_{q_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} X_{\delta_{E_i}} \\ Z_{\delta_{E_i}} \\ \tilde{M}_{\delta_{E_i}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

Düzgün-simetrik-yatay uçuş durumunda bir uçağın dört farklı uçuş durumu için $q(s)/\delta_E(s)$ kısa-periyot yaklaşımı dinamikleri,

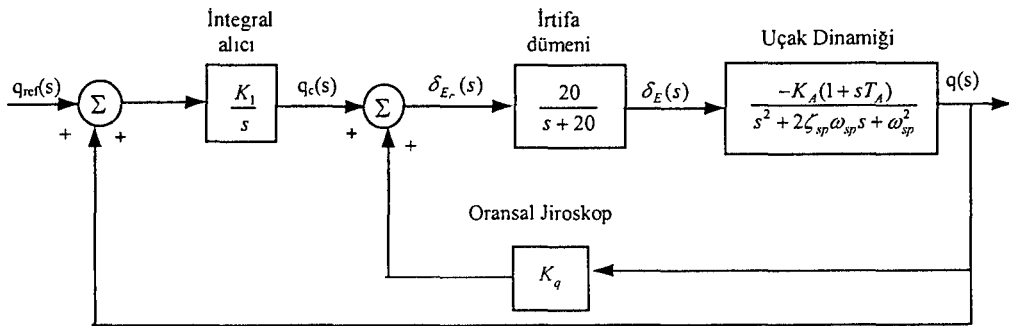
$$\text{Birinci uçuş durumu için:} \quad \frac{q_1(s)}{\delta_{E_1}(s)} = \frac{-K_{A_1}(1+sT_{A_1})}{s^2 + 2\zeta_{sp_1}\omega_{sp_1}s + \omega_{sp_1}^2} \quad (5-8)$$

$$\text{İkinci uçuş durumu için:} \quad \frac{q_2(s)}{\delta_{E_2}(s)} = \frac{-K_{A_2}(1+sT_{A_2})}{s^2 + 2\zeta_{sp_2}\omega_{sp_2}s + \omega_{sp_2}^2} \quad (5-9)$$

$$\text{Üçüncü uçuş durumu için:} \quad \frac{q_3(s)}{\delta_{E_3}(s)} = \frac{-K_{A_3}(1+sT_{A_3})}{s^2 + 2\zeta_{sp_3}\omega_{sp_3}s + \omega_{sp_3}^2} \quad (5-10)$$

$$\text{Dördüncü uçuş durumu için:} \quad \frac{q_4(s)}{\delta_{E_4}(s)} = \frac{-K_{A_4}(1+sT_{A_4})}{s^2 + 2\zeta_{sp_4}\omega_{sp_4}s + \omega_{sp_4}^2} \quad (5-11)$$

olarak bulunur. Bu çalışmada ele alınan yunuslama hızı kontrol sistem diyagramı Şekil 5.4.' de gösterilmektedir.



Şekil 5.4. Yunuslama hızı kontrol sistem diyagramı

Her bir uçuş durumu için uçak dinamikleri farklı olduğundan kapalı döngü dinamiklerde birbirinden farklıdır. Burada temel kontrol problemi, uzunlamasına uçuş zarfı içinde, kapalı döngü sistemin hem kararlılığını sağlayacak hem de benzer performans özelliklerini verecek uygun bir denetleyici kazancının (K_1) bulunmasıdır. Çünkü farklı uçuş koşulları için sistemin kararlılık aralığı ve bu aralıktaki performans değerleri de değişmektedir. Bu çalışmada performans kriteri olarak kapalı döngü sistemin sönümlenme oranı seçilmiştir.

$$\mathbf{g}(\mathbf{k}) = \left[\zeta_{kd,sp}(\mathbf{k}) \right] \quad (5-12)$$

Uzunlamasına uçuş zarfı içinde seçilmiş dört uçuş durumu için sistemi kararlı yapan ve aynı zamanda belirlenen bir sönümlenme oranı değerine yaklaşan uygun integral alıcı kazancı bulunabilirse, katlı-model yaklaşımına göre bu değer tüm uçuş zarfı için de aynı kararlılık ve performans özelliklerini sağlar. Belirlenen kriterlere göre denetleyici kazancının hesaplanmasında ise genetik algoritma tekniğinden faydalanılmıştır.

5.5. Genetik Algoritma ile Denetleyici Kazancının Bulunması

Bu çalışmada genetik algoritma kullanılmasının amacı, Şekil 5.4.'de gösterilen integral alıcı kazancının (K_1), uzunlamasına uçuş zarfı içindeki dört uçuş koşulu için de sistemi kararlı yapacak ve istenen sönümlenme oranı değerine yakınsayacak şekilde bulunmasıdır.

PASCAL dilinde kodlanmış olan genetik algoritma programının akışı aşağıdaki adımları takip etmektedir.

- 1-) Kullanıcıdan aşağıdaki parametrelerin girilmesi istenir (elle ya da disketten).
 - Her bir uçuş durumu için U_0 denge hızı,
 - Her bir uçuş durumundaki M_α , $M_{\dot{\alpha}}$, Z_α , M_q , M_{δ_E} , Z_{δ_E} kararlılık türev değerleri,

- Genetik algoritma ile ilgili, nüfus ve jenerasyon sayısı, çaprazlama ve mutasyon oranı, parametre hassasiyeti değerleri,
 - Kapalı döngü dinamikler için performans kriteri değeri ($\zeta_{kd,sp}$), ve bu değerden istenen standart sapma.
- 2-) Girilen uçuş parametrelerine göre dört uçuş durumu için uçak dinamikleri ve kapalı döngü sistemin transfer fonksiyonları hesaplanır.
- 3-) Her bir uçuş durumu için kapalı döngü sistemi kararlı yapan bir $K_1, i=1,2,3,4$, kararlılık aralığı bulunur. Kararlı K_1 'lerin kesişim kümesi (K_1), örneklenen bütün uçuş durumlarını kararlı yapan kararlılık aralığıdır.
- 4-) Bulunan K_1 kararlılık aralığına göre her bir uçuş durumu için aşağıdaki adımlar takip edilir.
- a-) K_1 kararlılık aralığı içinden bir başlangıç nüfusu üretilir.
- b-) Uygunluk fonksiyonu olarak bir normal dağılım fonksiyonu tanımlanır.

$$f(\zeta_{kd,sp}(K_1)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\zeta_{kd,sp}(K_1)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5-13)$$

Bu fonksiyonun amacı, başlangıç nüfusu içindeki K_1 değerlerinden istenen performans özelliğini gösteren en iyi kazançların seçilebilmesidir. Burada μ istenen performans kriter değeri, σ ise bu değerden olması gereken standart sapmadır. Tanımlanan bu uygunluk fonksiyonu ve rulet çarkı seçimi kullanılarak yeni bir K_1 nüfusu belirlenir.

- c-) K_1 nüfusu içinden seçilen bireylere çaprazlama ve mutasyon işlemleri uygulanır.
- d-) Belirlenen kriter değeri ile karşılaşıncaya kadar b ve c adımları tekrarlanır.
- e-) En uygun K_1 aralığı hafızada tutulur.

- 5-) Dört uçuş durumu için hafızada saklanan K_1 aralıklarının kesişim kümesi aranır. Eğer bir kesişim kümesi varsa, bu küme dört uçuş durumu için ve katlı model yaklaşımına göre tüm uçuş zarfı için de yakın performans kriter değerini sağlar.
- 6-) Eğer adım 5'de herhangi bir kesişim kümesi bulunamazsa bu durumda uygunluk fonksiyonu için yeni bir standart sapma değeri belirlenerek adım 4' e geri dönlür.

Bu algoritma kullanılarak farklı uçak tipleri için, belirlenen genetik algoritma parametrelerine göre sonuç iki şekilde bulunur:

- 1-) Dört uçuş durumu için de verilen performans kriterine en yakın değeri veren K_1 denetleyici kazancının bulunması.
- 2-) Belirlenen standart sapmaya göre dört uçuş durumu için, performans kriterleri arasındaki farkın minimum olduğu denetleyici kazancının bulunması.

Ek-1' de verilen programa göre bulunan denetleyici kazançları örneklerde verilmektedir,

5.6. Genetik Algoritmanın Çeşitli Uçuş Kontrol Tasarımlarına Uygulanması

Örnek 1: Çift motorlu, jet savaş uçağı BRAVO'nun uçuş durum parametreleri ve bu uçuş durumlarında bulunan kararlılık türevleri Çizelge 5.1.'de verilmektedir[1].

Çizelge 5.1. BRAVO uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri

Uçuş Durumları

Parametre	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
Yükseklik (m)	S.L.	6100	6100	9150
Mach sayısı	0.4	0.6	0.6	0.8
U_0 (ms ⁻¹)	136	190	190	240
\bar{q} (Nm ⁻²)	11348	11760	11760	10700
α_0 (derece)	+3.5	+8.5	+8.5	+2.5
γ_0 (derece)	0	0	0	0

Uzunlamasına Hareket Kararlılık Türevleri

Kararlılık Türevi	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
M_α	1.4	-2.7	1.09	0.69
$M_{\dot{\alpha}}$	-0.66	-0.61	-0.54	-0.51
Z_α	-1.02	-0.72	-0.72	-0.54
M_q	-0.53	-0.64	-0.57	-0.48
M_{δ_E}	-11.56	-13.04	-12.25	-12.63
Z_{δ_E}	-0.064	-0.047	-0.047	-0.036

Verilen parametre değerlerine göre, her bir uçuş durumu için $q(s)/\delta_E(s)$ transfer fonksiyonları,

Birinci uçuş durumu için:

$$\frac{q_1(s)}{\delta_{E_1}(s)} = \frac{-0.0873(1 + s132.33)}{s^2 + 1.198s - 1.396} \quad (5-14)$$

$$\text{İkinci uçuş koşulu için: } \frac{q_2(s)}{\delta_{E_2}(s)} = \frac{-0.0487(1 + s267.74)}{s^2 + 1.253s + 2.702} \quad (5-15)$$

$$\text{Üçüncü uçuş koşulu için: } \frac{q_3(s)}{\delta_{E_3}(s)} = \frac{-0.0467(1 + s262.35)}{s^2 + 1.137s - 1.088} \quad (5-16)$$

$$\text{Dördüncü uçuş koşulu için: } \frac{q_4(s)}{\delta_{E_4}(s)} = \frac{-0.0285(1 + s443.122)}{s^2 + 0.992s - 0.689} \quad (5-17)$$

Ek-1'de verilen programda, genetik algoritma parametreleri, performans kriterinin değeri ve bu değerden beklenen standart sapma aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

Nüfus Sayısı	: 70
Jenerasyon Sayısı	: 70
Çaprazlama Oranı	: 0.85
Mutasyon Oranı	: 0.05
Parametre Hassasiyeti:	0.1
μ	: 0.4
σ	: 0.1

Bu parametre değerlerine göre optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 8.964$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

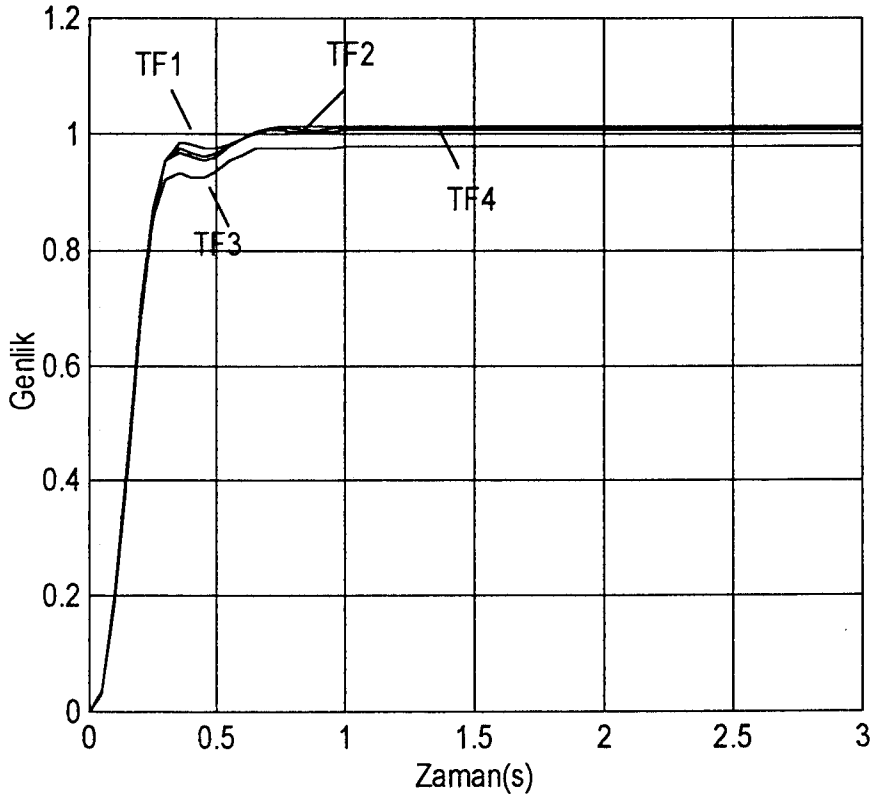
$$\text{TF1} = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{2072s + 15.687}{s^4 + 21.198s^3 + 369.354s^2 + 2047.177s + 15.687} \quad (5-18)$$

$$\text{TF2} = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{2337.633s + 8.731}{s^4 + 21.253s^3 + 418.932s^2 + 2393.139s + 8.731} \quad (5-19)$$

$$\text{TF3} = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{2196.492s + 8.371}{s^4 + 21.137s^3 + 389.122s^2 + 2175.644s + 8.371} \quad (5-20)$$

$$TF4 = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{2264.127s + 5.109}{s^4 + 20.922s^3 + 398.025s^2 + 2251.204s + 5.109} \quad (5-21)$$

şeklinde elde edilir. Bu fonksiyonların birim basamak tepkileri ise Şekil 5.5.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.5. BRAVO uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Diğer tasarım yöntemleri kullanılarak [1] hesaplanan kapalı döngü kontrolcü kazancı $K_1 = 10$ için, kapalı döngü transfer fonksiyonları,

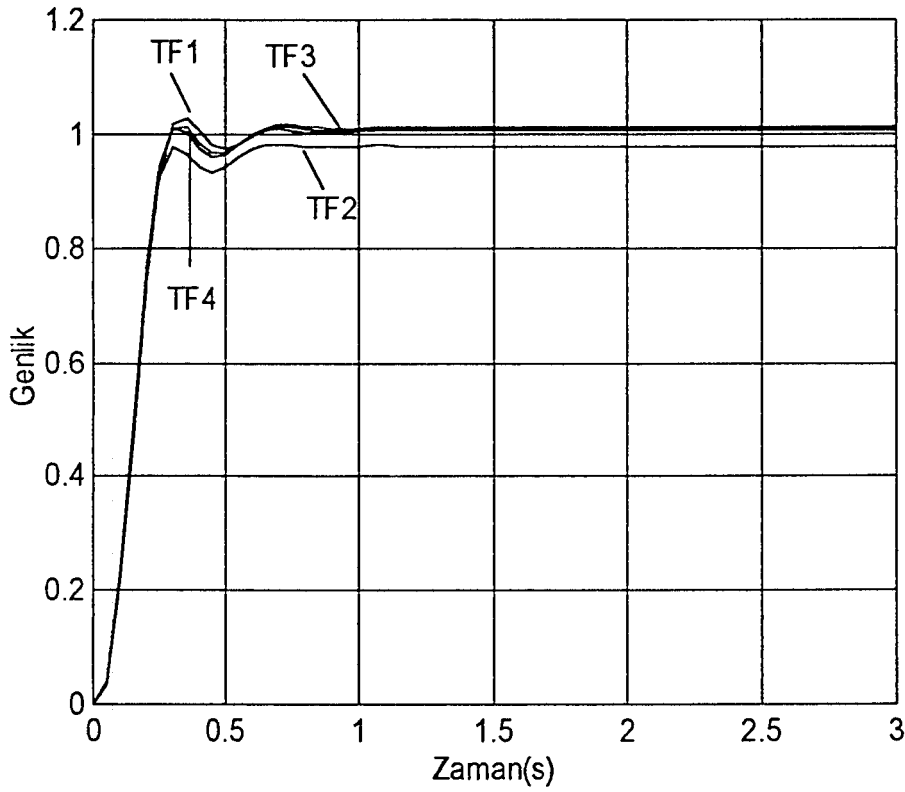
$$TF1 = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{2311.8s + 17.47}{s^4 + 21.198s^3 + 369.354s^2 + 2286.55s + 17.47} \quad (5-22)$$

$$TF2 = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{2607.8s + 9.74}{s^4 + 21.253s^3 + 418.932s^2 + 2663.309s + 9.74} \quad (5-23)$$

$$TF3 = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{2449.9s + 9.338}{s^4 + 21.137s^3 + 389.122s^2 + 2429.545s + 9.338} \quad (5-24)$$

$$TF4 = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{2525.8s + 5.7}{s^4 + 20.922s^3 + 398.025s^2 + 2512.877s + 5.7} \quad (5-25)$$

olarak elde edilir. Bu fonksiyonların birim basamak tepkileri ise Şekil 5.6.'da gösterilmektedir.



Şekil 5.6. BRAVO uçağının $K_1 = 10$ için, dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Örnek 2: Dört motorlu, ALPHA uçağının uçuş durum parametreleri ve bu uçuş durumlarında bulunan kararlılık türevleri Çizelge 5.2.'de verilmektedir [1].

Çizelge 5.2. ALPHA uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri

Uçuş Durumları

Parametre	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
Yükseklik (m)	S.L.	6100	6100	12200
Mach sayısı	0.2	0.35	0.75	0.8
U_0 (ms ⁻¹)	67.7	110.6	237.1	236
\bar{q} (Nm ⁻²)	2844.0	4000	18338	8475
α_0 (derece)	+6.5	+9.9	+2.6	+4.2
γ_0 (derece)	0	0	0	0

Uzunlamasına Hareket Kararlılık Türevleri

Kararlılık Türevi	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
M_α	-2.23	-2.43	-12.09	-5.9
$M_{\dot{\alpha}}$	-0.2	-0.17	-0.47	-0.236
Z_α	-68.38	-62.49	-315.34	-156.94
M_q	-0.546	-0.439	-1.09	-0.506
M_{δ_E}	-2.26	-2.95	-14.5	-6.78
Z_{δ_E}	-5.24	-4.57	-22.4	-10.55

Verilen parametre değerlerine göre, her bir uçuş durumu için $q(s)/\delta_E(s)$ transfer fonksiyonları,

$$\text{Birinci uçuş durumu için: } \frac{q_1(s)}{\delta_{E_1}(s)} = \frac{-2.109(1+s1.064)}{s^2+1.759s+2.785} \quad (5-26)$$

$$\text{İkinci uçuş durumu için : } \frac{q_2(s)}{\delta_{E_2}(s)} = \frac{-1.566(1+s1.878)}{s^2+1.169s+2.681} \quad (5-27)$$

$$\text{Üçüncü uçuş durumu için: } \frac{q_3(s)}{\delta_{E_3}(s)} = \frac{-18.143(1 + s0.796)}{s^2 + 2.894s + 13.541} \quad (5-28)$$

$$\text{Dördüncü uçuş durumu için: } \frac{q_4(s)}{\delta_{E_4}(s)} = \frac{-4.244(1 + s1.595)}{s^2 + 1.407s + 6.236} \quad (5-29)$$

Ek-1'de verilen programda, genetik algoritma parametreleri, performans kriterinin değeri ve bu değerden beklenen standart sapma aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

Nüfus Sayısı	:	70
Jenerasyon Sayısı	:	70
Çaprazlama Oranı	:	0.85
Mutasyon Oranı	:	0.05
Parametre Hassasiyeti:		0.1
μ	:	0.5
σ	:	0.1

Bu parametre değerlerine göre optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 6.321$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

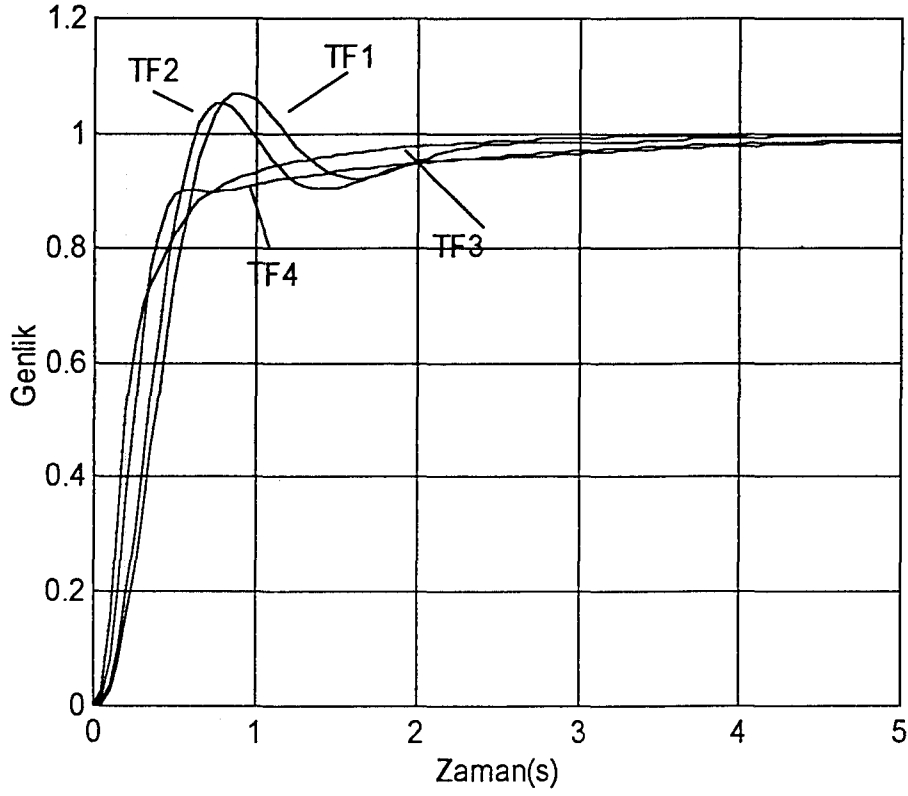
$$\text{TF1} = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{283.641s + 266.653}{s^4 + 21.759s^3 + 105.287s^2 + 402.629s + 266.653} \quad (5-30)$$

$$\text{TF2} = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{371.782s + 197.967}{s^4 + 21.17s^3 + 114.318s^2 + 472.383s + 197.967} \quad (5-31)$$

$$\text{TF3} = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{1827.112s + 2293.224}{s^4 + 22.894s^3 + 505.076s^2 + 2642.226s + 2293.224} \quad (5-32)$$

$$\text{TF4} = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{855.6s + 536.441}{s^4 + 21.407s^3 + 237.446s^2 + 1107.64s + 536.441} \quad (5-33)$$

şeklinde elde edilir. Dört uçuş durumu için, transfer fonksiyonlarının birim basamak tepkisi Şekil 5.7.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.7. ALPHA uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Aynı uçak için, aşağıdaki şekilde seçilen genetik algoritma parametreleri ve performans kriteri değerlerinde ,

Nüfus Sayısı	: 100
Jenerasyon Sayısı	: 100
Çaprazlama Oranı	: 0.85
Mutasyon Oranı	: 0.05
Parametre Hassasiyeti:	0.1
μ	: 0.5
σ	: 0.2

optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 5.93$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

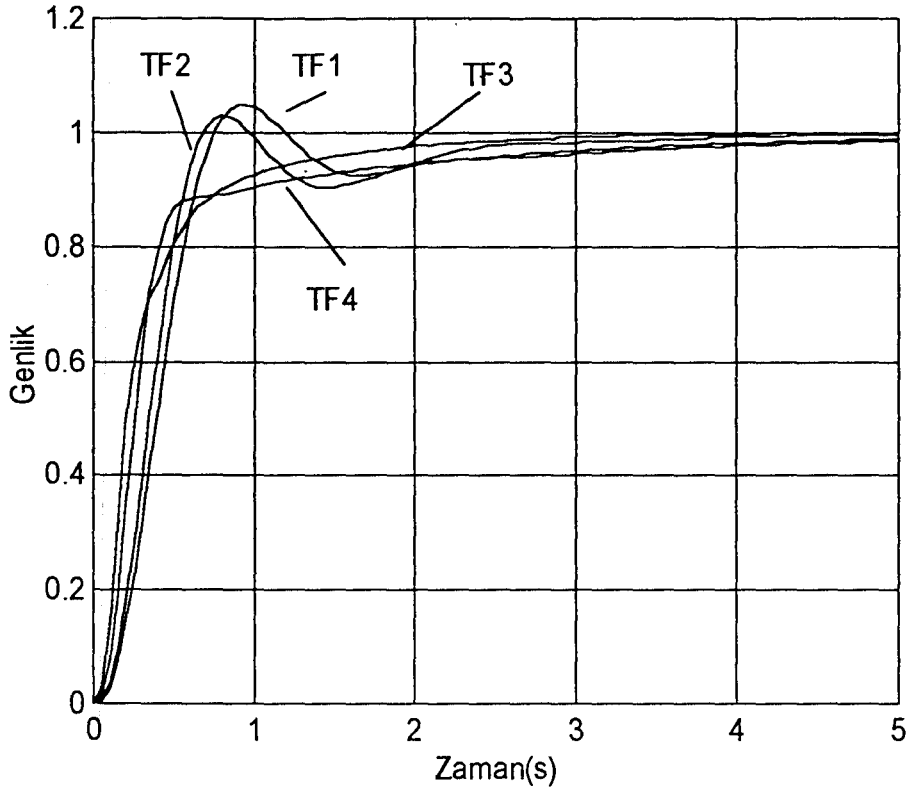
$$TF1 = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{266.138s + 250.198}{s^4 + 21.759s^3 + 105.287s^2 + 385.126s + 250.198} \quad (5-34)$$

$$TF2 = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{348.838s + 185.727}{s^4 + 21.17s^3 + 114.318s^2 + 449.442s + 185.727} \quad (5-35)$$

$$TF3 = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{1714.363s + 2151.711}{s^4 + 22.894s^3 + 505.076s^2 + 2529.477s + 2151.711} \quad (5-36)$$

$$TF4 = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{802.803s + 503.338}{s^4 + 21.407s^3 + 237.446s^2 + 1054.843s + 503.338} \quad (5-37)$$

şeklinde elde edilir. Dört uçuş durumu için, transfer fonksiyonlarının birim basamak tepkisi Şekil 5.8.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.8. ALPHA uçağının farklı parametre değerlerine göre dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Örnek 3: Dört motorlu, jet yolcu uçağı CHARLIE'nin uçuş durum parametreleri ve bu uçuş durumlarında bulunan kararlılık türevleri Çizelge 5.3.'de verilmektedir[1].

Çizelge 5.3. CHARLIE uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri

Uçuş Durumları

Parametre	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
Yükseklik (m)	S.L.	6100	6100	12200
Mach sayısı	0.198	0.5	0.8	0.8
U_0 (ms ⁻¹)	67	158	250	250
\bar{q} (Nm ⁻²)	2810	8667	24420	9911
α_0 (derece)	+8.5	+6.8	0	+4.6
γ_0 (derece)	0	0	0	0

Uzunlamasına Hareket Kararlılık Türevleri

Kararlılık Türevi	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
M_α	-0.402	-0.948	-1.25	-0.75
$M_{\dot{\alpha}}$	-0.053	-0.063	-0.175	-0.1
Z_α	-34.3	-68.41	-196	-79.25
M_q	-0.357	-0.421	-0.668	-0.339
M_{δ_E}	-0.378	-1.09	-2.08	-1.16
Z_{δ_E}	-1.96	-5.15	-8.05	-5.46

Verilen parametre değerlerine göre, her bir uçuş durumu için $q(s)/\delta_E(s)$ transfer fonksiyonları,

$$\text{Birinci uçuş durumu için: } \frac{q_1(s)}{\delta_{E_1}(s)} = \frac{-0.182(1 + s2.071)}{s^2 + 0.923s + 0.585} \quad (5-38)$$

$$\text{İkinci uçuş durumu için: } \frac{q_2(s)}{\delta_{E_2}(s)} = \frac{-0.441(1 + s2.466)}{s^2 + 0.917s + 1.13} \quad (5-39)$$

$$\text{Üçüncü uçuş durumu için: } \frac{q_3(s)}{\delta_{E_3}(s)} = \frac{-1.258(1 + s1.649)}{s^2 + 1.467s + 1.667} \quad (5-40)$$

$$\text{Dördüncü uçuş durumu için: } \frac{q_4(s)}{\delta_{E_4}(s)} = \frac{-0.351(1 + s3.295)}{s^2 + 0.756s + 0.857} \quad (5-41)$$

Ek -1'de verilen programda, genetik algoritma parametreleri, performans kriterinin değeri ve bu değerden beklenen standart sapma aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

Nüfus Sayısı	:	70
Jenerasyon Sayısı	:	70
Çaprazlama Oranı	:	0.85
Mutasyon Oranı	:	0.05
Parametre Hassasiyeti:		0.1
μ	:	0.5
σ	:	0.1

Bu parametre değerlerine göre optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 3.43$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

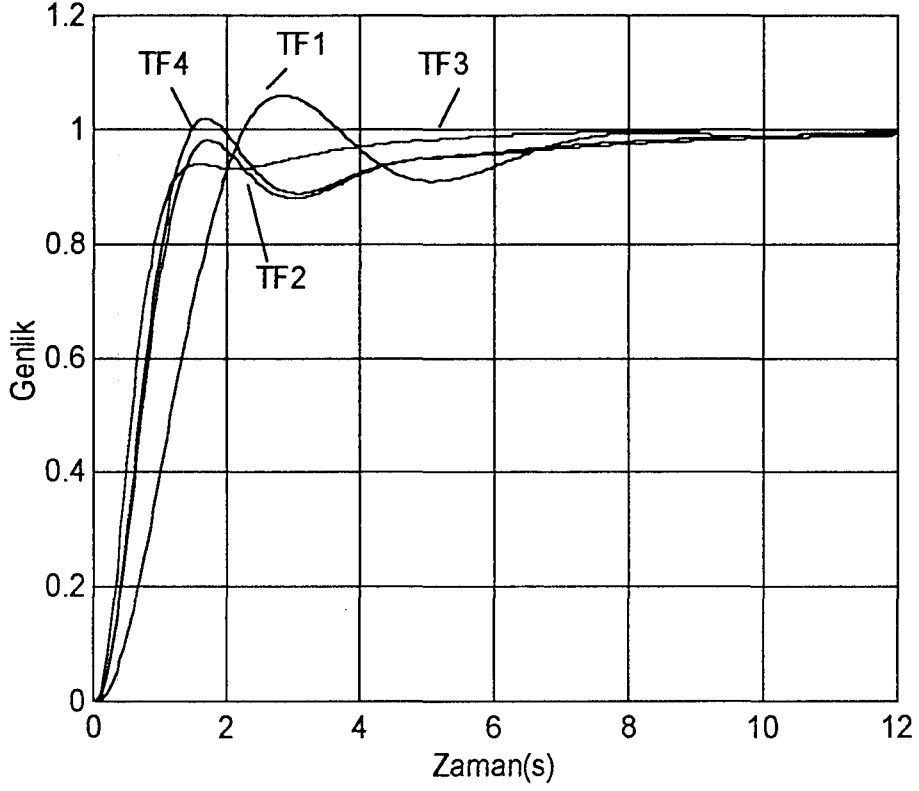
$$TF1 = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{25.821s + 12.464}{s^4 + 20.923s^3 + 30.328s^2 + 42.968s + 12.464} \quad (5-42)$$

$$TF2 = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{74.623s + 30.257}{s^4 + 20.917s^3 + 52.112s^2 + 110.461s + 30.257} \quad (5-43)$$

$$TF3 = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{142.297s + 86.271}{s^4 + 21.467s^3 + 93.236s^2 + 213.361s + 86.271} \quad (5-44)$$

$$TF4 = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{79.425s + 24.102}{s^4 + 20.756s^3 + 50.711s^2 + 107.114s + 24.102} \quad (5-45)$$

şeklinde elde edilir. Dört uçuş durumu için, transfer fonksiyonlarının birim basamak tepkisi Şekil 5.9.'da gösterilmektedir.



Şekil 5.9. CHARLIE uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Aynı uçak için, aşağıdaki şekilde seçilen genetik algoritma parametreleri ve performans kriterinin değerlerinde,

Nüfus Sayısı	: 100
Jenerasyon Sayısı	: 100
Çaprazlama Oranı	: 0.85
Mutasyon Oranı	: 0.05
Parametre Hassasiyeti:	0.1
μ	: 0.5
σ	: 0.2

optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 3.189$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

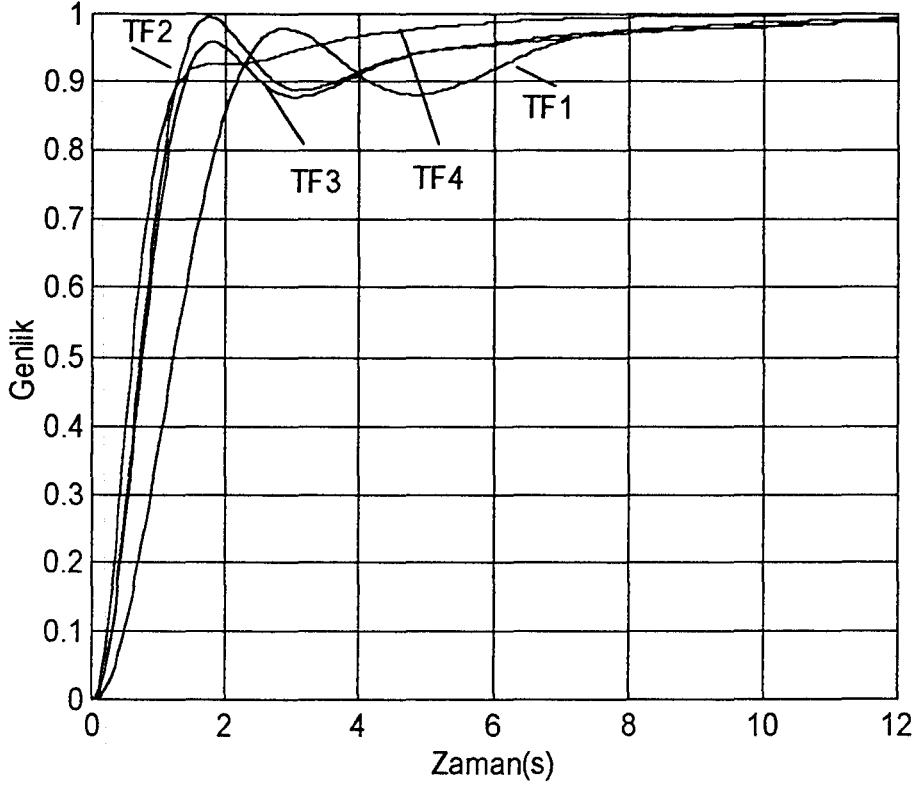
$$TF1 = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{24.007s + 11.593}{s^4 + 20.923s^3 + 30.328s^2 + 44.155s + 11.593} \quad (5-46)$$

$$TF2 = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{69.386s + 28.131}{s^4 + 20.917s^3 + 52.112s^2 + 105.224s + 28.131} \quad (5-47)$$

$$TF3 = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{132.298s + 80.209}{s^4 + 21.467s^3 + 93.236s^2 + 203.362s + 80.209} \quad (5-48)$$

$$TF4 = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{73.844s + 22.4}{s^4 + 20.756s^3 + 50.711s^2 + 101.533s + 22.4} \quad (5-49)$$

şeklinde elde edilir. Dört uçuş durumu için, transfer fonksiyonlarının birim basamak tepkisi Şekil 5.10.'da gösterilmektedir.



Şekil 5.10. CHARLIE uçağının farklı parametre değerlerine göre dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

Örnek 4: Dört motorlu, kargo jet uçağı DELTA'nın uçuş durum parametreleri ve bu uçuş durumlarında bulunan kararlılık türevleri Çizelge 5.4.'de verilmektedir[1].

Çizelge 5.4. DELTA uçağının uçuş durum parametreleri ve kararlılık türevleri

Uçuş Durumları

Parametre	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
Yükseklik (m)	S.L.	6100	6100	12200
Mach sayısı	0.22	0.6	0.8	0.875
U_0 (ms ⁻¹)	75	190	253	260
\bar{q} (Nm ⁻²)	3460	11730	20900	10100
α_0 (derece)	+2.7	+2.2	+0.1	+4.9
γ_0 (derece)	0	0	0	0

Uzunlamasına Hareket Kararlılık Türevleri

Kararlılık Türevi	Uçuş Durumu			
	1	2	3	4
M_α	-0.375	-1.33	-0.278	-1.56
$M_{\dot{\alpha}}$	-0.225	-0.19	-0.253	-0.13
Z_α	-47.55	-117.42	-234.03	-100.62
M_q	-0.61	-0.77	-1.02	-0.55
M_{δ_E}	-0.64	-1.25	-1.51	-0.92
Z_{δ_E}	-2.9	-6.83	-9.51	-5.18

Verilen parametre değerlerine göre, her bir uçuş durumu için $q(s)/\delta_E(s)$ transfer fonksiyonları,

$$\text{Birinci uçuş durumu için: } \frac{q_1(s)}{\delta_{E_1}(s)} = \frac{-0.391(1+s1.614)}{s^2+1.469s-0.762} \quad (5-42)$$

$$\text{İkinci uçuş durumu için: } \frac{q_2(s)}{\delta_{E_2}(s)} = \frac{-0.725(1+s1.715)}{s^2+1.578s+1.806} \quad (5-43)$$

$$\text{Üçüncü uçuş durumu için: } \frac{q_3(s)}{\delta_{E_3}(s)} = \frac{-1.386(1 + s1.082)}{s^2 + 2.198s + 1.222} \quad (5-44)$$

$$\text{Dördüncü uçuş durumu için: } \frac{q_4(s)}{\delta_{E_4}(s)} = \frac{-0.325(1 + s2.824)}{s^2 + 1.067s + 1.773} \quad (5-45)$$

Ek -1'de verilen programda, genetik algoritma parametreleri, performans kriterinin değeri ve bu değerden beklenen standart sapma aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

Nüfus Sayısı	: 70
Jenerasyon Sayısı	: 70
Çaprazlama Oranı	: 0.85
Mutasyon Oranı	: 0.05
Parametre Hassasiyeti:	0.1
μ	: 0.5
σ	: 0.2

Bu parametre değerlerine göre optimum integral alıcı kazancı,

$$K_1 = 7.057$$

olarak bulunmuştur. Bu kazanç değeri için, her bir uçuş durumunda sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonları,

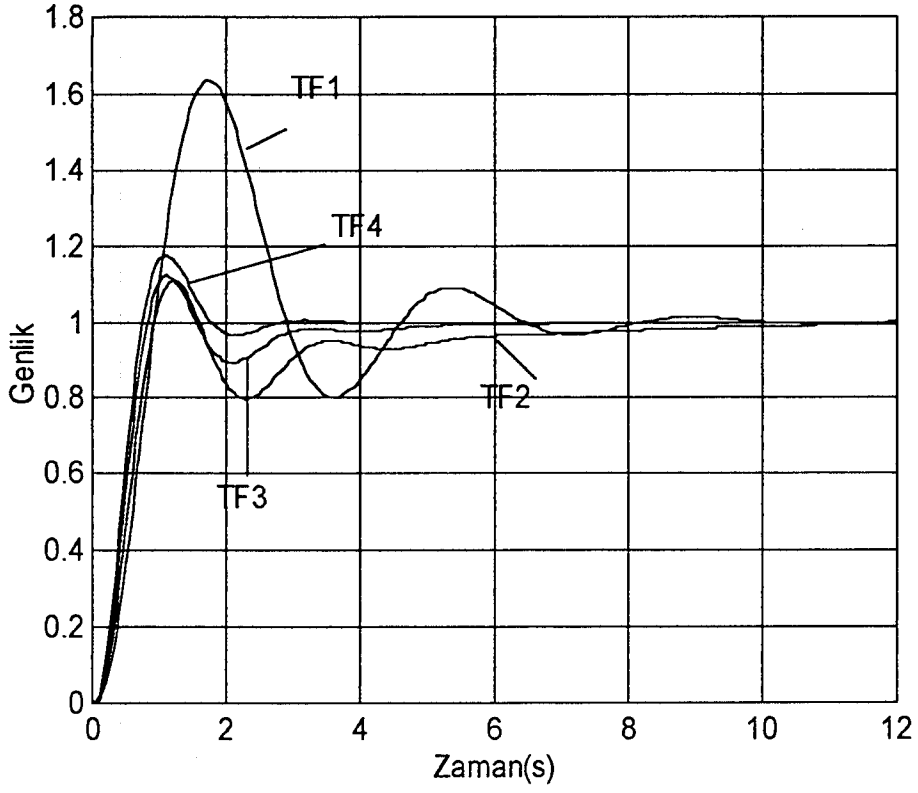
$$\text{TF1} = \frac{q_1(s)}{q_{ref_1}(s)} = \frac{89.113s + 55.244}{s^4 + 21.666s^3 + 41.244s^2 + 85.607s + 55.224} \quad (5-46)$$

$$\text{TF2} = \frac{q_2(s)}{q_{ref_2}(s)} = \frac{174.472s + 102.281}{s^4 + 21.578s^3 + 70.662s^2 + 233.328s + 102.28} \quad (5-47)$$

$$\text{TF3} = \frac{q_3(s)}{q_{ref_3}(s)} = \frac{211.789s + 195.673}{s^4 + 22.198s^3 + 90.196s^2 + 277.814s + 195.673} \quad (5-48)$$

$$\text{TF4} = \frac{q_4(s)}{q_{ref_4}(s)} = \frac{129.487s + 45.858}{s^4 + 21.067s^3 + 50.635s^2 + 174.692 + 45.858} \quad (5-49)$$

şeklinde elde edilir. Dört uçuş durumu için, transfer fonksiyonlarının birim basamak tepkisi Şekil 5.11.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.11. DELTA uçağının dört uçuş durumunun birim basamak tepkileri

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada bir uçağın uzunlamasına hareketinde yunuslama hızını kontrol etmek için katlı-model yaklaşımı ile birlikte genetik algoritma tekniğinden faydalanılmıştır.

Bir uçağın tüm uçuş zarfı içindeki kararlılık aralığı, uçuş durumu parametreleri ve bu uçuş durumlarındaki kararlılık türevleri belli olan herhangi dört uçuş noktası için, katlı-model yaklaşımına göre bulunmuştur. Bu kararlılık aralığı içinde istenen performans özellikleri sağlayan en iyi kontrolcü kazancı ise PASCAL dilinde kodlanan bir genetik algoritma programı ile hesaplanmıştır. Bu programla bulunan sonucun doğruluğu diğer tasarım yöntemleri kullanılarak kontrolcü kazancı hesaplanan bir örnek uçak üzerinde [1] denendiğinde, istenen sönümlenme oranı performans kriterinin sağlandığı ve bu kazanç değeri için elde edilen kapalı döngü sistemin birim basamak tepkilerinin birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür. İncelenen diğer uçaklar için, genetik algoritma programı ile elde edilen kontrolcü kazançlarına göre dört uçuş durumu için kapalı döngü sistemlerin birim basamak tepkileri karşılaştırılmış, sönümlenme oranı ve yatışkın duruma ulaşma zamanı açısından oldukça iyi dinamik tepkiler elde edilmiştir. Sonuçta uçuş kontrol sistem tasarımında katlı-model yaklaşımı ile birlikte genetik algoritma tekniğinin de uygulanabileceği gösterilmiştir.

Geliştirilen bu program yardımı ile, uçuş durumu parametreleri ve bu uçuş durumlarındaki kararlılık türevleri belli olan bir uçak için herhangi bir kontrol tasarım yöntemi bilmeksizin, seçilen sönümlenme oranı değerini sağlayan en iyi kontrolcü kazancı hesaplanabilmektedir. Ayrıca program, IBM300GL 500MHz bilgisayarında çalıştırıldığında sonucun genellikle iki-üç dakika gibi kısa bir süre içinde elde edilmesi, kontrolcü tasarımındaki süre açısından da önemlidir.

7. ÖNERİLER

Bu çalışmada, uçağın uzunlamasına hareketinde yunuslama hızının kontrolü için tek bir performans kriterine yakınsayan en iyi kontrolcü kazancı hesaplanmıştır. Dolayısıyla, geliştirilen algoritma, uçağın uzunlamasına hareketindeki farklı durum değişkenlerine ve yanlamasına hareketindeki durum değişkenlerinin kontrolüne de kolaylıkla uygulanabilir.

Ayrıca, seçilecek farklı bir uygunluk fonksiyonu ile birden fazla performans kriterini aynı anda sağlayan en iyi kontrolcüyü verecek çalışmalarda yapılabilir.

8. KAYNAKLAR

1. MCLEAN D., *Automatic Flight Control Systems*, Prentice Hall Int. (UK) Ltd.,1990.
2. KARAMANCIOĞLU A. and ÖZDEMİR C., *On a Emerging Trend in Aircraft Stability Design*, in Proceedings of the Ankara International Aerospace Conference and Symposia, 186-192, 1996.
3. ACKERMANN J., *Multi-Model Approaches to Robust Control System Design*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol.70, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
4. KARAMANCIOĞLU A., *Short-Term Dymnamic Behavior Improvement of A Light Transport Aircraft*, SSM Light Transport Aircraft Project R&D Program, Electrical Engineering Department Osmangazi University, Eskişehir, 1993.
5. STEVENS B.L., and LEWIS F.L., *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley & Sons, Inc., 1992.
6. ALY G., BADR A., BINDER Z., *Multi-Model Control of MIMO Systems:Location and Control Algorithms*, Int. J. Systems Sci., Vol.19, No.9, 1687-1698, 1988.
7. ACKERMANN J., *Robust Control*, Springer-Verlag London Ltd., 1993.
8. GREFENSTETTE J.J., *Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms*, IEEE Transaction of Systems, Man, and Cybernetics, Vol. Smc-16, No.1, January/February, 1986.
9. WHITLY D., *A Genetic Algorithm Tutorial*, Colorado State University Computer Science Departmant, Fort Collins, CO 80523.
10. GOLDBERG D.E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.,1989.
11. BLAKELOCK J.H., *Automatic Control of Aircraft and Missiles* , John Wiley & Sons, Inc., 1991.
12. MIYAZAWA Y., *Robust Flight Control System Design with Multiple Model Approach*, Journal of Guidance, Vol.15, No.3: Engineering Notes, 785-788,1992.

9. EKLER

EK-1. Paskal Dilinde Kodlanmış Genetik Algoritma Programı

{ORNEKLENEN UCUS NOKTALARI ICIN BELIRLENEN PERFORMANS
KRITERINI SAGLAYAN EN IYI KONTROLCU KAZANCININ HESABI}

PROGRAM genetic;

const numvar=1;

type

avec=array [1..numvar] of integer;
yharray=array [1..numvar] of real;
powarray=array [1..numvar] of longint;
rantype=array [1..100,1..numvar] of longint;
realdeci=array [1..100,1..numvar] of real;
binarytype=array [1..100,1..50] of integer;
himarray=array [1..100] of real;
actcarray=array [1..100] of integer;
crosstype=array [1..1,1..50] of integer;
crttype=array [1..100] of integer;
ndtype=array [1..4] of real;
matarray=array [1..100,1..4] of real;

var

nu1,nu2,nu3,nu4,nu5,nu6,za,zde,ma,mad,mq,mde,uo,kmin,kmax,kararli1,
kararli2:ndtype;
zmat:matarray;
cro,mutas,binary,bin:binarytype;
cross:crosstype;
cr,crp,mtb:crttype;
ave,nve,bitnm:avec;
yhass:yharray;
power,pw:powarray;
inipop,condecint,nextpop,ini:rantype;
condecree:realdeci;
hataort,kmat,himmel,himmelmin,himme,himmemin,expc,expcount,teta,ts,wn,
kd:himarray;
actc,actcount:actcarray;
p,abk,adim,st,loop,i,z,pn,gn,cr1,cr2,mtb1,convnum,sumbit,j,b1,gen,expsum,
acsum,cc,maxpow,q2,dg,bitsay,say1,say2,kararli:integer;
pc,pm,hass,yr,fsum,favg,fmax,fminsum,fminavg,fminmax,ecsum,ortalama,
sapma,q1,kort,sa,kq,zet,test,ju,max,min,zeta,ssapma,tetamin,tetamax,
hassasiyet,kar1,kar2,kararlimin,kararlimax,xlow,xup:real;
fileA,fileB,fileC,fileD:text;

```

PROCEDURE DEVAM(b1:integer);
begin
  b1:=0;
  write('devam etmek icin bir sayi girin : ');
  readln(b1);
  end;
{Kararli Koklerin Bulunmasi}

```

```

PROCEDURE KOKBUL(kar:real);
const
  m=4;
  twomp2=10;
type
  glcarray=ARRAY[1..twomp2] of real;
  gl2array=ARRAY[1..2] of real;
var
  i:integer;
  polish:boolean;
  a,roots:glcarray;

```

```

(*$I MODFILE.PAS *)
(*$I LAGUER.PAS *)
(*$I ZROOTS.PAS *)

```

```

begin
  say1:=m;
  a[1]:=nu6[dg]*kar ;a[2]:=0.0;
  a[3]:=nu4[dg]+nu5[dg]*kar ;a[4]:=0.0;
  a[5]:=nu3[dg] ;a[6]:=0.0;
  a[7]:=nu2[dg] ;a[8]:=0.0;
  a[9]:=nu1[dg] ;a[10]:=0.0;
  polish:=false;
  zroots(a,m,roots,polish);
  for i:=1 to m do
    begin
      roots[2*i-1]:=roots[2*i-1]*(1+0.01*i);
      roots[2*i]:=roots[2*i]*(1+0.01*i);
    end;
    polish:=true;
    zroots(a,m,roots,polish);
    say2:=0;
    for i:=1 to m do
      begin
        if (roots[2*i-1]<0) then say2:=say2+1;
      end;
    end;
  end;
end;

```

{Istene Performans Ozelligini Saglayan Koklerin Bulunmasi}

```
PROCEDURE KOK;
{PROGRAM d9r11(input,output);}
(* driver for routine ZROOTS *)
const
  m=4;
  twomp2=10; (* twomp2=(2*m+2) *)
type
  glcarray = ARRAY [1..twomp2] OF real;
  gl2array = ARRAY [1..2] OF real;
  karray = ARRAY [1..100] OF real;
var
  i,j,z1 : integer;
  u:gl2array;
  k,x,stb : karray;
  polish : boolean;
  a,roots : glcarray;

(*$I MODFILE.PAS *)
(*$I LAGUER.PAS *)

(*$I ZROOTS.PAS *)

begin
  z:=0;
  for j:=1 to pn do
    begin
      if adim=1 then dg:=st;
      a[1] := nu6[dg]*condecree[j,1]; a[2] := 0.0;
      a[3] := nu4[dg]+nu5[dg]*condecree[j,1]; a[4] := 0.0;
      a[5] := nu3[dg]; a[6] := 0.0;
      a[7] := nu2[dg]; a[8] := 0.0;
      a[9] := nu1[dg]; a[10] := 0.0;
      polish := false;
      zroots(a,m,roots,polish);
      z1:=0;

      for i := 1 to m do begin
        if (roots[2*i]<>0) and (z1=0) then
          begin
            u[1]:=abs(roots[2*i-1]);
            u[2]:=sqrt(sqr(roots[2*i-1])+sqr(roots[2*i]));
            teta[j]:=u[1]/u[2];
            if adim=1 then zmat[j,st]:=teta[j];
            wn[j]:=u[2];
            z1:=1;
          end;
        end;
      end;
```

```
end;  
end;  
end;
```

{Bir Sayinin Kuvvetini Hesaplama}

```
function FINDPOW (n:integer):longint;  
var  
  s:integer;  
  mm:longint;  
begin  
  mm:=1;  
  for s:=1 to n do  
    mm:=2*mm;  
    FINDPOW:=mm;  
  end;
```

{Hassasiyete Gore Degiskenlerin Bit Sayisini ve Yeni Hassasiyeti Hesaplama}

```
PROCEDURE BITNUMBER ;
```

```
var  
  k,i,tbn,z,pow,n,a2:integer;  
  av:yharray;  
  powe:powarray;  
  aa,ab,ac:longint;  
  ad1,yhas:real;  
begin  
begin  
for i:=1 to numvar do  
begin  
aa:=round(abs(xup-xlow)/hass);  
k:=1;  
while aa>1 do  
begin  
ab:=(aa div 2);  
aa:=ab;  
k:=k+1;  
bitnm[i]:=k;  
bitsay:=bitnm[i];  
end;  
end;  
end;  
begin  
tbn:=0;  
for i:=1 to numvar do
```

```

begin
  tbn:=tbn+bitnm[i];
end;
mtb1:=round(pm*pn*tbn);
end;

for i:=1 to numvar do
begin
  ac:=FINDPOW (bitnm[i]);
  ad1:=abs((xup-xlow)/ac);
  power[i]:=ac;
  yhass[i]:=ad1;
end;
end;

```

{Baslangic Nufusunun Bulunmasi}

```

PROCEDURE INITIALPOP ;
var
  i,j:integer;
begin
begin
  maxpow:=0;
  for i:=1 to numvar do
    if power[i]>=maxpow then maxpow:=power[i];
  end;
begin
  for i:=1 to numvar do
    begin
      for j:=1 to pn do
        inipop[j,i]:=round(power[i]*random);
      end;
    end;
  end;
end;

```

{Decimal-Binary Donusumu}

```

PROCEDURE CONVERTBINARY ;

var
  v,d,j,k,l,s,m,i,p,sumary:integer;
  convmun,c:longint;
begin
  sumbit:=0;
  begin
    i:=1;

```



```

begin
  for i:=1 to pn do
    begin
      sumary:=0;
      j:=1;
      repeat
        sumary:=sumary+bitnm[j];
        begin
          for p:=1 to bitnm[j] do
            binary[i,sumary-bitnm[j]+p]:=bin[i,sumary+1-p];
          end;
          j:=j+1;
        until j=numvar+1;
      end;
    end;
  end;
end;

```

{Binary-Decimal Donusumu}

PROCEDURE CONVERTDECIMAL;

```

var
  i,j,k,l,m,su:integer;
  sum:longint;
  c:real;
begin
  begin
    for i:=1 to pn do
      begin
        m:=0;
        for j:=1 to numvar do
          begin
            bitnm[j]:=bitsay;
            l:=bitnm[j]-1;
            sum:=0;
            repeat
              su:=1;
              begin
                for k:=1 to l do
                  su:=2*su;
                end;
              m:=m+1;
              sum:=sum+su*binary[i,m];
              l:=l-1;
            until l=0;
            m:=m+1;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;
end;

```

```

        condecint[i,j]:=sum;
    end;
end;
end;
begin
for i:=1 to pn do
begin
for j:=1 to numvar do
begin
c:=(condecint[i,j]*yhass[j])+xlow;
inipop[i,j]:=condecint[i,j];
condecre[i,j]:=c;
end;
end;
end;
end;
end;

```

{Nufusa Gore Uygunluk Fonksiyonun Hesabi}

PROCEDURE FONKSIYON;

Var

```

x1,x2:himarray;
i,n:integer;
fm,y,yy,kk,kkk,kkkk,kdmin,kdmax:real;

```

```

begin
begin
for i:=1 to pn do
begin
x1[i]:=teta[i];
x2[i]:=wn[i];
ortalama:=(tetamin+tetamax)/2;
sapma:=ortalama-tetamin;
y:=exp(-(sqr(teta[i]-ortalama))/(2*sqr(sapma)))/(sapma*sqr(2*3.1416));
HIMME[i]:=y;
end;
end;
begin
fmax:=-300;
begin
for i:=1 to pn do
begin
if HIMME[i]>fmax then fmax:=HIMME[i];
end;
end;
end;
end;

```



```

begin
fsum:=0;
  for i:=1 to pn do
    fsum:=fsum+HIMME[i];
  end;
  favg:=(fsum/pn);
begin
  for i:=1 to pn do
    if fmax=HIMME[i] then
      begin
        kk:=x1[i];
        kkkk:=condecre[i,1];
      end;
    end;
  end;
end;

begin
for i:=1 to pn do
  begin
    himmelmin[i]:=himme[i];
  end;
end;
if gen=gn then
begin
writeln('flight condition',dg);
writeln('k1= ',kkkk);
writeln('zeta= ',kk:6:6,' ');
writeln;
n:=0;
for i:=1 to pn do
  begin
    if (teta[i]>tetamin) and (teta[i]<tetamax) then
      begin
        n:=n+1;
        kd[n]:=condecre[i,1];
      end;
    end;
  kdmin:=300;
  kdmax:=-300;
  for i:=1 to n do
    begin
      if (kd[i]<kdmin) then kdmin:=kd[i];
      if (kd[i]>kdmax) then kdmax:=kd[i];
    end;
  kmin[dg]:=kdmin;
  kmax[dg]:=kdmax;
  writeln(kmin[dg]:6:6,'<k<',kmax[dg]:6:6);
  devam(b1);
end;

```

```
fminavg:=fminsum/pn;
end;
```

{Gelecek Nufusun Bulunmasi}

```
PROCEDURE NEXTPOPULATION ;
```

```
var
  i,k,u,j,uk,y,el:integer;

begin
  ecsum:=0;
  begin
    for i:=1 to pn do
      begin
        expc[i]:=abs(himmelmin[i]/favg);
        ecsum:=ecsum+expc[i];
      end;
    end;
  acsum:=0;
  begin
    for i:=1 to pn do
      begin
        actc[i]:=abs(round(himmelmin[i]/favg));
        acsum:=acsum+actc[i];
      end;
    end;
  expsum:=round(ecsum);
  begin
    k:=pn-acsum;
    el:=0;
    i:=0;
    if k<>0 then
      begin
        if k>0 then
          begin
            repeat
              begin
                i:=i+1;
                if i=pn+1 then i:=1;
                if (teta[i]>=tetamin) and (teta[i]<=tetamax) then
                  begin
                    actc[i]:=actc[i]+1;
                    k:=k-1;
                  end;
              end;
            until k<1;
          end;
        end;
      end;
  end;
```

```

    acsum:=0;
    for i:=1 to pn do
    acsum:=acsum+actc[i];
end
else
begin
i:=0;
repeat
begin
i:=i+1;
if i=1+pn then i:=1;
if actc[i]>0 then
begin
actc[i]:=actc[i]-1;
k:=k+1;
end;
end;
until k=0;
end;
end
else if k=pn then
begin
for i:= 1 to pn do
actc[i]:=1;
end
else y:=0;

end;
begin
for i:=1 to pn do
begin
for j:=1 to numvar do
ini[i,j]:=inipop[i,j];
end;
end;
begin
u:=0;
for i:=1 to pn do
if actc[i]>0 then
begin
for k:=1 to actc[i] do
begin
u:=u+1;
for j:=1 to numvar do
nextpop[u,j]:=ini[i,j];
end;
end;
end;
end;
end;
end;

```

```

begin
for i:=1 to pn do
  begin
    for j:=1 to numvar do
      inipop[i,j]:=nextpop[i,j];

    end;
  end;
end;

```

{Caprazlama ve mutasyon Islemleri}

```

PROCEDURE CROSSOVER;
var
  i,j,k,cy,s,ss,s1,s2,m1,m,mut:integer;

begin
  begin
    cy:=0;
    repeat
      begin
        cy:=cy+1;
        s1:=random(pn)+1;
        s2:=random(pn)+1;
        ss:=random(sumbit-1)+1;
        s:=ss+1;
        begin
          for k:=1 to ss do
            begin
              cross[s1,k]:=binary[s1,k];
              cross[s2,k]:=binary[s2,k];
            end;
          for k:=s to sumbit do
            begin
              cross[s1,k]:=binary[s2,k];
              cross[s2,k]:=binary[s1,k];
            end;
          for k:=1 to sumbit do
            begin
              binary[s1,k]:=cross[s1,k];
              binary[s2,k]:=cross[s2,k];
            end;
          end;
        end;
      until cy=cc+1;
    end;
  begin

```

```

for i:=1 to pn do
  begin
    for j:=1 to sumbit do
      mutas[i,j]:=binary[i,j];
    end;
  end;
begin
m:=0;
for k:=1 to mtbl do
  begin
mut:=random(sumbit*pn)+1;
  begin
    for i:=1 to pn do
      begin
        for j:=1 to sumbit do
          begin
            m:=m+1;
            begin
              if m=mut then
                begin
                  if mutas[i,j]=1 then mutas[i,j]:=0
                  else
                    mutas[i,j]:=1;
                end;
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;
end;
begin
  for i:=1 to pn do
    begin
      for j:=1 to sumbit do
        binary[i,j]:=mutas[i,j];
      end;
    end;
  end;
end;
end;

```

{ANA PROGRAM }

```

begin
randomize;
  abk:=0;
begin
  assign (fileA,'A:veriler.txt');
  reset (fileA);

```

```

readln (fileA,name);
writeln (name,'AIRCRAFT FLIGHT CONDITIONS PARAMETERS');
for dg:=1 to 4 do
begin
writeln;
readln(fileA,ma[dg]);
readln(fileA,mad[dg]);
readln(fileA,za[dg]);
readln(fileA,mq[dg]);
readln(fileA,mde[dg]);
readln(fileA,zde[dg]);
readln(fileA,uo[dg]);

end;
{ writeln(name);}
writeln;
writeln('Stability Derivatives',          ',Flight Conditions');
writeln;
writeln('          ', '1',      '2',      '3',      '4');
writeln;
writeln('Ma          ', 'Ma[1]:8:3,'  ',Ma[2]:8:3,'  ',Ma[3]:8:3,'
',Ma[4]:8:3);
  writeln('Mad          ', 'Mad[1]:8:3,'  ',Mad[2]:8:3,'  ',Mad[3]:8:3,'
',Mad[4]:8:3);
  writeln('Za          ', 'Za[1]:8:3,'  ',Za[2]:8:3,'  ',Za[3]:8:3,'
',Za[4]:8:3);
  writeln('Mq          ', 'Mq[1]:8:3,'  ',Mq[2]:8:3,'  ',Mq[3]:8:3,'
',Mq[4]:8:3);
  writeln('Mde          ', 'Mde[1]:8:3,'  ',Mde[2]:8:3,'  ',Mde[3]:8:3,'
',Mde[4]:8:3);
  writeln('Zde          ', 'Zde[1]:8:3,'  ',Zde[2]:8:3,'  ',Zde[3]:8:3,'
',Zde[4]:8:3);
  writeln('Uo          ', 'uo[1]:8:3,'  ',uo[2]:8:3,'  ',uo[3]:8:3,'
',uo[4]:8:3);
  writeln;
  writeln;
end;
begin
assign (fileB,'A:syspar.txt');
reset (fileB);
writeln('SYSTEM PARAMETERS');
writeln;
readln(fileB,sa);
writeln('Elevator actuator gain = ',sa:3:4);
readln(fileB,kq);
writeln('Kq = ',kq:3:4);
end;
begin

```

```

assign (fileC,'A:perfor.txt');
reset (fileC);
writeln;
writeln('CLOSED LOOP SYSTEM PERFORMANCE PARAMETERS');
writeln;
readln(fileC,zeta);
writeln('Closed loop damping ratio = ',zeta:3:4);
readln(fileC,ssapma);
writeln('Standart deviations = ',ssapma:3:4);
tetamin:=zeta-ssapma;
tetamax:=zeta+ssapma;
writeln;
end;
begin
assign (fileD,'A:genpar.txt');
reset (fileD);
writeln('GENETIC ALGORITHM PARAMETERS');
writeln;
readln(fileD,pn);
writeln('Population number = ',pn);
readln(fileD,gn);
writeln('Generation number = ',gn);
readln(fileD,pc);
writeln('Crossover probability = ',pc:3:4);
readln(fileD,pm);
writeln('Mutation probability = ',pm:3:4);
readln(fileD,hass);
writeln('Parameter resolution = ',hass:3:4);
writeln;
devam(b1);
end;
begin
for dg:=1 to 4 do
begin
nu1[dg]:=uo[dg];
nu2[dg]:=sa*uo[dg]-(za[dg]+uo[dg]*mq[dg]+uo[dg]*mad[dg]);
nu3[dg]:=mq[dg]*za[dg]-uo[dg]*ma[dg]-sa*(za[dg]+uo[dg]*mq[dg]+
    uo[dg]*mad[dg])-sa*kq*(uo[dg]*mde[dg]+zde[dg]*mad[dg]);
nu4[dg]:=sa*(mq[dg]*za[dg]-uo[dg]*ma[dg])-sa*kq*(ma[dg]*
    zde[dg]-za[dg]*mde[dg]);
nu5[dg]:=-sa*(uo[dg]*mde[dg]+zde[dg]*mad[dg]);
nu6[dg]:=-sa*(ma[dg]*zde[dg]-za[dg]*mde[dg]);
end;
end;
begin
for dg:=1 to 4 do
begin
randomize;

```

```

repeat
kararli1[dg]:=random(50);
kar1:=kararli1[dg];
KOKBUL(kar1);
until say1=say2;
kararli1[dg]:=kar1;
kararli2[dg]:=kararli1[dg];
repeat
kararli2[dg]:=kararli2[dg]-0.01;
kar2:=kararli2[dg];
KOKBUL(kar2);
until say2<say1;
kararli2[dg]:=kar2;
kararli2[dg]:=kararli2[dg]+0.01;
repeat
kararli1[dg]:=kararli1[dg]+0.01;
kar1:=kararli1[dg];
KOKBUL(kar1);
until say2<say1;
kararli1[dg]:=kar1;
kararli1[dg]:=kararli1[dg]-0.01;
end;
end;
for dg:=1 to 4 do
  writeln(kararli2[dg]:6:6,'<k<',kararli1[dg]:6:6);
  devam(b1);
  kararlimin:=kararli2[1];
  kararlimax:=kararli1[1];
  for dg:=2 to 4 do
    begin
      if kararli2[dg]>kararlimin then kararlimin:=kararli2[dg];
      if kararli1[dg]<kararlimax then kararlimax:=kararli1[dg];
    end;
  writeln;
  writeln('kapali d'ng kararlilik araligi');
  writeln(kararlimin:5:5,'<k<',kararlimax:5:5);
  begin
    adim:=0;
    xlow:=kararlimin;xup:=kararlimax;
    if abk=0 then begin
      begin
        cr1:=round (pc*pn);
        cr2:=round (cr1 mod 2);
        if cr2=1 then cr1:=cr1+1;
        cc:=round (cr1 div 2);
      end;
    end;
  end;
  abk:=1;

```



```

BITNUMBER ;
randomize;
INITIALPOP;
CONVERTBINARY;
for dg:=1 to 4 do
begin
gen:=1;
repeat
begin
if gen=gn then writeln('generasyon: ',gen);
xlow:=kararlimin;
xup:=kararlimax;
CONVERTDECIMAL;
KOK;
FONKSIYON;
NEXTPOPULATION ;
CONVERTBINARY ;
CROSSOVER ;
end;
gen:=gen+1;
until gen=gn+1;
end;
end;
max:=kmax[1];
min:=kmin[1];
for j:=2 to 4 do
begin
if (kmin[j]>min) then min:=kmin[j];
if (kmax[j]<max) then max:=kmax[j];
end;
writeln (min:6:6,'<k<',max:6:6,',tetamin:3:3,'<zeta<',tetamax:3:3;
for i:=1 to numvar do
hassasiyet:=(max-min)/pn;
condecre[1,1]:=min;
for i:=2 to pn do
begin
min:=min+hassasiyet;
condecre[i,1]:=min;
end;
for st:=1 to 4 do
begin
adim:=1;
KOK;
end;
devam(b1);
for p:=1 to 2 do
begin
for i:=1 to pn do

```

```

begin
if p=1 then zet:=zmat[i,1]
else zet:=zeta;
test:=0;
for j:=1 to 4 do
test:=test+abs(zmat[i,j]-zet);
if p=1 then
begin
hataort[i]:=test/(dg-1);
end
else
begin
hataort[i]:=test/(dg);
end;
end;
min:=300;
for i:=1 to pn do
begin
if hataort[i]<min then
begin
min:=hataort[i];
j:=i;
end;
end;
writeln;
for i:=1 to pn do
if i=j then
begin
if p=1 then writeln(tetamin:4:4,'<zeta<',tetamax:4:4)
else writeln('zeta= ',zeta);
writeln ('optimum k= ',condecre[i,1]);
for st:=1 to 4 do
write (zmat[i,st]:4:4,' ');
end;
end;
devam(b1);
end.

```