

**İKİ BOYUTLU KESME VE ANA MALZEME  
SEÇİMİ PROBLEMLERİ İÇİN  
MATEMATİKSEL MODELLER VE ÇÖZÜM  
YAKLAŞIMLARI**

Banu İÇMEN  
Yüksek Lisans Tezi

Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı  
Şubat-2015

**Bu tez çalışması Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri  
Komisyonu Başkanlığı tarafından desteklenmiştir. Proje No: 1401F020**

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Banu İÇMEN'in "İki Boyutlu Kesme ve Ana Malzeme Seçimi Problemleri için Matematiksel Modeller ve Çözüm Yaklaşımları " başlıklı Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 23.01.2015 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı) :	Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ	.....
Üye :	Yard. Doç Dr. Gürkan ÖZTÜRK	.....
Üye :	Yard. Doç. Dr. Tuğba SARAÇ	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **İKİ BOYUTLU KESME VE ANA MALZEME SEÇİMİ PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER VE ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI**

**Banu İÇMEN**

**Anadolu Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ**

**2015, 83 Sayfa**

Kesme problemleri, önceden belirlenmiş bir talep listesine göre büyük ölçülerdeki malzemelerden, istenilen uzunluklardaki küçük parçaların, kullanılacak ana malzeme sayısını ya da oluşacak kesim kayıplarını en küçükleyecek şekilde kesilmesidir. Bu çalışmada iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçimi problemleri çeşitli kısıtlar ve varsayımlar altında ele alınmıştır. İki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme ve ana malzeme seçimi problemi için ve iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçimi problemi için iki amaçlı karma tamsayılı matematiksel modeller geliştirilmiştir. Problemler iki amaçlı formüle edilerek, hem firenin enküçüklenmesi sağlanmış hem de farklı ana malzeme çeşitlerinin kullanılması nedeniyle katlanılacak depolama maliyetleri azaltılmıştır. Ayrıca ele alınan problem için literatürde etkinliği kanıtlanmış metasezgiseller geliştirilmiştir. Geliştirilen yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma, tavlama benzetimi ve yasaklı arama ile literatürde yer alan test problemleri çözdürülmüş ve bazı test problemlerinin optimal çözümleri elde edilmiştir. Son olarak, problem boyutlarının büyük olduğu durumlarda daha kısa sürede uygun çözümlerin elde edilmesini amaçlayan, matematiksel model tabanlı iki aşamalı sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kesme problemleri, Matematiksel modelleme, Metasezgisel, Skalerleştirme, Rassal anahtar

## **ABSTRACT**

**Master of Science Thesis**

### **MATHEMATICAL MODELS AND SOLUTION APPROACHES FOR TWO DIMENSIONAL CUTTING AND ASSORTMENT PROBLEMS**

**Banu İÇMEN**

**Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Industrial Engineering Program**

**Supervisor: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ**

**2015, 83 pages**

According to predefined demand list cutting smaller items from larger one or more dimensional stocks, by minimizing the number of used stock or trim loss is described as cutting stock problem. In this study we consider two-dimensional cutting stock and assortment problems under various assumptions and constraints. In order to solve two-dimensional two-stage guillotine cutting stock and assortment problem and two-dimensional cutting stock and assortment problem, two-objective mixed integer mathematical models are proposed. By formulating these problems two-objective, we minimize trim loss and also reduce storage costs, which we may have to deal with because of using different stock materials. Also for this problem, we propose metaheuristic methods that are proven as efficient in the literature. Some test problems are solved with biased random key genetic algorithm; simulated annealing and tabu search and we obtained optimal solutions for some of these problems. Finally for larger problems, a mixed integer mathematical model based two-phased heuristic method that aimed to obtain feasible solutions in a shorter time, has been developed.

**Keywords:** Cutting problems, Mathematical modeling, Metaheuristic, Scalarization, Random key

## TEŞEKKÜR

Bu alıőma sırasında, bilgi ve deneyimleri ile bana yol gösteren değerli danıőmanım **Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ**'ye, katkılarından dolayı değerli hocam **Yard. Doç. Dr. Gürkan ÖZTÜRK**'e, bu sıkıntılı ve zorlu süreçte yanımnda olan babam **Fahrettin İCMEN**, annem **mmgl İCMEN** ve tüm aileme, çalıőma hayatımı kolaylaőtıran sevgili iç arkadaőlarıma ve bana her zaman destek olan **Alper Can ERDEM**'e teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	<b>x</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. KESME PROBLEMLERİ</b> .....	<b>4</b>
2.1. Literatür Araştırması .....	4
2.2. Kesme Problemlerinin Varsayımları .....	6
2.2.1. Ortogonal kesim .....	6
2.2.2. Üst üste gelmeme kısıtı .....	7
2.2.3. Kesim inceliği .....	7
2.3. 2B Kesme Problemlerinin Sınıflandırılması .....	8
2.3.1. Kesim yöntemine göre .....	8
2.3.2. Parçanın yerleşimine göre .....	9
2.3.3. Giyotin kesimde kullanılan aşama sayısına göre .....	10
2.3.4. Ana malzeme çeşit sayısına göre .....	11
2.4. Kesme Problemlerinin Karmaşıklığı .....	11
<b>3. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ</b> .....	<b>15</b>
3.1. Kesin Çözüm Yöntemleri .....	15
3.2. Metasezgiseller .....	17
3.2.1. Tavlama benzetimi .....	17
3.2.2. Yasaklı arama.....	20
3.2.3. Genetik algoritma.....	22
3.3. Sezgisel Yöntemler.....	27
3.3.1. Dip-sol sezgiseli .....	27
3.3.2. Sol-dip sezgiseli .....	28
3.3.3. Fark süreci sezgiseli .....	29

3.3.4. Yapıcı sezgisel .....	31
<b>4. SKALERLEŞTİRME YÖNTEMLERİ</b>	<b>35</b>
4.1. Genel Kavramlar ve Tanımlar .....	35
4.2. Ağırlıklandırılmış Toplam Yöntemi .....	37
4.3. Konik Skalerleştirme Yöntemi .....	38
<b>5. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN MATEMATİKSEL MODELLER</b>	<b>40</b>
5.1. 2B2GKP için Karma Tamsayı Matematiksel Model .....	40
5.1.1. Kümeler ve parametreler .....	41
5.1.2. Karar değişkenleri .....	42
5.1.3. Matematiksel model .....	42
5.1.4. İki amaçlı karma tamsayı matematiksel model .....	43
5.1.5. Örnek problem .....	44
5.2. 2BKP için İki Amaçlı Karma Tamsayı Matematiksel Model .....	47
5.2.1. Kümeler ve parametreler .....	47
5.2.2. Karar değişkenleri .....	47
5.2.3. Matematiksel model .....	48
5.2.4. Örnek problem .....	49
<b>6. 2B2GKP İÇİN GELİŞTİRİLEN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ</b>	<b>52</b>
6.1. Matematiksel Model Tabanlı Sezgisel Çözüm Yöntemi .....	52
6.1.1. Ana matematiksel model .....	52
6.1.2. Alt matematiksel model .....	53
6.1.3. Örnek problem .....	55
6.2. 2B2GKP için Tavlama Benzetimi Algoritması .....	57
6.3. 2B2GKP için Yasaklı Arama .....	59
6.4. 2B2GKP için Yanlı Rassal Anahtarlı Genetik Algoritma .....	61
6.4.1. YRAGA ‘da genel kavramlar .....	61
6.4.2. Çözümlerin temsili ve geri kodlama süreci .....	62
6.4.3. Yerleştirme süreci ve uyum değerinin hesaplanması .....	64
6.4.4. Çaprazlama operatörü .....	65
6.4.5. Yerel arama .....	66

<b>7. SAYISAL SONUÇLAR</b>	<b>67</b>
7.1. 2B2GKP için Karma Tamsayılı Matematiksel Model ile Elde Edilmiş Sonuçlar.....	68
7.2. 2BKP için Karma Tamsayılı Matematiksel Model ile Elde Edilmiş Sonuçlar.....	74
7.3. Tavlama Benzetimi Algoritması ile Elde Edilmiş Sonuçlar.....	75
7.4. Yasaklı Arama Algoritması ile Elde Edilmiş Sonuçlar.....	76
7.5. Yanlı Rassal Anahtarlı Genetik Algoritma ile Elde Edilmiş Sonuçlar.....	78
<b>8. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME</b>	<b>80</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>82</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Ortogonal kesim .....	7
Şekil 2.2. Üst üste gelmeme kısıtı .....	7
Şekil 2.3. Kesim inceliği .....	8
Şekil 2.4. Giyotin kesim(solda) ve giyotinsiz kesim(sağda) .....	9
Şekil 2.5. Sabit yerleşim(solda) ve Rotasyon(sağda) .....	9
Şekil 2.6. 2-aşamalı kesim(solda) ve 3-aşamalı kesim(sağda) .....	10
Şekil 2.7. Karmaşıklık sınıfları [12]. .....	12
Şekil 2.8. Parça sayısı-Karar değişkeni grafiği .....	13
Şekil 2.9. Parça sayısı-Kısıt grafiği .....	13
Şekil 2.10. Parça sayısı-Süre grafiği.....	13
Şekil 3.1. Tavlama benzetimi genel akış şeması .....	19
Şekil 3.2. Yasaklı arama genel akış şeması .....	21
Şekil 3.3. Genetik algoritma temsil .....	22
Şekil 3.4. Genetik algoritma genel akış şeması .....	23
Şekil 3.5. Genetik algoritma süreci .....	24
Şekil 3.6. Dip-sol sezgiseli yerleşimi .....	28
Şekil 3.7. Sol-dip sezgiseli yerleşimi .....	28
Şekil 3.8. Fark süreci: Adım-1 .....	29
Şekil 3.9. Fark süreci: Adım-2 .....	30
Şekil 3.10. Fark süreci: Adım-3 .....	30
Şekil 3.11. Fark süreci: Adım-4 .....	31
Şekil 3.12. Yapıcı sezgisel (constructive heuristic).....	34
Şekil 5.1. <i>HH</i> problemi için tek ana malzeme ile oluşturulan yerleşim .....	45
Şekil 5.2. <i>HH</i> problemi için 3 ana malzeme çeşidi ile oluşturulan yerleşim.....	46
Şekil 5.3. <i>ngcut1</i> problemi için oluşturulan yerleşim.....	51
Şekil 6.1. <i>HH</i> problemi için sezgisel yaklaşım ile oluşturulan yerleşim.....	56
Şekil 6.2. <i>HH</i> problemi için rotasyon ile oluşturulan yerleşim .....	56
Şekil 6.3. Tavlama benzetimi akış diyagramı .....	58
Şekil 6.4. <i>HH</i> problemi için tavlama benzetimi ile elde edilmiş yerleşim .....	59
Şekil 6.5. Yasaklı arama akış diyagramı .....	60
Şekil 6.6. Algoritma akış şeması .....	63

<b>Şekil 6.7.</b> Çözümlerin temsili ve geri kodlama süreci.....	63
<b>Şekil 6.8.</b> Yerleştirme süreci .....	64
<b>Şekil 6.9.</b> Çaprazlama süreci .....	65
<b>Şekil 6.10.</b> Çaprazlama operatörü .....	66

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b>Çizelge 5.1</b> <i>HH</i> problemine ait parça ve ana malzeme boyutları .....	44
<b>Çizelge 5.2</b> <i>ngcut1</i> problemine ait parça ve ana malzeme boyutları .....	49
<b>Çizelge 7.1</b> 2B2GKP için örnek problemler.....	67
<b>Çizelge 7.2</b> 2B2GKP için örnek problemler.....	68
<b>Çizelge 7.3</b> 2B2GKP için sonuçlar.....	69
<b>Çizelge 7.4</b> Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile elde edilmiş sonuçlar.....	70
<b>Çizelge 7.5</b> Konik skalerleştirme ile elde edilmiş sonuçlar .....	71
<b>Çizelge 7.6</b> OF2 ve CHL5 problemlerinin çözümleri .....	73
<b>Çizelge 7.7</b> Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile elde edilmiş çözümler .....	74
<b>Çizelge 7.8</b> Tavlama benzetimi ile elde edilmiş sonuçlar .....	75
<b>Çizelge 7.9</b> Yasaklı arama algoritması ile elde edilmiş sonuçlar .....	77
<b>Çizelge 7.10</b> YRAGA ile elde edilmiş sonuçlar.....	78

## KISALTMALAR DİZİNİ

- 1B : Bir boyutlu  
1.5B : Bir buçuk boyutlu  
2B : İki boyutlu  
3B : Üç boyutlu  
2B2GKP : İki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme ve ana malzeme seçimi problemi  
2BKP : İki boyutlu kesme ve ana malzeme seçimi problemi  
YRAGA : Yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma

## 1. GİRİŞ

Bu çalışmada 2BKP'leri için farklı kısıt ve varsayımlar altında çeşitli çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Geliştirilen matematiksel modeller literatürdekilerden farklı olarak iki amaçlı ele alınmış ve iki farklı skalerleştirme yöntemi kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Literatürde yer almayan yeni bir matematiksel model tabanlı sezgisel çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Geliştirilen sezgisel yaklaşım iki aşamada çözüm üretmektedir. 2B2GKP'lerinin çözümlerini elde etmek için üç farklı metasezgisel kullanılmıştır. Metasezgiseller için giyotin kesim kısıtına uygun ve seviyeler şeklinde yerleşime izin veren, yerleşim yöntemi kullanılmıştır. Kullanılan metasezgiseller; tavlama benzetimi, yasaklı arama ve yanlı rassal anahtarlı genetik algoritmadır. Öne sürülen tüm metasezgiseller giyotin kesim kısıtları dikkate alınarak uygulanmıştır. Yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma içerisinde yerel aramaya yer verilerek melez bir yapı elde edilmiştir.

Geniş malzemelerden, müşterilerin talepleri doğrultusunda daha küçük parçaların elde edilmesi problemi kesme problemi olarak adlandırılmaktadır. Kesme problemleri, 1960'lı yıllardan itibaren yaygın olarak ele alınan, kombinatorik optimizasyon problemlerinden biridir. Bu problem türüne günümüzde bir çok işletmede rastlanabilir. Örneğin uzun kağıt rulolarının, demir millerin, geniş çelik ya da ahşap profillerin kesilmesi günümüzde sık karşılaşılan ve bir üretim sürecinin vazgeçilmez öğeleri olan işlemlerdir. Çeşitli endüstrilerin gelişmesiyle ve aynı tür üretim yapan işletmelerin artışıyla günümüzde rekabet üst seviyelerdedir. Bu işletmelerin, üretimde yaşadıkları gereksiz kayıpların, ürünlere maliyet kalemleri olarak yansısıyla, üretimde katma değer yaratmayan bir çok maliyet ürünün fiyatına eklenmektedir. Bu nedenle işletmeler, bu katma değer yaratmayan maliyetleri yok etme yolunda çalışmalar yapmaktadır. Bunlardan biri de malzemelerin kesimleri sonucu oluşan kesim kayıplarıdır. Bu kayıplar, ürünün üretim sürecinde etkisiz olduğu halde ürünün fiyatına yansyarak, firmanın rekabet gücünü azaltmaktadır. Ürüne katma değer yaratmayan bir diğer maliyet kalemi de depolama ve lojistik maliyetleridir. Ham maddelerin ya da bitmiş ürünlerin depolanma süreci dikkate alınması gereken işlemlerdir. Örneğin kesme

problemlerinde kullanılan hammaddelerin farklı boyutlarda temini, bu malzemelerin depolanma sürecinde sıkıntılara neden olabilir. Bu malzemelerin depolarda fazladan kapladığı yerler, ürünlere, katma değer yaratmayan maliyet kalemi olarak eklenir. Bu nedenle kesme problemlerinde malzeme seçimi depolama açısından oldukça önemlidir. Bir diğer konu ise lojistik maliyetleridir. Bitmiş ürünlerin araçlarla taşınması sürecinde araç içi doluluk kriterleri büyük önem taşımaktadır. İşletmelerin lojistik maliyetlerini azaltabilmek için ele aldıkları bu konu kesme problemleri başlığı altında çalışılmaktadır. Araç içi doluluğu maksimum seviyeye çekebilen bir firma, ürün maliyetinde önemli bir azalma yakalayabileceği için pazarda ki rekabet gücünü arttırır.

Kesme problemleri, önceden belirlenmiş bir talep listesine göre büyük boyutlardaki malzemelerden, istenilen uzunluklardaki küçük parçaların, kullanılacak ana malzeme sayısını ya da oluşacak kesim kayıplarını en küçükleyecek şekilde kesilmesidir. Kesme problemlerinde genel olarak talep listesini oluşturan çeşitli boyutlardaki girdiler “parça” olarak adlandırılmaktadır. Parçaların, kesilerek elde edildiği daha büyük malzemeler ise “ana malzeme” ya da “stok” olarak tanımlanmaktadır. Stok malzemelerden parçaların kesilmesi sonucu kalan ve yeni parçaların kesiminde kullanılamayan kısımlara “kesim kaybı” ya da “fire” denmektedir.

Literatürde kesme problemleri ile eşdeğer olarak çalışılan bir diğer problem, kutu paketleme (Bin Packing) problemleridir. Kutu paketleme problemleri, verilen bir kutu ya da konteynıra önceden belirlenen boyutta ya da hacimdeki parçaların yüklenmesi problemidir ve kesme problemlerinin özel bir durumu olarak tanımlanabilir. Bu iki problem literatür de aynı başlıklar altında incelenmektedir. Bu başlıklar altında ele alınan bir diğer problem de sırt çantası (Knapsack) problemleridir. Bu problemin diğer ikisinden farkı, bir sırt çantasına farklı değerlerdeki parçaların, toplam değer fonksiyonunu en büyükleyecek şekilde yerleştirilmesidir. Diğer problemlerde amaç, kullanılan ana malzeme sayısını enküçükmek iken bu problemde amaç toplam değer fonksiyonunu enbüyüklemektir.

Bu çalışmada kesme problemleri çeşitli kısıtlar ve varsayımlar altında ele alınmış ve çeşitli çözüm yöntemlerinden bahsedilmiştir. İkinci bölümde kesme

problemleri ile ilgili literatür araştırmasına, kesme problemlerinin varsayımlarına ve sınıflandırılmasına değinilmiştir. Bu bölümünde son olarak kesme problemlerinin karmaşıklığı hakkında bilgi verilmiştir. Kesme problemleri için literatürde var olan çözüm yöntemleri üçüncü bölümde açıklanacaktır. Bu yöntemler; kesin çözüm yöntemleri, sezgisel ve metasezgisel çözüm yöntemleri başlığı altında incelenmiştir. Dördüncü bölümde skalerleştirme yöntemlerine yer verilmiştir. Öncelikle skalerleştirme yöntemleri için gerekli çeşitli tanım ve kavramlar açıklanmıştır. Daha sonra literatürde en yaygın kullanılan Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile tüm pareto çözüm kümesinin elde edilebileceği öne sürülen Konik skalerleştirme yöntemlerinden bahsedilmiştir. 2BKP'leri için geliştirilen karma tamsayılı matematiksel modeller beşinci bölümde verilmiştir. Bu modellerden ilkinde, problem giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtları altında ele alınmıştır. Diğer model ise giyotinsiz kesim kısıtı altında geliştirilmiştir. Geliştirilen bu modeller iki amaçlı olarak formüle edilmiştir. Altıncı bölümde 2BKP'leri için geliştirilen sezgisel ve metasezgisel yöntemlere yer verilmiştir. Geliştirilen matematiksel modellere ve çözüm yaklaşımlarına ait sayısal sonuçlar yedinci bölümde verilmiştir. Modeller ve yaklaşımlar, literatürde yer alan test problemleri üzerinde uygulanmıştır. Son bölümde ise ele alınan problem ve geliştirilen çözüm yöntemleri ile ilgili sonuç ve değerlendirmelere yer verilmiştir.

## 2. KESME PROBLEMLERİ

Kesme problemleri genel olarak üç boyutta ele alınmaktadır. Bir boyutlu stok kesme probleminde ana malzeme ve kesilecek olan parçalar bir boyutludur. Endüstride bir boyutlu stok kesme problemlerine çelik millerin, kâğıt ruloların vb. kesilmesinde karşılaşılmaktadır. İki boyutlu stok kesme problemlerinde ise ana malzeme ve parçalar iki boyutludur. İki boyutlu stok kesme problemlerine örnek olarak cam, kumaş, çelik ve sac levhaların kesilmesi verilebilir. Konteyner yükleme problemi olarak da adlandırılan üç boyutlu stok kesme problemi, en-boy-yükseklik olarak üç boyutta ele alınır. Bu probleme araç içi yükleme problemi olarak lojistik sektöründe sıklıkla rastlanmaktadır. Bunların dışında var olan bir diğer problemde, bir-buçuk boyutlu stok kesme problemidir. Bu problemin iki boyutlu stok kesme probleminden farkı, ana malzemenin bir boyutunun uzunluğunun sabit kabul edildiği durumda diğer boyut uzunluğunun sonsuz kabul edilmesidir. İki boyutlu talep parçaları verilen bu ana malzemedeki kesim kaybı en küçüklenecek şekilde kesilir. Bu problem türüne kağıt ya da karton kesimlerinde rastlanabilmektedir.

### 2.1. Literatür Araştırması

Furini ve Malaguti [1] bu çalışmada farklı ana malzeme çeşitlerinin kullanılabilirdiği iki boyutlu stok kesme problemini ele almıştır. Daha önceden belirlenmiş dikdörtgensel parçalardan oluşan bir talep kümesi, giyotin kesim yöntemiyle ve iki aşamalı kesim kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmada literatürde önerilen üç farklı karma-tamsayı programlama modeli ele alınmış ve kullanılan varsayımlar altında geliştirilmiştir. Geliştirilen modeller, örnek problemlerin çözümünde kullanılmış ve kıyaslanmıştır. Lodi ve ark [2] çalışmalarında iki boyutlu kutu ve seviye paketleme problemlerini ele almışlardır. Önerilen yeni matematiksel model polinom sayıda değişken ve kısıt içermektedir. Çalışmada parçaların  $90^\circ$  rotasyonuna izin verilen ve her bir seviyeye yüklenebilecek üst sınırın var olduğu iki farklı model versiyonu da ele alınmıştır. Ayrıca  $O(n \log n)$  zamanda hesaplanabilen yeni sınırlar öne sürülmüştür. Kasımbeyli ve ark. [3] ele



aldıkları çalışmada bir boyutlu kesme ve malzeme seçimi problemlerini incelemiştir. Bu tarz problemlerin formüle edilmesinde ve çözülmesindeki temel zorluklardan biri de matematiksel modellerde kesim planlarının parametre olarak kullanılmasıdır. Tüm kesim planlarının oluşturulması oldukça zor olduğundan, bu şekildeki bir kümenin üretilmesi ve kullanımı çözüm sürecinde hesaplama zorluklarına sebep olmaktadır. Bu çalışmanın amacı kesim planlarının parametre olarak kullanılmadığı bir matematiksel modelin geliştirilmesidir. Bu amaçla çalışmada yeni iki amaçlı doğrusal tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Modelde birbiriyle çelişen iki amaç ele alınmıştır. Birinci amaç toplam kesim kaybını en küçüklerken diğer amaç stok olarak saklanacak rulo uzunluk çeşitlerinin sayısını en küçükler. Gilmore ve Gomory [4] 1961 yılı tarihli çalışmalarında bir boyutlu kesme problemi ele almışlardır. Bu çalışmada bir boyutlu kesme problemi tek türde ana malzeme ile çözülmüş ve problemi çözmek amacıyla sütun oluşturma yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca problemin iki ve daha fazla boyutlu versiyonlarının çözümü için sütun oluşturma yöntemi yine Gilmore ve Gomory [5] tarafından 1965 yılında geliştirilmiştir. Chen ve Shen [6] farklı boyutlardaki kutuların konteynerlere yüklenmesini ele almış ve problemin için karma tamsayılı matematiksel model oluşturmuşlardır. Konteyner yükleme problemi 0-1 ikil karma tamsayılı programlama modeli olarak formüle edilmiştir. Birden fazla konteynır çeşidi, birden fazla kutu boyutu, kutu rotasyonları ve konteynerdeki kutuların çakışma durumları ele alınmıştır. Gonçalves ve Resende [7] ise çalışmalarında 2B ve 3B kutu paketleme problemi için özgün bir popülasyon temelli rassal-anahtar ile kullanılan genetik algoritma öne sürmüştür. Yaklaşım kutulardaki boşlukları yönetmek için en büyük alan gösterimi kullanmaktadır. Önerilen algoritma rassal anahtarlara dayanan multi-popülasyon genetik algoritmada çözücü temelli özgün bir yerleştirme prosedürü kullanmıştır. Yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma, parçaların kutulara yerleştirilmesi için kullanılan sıralamayı ve yerleştirme prosedürü için kullanılan parametreleri geliştirmek için ele alınmıştır. Ayrıca yeni bir uyum fonksiyonu çözümlerin kalitesini arttırmak amacıyla geliştirilmiştir. Leung vd. [8] bu çalışmada, hangi dikdörtgensel parçanın verilen bir pozisyona ilk yerleştirileceğini belirleyen yeni bir uyum stratejisi öne sürmüştür. Uyum stratejisine dayanan bu yapıcı sezgisel,

bir çözüm oluşturmak amacıyla kullanılmıştır. Daha sonra açgözlü bir yaklaşım daha iyi çözümleri aramak için kullanılmıştır. Sonunda, açgözlü stratejinin yerel en iyi tuzağından çıkmak için tavlama benzetimi uygulanmıştır. Kısıtsız iki boyutlu giyotin kesme problemi [9] Beasley tarafından çalışılmıştır. Makalede problemin hem aşamalı versiyonu (kesimin belirli sayıda aşama ile sonlandırıldığı) hem de genel versiyonu (aşama sayısının kısıtlandırılmadığı) ele alınmıştır. Dinamik programlamaya dayanan sezgisel ve optimal algoritmalar sunularak sonuçlar elde edilmiştir. Lodi ve Monaci tarafından ele alınan çalışmada [10] iki aşamalı iki boyutlu sırt çantası problemi incelenmiştir. Bu problem için iki yeni tamsayı doğrusal programlama modeli sunulmuş ve özellikleri incelenmiştir. İncelenen modellerin sağladıkları doğrusal programlama sınırları karşılaştırılmıştır. Son olarak Leung ve arkadaşları tarafından ele alınan çalışmada [11] iki boyutlu giyotinsiz stok kesme problemi incelenmiştir. Problemin çözümü için genetik arama ve tavlama benzetimi metasezgiselleri kullanılmıştır. İki farklı yerleştirme sezgiseli öne sürülerek etkinlikleri kıyaslanmıştır.

## **2.2. Kesme Problemlerinin Varsayımları**

Kesme problemleri kaç boyutta olursa olsun bazı varsayımlar altında çalışılmaktadır ve bu varsayımlar her problem türü için sabit kabul edilmektedir.

- Ortogonal kesim
- Üst üste gelmeme kısıtı (overlapping)
- Kesim inceliği

### **2.2.1 Ortogonal kesim**

Kesme problemlerinin ilk varsayımı ortogonal kesim kısıtıdır. Bu varsayıma göre bir ana malzemedeki kesilecek parçaların, boyut sayısına bakılmaksızın, tüm kenarları ana malzemenin kenarlarına paralel olmalıdır.



**Şekil 2.1.** Ortogonal kesim

Şekil (2.1)'de soldaki yerleşimde ortogonal kesime bir örnek görülmektedir. Burada parçalar, kenarları ana malzemenin kenarlarına paralel olacak şekilde yerleştirilmiştir. Sağdaki yerleşimde ise bu varsayıma uymayan bir yerleşim bulunmaktadır.

### 2.2.2 Üst üste gelmeme kısıtı

Üst üste gelmeme kısıtına göre bir ana malzemenin kesilecek herhangi 2 veya parçanın herhangi bir bölümü üst üste gelemez. Her bir parça kendi alanını kapsamalıdır.



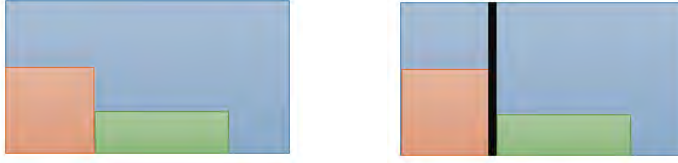
**Şekil 2.2.** Üst üste gelmeme kısıtı

Şekil (2.2)'de soldaki yerleşim parçaların üst üste gelmeme varsayımına uymaktadır. Sağdaki yerleşim ise bu varsayımı sağlamaz.

### 2.2.3 Kesim inceliği

Son olarak kabul edilen en önemli varsayımlardan biri kesim inceliğinin parça boyutunu etkilemeyecek kadar ince olmasıdır. Bu varsayıma göre bir kesme

probleminde ana malzemedeki parçaların elde edilmesi için kullanılan kesimin kalınlığı ihmal edilebilecek kadar incedir.



Şekil 2.3. Kesim inceliği

### 2.3. 2B Kesme Problemlerinin Sınıflandırılması

Bu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde 2BKP'leri ve çözüm yöntemleri ele alınmıştır. Bu nedenle izleyen bölümde 2BKP'leri ile ilgili bilgiler verilerek devam edilecektir.

2BKP'leri kullanılan kesim yönteminden, parçaların yerleşimlerine kadar bir çok farklı özelliğe göre sınıflandırılır. Bazı sınıflandırma yöntemleri şu şekildedir:

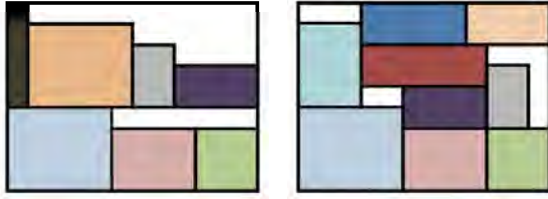
- Kesim yöntemine göre
- Parçanın yerleşimine göre
- Giyotin kesimde kullanılan aşama sayısına göre
- Ana malzeme çeşit sayısına göre

#### 2.3.1 Kesim yöntemine göre

2BKP'leri parçanın ana malzemedeki kesim yöntemine göre 2'ye ayrılmaktadır.

- **Giyotin kesim:** Parçaların kesilmesi amacıyla ana malzemede kullanılan kesim, ana malzemenin bir kenarından başlayıp diğer kenarına kadar devam ediyorsa giyotin kesim olarak adlandırılır. Giyotin kesim, endüstride kesim kısıtı bulunan, sacların kesilmesi gibi işlemlerde kullanılmaktadır.

- **Giyotinsiz kesim:** Bu kesim yönteminde kesimler ana malzemenin bir kenarından başlayıp diğerine kadar gitmek zorunda değildir. Kesim bir parçanın son noktasında da bitebilir.



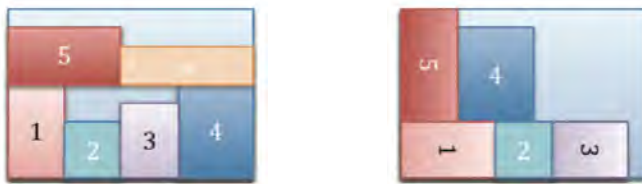
Şekil 2.4. Giyotin kesim(solda) ve giyotinsiz kesim(sağda)

Şekil (2.4)'de görüldüğü gibi giyotin kesimde ana malzemenin bir kenarından başlayan kesim ulaştığı son noktaya kadar devam etmektedir. Giyotinsiz kesimde ise bu şekilde bir kısıtlama yoktur.

### 2.3.2 Parçanın yerleşimine göre

Parçaların ana malzeme üzerinde yerleşim alternatiflerine göre 2BKP'leri ikiye ayrılır.

- **Sabit yerleşim ile kesim:** Bu kesim yöntemine göre parçalar ana malzemeden sabit bir şekil ile kesilir yani parçanın uzunluk ve genişliği her zaman aynı eksen üzerindedir.
- **Rotasyona izin verilen kesim:** Bu yöntemde ise parçaların ana malzeme üzerinde 90 derecelik rotasyonuna izin verilebilir. Parçanın uzunluk ve genişliği problemin çözümünde, başta tanımlanan eksenlerin üzerinde olmayabilir.



Şekil 2.5. Sabit yerleşim(solda) ve Rotasyon(sağda)

Şekil (2.5)'deki soldaki yerleşimde parçalar talep listesinde verildiği şekilde ana malzemeye yerleştirilirken, sağdaki rotasyona uğrayarak yerleştirilmiştir.

### 2.3.3 Giyotin kesimde kullanılan aşama sayısına göre

Parçaların elde edilmesinde kullanılan kesim sayısı problemlerin sınıflandırılmasında kullanılabilir. (Bu sınıflandırma yöntemi sadece giyotin kesimde kullanılmaktadır. Giyotinsiz kesimde, kesim sayısı kısıtlanmamaktadır.)

- **İki aşamalı kesim:** Parçaların ana malzemeden kesilmesi sırasında kullanılan kesim sayısı iki ise bu şekilde adlandırılır. Bu problem türünde ilk kesim çeşidi yatay yada dikey olarak kabul edilebilir. iki aşamalı kesim kullanılan problemlerde kesim kayıplarını ayırmak için 3. bir kesim uygulanabilir. Bu kesim ana kesimlere dahil edilmez. Bu kesime temizleme (trimming) denir.
- **Üç veya daha fazla aşamalı kesim:** Parçalar kesimi sırasında üç veya daha fazla kesim kullanılıyorsa bu şekilde adlandırılmaktadır. Üç aşamalı kesimin, temizleme ile iki aşamalı kesimden farkı bu yöntemde üçüncü kesim ile temizleme değil yeni bir parça kesimi yapılır.



Şekil 2.6. 2-aşamalı kesim(solda) ve 3-aşamalı kesim(sağda)

Şekil (2.6)'da soldaki yerleşim iki aşamalı kesimi göstermektedir. Bu yerleşimde ilk kesim yatayda kabul edilmiş ve bir kenardan başlayıp diğerine kadar devam etmiştir. İkinci kesimler dikey olarak yapılmıştır. Üçüncü bir kesim

sadece kesim kaybını ayırmak için yapılır. Soldaki yerleşimde verilen üç aşamalı kesimde ise üçüncü kesim sonucu da bir parça elde edilmiştir.

#### 2.3.4 Ana malzeme çeşit sayısına göre

Kesme problemlerinde kullanılan ana malzeme çeşit sayısı problemin türünü belirleyebilir. Ana malzeme sayısına göre kesme problemleri ikiye ayrılmaktadır.

- **Tek çeşit ana malzeme:** Bu yöntemde problemin çözümünde tek çeşit ana malzeme kullanılmaktadır. Problemin sonucunda verilen talep listesini sağlamak amacıyla kullanılacak ana malzeme sayısı belirlenir.
- **Çok çeşit ana malzeme:** Bu yöntemde ise problemin çözümünde birden fazla ana malzeme kullanılabilir. Talep listesi sağlanırken kullanılacak ana malzeme çeşitleri ve bunların sayıları belirlenir. Burada probleme ana malzeme seçim problemi de eklenmiş olur.

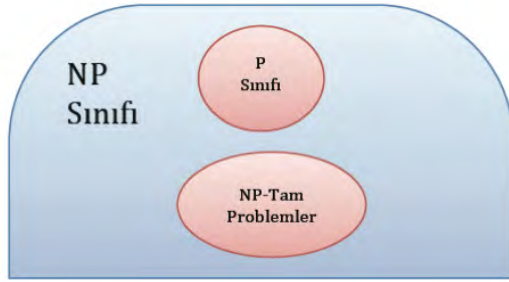
2BKP'leri tanımlanırken, yukarıda belirtilen sınıflandırmalar kullanılmaktadır. Örneğin; iki boyutlu sabit yerleşimli iki aşamalı giyotin kesme problemi “2BS2GKP” olarak kısaltılmaktadır. Bir diğer örnekte de iki boyutlu rotasyona izin verilen birden fazla ana malzeme çeşidi ile kesme problemi “2BRÇKP” olarak kısaltılmıştır.

#### 2.4. Kesme Problemlerinin Karmaşıklığı

Bir problemin karmaşıklığı, o problemi çözebilen en iyi algoritmanın karmaşıklığına eşittir. Bir problem eğer polinom zamanlı bir algoritma ile çözülebiliyor ise genel tabirle kolay kabul edilir. Eğer o problemi çözen polinom zamanlı bir algoritma yoksa zordur. Hesaplama teorisinin önemli bir yönü de problemleri karmaşıklık sınıflarına göre kategorize etmektir. Bir karmaşıklık sınıfı, verilen bir hesaplama kaynağı belli bir miktarı ile çözülebilen tüm problemler kümesini temsil etmektedir. Bu tanımlamaya göre iki önemli problem sınıfı bulunmaktadır: P ve NP [12].

**P karmaşıklık sınıfı**, polinom zaman içerisinde deterministik bir makine tarafından çözülebilen tüm karar problemleri kümesini temsil eder. Bir karar problemi için bir algoritma,  $n$  girdi örneğinin boyutunu temsil ederken, en kötü (worst case) karmaşıklığı,  $P(n)$  ile sınırlandırılıyorsa polinom olarak tanımlanır. Yani  $P$  sınıfı, bir problem kümesini çözmek için polinom zamanlı algoritma olduğunda, o problem ailesini temsil eder [12].

**NP karmaşıklık sınıfı**, polinom zaman içerisinde deterministik olmayan bir makine tarafından çözülebilen tüm karar problemleri kümesini temsil eder. Deterministik olmayan bir algoritma bir ya da daha fazla seçim noktası içermektedir. Bu seçim noktalarının hangisinin seçileceğine dair bir yöntem içermeyen bir çok farklı devam yada sonuç mümkündür [12].



Şekil 2.7. Karmaşıklık sınıfları [12]

$P=NP$  sorusu, hesaplamalı karmaşıklık teorisi üzerinde cevabın geniş bir etkisi olmasından dolayı, en önemli açık sorulardan biridir. Açık bir şekilde  $P$  içerisindeki her bir problem için deterministik olamayan bir algoritma bulunmaktadır. Yani  $P \subseteq NP$ . Ancak  $P \subset NP$  varsayımı hala açık bir sorudur [12].

$A \in NP$  karar problemi için, eğer  $NP$  sınıfının tüm diğer problemleri polinom zamanda  $A$  problemine indirgenebiliyorsa,  $NP$ -tam olarak tanımlanır. Eğer bir  $NP$ -tam problemini çözmek için polinom zamanlı deterministik bir algoritma mevcutsa,  $NP$  sınıfının tüm problemleri polinom zamanlı çözülebilir [12].

$NP$ -zor problemler ise  $NP$ -tam problemleri ile ilişkilendirilen optimizasyon problemleridir. Gerçek hayat problemlerinin bir çoğu, kanıtlanmış



etkin algoritmalar mevcut olmadığı için *NP-zor*'dur. Optimal çözümleri için üssel zaman gerekmektedir. Metasezgiseller bu problem sınıfına önemli bir alternatif çözüm yöntemi sunmaktadır [12].

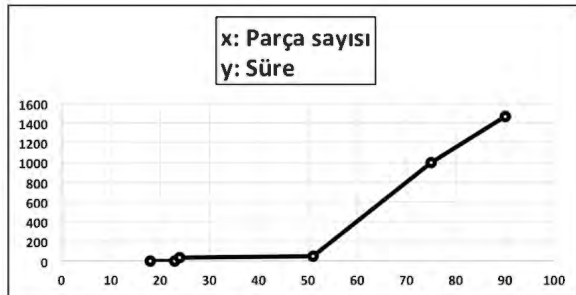
Bu çalışmada ele aldığımız kesme problemleri endüstride sıklıkla karşılaşılan gerçek hayat problemleridir. Problemlerin çözümleri için geliştirilmiş etkin algoritmalar bulunmamaktadır. Bu sebeple 2BKP'leri *NP-zor* problemler olarak tanımlanmıştır [1].



Şekil 2.8. Parça sayısı-Karar değişkeni grafiği



Şekil 2.9. Parça sayısı-Kısıt grafiği



Şekil 2.10. Parça sayısı-Süre grafiği

2B2GKP için geliştirilen bir matematiksel model tek ana malzeme için, çeşitli parça büyüklüklerine göre karar değişkeni sayısı , kısıt sayısı ve çözüm süresi olarak incelenmiştir. Parça büyüklükleri 18, 23, 24, 51, 75 ve 90 olan 6 problem ele alınmıştır. Şekil (2.8)'de parça sayısı karar değişkeni sayısı arasındaki ilişki verilmiştir. Parça sayısı 18 olan problem için karar değişkeni sayısı 3430 iken 90 parçalık problemin karar değişkeni sayısı 327640'tır. 51 parçaya kadar karar değişkeni sayısı 5000'in altında kalırken 51 parçadan sonra hızlı bir artış görülmektedir. Aynı durum şekil (2.9) ile (2.10)'de görüldüğü gibi kısıt sayısı ve problem çözüm süresinde de görülmüştür.

### 3. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçim problemleri için geliştirilmiş çeşitli çözüm yaklaşımlarından bahsedilecektir. 2BKP'leri için geliştirilmiş çözüm yöntemleri üç başlık altında toplanabilir. Bunlar, kesin çözüm yöntemleri, metasezgiseller ve sezgisellerdir.

İlerleyen alt bölümlerde bu üç yaklaşım hakkında detaylı bilgiler verilmektedir.

#### 3.1. Kesin Çözüm Yöntemleri

Kesin çözüm yöntemleri, iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçim problemleri için geliştirilen ve problemin en iyi çözümünü elde etmeyi amaçlayan matematiksel modellerdir. Literatür araştırması bölümünde 2BKP'leri için daha önce geliştirilen bazı matematiksel modellerden bahsedilmiştir [1], [5], [8], [10].

Literatürde kesme problemleri için geliştirilmiş ilk model, problemin çözümünü elde etmek için kesme planlarının parametre olarak kullanıldığı modeldir. Önerilen karma tamsayılı matematiksel modelde, kesme planları model için önceden türetilmektedir. Daha sonra kesme planlarının kullanılma sayısına bağlı olan bir karar değişkeni ile problemin en iyi çözümüne ulaşılır. Bu probleme ait matematiksel model şu şekildedir:

Karar değişkenleri;

$x_j$ : *j. kesme planından uygulanma sayısı (adet)*

Parametreler;

$a_{ij}$ : *j. kesme planında bulunan i. ürün miktarı*

$d_i$ : *i. ürünün talep miktarı*

$c_j$ : *j. kesme planının fire miktarı*

$$\sum_j a_{ij}x_j \geq d_i \quad \forall i \quad (3.1)$$

$$x_j > 0 \text{ ve tamsayı} \quad (3.2)$$

$$\text{enk } Z = \sum_j c_j x_j \quad (3.3)$$

Yukarıda verilen model için talep listesi arttığında oluşturulacak kesme planlarının sayısı da artacak ve her bir kesme planının türetilmesi zorlaşacaktır. Bu nedenle verilen matematiksel modelin çözümü için sütun geliştirme yöntemi geliştirilmiştir.

Kesme problemleri gibi birçok kombinatorik optimizasyon probleminin çözümü, içerdiği büyük sayılarda ki karar değişkenleri nedeniyle oldukça zor hale gelebilir. Genellikle her bir değişken bir aktiviteyi temsil ederken, oluşan zorluk, kombinatorik kısıtları sağlayan ve birbiriyle yarışan çok sayıda değişkenin var olmasıdır. Doğrusal programlama modellerini simpleks algoritmasında ile çözerken, eldeki çözümü iyileştiren bir temel dışı karar değişkeninin temele girmesi gerektiği bir aşamaya gelinmektedir(pricing out). Bu aşamada çok sayıda sütun ile beraber işlem yaparak en iyiyi belirlemek yerine, yardımcı bir problem çözülerek en iyi aday oluşturulabilir. Kesme problemlerinde bu yardımcı problem sırt çantası problem şeklinde modellenebilir ve bu problem bir çok farklı yöntem ile çözülebilmektedir. [4]

Sütun geliştirme yöntemi, kesme problem için oluşturulan bir önceki bölümde belirtilen ve kesme planlarının kullanıldığı ana model ile başlar. Eldeki problemi çözen başlangıç bir çözüm, sezgisel olarak bulunduktan sonra her bir aşamada eldeki çözümü iyileştiren temel dışı değişkenlerin temele girmesi amaçlanır. Temel dışı değişkenlerin indirgenmiş maliyetleri hesaplanırken, problemin tüm temel dışı değişken sütunları üzerinde işlem yapmak yerine, en büyük indirgenmiş maliyete sahip temel dışı değişkeni bulmak amacıyla yardımcı (slave) problem oluşturulur. Bu problem sırt çantası problemi şeklinde formüle edilerek temele girecek temel dışı değişken belirlenir.

## 3.2. Metasezgiseller

Metasezgiseller, zor ve karmaşık problemleri kabul edilir bir süre içerisinde çözerek iyi çözümler üretirler. Bu nedenle metasezgiseller yıllar içerisinde daha çok tercih edilir hale gelmişlerdir. Kesim çözüm yöntemlerinin aksine metasezgiseller, elde edilen çözümün en iyiliğini garanti etmez ve yaklaşım(approximation) algoritmalarının aksine elde edilen çözümün en iyi çözüme ne kadar yakın olduğunu tanımlamazlar. Bu bölümde üç farklı metasezgisel ele alınıp incelenecektir. Bu metasezgiseller; Tavlama benzetimi, Yasaklı arama ve Genetik algoritmadır.

### 3.2.1 Tavlama benzetimi

Tavlama benzetimi, S. Kirkpatrick vd [13]ve V. Cerny [14] tarafından çeşitli optimizasyon problemlerine uygulanmıştır. 1980'li yıllarda tavlama benzetimi kombinatorik optimizasyon problemlerini çözmekteki etkinliği ve basitliğinden dolayı sezgisel arama alanında büyük bir etki bırakmıştır.

Tavlama benzetimi, güçlü bir kristal yapı elde etmek için maddenin önce ısıtılıp daha sonra yavaşça soğutulduğu, istatistiksel mekanik prensibine dayanmaktadır. Yapının gücü metalin soğuma oranına bağlıdır. Eğer başlangıç sıcaklığı yeterince yüksek değilse yada hızlı bir soğuma çizelgesi uygulanıyorsa kusurlar oluşmaktadır. Bu durumda soğuyan katı her sıcaklık seviyesinde temel dengeye ulaşamaz. Güçlü kristaller dikkatli ve yavaş bir soğuma ile elde edilebilir [12].

Tavlama benzetiminde amaç, yerel en iyiden kaçmak ve bütünsel en iyiye erken yakınsamayı geciktirmektir. Tavlama benzetimi, arama sırasında herhangi bir bilgi saklamadığı için hafızasız bir algoritmadır. Bir başlangıç çözümden başlayarak bir çok iterasyon boyunca ilerler. Her iterasyonda, bir komşu çözüm oluşturulur. Maliyet fonksiyonunu iyileştirebilen değişimler her zaman kabul edilir. Diğer durumda ise, komşu çözümün seçilme şansı, o anki sıcaklığa ve amaç fonksiyonu artışına bağlıdır.  $\Delta E$ ; eldeki çözüm ile oluşturulan komşu çözümün amaç fonksiyonu farkını temsil etmektedir. Algoritma ilerledikçe amaç

fonksiyonunu iyileştirmeyen değişimlerin kabul edilme olasılığı azalır. Bu olasılık Boltzmann dağılımı ile şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$P(\Delta E, T) = e^{-\frac{f(s')-f(s)}{T}}$$

Belirli bir sıcaklıkta bir çok değişim yapılır. Denge durumuna ulaşınca, sıcak dereceli olarak azaltılır. Azalma belirli bir soğuma çizelgesine göre yapılır. Arama sürecini, sıcaklık ve her bir sıcaklıkta gerçekleştirilecek iterasyon sayısı olmak üzere çok az parametre kontrol eder. [12]

Tekli metasezgiseller için yaygın tasarım kriterleri olan komşuluk tanımı ve başlangıç çözümün oluşturulması dışında tavlama benzetimine özgü diğer tasarım konuları; kabul olasılık fonksiyonu ve soğuma çizelgesidir.

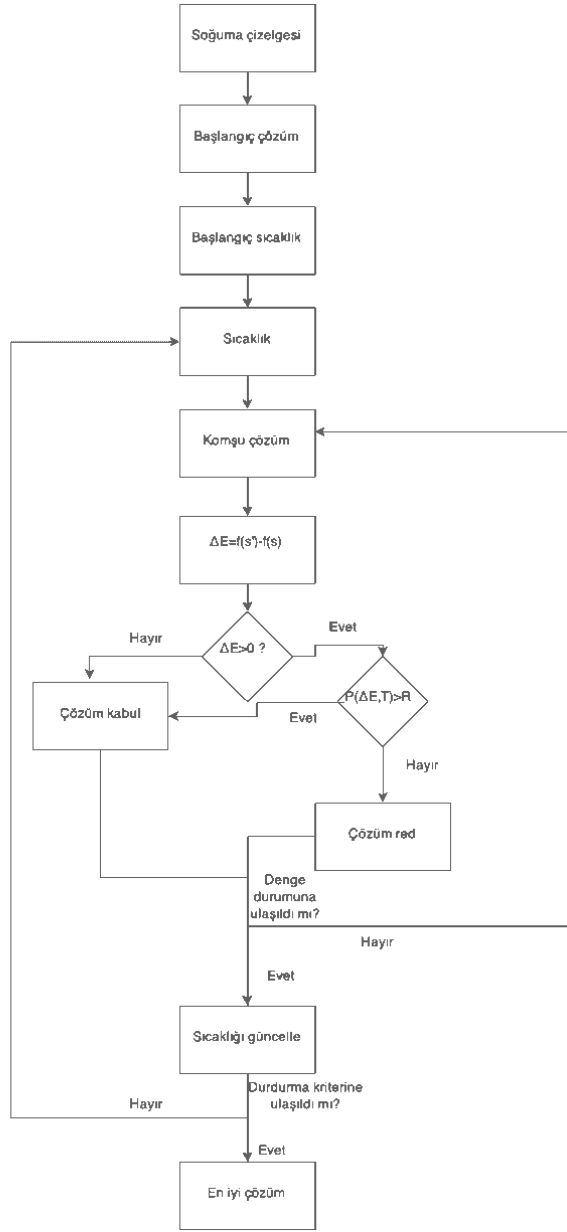
- **Değişim kabulü:** Sistem, yerel en iyiden kötü bir çözümün kabul olasılığına bağlı olarak kaçır. Kötü çözümün kabul olasılığı  $T$  sıcaklığıyla doğru, amaç fonksiyonu değişim miktarıyla ters orantılıdır. Kötü bir çözümün kabul olasılığı;

$$P(\Delta E, T) = \exp\left(-\frac{\delta E}{kT}\right) > R$$

Yüksek sıcaklıkta, kötü çözüm türeten değişim kabul edilme olasılığı yüksektir. Eğer  $T = \infty$  ise tüm değişimler kabul edilir. Düşük sıcaklıkta kötü çözümlerin kabul edilme olasılığı azalır. Eğer  $T = 0$  ise hiçbir kötü çözüm kabul edilemez.

- **Soğuma çizelgesi:** Soğuma çizelgesi algoritmanın her adımı için sıcaklığı tanımlar. Tavlama benzetimi performansı, soğuma çizelgesine seçimine karşı oldukça hassastır.
  - Başlangıç sıcaklık; başlangıç sıcaklık rassal aramaya dönüşecek şekilde çok yüksek olmamalıdır, ancak komşuluğu araştırarak değişimlere izin verecek değişimlere izin verecek kadar yüksel olmalıdır.
  - Denge durumu; Denge durumuna ulaşmak için her sıcaklıkta yeterli sayıda değişim yapılmalıdır. İterasyon sayısı problemin boyutuna ve olası komşuluk sayısına göre belirlenmelidir.

- Soğuma; Eğer sıcaklık yavaş azalır ise daha iyi sonuçlar elde edilebilir ancak yüksek hesaplama zamanı gerekir. Bir çok soğutma formülasyonu bulunmaktadır; lineer, geometrik, logaritmik vb.
- Durdurma kriteri; durdurma kriteri olarak teoride son sıcaklık  $O$  kabul edilir. Pratikte farklı durdurma kriterleri kullanılabilir. Maksimum iterasyon sayısı gibi.



Şekil 3.1. Tavlama benzetimi genel akış şeması

Tavlama benzetimi algoritmasının genel akış şeması şekil (3.1)'de verilmiştir. Algoritma soğuma çizelgesinin, başlangıç çözümün ve başlangıç sıcaklığın belirlenmesi ile başlamaktadır. Durdurma kriterine ulaşıldığında eldeki en iyi çözümün bulunmasıyla son bulmaktadır.

### 3.2.2 Yasaklı arama

Yasaklı arama Glover [15] tarafından öne sürülmüştür. 1990'lı yıllarda yasaklı arama algoritması optimizasyon problemlerinin çözümü için oldukça popüler hale gelmiştir. Arama sürecine ilişkin bilgiyi depolayan hafıza kullanımı, yasaklı aramanın en önemli özelliklerinden biridir.

Yasaklı arama hızlı bir yerel arama gibi davranmaktadır, ancak tüm komşu çözümler daha kötü iken yerel en iyiden çıkmak için kötü çözümleri de kabul eder. Genellikle tüm komşuluklar deterministik bir şekilde incelenir. Yerel aramada olduğu gibi daha iyi bir komşu çözüm bulunduğunda eldeki çözüm ile değiştirilir. Yerel en iyiye ulaşıldığında, arama eldeki çözümden daha kötü bir adayın seçilmesiyle devam eder.

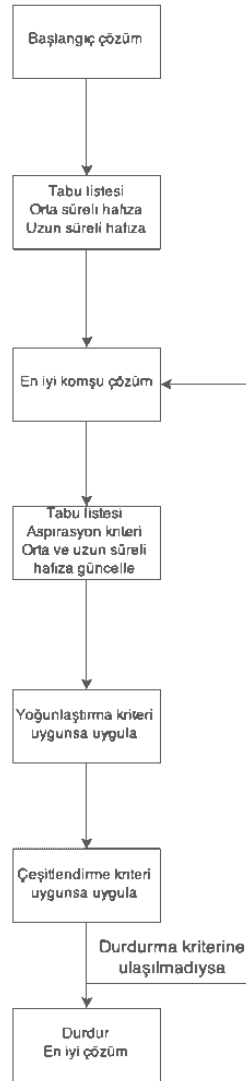
Yasaklı arama komşulukların dinamik değişimi olarak görülebilir. Bu süreç çevrimler yaratabilir, yani önceki çözümler tekrar seçilebilir. Çevrimlerden kaçınmak için yasaklı arama daha önce ziyaret edilmiş komşuları dışarıda tutar. Yasaklı arama daha önce uygulanmış çözümlerin yada değişimlerin hafızasını tabu listesi denilen bir listede tutar. Bu tabu listesi, kısa süreli hafızayı saklar. Her bir iterasyonda kısa süreli hafıza güncellenir. Ziyaret edilen tüm çözümlerin depolanması zaman ve hafızayı fazlasıyla harcamaktadır. Oluşturulan bir çözüm ziyaret edilen tüm çözümlerin listesine ait değilse kontrol edilir. Tabu listesi genellikle sabit sayıda tabu hareketi saklar ve tabu listesinde hareketlerin özellikleri saklanmaktadır.

Çözüm ya da değişim özellikleri konsepti tabu listesine dahil edilerek, arama hafızası hakkında bazı bilgiler kaydedilebilir ve henüz oluşturulmamış çözümler reddedilebilir. Bu durumda tabu listesi çok kısıtlayıcı olabilir, yani henüz oluşturulmayan bir çözüm yasaklanabilir. Ancak aspirasyon kriteri olarak adlandırılan bazı şartlar ile tabu çözümler de kabul edilebilir.



Aramanın yoğunlaştırılması ve çeşitlendirilmesi ile ilgilenen bazı ileri teknikler şu şekildedir:

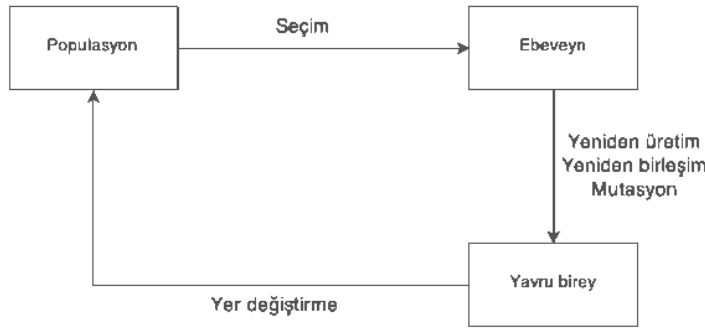
- **Yoğunlaştırma (Orta süreli hafıza):** Orta süreli hafıza, arama süresince bulunan elit(en iyi) çözümleri saklamaktadır. Bu durumdaki temeldeki mantık, elit çözümler kümesinin özelliklerine öncelik vermektir. Arama bu özellikler dikkate alınarak yanlı şekilde gerçekleşir.
- **Çeşitlendirme (Uzun süreli hafıza):** Uzun süreli hafıza arama boyunca ziyaret edilen çözümlerin bilgisini saklar ve bu şekilde çözüm uzayının ziyaret edilmemiş yerlerini arar. Örneğin, elit çözümlerin özelliklerini dikkate almaz ve arama uzayının diğer alanlarını arayarak çeşitlendirir.



Şekil 3.2. Yasaklı arama genel akış şeması

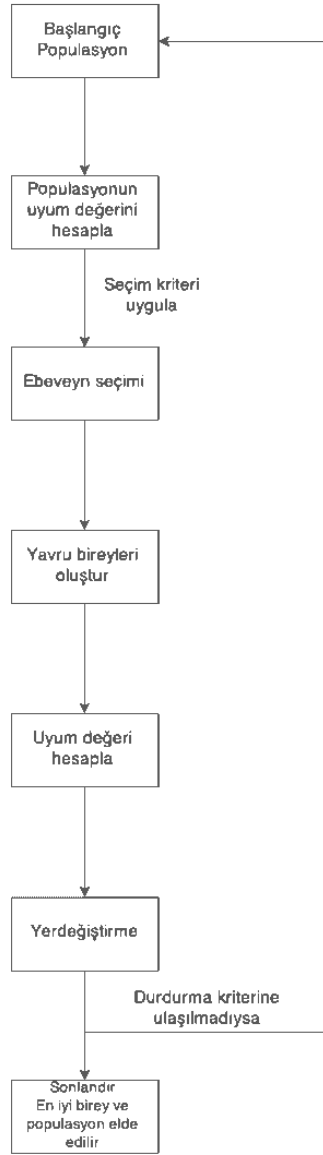
### 3.2.3 Genetik algoritma

Genetik algoritma J. Holland tarafından 1970'lerde (Michigan Üniversitesi, ABD) doğal sistemlerin adaptif süreçlerini anlayabilmek amacıyla geliştirilmiştir. Daha sonra 1980'lerde optimizasyon problemlerine uygulanmıştır [16], [17]. Genetik algoritma; evrimsel stratejiler, evrimsel programlama ve genetik programlama ile birlikte evrimsel algoritmalar başlığı altında incelenmektedir.



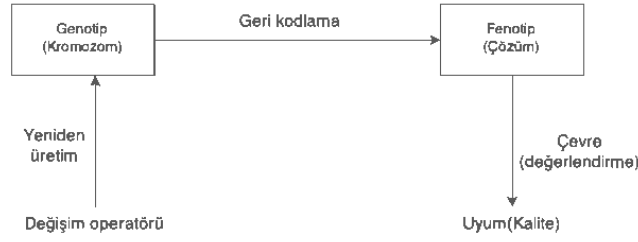
Şekil 3.3. Genetik algoritma temsil

Genetik algoritma, bir çok gerçek ve karmaşık probleme uygulanmış stokastik ve popülasyon temelli bir metasezgiseldir. Genetik algoritma yarışma kavramına dayanmaktadır. Bireylerin oluşturduğu bir popülasyonun evrimini temel edinmektedir. Başlangıçta popülasyon genellikle rassal bir şekilde oluşturulur. Popülasyondaki her bir birey bir çözüme karşı gelen kod ile temsil edilir. Her bir bireyin problemin çözümüne uygunluğu bir amaç fonksiyonu ile ilişkilendirilir. Her bir aşamada bireyler, daha iyi uyuma sahip bireylerin daha yüksek olasılık ile seçilmesine dayanan bir yaklaşım ile ebeveynlerden seçilir. Daha sonra seçilen bireyler, çeşitli operatörler ile yeni yavru bireylerin oluşturulması için kullanılır. En sonunda, popülasyondaki ebeveynler ile yavru bireylerden hangilerinin saklanacağını belirleyen bir değiştirme prosedürü uygulanır.



**Şekil 3.4.** Genetik algoritma genel akış şeması

Genetik algorithmada genotip, kodlanmış dizilimi temsil ederken, fenotip çözümü temsil eder. Değiştirme operatörleri genotip üzerinde işlem yaparken, uyum fonksiyonu genotip ile ilişkilendirilmiş fenotipi kullanmaktadır. Bir bireyin uyumu, bireyin kendi çevresinde hayatta kalabilme yeteneğini ölçmektedir. Genotipi, fenotipi dönüştürme için çözümlenme(decode) fonksiyonu kullanılır.



Şekil 3.5. Genetik algoritma süreci

Genetik algoritmanın genel süreci şekil (3.5)'de verilmiştir.

### Genetik algortmada genel kavramlar

- **Temsil:** Bu kavram tüm metasezgiseller için kullanılmaktadır. Genetik algortmada kodlanmış çözüm *kromozom* olarak tanımlanırken, bir çözümdeki karar değişkenleri *gen* olarak adlandırılır. Değişkenlerin (genlerin) olası değerlerine de *allel* denmektedir. Farklı temsil şekilleri bulunmaktadır. Bunlardan biri 0-1 tamsayı gösterimidir. Bir diğeri de permütasyon şeklindeki gösterimdir.
- **Popülasyonun başlatılması:** Genetik algortma popülasyon temelli bir metasezgiseldir. Algoritmanın başlangıcında daha önceden belirlenmiş sayıda birey üretilerek popülasyon oluşturulur. Popülasyon içerisinde bireyler, rassal olarak oluşturulabilir.
- **Amaç fonksiyonu:** Amaç fonksiyonu, popülasyondaki bireylerin uyumunu gösterir. Uyum gücü bir fonksiyon ile hesaplanarak bireyin popülasyon içerisindeki yeri belirlenir.
- **Seçim Stratejisi:** Popülasyondaki bireyler uyum değerlerine göre sıralandıktan sonra ebeveynlerin bu bireylerden seçilmesi için çeşitli seçim yöntemleri uygulanmaktadır. Bireylerin seçim şansı eşit olabileceği gibi uyum değerine göre hesaplanan bir olasılığa bağlı da olabilir.

- **Yeniden üretim stratejisi:** Bir sonraki aşamada seçilen ebeveynlerden yavrular oluşturulur. Yeniden üretim stratejisi olarak çeşitli çaprazlama operatörleri kullanılabilir.
- **Yer değiştirme stratejisi:** Yeniden değiştirme stratejisi olarak oluşturulan yavru bireyler, popülasyondaki bazı bireyler ile değiştirilerek bir sonraki nesil oluşturulur.
- **Durdurma kriteri:** Son olarak algoritmanın sonlandırılması için durdurma kriteri uygulanır. Önceden belirlenmiş nesil sayısı, durdurma kriteri olarak kullanılan yaygın bir yaklaşımdır.

### Seçim Metotları

Seçim mekanizmaları genetik algoritmada temel arama bileşenlerinden biridir. Seçim metotlarının temel prensibi “Bir birey, ne kadar iyi ise ebeveyn olma şansı o kadar yüksektir.” Bu tarz bir seçim baskısı popülasyonu daha iyi çözümlere yönlendirir. Ancak en kötü bireyler dışlanmamalıdır ve seçilme şansları olmalıdır. Bu durum faydalı genetik malzemenin elde edilmesinde yardımcı olabilir.

Seçim stratejisi, eşleşme için hangi bireylerin seçilmesi gerektiğini ve kaç yavru bireyin üretilmesi gerektiğini belirler. Genetik algoritmada bireylere uyum ataması iki farklı yol ile yapılabilir.

- Oransal uyum atamasında mutlak uyum, bireylerle ilişkilendirilir.
- Rank-bazlı uyum atamasında göreceli uyum, bireylerle ilişkilendirilir. Örneğin, popülasyondaki bireylere uyum değerine göre bir sıra atanabilir.

Daha sonra ebeveynler uyum değerlerine göre çeşitli yaklaşımlar kullanılır. Bu yaklaşımlar;

- Rulet tekeri seçimi
- Stokastik evrensel örnekleme
- Turnuva seçimi
- Rank-bazlı seçim

## Yeniden üretim

Bireylerin seçimi tamamlanınca, mutasyon ve çaprazlama gibi değişim operatörlerinin uygulaması olan yeniden üretim aşaması başlamaktadır.

**a) Mutasyon:** Mutasyon operatörleri tek bir birey üzerinde işlem yapan tekli operatörlerdir. Mutasyonlar popülasyondaki seçilen bireylerin küçük değişimlerini temsil eder.  $p_m$  olasılığı, kodlanmış temsildeki her bir elementin mutasyona uğrama olasılığını tanımlar. 0-1 tamsayılı kodlanmış temsilde genelde kullanılan operatör dönüşümdür(flip). Permütasyon bazlı kodlanmış temsilde kullanılan bazı operatörler değişim(swap), aradan çıkarma(inversion) ve araya yerleştirme(insertion) operatörleridir.

**b) Çaprazlama:** Tekli operatörlerin aksine çaprazlama operatörü ikili yada çokludur. Çaprazlama operatörlerinin rolü yeni yavru bireyler oluşturulurken ebeveynlerin bazı karakteristiklerinin aktarılmasıdır. Mutasyon operatörlerinde olduğu gibi çaprazlama operatörlerinin tasarımı kullanılan temsil yöntemine bağlıdır. Kullanılan bazı çaprazlama operatörleri sıralı çaprazlama, parçalı haritalanmış çaprazlama, iki noktada çaprazlama gibidir.

## Değiştirme stratejileri

Değiştirme aşaması hem ebeveynin hem de yavru bireyin hayatta kalma seçimi ile ilgilendir. Popülasyonun boyutu sabit olduğundan, verilen bir seçim stratejisine göre bireylerin eksiltilmesine izin verir. Kullanılan bazı değiştirme stratejileri şu şekildedir:

**Nesilsel değişim:** Değişim tüm popülasyonu ilgilendirir. Yavru popülasyon, ebeveyn popülasyon ile sistematik olarak değiştirilir.

**Sabit durum değişimi:** Genetik algoritmanın her neslinde, sadece bir yavru birey üretilir. Örneğin, bu birey ebeveyn popülasyonunun en kötü bireyi ile değiştirilir.

### 3.3. Sezgisel Yöntemler

Sezgisel yöntemler; probleme özgü olarak oluşturulan, problemin en iyi çözümünü garanti etmeyen ancak kısa sürede iyi çözümler verebilen yöntemlerdir. Sezgisel yöntemlerin, metasezgisel yöntemlerden farkı; metasezgiseller küçük modifikasyonlarla her tür probleme uygulanabilir iken sezgisel yöntemler bir problem türüne özgüdür ve ancak o problemi çözmek amacıyla kullanılabilir.

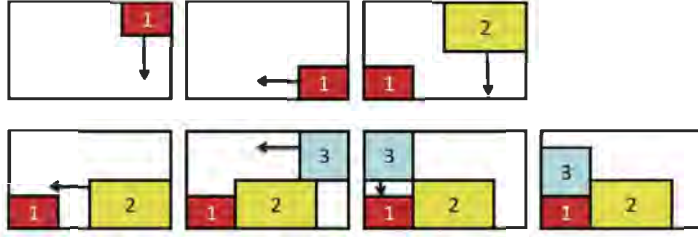
Sezgisel yöntemlerin, metasezgiseller ile bağlantılı olduğu bir durum; sezgisel yöntemler, metasezgiseller için başlangıç çözüm oluşturmak için veya çözümlerin çözümlenmesinde kullanılabilir. Örneğin 2BKP'lerinde sezgisel yöntemler, parçaların ana malzemelere yerleştirme şeklini belirleyen yerleştirme prosedürü olarak kullanılır. Bu şekilde metasezgiselin vazgeçilmez bir parçası haline gelir.

Literatürde 2BKP'leri için geliştirilen bir çok sezgisel yöntem bulunmaktadır. Bu bölümde literatürde yer alan çeşitli sezgisel yöntemlerden bahsedilmiştir. Yöntemler küçük örnekler yardımı ile şekiller üzerinde gösterilmiştir.

#### 3.3.1 Dip-sol sezgiseli

Dip-sol(Bottom-left) sezgiseli, literatürde en fazla kullanılan yerleştirme sezgisellerinden biridir. Göreceli olarak kolay bir kullanıma sahip olması, bu sezgiselin yaygın olmasının sebeplerindedir. Bu sezgiselde parçalar, ana malzemenin sağ-üst köşesine koyulur ve gidebildiği son noktaya kadar aşağıya doğru itilir. Daha sonra ulaştıkları noktadan mümkün olduğunca sola kaydırılır. Parça geldiği noktadan itibaren, aşağı ve sol döngüsü tekrar edilir. Parçanın daha fazla hareket edemediği son noktaya ulaşıldığında, diğer parçaya geçilir. Eğer bir parça, ana malzemeye sağ-üst köşeden sığmaz ise parça listesinden çıkarılır ve sıradaki diğer parçaya geçilir.

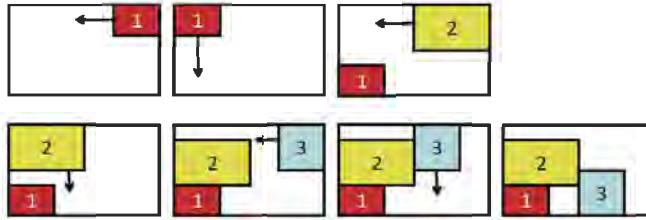
Şekil (3.6)'da dip-sol sezgiselinin bir uygulaması verilmiştir.



Şekil 3.6. Dip-sol sezgiseli yerleşimi

### 3.3.2 Sol-dip sezgiseli

Sol-dip(Left-bottom) sezgiseli, literatürde dip-sol sezgiseli ile birlikte yaygın olarak kullanılan sezgisellerin bir diğeridir. Yerleştirme algoritması olarak dip-sol sezgiseli gibi çalışmaktadır. Ancak parça ilk önce aşağıya doğru değil sola doğru kaydırılır ve parçanın daha fazla hareket edemediği son noktaya kadar bu döngü devam ettirilir.



Şekil 3.7. Sol-dip sezgiseli yerleşimi

Şekil (3.7)'de bu sezgiselin bir uygulaması verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi “Dip-sol” ve “Sol-dip” sezgiselleri birbirine benzer olmasına rağmen farklı sonuçlar elde edilebilir.



### 3.3.3 Fark süreci sezgiseli

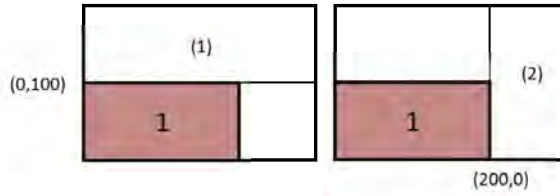
Fark süreci sezgiseli [8] parçaları ana malzemeye yerleştirirken, ana malzeme üzerindeki boş alanları göz önüne almaktadır. Başlangıçta sadece bir alan vardır. Dip-sol köşe orijin kabul edilmektedir. İlk parça yerleştirildikten sonra genellikle 2 alan oluşur. Daha sonra alanların, dip-sol köşeleri ile orijin arasındaki uzaklıklar hesaplanır ve yeni parça bu uzaklıklara göre orijine en yakın yere yerleştirilir. Her yeni parça yerleştirildiğinde yeni alanlar yaratılır. Daha sonra yine uzaklıklar hesaplanır.

Örneğin genişliği 300 br, yüksekliği 200 br olan bir ana malzemeye aşağıda verilen 5 parçanın fark süreci sezgiseli ile yerleştirilmesini gerçekleştirelim.

Parça	$w$	$h$
1	200	100
2	100	50
3	100	100
4	110	60
5	100	120

Adım-1:

1. parça ana malzemenin sol-dip köşesine yerleştirilir. Böylece sol-dip koordinatları  $(200,0)$  ve  $(0,100)$  olan 2 adet alan oluşturulur: şekil (3.8).

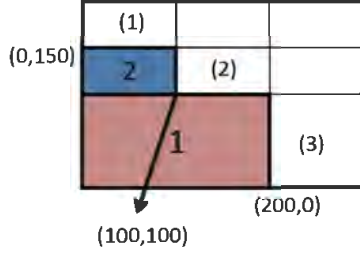


Şekil 3.8. Fark süreci: Adım-1

Adım-2:

2. parçanın ana malzeme üzerindeki 2 adet alandan hangisine yerleştirileceğini belirleme üzere alanların sol-dip köşelerinin orijine olan uzaklıkları belirlenir. Daha yakın olan alan seçilir. İlk alanın orijine olan uzaklığı 100 br, ikinci alanın

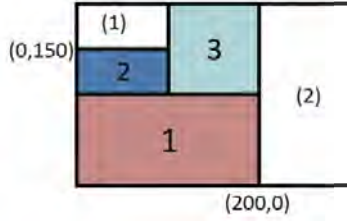
orijine olan uzaklığı ise 200 br'dir. Buna göre 2. parça ilk alan yerleştirilir. 2. parçanın yerleştirilmesiyle 3 adet alan oluşmuş olur. Alanların köşe koordinatları (0,150), (100,100) ve (200,0) olur: şekil (3.9).



**Şekil 3.9.** Fark süreci: Adım-2

Adım-3:

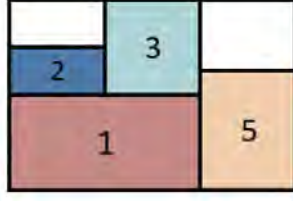
Alanların köşe koordinatlarının orjine olan uzaklıkları sırasıyla; 150 br,  $100\sqrt{2}$  br ve 200 br'dir. 3. parça 2. alana yerleştirilir. Bunun sonucunda köşe koordinatları (0,150) ve (200,0) olan 2 alan oluşur. şekil: (3.10).



**Şekil 3.10.** Fark süreci: Adım-3

Adım-4:

4. parça bu alanların her ikisine de boyut olarak sığmadığı için listeden çıkarılır ve bir sonraki parça işleme alınır. 5. parça ilk alana boyut olarak sığmadığından sezgisel uygulanmadan 2. alana yerleştirilir. Son yerleşim planı şekil (3.11)'de görüldüğü gibi oluşur.



Şekil 3.11. Fark süreci: Adım-4

### Yapıcı sezgisel

Yapıcı sezgisel [11] algoritmasında, parçalar vektöründeki her bir dikdörtgen parça bir uyum stratejisine göre ana malzemeye yerleştirilir. Bu sezgisele göre ana malzeme üzerindeki her bir alan 6 adet değişken ile tanımlanır. Bir  $s$  alanının en alt ve soldaki pozisyonu  $(s.x, s.y)$ 'dir.  $s$ 'in genişliği  $s.w$ , yüksekliği  $s.h$ , sol duvarındaki yüksekliği  $s.l$ , sağ duvarındaki yüksekliği ise  $s.r$ 'dir.  $S$  uygun alanlar dizisidir.  $s$  bu dizi içerisindeki en alt ve sol uygun alandır.  $vpn$  uygun alanlar sayısını gösterirken,  $f_i$ ,  $i$  parçasının  $s$  alanına göre uyum değeridir.  $minw$  en küçük genişliğe sahip parçadır. Bu parametrelere göre yerleştirme sezgiseli şu şekildedir;

$vpn \leftarrow 1; s.x \leftarrow 0; s.y \leftarrow 0; s.w \leftarrow W; s.l \leftarrow L; s.r \leftarrow L$

**while**  $s.y < L$  ve  $vpn > 0$  **do**

**if**  $s.w \geq minw$  **then**

**for** Paketlenmeyen her  $i$  parçası, **do**

$f_i \leftarrow uyum(i, s);$

En büyük uyum değerine sahip dikdörtgeni seç,  $f_r = \max f_i$

**if**  $f_r \geq 0$  **then**

**if**  $s.l \geq s.r$  **then**

$r$  dikdörtgenini sol duvarın yanına yerleştir

$S$  dizisini  $minw$  ve  $vpn$  güncelle

**else**

$r$  dikdörtgenini sağ duvarın yanına yerleştir

*S dizisini minw ve vpn güncelle*

**else**

*S dizisini minw ve vpn güncelle*

**else**

*S dizisini minw ve vpn güncelle*  
*s alanının en son noktasını bul*

Yerleştirme algoritması için parçaların uyum değerlerinin belirlenmesi sezgisel için önemlidir. Parçalar, ana malzemeye uyum değerine göre yerleştirilir. Uyum değeri şu şekilde belirlenir;

**if**  $s.l \geq s.r$  **then**

**if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l = r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 4$

**else if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l < r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 3$

**else if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l > r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 2$

**else if**  $s.w > r[i].width$  ve  $s.l = r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 1$

**else if**  $s.w > r[i].width$  ve  $s.l \geq r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 0$

**else**

$uyum \leftarrow -1$

**else**

**if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l = r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 4$

**else if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l < r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 3$

**else if**  $s.w = r[i].width$  ve  $s.l > r[i].length$  **then**

$uyum \leftarrow 2$

**else if**  $s.w > r[i].width$  ve  $s.l = r[i].length$  **then**

```

uyum ← 1
else if  $s.w > r[i].width$  ve  $s.l \geq r[i].length$  then
    uyum ← 0
else
    uyum ← -1

```

Örneğin genişliği 8 br, yüksekliği 6 br olan bir ana malzemeye aşağıda verilen parçalar yerleştirilecektir. Yapıcı sezgisel adımları kullanılarak parçaların ana malzemeye yerleşimi bulunacaktır.  $X = \{1,2,3,4,5,6\}$

İterasyon 1:

$S = \{S_1\}$ . Başlangıçta tek uygun alan bulunmaktadır.

$s.l = s.r = 6$  olduğu için parça sol duvara yerleştirilir.

$X = \{2,3,4,5,6\}$

İterasyon 2:

1. parçanın yerleştirilmesiyle 2 olası alan oluşur.  $S = \{S_1, S_2\}$ . En alt ve soldaki uygun alan  $S_2$ 'dir.  $S_2$  alanına göre her bir parçanın uyum değeri algoritmaya göre hesaplanır.

$uyum(2, S_2) = 0$ ,  $uyum(3, S_2) = 0$ ,  $uyum(4, S_2) = 0$ ,  $uyum(5, S_2) = 0$ ,

$uyum(6, S_2) = 0$ . Uyum değerleri tüm parçalar için eşit olduğu için sıradaki ilk parça ana malzemeye yerleştirilir.

Yerleştirme algoritmasına göre;

$s.l = 4 < s.r = 6$  olduğu için parça sağ duvara yerleştirilir.

$X = \{3,4,5,6\}$

İterasyon 3:

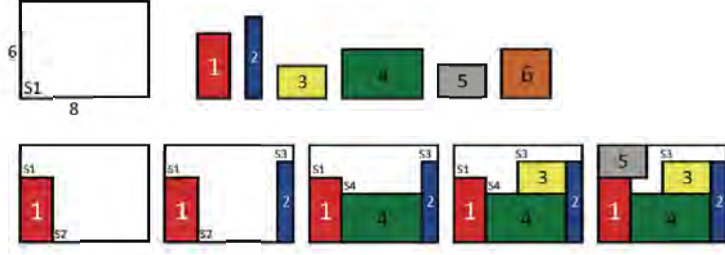
2. parçanın yerleştirilmesiyle 3 olası alan oluşur.  $S = \{S_1, S_2, S_3\}$ . En alt ve soldaki uygun alan  $S_2$ 'dir.  $S_2$  alanına göre kalan parçaların uyum değerleri şu şekildedir;

$uyum(3, S_2) = 0$ ,  $uyum(4, S_2) = 2$ ,  $uyum(5, S_2) = 0$ ,  $uyum(6, S_2) = 0$ .

Uyum değeri en büyük olan parça 4. parça olduğu için yerleştirilmek üzere seçilir.

Parçanın genişliği,  $S_2$  alanının genişliğine eşit olduğu için yerleştirme algoritmasına ihtiyaç duyulmadan parça konumlandırılır.

$$X = \{3,5,6\}$$



Şekil 3.12. Yapıcı sezgisel (constructive heuristic)

İterasyon 4:

4. parçanın yerleştirilmesiyle 3 olası alan oluşur.  $S = \{S_1, S_3, S_4\}$ . En alt ve soldaki uygun alan  $S_4$ 'dir.  $S_4$  alanına kalan parçaların uyum değerleri şu şekildedir;

$$uyum(3, S_4) = 1, \quad uyum(5, S_4) = 1, \quad uyum(6, S_4) = 0.$$

3. ve 5. parçanın uyum değerleri eşit ve diğerinden büyük olduğu için bu iki parça arasında sıralamaya göre seçim yapılır.

Yerleştirme algoritmasına göre;

$s.l = 1 < s.r = 3$  olduğu için parça sağ duvara yerleştirilir.

$$X = \{5,6\}$$

İterasyon 5:

3. parçanın yerleştirilmesiyle 3 olası alan oluşur.  $S = \{S_1, S_3, S_4\}$ . En alt ve soldaki uygun alan  $S_1$ 'dir.  $S_1$  alanına 6. parçanın yerleştirilmesi boyutları nedeniyle mümkün olmadığından 5. parça yerleştirilir. Bu şekil final yerleşim planı şekil (3.12)'de elde edilmiştir.

## 4. SKALERLEŞTİRME YÖNTEMLERİ

Skalerleştirme; çok amaçlı bir optimizasyon probleminin, gerçek değerli bir amaç fonksiyonuna sahip uygun bir skaler optimizasyon problemi ile deęiőtirilmesidir. Skaler optimizasyon teorisi oldukça geliőtmiőt olduğu için, skalerleştirme çok amaçlı optimizasyon teorisi için büyük önem taőtıymaktadır. Tek amaçlı optimizasyon problemi oluőturmanın bir yolu, bazı parametre ya da ek kısıtlar içeren skalerleştirme fonksiyonlarıdır. Çok amaçlı optimizasyon yöntemleri, farklı skalerleştirme fonksiyonlarını farklı Őekillerde ele alır.

Daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi kesme problemlerinin iki amaçlı olarak formüle edilmesi pratik anlamda çok önemlidir. Kesme problemlerinde toplam kesim kaybını enküçüklerken, aynı anda kullanılan ana malzeme çeőtıt sayısının en küçüklenmesi ana malzeme depo ve lojistik maliyetlerini azaltırken, aynı çeőtıtteki ürünlerden büyük miktarlarda satın alınması ürün fiyatlarında indirim sağlayabilir. Bu nedenle bu çalışmadaki matematiksel modeller iki amaçlı olarak ele alınmış ve problemlerin çözümünde farklı skalerleştirme yöntemleri kullanılmıştır.

Literatürde çok amaçlı optimizasyon problemlerini skalerleştirmek amacıyla kullanılan bir çok skalerleştirme yöntemi bulunmaktadır. Bu yöntemlerden bazıları; Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi, Epsilon kısıt yöntemi, Chbyshev yöntemi, Benson yöntemi, Pascoletti-Serafini yöntemi ve Konik skalerleştirme yöntemidir. Bu çalışmada iki farklı skalerleştirme yöntemi kullanılmıştır: Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ve Konik skalerleştirme yöntemi. Bu yöntemlerden bahsetmeden önce çok amaçlı optimizasyon teorisi için önemli bazı kavramlardan bahsedilecektir.

### 4.1. Genel Kavramlar ve Tanımlar

Negatif olmayan reel sayılar kümesi Şu Şekilde tanımlanmıştır;  $\mathbb{R}_+^n := \{y = (y_1, \dots, y_n) : y_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}$ , ve  $\mathbb{Y} \subset \mathbb{R}^n$  boş olmayan bir kümedir.  $\mathbb{R}^n$ 'de boş olmayan  $\mathbb{C}$  alt kümesi, eğer  $y \in \mathbb{C}$   $\lambda \geq 0 \Rightarrow \lambda y \in \mathbb{C}$  ise *koni* olarak adlandırılır.

$\mathbb{R}^n$  kümesi,  $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}^n$  şeklindeki bir koni tarafından kısmi sıralanmış kabul edilir.

**Tanım 1** [18]

- $y \in \mathbb{Y}$  noktası eğer  $(\{y\} - \mathbb{C}) \cap \mathbb{Y} = \{y\}$  ise  $\mathbb{Y}$  'nin ( $\mathbb{C}$  sıralama konisine göre) minimal noktasıdır.
- $y \in \mathbb{Y}$  noktası eğer  $(\{y\} - \text{int}(\mathbb{C})) \cap \mathbb{Y} = \emptyset$  ise zayıf minimal nokta olarak adlandırılır.
- Bir  $y \in \mathbb{Y}$  noktası eğer  $y$  noktası  $\mathbb{Y}$  'nin minimal noktası ve  $\mathbb{R}^n$  'nin sıfır noktası  $\text{cone}(\mathbb{Y}) := \{\lambda y : \lambda \geq 0, y \in \mathbb{Y}\}$  iken  $\text{cl}(\text{cone}(\mathbb{Y} + \mathbb{C} - \{y\}))$ 'nin minimal noktası ise  $\mathbb{Y}$  kümesinin Benson anlamda has minimal noktasıdır.
- $\bar{Y} \in \mathbb{Y}$  noktası, eğer  $\mathbb{C} \setminus \{\mathbf{0}_{\mathbb{R}^n}\} \subset \text{int}\mathbb{K}$  iken bir  $\mathbb{K}$  konisine göre  $\mathbb{Y}$  kümesinin minimal noktası ise Henig anlamda has minimal nokta olarak adlandırılır.

Çok amaçlı optimizasyon problemi aşağıda verilmiştir;

$$\min_{\{x \in \mathbb{X}\}} [f_1(x), \dots, f_n(x)], \quad (4.1)$$

$\mathbb{X}$  uygun çözümlerin boş olmayan bir kümesi ve  $f_i : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$  gerçek değerli fonksiyonlar olsun. Her  $x \in \mathbb{X}$  için  $f(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$  ve  $\mathbb{Y} := f(\mathbb{X})$  olsun.

**Tanım 2** [18] Eğer  $y = f(x)$  noktası  $\mathbb{Y}$  kümesinin minimal, zayıf minimal yada has minimal noktası ise bir  $x \in \mathbb{X}$  uygun çözümü, (4.1) probleminin etkin, zayıf etkin yada has etkin çözümüdür.

$\mathbb{C}$  konisi  $\mathbb{R}^n$ 'de verilsin.  $\mathbb{C}$  konisinin dual konisi  $\mathbb{C}^*$  ve quasi-iç konisi  $\mathbb{C}^\#$  şu şekilde tanımlanır;

$$\mathbb{C}^* = \{y^* \in \mathbb{R}^n : y^{*T}y \geq 0 \text{ for all } y \in \mathbb{C}\} \quad (4.2)$$

ve

$$\mathbb{C}^\# = \{y^* \in \mathbb{R}^n : y^{*T}y > 0 \text{ for all } y \in \mathbb{C} \setminus \{0\}\}, \quad (4.3)$$

$y^{*T}$  vektörü,  $y^*$  vektörünün transpozunu,  $y^{*T}y = \sum_{i=1}^n y_i^* y_i$  ise  $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$  ve  $y = (y_1, \dots, y_n)$  vektörlerinin skaler çarpımıdır.



İzleyen üç koni genişletilmiş dual koniler olarak adlandırılır ve [20] çalışmasında tanıtılmıştır.

$$\mathbb{C}^{a^*} = \{(y^*, \alpha) \in \mathbb{C}^\# \times \mathbb{R}_+ : y^{*T}y - \alpha\|y\| \geq 0 \text{ for all } y \in \mathbb{C}\}, \quad (4.4)$$

$$\mathbb{C}^{a^0} = \{(y^*, \alpha) \in \mathbb{C}^\# \times \mathbb{R}_+ : y^{*T}y - \alpha\|y\| > 0 \text{ for all } y \in \text{int}(\mathbb{C})\}, \quad (4.5)$$

ve

$$\mathbb{C}^{a^\#} = \{(y^*, \alpha) \in \mathbb{C}^\# \times \mathbb{R}_+ : y^{*T}y - \alpha\|y\| \geq 0 \text{ for all } y \in \mathbb{C} \setminus \{0\}\}, \quad (4.6)$$

$\mathbb{C}^{a^0}$  konisinin tanımında  $\mathbb{C}$  konisinin boş olmadığı varsayılmıştır.  $\mathbb{C}^{a^*}$ ,  $\mathbb{C}^{a^0}$  ve  $\mathbb{C}^{a^\#}$  konileri arasındaki izleyen ilişki, tanımlarından çıkarılmaktadır;

$$\mathbb{C}^{a^\#} \subset \mathbb{C}^{a^0} \subset \mathbb{C}^{a^*}.$$

## 4.2. Ağırlıklandırılmış Toplam Yöntemi

Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi Gass ve Saaty [19] tarafından 1955 yılında öne sürülmüştür ve çok amaçlı optimizasyon problemleri için kullanılmış en yaygın skalerleştirme yöntemlerinden biridir. Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi her amacı, bir karar verici tarafından belirlenen bir ağırlık katsayısı ile ilişkilendirir ve amaçların ağırlıklandırılmış toplam ile oluşturulmuş gerçek değerli fonksiyonunu eniyilemektedir.

Genelde  $w' = (w_1, \dots, w_n)$  vektörü  $\mathbb{C}^*$  dual konisinden seçilmektedir.  $\mathbb{C}^*$  sıralama konisini temsil eder ve her  $w_i$ , ağırlığı bir  $f_i(x)$ , ( $i = 1, \dots, n$ ) amaç fonksiyonu ile ilişkilendirilmektedir.

Verilen ( $w$ ) vektörü için skaler problem şu şekilde yazılmıştır:

$$\min_{\{x \in \mathbb{X}\}} \sum_{i=1}^n w_i f_i(x) \quad (WSS(w))$$

Bu yöntemin bir çok avantajına rağmen, eksikliklerinden biri, verilen bir  $\mathbb{Y}$  kümesinin konveks olmayan kısımlarına, amaç fonksiyonlarının konveks bileşenlerini eniyileyerek ulaşılamaz. Bu yöntemin özellikleri şu şekildedir:

- Eğer  $\mathbb{Y}$  amaç uzayı konveks ise bu yöntem zayıf ve has etkin çözümlerin hepsini elde edebilir.
- Konveks durumda bu yöntem karşı gelen amaç fonksiyonu ağırlıklarına göre etkin çözümlerin bulunmasını garanti eder ancak referans noktası bilgisi bu yöntem ile dikkate alınmaz.

### 4.3. Konik Skalerleştirme Yöntemi

Konik skalerleştirme yöntemi Gasimov tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntem hakkındaki geniş bilgiye [20], [21], [22] çalışmalarından ulaşılabilir. Konik skalerleştirme yöntemine göre,  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^*}$  (yada  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^0}$  yada  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^\#}$ ) olacak şekilde  $w \in \mathbb{C}^\#$  ağırlık vektörü ve  $a \in \mathbb{R}^n$  referans noktalarını içeren tercih parametreleri ile  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  genişletme parametresi belirlenir. Kolaylık için  $l_1$  – normu kullanılarak oluşturulan aşağıda verilen skaler optimizasyon problemi çözülmektedir:

$$\min_{\{x \in \mathbb{X}\}} \sum_{i=1}^n w_i (f_i(x) - a_i) + \alpha \sum_{i=1}^n |f_i(x) - a_i| \quad (CS(w, \alpha, a))$$

$a = (a_1, \dots, a_n)$  referans noktası bir karar verici tarafından, belli bir noktaya yakın enküçük noktaların hesaplanması istendiğinde tanımlanabilir. Konik skalerleştirme yöntemi, referans noktalarının belirlenmesi durumunda herhangi bir kısıtlama getirmez. Referans noktaları keyfi olarak seçilebilir. Verilen skaler problemin çözümler kümesi  $Sol(CS(w, \alpha, a))$  ile tanımlanmıştır.

**Teorem:**  $\mathbb{Y} \cap \mathbb{R}^n$  boş olmayan bir küme,  $a \in \mathbb{R}^n$  verilen bir referans noktası ve  $\mathbb{C} = \mathbb{C}$  olsun.  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^*}$  olarak verilsin ve bir  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^*}$  çifti için  $Sol(CS(w, \alpha, a)) = \emptyset$  olduğunu varsayalım. Buna göre;

- Eğer  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a^0} = \{(w_1, \dots, w_n), \alpha) : 0 \leq \alpha < w_i, w_i > 0 \ i = 1, \dots, n\}$  ise ve  $w_k > \alpha$  olacak şekilde  $k \in \{1, \dots, n\}$  var ise o zaman  $Sol(CS(w, \alpha, a))$  kümesinin her noktası (4.1) probleminin zayıf etkin çözümüdür.
- $Sol(CS(w, \alpha, a))$  kümesinin tek bir elemanı var ise o eleman (4.1) probleminin etkin çözümüdür.

- Eğer  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a\#} = \{((w_1, \dots, w_n), \alpha) : 0 \leq \alpha < w_i, i = 1, \dots, n\}$  o zaman  $Sol(CS(w, \alpha, a))$  kümesinin her noktası (4.1) probleminin (Benson yada Henig ) has etkin çözümdür. Yine aynı şekilde eğer  $\bar{x}$  (4.1) probleminin (Benson yada Henig ) has etkin çözümü ise o zaman  $(w, \alpha) \in \mathbb{C}^{a\#}$  ve  $a \in \mathbb{R}^n$  referans noktası vardır.

Bu yöntemin özellikleri şu şekildedir:

- $\mathbb{Y}$  amaç uzayının konveks yada konveks olmadığı durumlarda bu yöntem ile zayıf ve has etkin çözümlerin hepsi elde edilebilir.
- Bu yöntem ile karar vericinin tercihlerini yansıtan, amaç fonksiyonu ağırlıkları ile referans noktası dikkate alınır ve yöntem referans noktasının seçimi konusunda bir kısıtlama getirmez.

## 5. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN MATEMATİKSEL MODELLER

Bu bölümde iki boyutlu giyotin ve iki aşamalı kesme ve ana malzeme seçimi problemi için karma tamsayı matematiksel model ve iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçimi problemleri için karma tamsayı matematiksel model geliştirilmiştir. Geliştirilen matematiksel modeller iki amaçlı olarak formüle edilmiştir.

### 5.1. 2B2GKP için Karma Tamsayı Matematiksel Model

Bu bölümde iki boyutlu giyotin kesme problemi için geliştirilen karma tamsayı matematiksel model verilmiştir. Birden fazla ana malzeme çeşidi kullanılan kesme problemi, giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtları altında ele alınmıştır. Bu model için literatürde yer alan Furini ve Malaguti [1] ve Lodi vd. [2] tarafından öne sürülen modeller referans alınmıştır. Furini ve Malaguti'nin modeli, parçalar tarafından oluşturulan seviyelerin ana malzemelere atanmasını sağlar ve parçaları talepleri kadar çoğaltmak yerine, parçalara karşı gelen oluşabilecek seviye sayısını gösteren bir parametre ile çalışmaktadır. Ayrıca ana malzemeleri sıralı kullanmak yerine karışık kullanmaktadır. Bu bölümde geliştirilen modelde ise parçalar ana malzemelere ve seviyelere doğrudan atanmaktadır. Parçalar ise talepleri kadar çoğaltılarak her bir parça ayrı tanımlanmaktadır ve ana malzemeler sıralı bir şekilde kullanılmaktadır. Bu farklılıkların dışında ele alınan model iki amaçlı şekilde formüle edilmiştir.

2B2GKP için oluşturulan bu karma tamsayı matematiksel modelde  $N$  adet ana malzeme çeşidi ve her bir çeşitten önceden belirlenmiş sayıda ana malzeme bulunmaktadır.  $n$  adet parça türü toplam talepleriyle birlikte bu ana malzemelerden, kullanılacak toplam ana malzeme sayısını ya da alanını en küçükleyecek şekilde kesilmektedir. Ana malzeme çeşitlerinin sayıları, modele baştan parametre olarak girilebileceği gibi, her bir ana malzemeden kullanılacak maksimum sayı hesaplanabilmektedir. Her bir parçanın talebi  $d_t$  ile gösterilirken, tüm parçaların toplam talebi hesaplanarak  $\bar{n}$  olarak belirlenir.

Toplam talep belirlendikten sonra, her bir parça ayrı olarak tanımlanır ve bu şekilde her bir parçanın talebi 1'e eşit kabul edilir.

### 5.1.1 Kümeler ve parametreler

Kullanılacak kümeler şu şekildedir;

Kullanılacak kümeler şu şekildedir;

$h = 1, \dots, N$ ; ana malzeme çeşitleri

$t = 1, \dots, n$ ; parçalar

$p = 1, \dots, K_h$ ; her bir ana malzeme çeşidinden eldeki miktar

Parametreler;

$d_t$ :  $t$  türündeki parçanın talebi

$\bar{n} = \sum_{t=1}^n d_t$ ; toplam talep

Toplam talebe göre belirlenmiş yeni parça indisi şu şekilde olur;

$i = 1, \dots, \bar{n}$

$l_i$ :  $i$  türündeki parçanın uzunluğu

$w_i$ :  $i$  türündeki parçanın genişliği

$L_h$ :  $h$  çeşidindeki ana malzemenin uzunluğu

$W_h$ :  $h$  çeşidindeki ana malzemenin genişliği

$K_h$ :  $h$  çeşidindeki ana malzemeden kullanılacak maksimum sayı

Yukarıda belirtildiği gibi  $K_h$  sayısı parametre olarak eldeki miktara bağlı verilebileceği gibi, sonsuz sayıda kabul edilerek, üst sınır denklem (5.1)'e göre de hesaplanabilir.

$$K_h = \bar{n} \frac{\text{Min } w_i}{W_h} \quad (5.1)$$

Oluşturulan karma tamsayı matematiksel modele göre, parçalar ana malzemeden giyotin kesim varsayımı ile kesilir. Bu varsayıma göre bir ana malzemede seviyenin başından kesilen parça, o seviyenin genişliğini belirler ve daha sonra o seviyeden kesilebilecek parçalar, seviye başındaki parçadan genişlik olarak daha küçük olmalıdır. Bu nedenle talep listesini oluşturan tüm parçalar genişliklerine göre azalan şekilde sıralanırlar  $w_1 \geq w_2 \geq \dots w_{\bar{n}}$ . En kötü

çözümde her bir parçanın, ayrı bir seviyeden kesildiğini varsayarsak problemin çözümünde oluşturulabilecek maksimum seviye sayısı da  $\tilde{n}$  olarak belirlenir.

### 5.1.2 Karar değişkenleri

$$y_{jhp} = \begin{cases} 1, & h \text{ türündeki } p \text{ ana malzemesinde } j \text{ parçası seviye başlatıyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$x_{ijhp} = \begin{cases} 1, & h \text{ türündeki } p \text{ ana malzemesinde } i \text{ parçasıyla başlayan} \\ & \text{seviyeden } j \text{ parçası kesiliyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$q_{hp} = \begin{cases} 1, & h \text{ türündeki } p \text{ ana malzemesi kullanılıyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

### 5.1.3 Matematiksel model

$$\min \sum_{h=1}^N \sum_{p=1}^{K_h} L_h W_h q_{hp} \quad (5.2)$$

$$\sum_{h=1}^N \sum_{p=1}^{K_h} \left( \sum_{i=1}^{j-1} x_{ijhp} + y_{jhp} \right) \geq 1 \quad \forall j \quad (5.3)$$

$$\sum_{j=i+1}^{\tilde{n}} l_j x_{ijhp} \leq (L_h - l_i) y_{ihp} \quad \forall h \quad \forall p \quad \forall i \quad (5.4)$$

$$M q_{hp} \geq \sum_{j=1}^{\tilde{n}} y_{jhp} \quad \forall h \quad \forall p \quad (5.5)$$

$$\sum_{j=1}^{\tilde{n}} w_j y_{jhp} \leq W_h \quad \forall h \quad \forall p \quad (5.6)$$

$$q_{hp} \geq q_{h,p+1} \quad \forall h \quad \forall p \quad (5.7)$$

$$\sum_{i=1}^{\tilde{n}} x_{ijhp} \leq M y_{jhp} \quad \forall h \quad \forall p \quad \forall j \quad (5.8)$$

Yukarıdaki karma tamsayı matematiksel modele göre, amaç fonksiyonu talebi karşılamak amacıyla kullanılan ana malzeme alanını enküçüklemetedir. Kısıt (5.3)'e göre talep listesindeki her bir parça kesinlikle kesilmelidir. Kısıt (5.4) ve (5.6) ana malzemedan kesilecek parçaların toplam uzunluk ve genişliklerinin, ana malzemenin boyutlarını aşmamasını sağlar. Kısıt (5.5) bir ana malzemenin kullanılıp kullanılmadığını kontrol eder. Kısıt (5.7)'e göre bir ana malzeme kullanılmadan bir sonraki kullanılamaz. Kısıt (5.8), bir seviyenin başlatılmadığı durumda, o seviyeden parça kesilmesini engeller.

#### 5.1.4 İki amaçlı karma tamsayı matematiksel model

Pratikte, farklı türdeki ana malzemelerin kullanılması ek maliyetlere sebebiyet verebilir. Bu nedenle endüstride daha az çeşitte ana malzemelerin kullanılması tercih edilir. Bu şekilde, firmalar taşıma ve depolama maliyetlerini göz ardı edilemeyecek miktarda azaltabilirler. Ayrıca aynı çeşitteki ana malzemelerden daha fazla miktarlarda satın almak indirim sağlayabilir. Bu durum farklı çeşitteki ana malzemelerden daha az miktarlarda almaktan daha karlı bir yoldur. Kullanılan ana malzeme miktarının en küçüklenmesinin yanında, kullanılan ana malzeme tür sayısının da en küçüklenmesi daha gerçekçi sonuçların elde edilmesini sağlar.

Bunu sağlamak için probleme yeni bir 0-1 tamsayı karar değişkeni kümesi tanımlanır.

$$Q_h = \begin{cases} 1, & h \text{ türündeki ana malzeme kullanılıyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

Karar değişkeni kümesi dışında, bir önceki bölümdeki matematiksel modele ek olarak oluşturulan yeni amaç fonksiyonu ve ek kısıt şu şekildedir.

$$\min \sum_{h=1}^N Q_h \quad (5.9)$$

$$MQ_h \geq \sum_{p=1}^{K_h} q_{hp} \quad \forall h \quad (5.10)$$

2. amaç fonksiyonu, kullanılan ana malzeme sayısını en küçüklerken, kısıt (5.10)  $h$  türündeki ana malzeme türünün kullanılıp kullanılmadığını kontrol eder.

Önerilen tek amaçlı ve iki amaçlı karma tamsayılı matematiksel model literatürde verilen 30 test problemini çözmek için kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar sayısal sonuçlar bölümünde verilmiştir.

### 5.1.5 Örnek problem

Bu bölümde, bir önceki alt bölümde verilen matematiksel model örnek bir problem üzerinde uygulanmıştır. Literatürde verilen test problemlerinden biri olan ve sayısal sonuçlar bölümünde incelenen “ $HH$ ” problemi hem tek ana malzeme hem de 3 ana malzeme için ele alınmıştır. Problem öncelikle tek ana malzeme çeşidi için ele alınmıştır. Probleme ait parça boyut ve talepleri ile ana malzeme boyutları çizelge (5.1)'de verilmiştir;

**Çizelge 5.1**  $HH$  problemine ait parça ve ana malzeme boyutları

Parça	Uzunluk	Genişlik	Talep
1	21	13	5
2	36	17	4
3	54	20	2
4	24	7	1
5	18	65	6
Ana malzeme	127	98	

Problemde 5 adet parça  $127 \times 98$  boyutlarındaki bir ana malzemedan talep sayıları kadar kesilecektir. Problemin toplam talep sayısı 18'dir. Önceki bölümde verilen karma tamsayılı modelin uygulanabilmesi için eldeki 18 adet parça genişliklerine göre büyükten küçüğe sıralanmış ve her biri ayrı bir parça olarak kabul edilmiştir. Problem eldeki ana malzeme sayısını 5 kabul ederek çözdürülmüştür. Problemin sonucuna göre 2 adet ana malzeme kullanılarak tüm parçalar kesilmiştir. Elde edilen sonuçlar şu şekildedir;

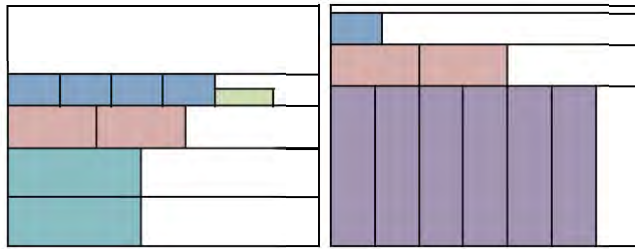


$q_{hp}$	$h$	$p$
1	1	1
1	1	2

$y_{ihp}$	$j$	$h$	$p$
1	1	1	2
1	7	1	1
1	8	1	1
1	9	1	1
1	11	1	2
1	13	1	1
1	16	1	2

$x_{ihp}$	$i$	$j$	$h$	$p$
1	1	2	1	2
1	1	3	1	2
1	1	4	1	2
1	1	5	1	2
1	1	6	1	2
1	19	10	1	1
1	11	12	1	2
1	13	14	1	1
1	13	15	1	1
1	13	17	1	1
1	13	18	1	1

Elde edilen sonuçlara göre 2 adet ana malzeme kullanılmıştır. 1. ana malzemede 7,8,9 ve 13 nolu parçalar seviye başından kesilirken, 2. ana malzemede 1, 11 ve 16 nolu parçalar seviye başından kesilerek seviye genişliklerini belirlemiştir. Bunların dışında 2,3,4,5,6 ve 12 nolu parçalar 2. ana malzemeden 10, 14,15,17 ve 18 nolu parçalar ise 1. ana malzemeden kesilmiştir. Bu sonuçlara göre oluşturulan yerleşim şekil (5.1)'de verilmiştir.

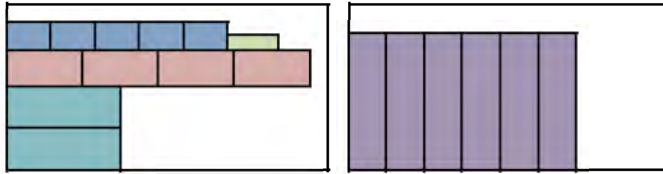


Şekil 5.1. HH problemi için tek ana malzeme ile oluşturulan yerleşim

Problem daha sonra birden fazla ana malzeme çeşidi için ele alınmıştır. Oluşturulan diğer 2 ana malzeme şu şekilde belirlenmiştir; (1.2L,0.8W) ve (1.1L,0.9W). Bu verilere göre elde edilen sonuçlar ise şu şekildedir;

$q_{hp}$	$h$	$p$	$y_{jhp}$	$j$	$h$	$p$	$x_{ijhp}$	$i$	$j$	$h$	$p$
1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2
1	2	2	1	7	2	1	1	1	3	2	2
			1	8	2	1	1	1	4	2	2
			1	9	2	1	1	1	5	2	2
			1	13	2	1	1	1	6	2	2
							1	9	10	2	1
							1	9	11	2	1
							1	9	12	2	1
							1	13	14	2	1
							1	13	15	2	1
							1	13	16	2	1
							1	13	17	2	1
							1	13	18	2	1

Elde edilen sonuçlara göre 2. ana malzeme çeşidinden 2 adet ana malzeme kullanılmıştır. 1. ana malzemede 7,8,9 ve 13 nolu parçalar seviye başından kesilirken, 2. ana malzemede 1 nolu parça seviye başından kesilerek seviye genişliklerini belirlemiştir. Bunların dışında 2,3,4,5,6 nolu parçalar 2. ana malzemeden 10,11,12,14,15,16,17 ve 18 nolu parçalar ise 1. ana malzemeden kesilmiştir. Bu sonuçlara göre oluşturulan yerleşim şekil (5.2)'de verilmiştir.



**Şekil 5.2.** HH problemi için 3 ana malzeme çeşidi ile oluşturulan yerleşim

Bu matematiksel modele ait diğer test problemlerine sayısal sonuçlar bölümünde yer verilmiştir.

## 5.2. 2BKP için İki Amaçlı Karma Tamsayılı Matematiksel Model

2BKP'nin ele alındığı bu bölümde geliştirilen karma tamsayılı matematiksel model için, [6] Chen vd. çalışması temel alınmıştır. Makalede geliştirilen üç boyutlu konteyner yükleme problemi, iki boyutlu kesme problemine uygulanmıştır. Model iki amaçlı olarak geliştirilmiştir. Bu şekilde çözümde aynı anda hem toplam firenin en küçüklenmesi hem de kullanılan ana malzeme çeşit sayısının en küçüklenmesi amaçlanmıştır. Ele alınan problemde parçalar ana malzemeden giyotin olmayan kesim kısıtları altında kesilmiştir. Problemin çözümünde birden fazla ana malzeme çeşidi kullanılabilir.

### 5.2.1 Kümeler ve parametreler

Problemde kullanılacak küme ve parametreler şu şekildedir;

$N$  adet ana malzeme;  $j = 1, \dots, N$

$n$  adet parça;  $i = 1, \dots, n$

$K_j$ :  $j$  çeşidindeki ana malzemeden kullanılacak miktar;  $t = 1, \dots, K_j, \forall j$

$L_j$ :  $j$  çeşidindeki ana malzemenin uzunluğu

$W_j$ :  $j$  çeşidindeki ana malzemenin genişliği

$l_i$ :  $i$  türündeki parçanın uzunluğu

$w_i$ :  $i$  türündeki parçanın genişliği

### 5.2.2 Karar değişkenleri

Yukarıda verilenlere göre tanımlanan tamsayı ve 0-1 karar değişkenleri aşağıda verilmiştir;

$$s_{ijt} = \begin{cases} 1, & i \text{ nolu parça } t \text{ nolu } j \text{ ana malzeme türünden kesilirse} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$n_{jt} = \begin{cases} 1, & t \text{ nolu } j \text{ ana malzeme türü kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$u_j = \begin{cases} 1, & j \text{ ana malzeme türü kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$a_{ik} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } k \text{ parçasının solunda ise} \\ 0, & \text{diğer durum; } i < k \end{cases}$$

$$b_{ik} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } k \text{ parçasının sağında ise} \\ 0, & \text{diğer durum; } i < k \end{cases}$$

$$c_{ik} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } k \text{ parçasının altında ise} \\ 0, & \text{diğer durum; } i < k \end{cases}$$

$$d_{ik} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } k \text{ parçasının üstünde ise} \\ 0, & \text{diğer durum; } i < k \end{cases}$$

$x_i = i$  parçasının sol – alt köşesinin  $x$  koordinatı

$y_i = i$  parçasının sol – alt köşesinin  $y$  koordinatı

### 5.2.3 Matematiksel model

$$\min \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{K_j} L_j W_j n_{jt} - \sum_{i=1}^n l_i w_i \quad (5.11)$$

$$\min \sum_{j=1}^N u_j \quad (5.12)$$

$$x_i + l_i \leq x_k + (1 - a_{ik})M \quad \forall i, k \quad i < k \quad (5.13)$$

$$x_k + l_k \leq x_i + (1 - b_{ik})M \quad \forall i, k \quad i < k \quad (5.14)$$

$$y_i + w_i \leq y_k + (1 - c_{ik})M \quad \forall i, k \quad i < k \quad (5.15)$$

$$y_k + w_k \leq y_i + (1 - d_{ik})M \quad \forall i, k \quad i < k \quad (5.16)$$

$$a_{ik} + b_{ik} + c_{ik} + d_{ik} \geq s_{ijt} + s_{kjt} - 1 \quad \forall i, j, t \quad (5.17)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{K_j} s_{ijt} = 1 \quad \forall i \quad (5.18)$$

$$\sum_{i=1}^n s_{ijt} \leq M n_{jt} \quad \forall j, t \quad (5.19)$$

$$x_i + l_i \leq L_j + (1 - s_{ijt})M \quad \forall i, j, t \quad (5.20)$$

$$y_i + w_i \leq W_j + (1 - s_{ijt})M \quad \forall i, j, t \quad (5.21)$$

$$M u_j \geq \sum_{t=1}^{K_j} n_{jt} \quad \forall j \quad (5.22)$$

Yukarıda verilen karma tamsayıli matematiksel modele göre kısıt (5.11) ve (5.12) sırasıyla toplam fireyi ve kullanılan ana malzeme çeşit sayısını enküçükler. Kısıt (5.13), (5.14), (5.15) ve (5.16) aynı ana malzemedan kesilen iki parçanın üst üste gelmemesini sağlar ve parçaların birbirlerinin altında-üstünde ve sağında-solunda olmasına göre koordinatlarını atar. Kısıt (5.17)'e göre eğer iki parça aynı ana malzemedan kesilirse, birbirlerine göre konum alabilirler ve koordinat kısıtları kontrol edilir. Kısıt (5.18)'e göre bir parça sadece bir ana malzemedan kesilebilir. Kısıt (5.19) ana malzemenin kullanılıp kullanılmadığını kontrol eder. Kısıt (5.20) ve (5.21) ana malzeme boyutlarının aşılmasını sağlar. Kısıt (5.22) son olarak ana malzeme çeşidinin kullanılıp kullanılmadığını kontrol eder.

#### 5.2.4 Örnek problem

Bu bölümde iki boyutlu kesme ve malzeme seçim problemi için geliştirilen analitik model bir test problemi üzerinde uygulanarak sonuçları gösterilmiştir. Literatürde yer alan *ngcut1* problemi verilen iki amaçlı karma tamsayıli matematiksel model ile çözdürülmüştür. Problemde 10 adet parça 3 çeşit ana malzemedan, toplam fire miktarını ve toplam çeşit sayısını enküçükleyerek kesilecektir. Probleme ait parçaların ve ana malzemelerin boyutları çizelge (5.2)'de verilmiştir.

**Çizelge 5.2** *ngcut1* problemine ait parça ve ana malzeme boyutları

Parça	Uzunluk	Genişlik
1	3	7
2	3	7
3	8	2
4	8	2
5	10	2
6	5	4
7	5	4
8	5	4
9	2	9
10	2	9
Ana malzeme	Uzunluk	Genişlik
1	10	10
2	8	12
3	9	11

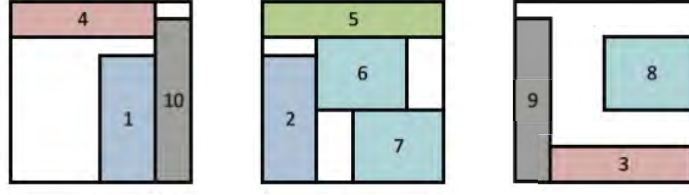
Verilen parça verilerine göre, problem 2BKP için karma tamsayılı matematiksel model ile  $w_1 = 4, w_2 = 1$  ağırlıkları ile ağırlıklandırılmış toplam yöntem kullanılarak çözdürülmüştür. Elde edilen sonuçlar şu şekildedir;

$u_j$	$j$	$n_{jt}$	$j$	$t$	$s_{ijt}$	$i$	$j$	$t$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
		1	1	2	1	2	1	2
		1	1	3	1	3	1	3
					1	4	1	1
					1	5	1	2
					1	6	1	2
					1	7	1	2
					1	8	1	3
					1	9	1	3
					1	10	1	1

Bu sonuçlara göre 3 adet ana malzeme kullanılarak toplam talep karşılanmıştır. Sadece 1. ana malzeme çeşidi kullanılmıştır. 1,4 ve 10 nolu parçalar 1. ana malzemeden, 2,5,6 ve 7 nolu parçalar 2. ana malzemeden ve 3,8 ve 9 nolu parçalar 3. ana malzemeden kesilmiştir. Bu sonuçlara göre oluşan parça koordinatları ise şu şekildedir;

Parça	x	y
1	5	0
2	0	0
3	2	0
4	0	8
5	0	8
6	3	4
7	5	0
8	5	4
9	0	0
10	8	0

Elde edilen koordinatlara göre parçaların ana malzemelere yerleşimi şekil (5.3)'de verilmiştir.



Şekil 5.3. *ngcut1* problemi için oluşturulan yerleşim

Bu modele ile çözülen diğer test problemlerinin sonuçları sayısal sonuçlar bölümünde verilmiştir.

## 6. 2B2GKP İÇİN GELİŞTİRİLEN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde iki boyutlu giyotin ve giyotin kesim kullanılmayan kesme ve ana malzeme problemleri geliştirilen çeşitli çözüm yaklaşımları verilmiştir. Bu yöntemler sezgisel ve metasezgisel çözüm yöntemleri başlıkları altında çalışılmıştır.

### 6.1. Matematiksel Model Tabanlı Sezgisel Çözüm Yöntemi

Geliştirilen sezgisel modelde 2BGKP'i 2 aşamada ele alınmaktadır. İlk aşamada bir ana malzemeye yerleştirilecek parçalar belirlenirken, 2. aşamada her bir ana malzeme için oluşturulmuş talep listesi ana malzemeye giyotin kesim kısıt ve varsayımları dikkate alınarak yerleştirilir. Büyük boyutlardaki problemler bu sezgisel yaklaşım ile ele alınarak, daha kısa sürede uygun çözümlerin elde edilmesi kolaylaşır. Problem ilk aşamadan sonra tek ana malzeme için çözdürüldüğünden, çözümün elde edilmesi hızlı olacaktır.

#### 6.1.1 Ana matematiksel model

Ana matematiksel modelde,  $N$  adet ana malzemeye, her birinin talebi  $d_i$  olan  $n$  tane parça, talep kısıtı ve hacim kısıtı dikkate alınarak atanır.

#### Kümeler ve parametreler

$N$  adet ana malzeme;  $j = 1, \dots, N$

$n$  adet parça;  $i = 1, \dots, n$

$d_i$ :  $i$  parçasının talebi

$l_i$ :  $i$  parçasının uzunluğu

$w_i$ :  $i$  parçasının genişliği



$L_0$ : ana malzemenin uzunluğu

$W_0$  ana malzemenin genişliği

Karar değişkeni;

$z_{ij}$ :  $j$  ana malzemesinden  $i$  parçasının kesilme sayısı

$$q_j = \begin{cases} 1, & j \text{ ana malzemesi kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$\min \sum_{j=1}^N \left( L_0 W_0 q_j - \sum_{i=1}^n l_i w_i z_{ij} \right) \quad (6.1)$$

$$\sum_{j=1}^N z_{ij} = d_i \quad \forall i \quad (6.2)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i w_i z_{ij} \leq L_0 W_0 \quad \forall j \quad (6.3)$$

$$M q_j \geq \sum_{i=1}^n z_{ij} \quad \forall j \quad (6.4)$$

Amaç fonksiyonu, kesim kaybını en küçüklerken, Kısıt (6.2) talebin kesinlikle karşılanmasını sağlamaktadır. Kısıt (6.3) parçaların toplam hacminin, ana malzemenin hacmini aşmamasını sağlar.

Bu modelde elde edilen veriler dahilinde problemin ikinci aşamasına geçilir.

### 6.1.2 Alt matematiksel model

Alt modelde, ana modelde elde edilen, her bir ana malzeme için oluşturulmuş talep listeleri ana malzemeye giyotin kesim kısıt ve varsayımları ile yerleştirilir. Parçalar genişliklerine göre azalan şekilde sıralanarak talep listesi oluşturulur. Bu aşamada kullanılan matematiksel model, bölüm (5.1)'de verilen model referans alınarak oluşturulmuştur. Bu model tek bir ana malzeme kullanarak, parçaların seviyelere atanmasını sağlamaktadır. Kullanılan

algoritmaya göre ilk aşamadan elde edilen ve her bir ana malzemenin talep listesi için problem sırasıyla çözdürülmektedir. Ana malzemeye atanamayan her bir parça sonraki ana malzemenin talep listesine eklenmektedir. Bu şekilde tüm parçalar bir ana malzemeye atanana kadar problem devam eder.

$$y_i = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası seviye başlatıyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } j \text{ parçası ile başlayan seviyeye yerleştiriliyorsa} \\ 0, & \text{diğer durum; } i = 1, \dots, n; j > i \end{cases}$$

$$\min L_0 W_0 - \sum_{i=1}^n l_i w_i \left( \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i \right) \quad (6.5)$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} x_{ij} + y_j \leq 1 \quad \forall j \quad (6.6)$$

$$\sum_{j=i+1}^n l_j x_{ij} \leq (L_0 - l_i) y_i \quad \forall i, i \neq n \quad (6.7)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i y_i \leq W_0 \quad (6.8)$$

Alt modelde amaç toplam fireyi enküçükmektir. Kısıt (6.6) parçaların taleplerinin karşılanmasını sağlamaktadır. Kısıt (6.7) ve (6.8) ise kesilen parçaların uzunluk ve genişliklerinin toplamının, ana malzemenin boyutlarını aşmasını engeller.

Bazı problemlerde kesilecek parçaların  $90^\circ$ 'lik rotasyonuna izin verilebilir. Bu durumda her  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) parçasıyla ilişkilendirilen,  $w_{n+i} = h_i$  ve  $h_{n+i} = w_i$  olacak şekilde  $n + i$  parça oluşturulur. Elde edilen  $2n$  adet parça genişliklerine göre azalan şekilde sıralanır ve tekrar numaralandırılır.  $\alpha_i$ ,  $90^\circ$  döndürülen  $i$  parçasına karşı gelen yeni parçanın indisi olacak şekilde belirlenir. Döndürülen parçalar ile her bir parça talep listesinde 2 kere var olduğu için, her bir parçanın sadece bir kere yerleştirilmesi önemlidir. Bu nedenle kısıt (6.5), kısıt (6.9) ile değiştirilir [2].

Rotasyon kısıtı;

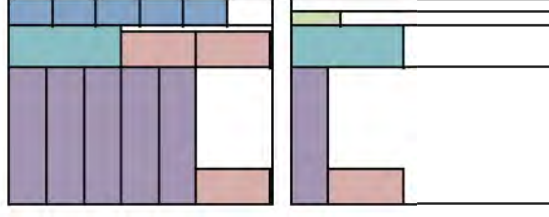
$$\sum_{i=1}^{j-1} x_{ij} + y_j + \sum_{i=1}^{\alpha_j-1} x_{i\alpha_j} + y_{\alpha_j} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, 2n; j < \alpha_j) \quad (6.9)$$

### 6.1.3 Örnek problem

Bu bölümde literatürde yer alan “HH” problemi, matematiksel model tabanlı sezgisel yaklaşım kullanılarak çözdürülmüş ve sonuçları yorumlanmıştır. “HH” problemine ait parça ve ana malzeme boyutları ve talep miktarları çizelge (5.1)'de verilmiştir. Problem öncelikle ilk aşamadaki ana matematiksel model kullanılarak çözdürülmüştür. Çözüme göre 2 adet ana malzeme kullanan 2 adet talep listesi oluşturulmuştur. Her bir ana malzemeye atanan parçalar şu şekildedir;

Ana malzeme 1	Parça	Uzunluk	Genişlik	Talep
	1	21	13	5
	2	36	17	4
	3	54	20	2
	4	24	7	1
	5	18	65	5
Ana malzeme 1	Parça	Uzunluk	Genişlik	Talep
	5	18	65	1

Tabloda görüldüğü gibi 1. ana malzemeye toplam 17, 2. ana malzemeye 1 parça atanmıştır. Daha sonra sezgisel yaklaşımın 2. aşaması ana malzemelere uygulanmıştır. Öncelikle parçalar genişliklerine göre büyükten küçüğe sıralanmış ve talepleri kadar çoğaltılmıştır. Her bir parça ayrı ayrı numaralandırılarak talepleri 1 kabul edilmiştir. Öncelikle 1. ana malzemeye alt matematiksel model uygulanmıştır. Daha sonra 1. ana malzemeye yerleşemeyen parçalar 2. ana malzeme listesine eklenmiş ve tekrar genişliklerine göre büyükten küçüğe sıralanmıştır. 2. ana malzemeye alt matematiksel model uygulanarak sonuçlar elde edilmiştir. Parçaların ana malzemelere yerleşimleri şekil (6.1)'de verilmiştir.



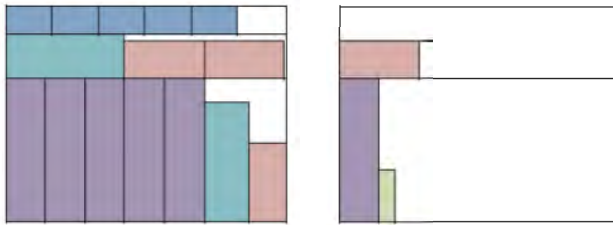
Şekil 6.1. *HH* problemi için sezgisel yaklaşım ile oluşturulan yerleşim

Daha sonra sezgisel yaklaşım  $90^\circ$ 'lik rotasyona izin verilecek şekilde ele alınmıştır. Bunun için problemin 2. aşamasındaki kısıt (6.5) ,kısıt (6.9) ile yer değiştirilmiştir. Rotasyon kısıtının uygulanabilmesi için  $w_{n+i} = h_i$  ve  $h_{n+i} = w_i$  olacak şekilde, talep sayısı kadar yeni parça oluşturulmuştur. Yani *HH* probleminin 1. talep listesindeki 17 parçaya karşılık 17 parça türetilmiştir. Daha sonra tüm parçalar genişliklerine göre sıralandırılarak numaralandırılmıştır.  $\alpha_i$  parametresi bir parçanın döndürülmüş halinin indisi olacak şekilde tanımlanır. Örneğin 10 parçalık bir talep listesinde 2. parçanın döndürülmüş hali 6. parça olsun. Buna göre  $\alpha_2=6$ ,  $\alpha_6 =2$ 'dir. 2. parça için kısıt (6.9)'i yazalım.

$$\sum_{i=1}^{2-1} x_{i2} + y_2 + \sum_{i=1}^{6-1} x_{i6} + y_6 \leq 1$$

Bu kısıta göre ya 2. ya da 6. parça ana malzemeden kesilecektir. Bu şekilde parçanın sadece 1. kez kesilmesi sağlanmış olur.

1.aşamadan elde edilen verilere göre 2. aşama rotasyona izin verilecek şekilde uygulanır. Buna göre elde edilen yerleşim şekil (6.2)'de verilmiştir.



Şekil 6.2. *HH* problemi için rotasyon ile oluşturulan yerleşim

## 6.2. 2B2GKP için Tavlama Benzetimi Algoritması

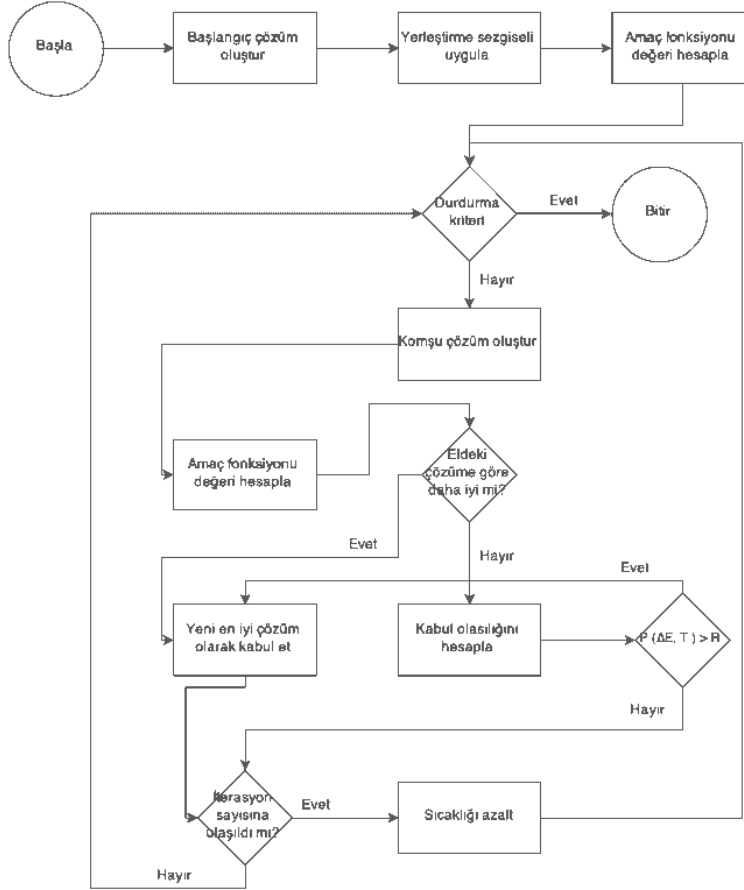
Bu bölümde iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme ve malzeme seçim problemi için tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir. 2BKP giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtlarına göre ele alınmış ve geliştirilen metasezgisel bu kısıtlar altında çalışılmıştır. Tavlama benzetimi tekil bazlı bir sezgiseldir. Başlangıçta bir vektör ile temsil edilen tek bir çözüm adayı bulunmaktadır. Arama bu çözüm temel alınarak başlar.

Tavlama benzetimi için bazı parametrelerin algoritmanın başında belirlenmesi gerekir. Bu parametreler; başlangıç sıcaklığı, soğuma oranı, iterasyon sayısı, kabul oranı ve durdurma kriteridir. Başlangıç sıcaklığı belirlenirken, sıcaklığın tüm kötü çözümlerin kabul edilmesine izin verecek kadar yüksek hiç kabul edilmemesine neden olacak kadar düşük seçilmesi engellenmelidir. Diğer bir parametre olan soğuma oranı, denge durumuna ulaşıldığında bir sonraki sıcaklığa geçmek amacıyla kullanılır. Bu çalışmada soğuma için doğrusal fonksiyon kullanılır. Kullanılan fonksiyon soğuma oranı  $so$  iken,  $T_{i+1} = T_i * so$ 'dur. Soğuma oranı yüksek seçildiğinde hesaplama süresi yüksek olur ancak en iyi çözüme ulaşmak amacıyla daha çok çözüm incelenebilir. İterasyon sayısı, her bir sıcaklıkta dengeye ulaşmak amacıyla yapılması gereken değişim sayısını göstermektedir. Kabul oranı, kötü çözümlerin kabul edilme olasılığını belirlemektedir. Kullanılan son parametre ise durdurma kriteridir. Bu çalışmada algoritmanın durdurma kriteri olarak, son sıcaklığın sıfır olması kabul edilmiştir.

Parametreler belirlendikten sonra, öncelikle başlangıç çözüm oluşturulur. Bu çalışmada başlangıç çözüm, parçaların rassal bir dizilimi şeklinde belirlenmiştir. Bu dizilim parçaların, ana malzemeye yerleştirilme sırasını belirler. Başlangıç çözümde parçaların dizisi dışında farklı ana malzeme çeşitlerinin dizilimi de rassal şekilde oluşturulur. Bu dizilim ana malzemelerin kullanım sırasını belirler ve parçalar ana malzemelerden bu dizilim sırasına göre kesilir. Başlangıç çözüm oluşturulduktan sonra, eldeki çözüme yerleştirme sezgiseli uygulanarak amaç fonksiyonu değeri belirlenir.

Bu yerleştirme sezgiseline göre bir ana malzemede seviye başına yerleştirilen bir parça seviyenin genişliğini belirler ve o seviyeye baştaki parçadan

geniş parçalar yerleştirilemez. dizideki yerleştirilecek bir sonraki parça, baştaki parçadan daha dar ise ve ana malzemenin kalan uzunluğu yeterliyse o seviyeye yerleştirilir. Daha geniş ise ve ana malzemenin kalan genişliği yeterli ise bir sonraki seviyeye yerleştirilir, yeterli değil ise ana malzeme dizisindeki bir sonraki ana malzemeye geçilir.



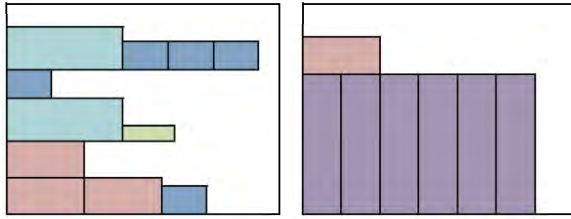
Şekil 6.3. Tavlama benzetimi akış diyagramı

Başlangıç çözümü ve amaç fonksiyonu değeri belirlendikten sonra her bir sıcaklıkta daha önce belirlenen sayıda iterasyon kadar değişim yapılır ve oluşacak her aday çözüme yerleştirme sezgiseli uygulanır. Eldeki çözümden komşu çözümlerin elde edilmesi için çözüme 2-opt uygulanmaktadır. 2-opt her iterasyonda hem parça hem de ana malzeme dizisine uygulanarak aramanın çeşitlendirilmesi amaçlanmıştır. Oluşturulan komşu çözüm eldeki çözümden daha

iyi ise hemen kabul edilir, ancak daha kötü ise kabul olasılığı hesaplanır. Kabul olasılığı şu şekilde hesaplanır;

$$P(\Delta E, T) = e^{-\frac{f(s')-f(s)}{T}}$$

Eğer  $P(\Delta E, T) > R$  kötü çözümler yeni çözüm olarak kabul edilir. Değil ise eldeki çözüm ile devam edilir. Bu süreç durdurma kriterine ulaşıncaya kadar tekrarlanır. O ana kadar bulunan en iyi çözüm, problemin çözümü olarak kabul edilir.



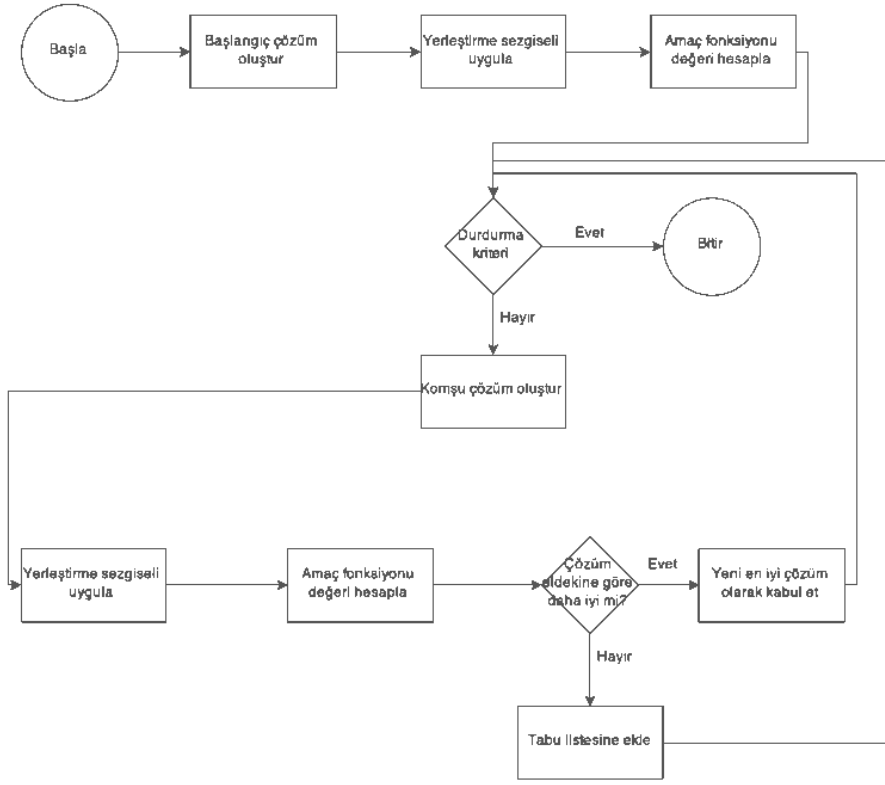
Şekil 6.4. HH problemi için tavlama benzetimi ile elde edilmiş yerleşim

Çizelge (5.1)'de parça ve ana malzeme boyutları verilen HH problemi tavlama benzetimi kullanılarak çözdürülmüştür. Parametreler şu şekilde kabul edilmiştir; başlangıç sıcaklığı 200, soğuma oranını 0,9, denge iterasyon sayısı 20 ve kabul oranı 0,3. Bu parametrelere göre elde edilen yerleşim şekil (6.4)'de verilmiştir.

### 6.3. 2B2GKP için Yasaklı Arama

Bu bölümde iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme ve malzeme seçim problemi için yasaklı arama algoritması ele alınmıştır. Algoritma giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtları altında tasarlanmıştır. Yasaklı arama tekil bazlı bir metasezgiseldir ve tek bir çözüm ile aramaya başlayarak prosedürü sürdürür.

Yasaklı aramanın en önemli parametresi tabu listesidir ve öncelikle tabu listesinin oluşturulması gerekmektedir. Yasaklı arama tabu listesinin kullanılması nedeniyle hafızalı bir metasezgisel olarak kabul edilmiştir.



Şekil 6.5. Yasaklı arama akış diyagramı

Literatürde tabu listesi uzunluğu genellikle yedi olarak kabul edilmiştir. Bu liste ile daha önce incelenmiş olan hareketlerin tekrar incelenmesi engellenir ve hesaplama süresi azaltılır. Bir diğer parametre ise durdurma kriteridir. Durdurma kriteri olarak belli bir iterasyon sayısı başlangıçta belirlenir.

Algoritma başlangıç çözümünün oluşturulması ile başlar. Başlangıç çözüm rassal olarak oluşturulur ve parçaların ana malzemeye yerleşim sırasını belirler. Ayrıca başlangıç çözümde birde ana malzeme çeşit sıralamasını temsil eden bir başka dizi oluşturulur. Parçalar kesilirken bu ana malzeme sıralaması dikkate alınır. Daha sonra başlangıç çözüme bir önceki bölümde açıklanan yerleştirme sezgiseli uygulanır.

Her bir iterasyonda parça dizisine ve ana malzeme dizisine 2-opt uygulanır. Eldeki çözümü iyileştiren bir çözüme ulaşıldığında, çözüm kabul edilir ve eldeki çözüm ile değiştirilir. Kötü bir çözüme ulaşıldığında, çözümü oluşturan değişim tabu listesine eklenir ve eldeki çözüm ile devam edilir. Her iterasyonda oluşturulan çözümlere yerleştirme sezgiseli uygulanmadan önce tabu listesi



taranarak, yapılan değişim listede olup olmadığı belirlenir. Değişim listede ise yerleştirme sezgiseli uygulanmaz ve bir sonraki iterasyona geçilir. Tabu listesine eklenecek bir değişim ile karşılaşıldığında tabu listesini içeriğine bakılır. Liste dolu ise en erken eklenen değişim listeden çıkarılarak, yeni değişim listeye eklenir. Bu şekilde listenin 7 olan uzunluğu korunur. Bu algoritma belirlenen iterasyon sayısına ulaşıldığında sonlandırılır.

#### **6.4. 2B2GKP için Yanlı Rassal Anahtarlı Genetik Algoritma**

Rassal anahtarlı genetik algoritma(RAGA) Bean tarafından geliştirilmiştir [23]. Kombinatorik optimizasyon problemleri için geliştirilen bu algoritma genel bir çerçevede oluşturulduğundan bir çok farklı probleme uygulanabilir. Bu algoritmanın yapısındaki ayırım, problemden bağımsız mimari bileşenler ile probleme bağlı olarak geliştirilen kısımdır. Bu ayırım, yazılımın tekrar kullanılabilmesine ve tasarımcının probleme özgü çözücü(decoder) kısmı üzerinde yoğunlaşmasına izin verir. Bu bölümde, yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma, iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme ve malzeme seçim problemine uygulanmıştır. Algoritmanın problemden bağımsız bileşenleri dışında, ele alınan problemin kısıtlarını karşılayan yerleştirme sezgiseli geliştirilmiştir. Ayrıca, problemde aramanın belli bölgelerde yoğunlaştırılması(intensification) için yerel arama metasezgiseli uygulanmış ve hibrit bir yapı elde edilmiştir.

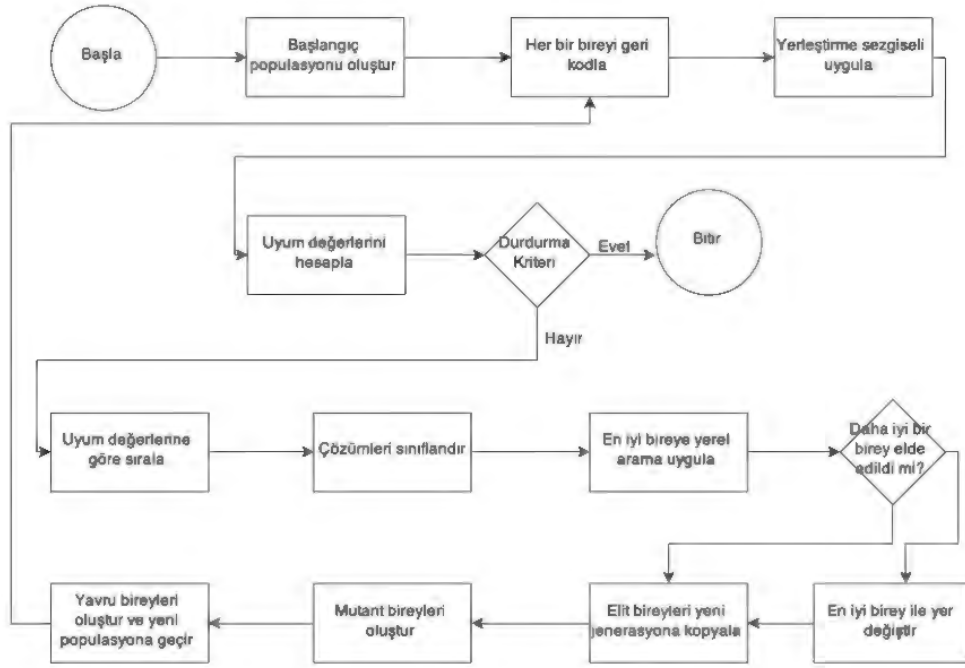
##### **6.4.1 YRAGA 'da genel kavramlar**

YRAGA'da kromozomlar,  $[0,1]$  aralığında birbirinden bağımsız, rassal oluşturulmuş gerçek sayılardan oluşan vektörler ile temsil edilir. Çözücü olarak adlandırılan deterministik bir algoritma, her bir kromozomu, amaç fonksiyonu değeri yada uyum değeri hesaplanabilen bir çözümler ile ilişkilendirir. Çözücü, rassal anahtar vektörünü kendi içeriğinde sıralar ve sıralanmış anahtarların indisleri bir yerleştirme dizilimini temsil eder. YRAGA, rassal anahtar vektörleri popülasyonunu, belli sayıda iterasyon boyunca evrimleştirir, bu iterasyonlar nesil

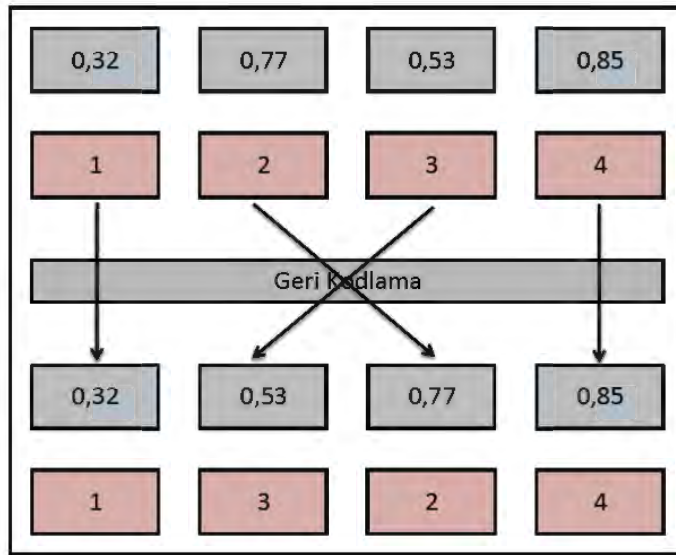
olarak adlandırılır. Başlangıç popülasyon, rassal anahtarlardan oluşan  $p$  adet vektör ile oluşturulur. Her bir allel  $[0,1]$  aralığında rassal olarak oluşturulur. Her bir bireyin uyumu çözücü ile hesaplandıktan sonra popülasyon 2 gruba ayrılır;  $p_e$  sayıda elit bireyi içeren küçük bir grup ile kalan  $p - p_e$  elit olmayan bireyi içeren 2. grup. Bu gruplar arasındaki ilişki şu şekildedir;  $p_e < p - p_e$ . Popülasyonun evrimleştirilmesi için, yeni bireylerden oluşan nesile geçilmelidir. “ $k$ ” neslinin tüm elit bireyleri “ $k+1$ ” nesline taşındığından YRAGA elitist bir strateji benimser. Mutasyon, yerel en iyiden kaçmak için önemli bir araçtır. Bu şekilde arama uzayında çeşitlendirme amaçlanır. YRAGA, mutasyonu uygulamak için her nesilde  $p_m$  sayıda mutant bireyi popülasyona ekler. Mutant bireyler, başlangıç popülasyonun başlatıldığı şekilde oluşturulur.

#### **6.4.2 Çözümlerin temsili ve geri kodlama süreci**

RAGA'da her bir kromozom  $[0,1]$  aralığında rassal oluşturulmuş anahtar vektörü ile temsil edilir. Bu vektörler bir çözücü algoritma ile karşı gelen çözüm ile ilişkilendirilir. Geri kodlama sürecinde her bir birey ya da kromozom için rassal sayılar sıralanır ve sıralanmış rassal anahtarların indisleri parçaların ana malzemeye dizilim sırasını belirler.



Şekil 6.6. Algoritma akış şeması



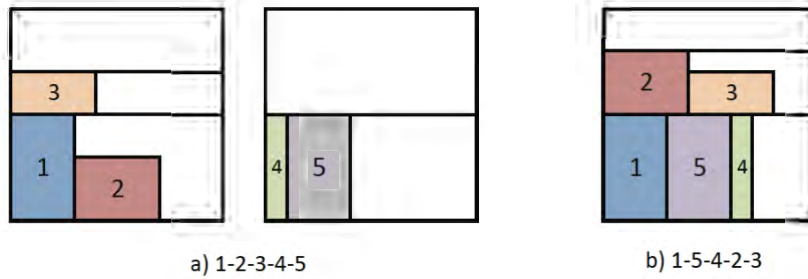
Şekil 6.7. Çözümlerin temsili ve geri kodlama süreci

### 6.4.3 Yerleştirme süreci ve uyum değerinin hesaplanması

Çözücü algoritma kullanılarak, bir sıralama ile ilişkilendirilen kromozomlar, bu sıralamaya göre ana malzemelere yerleştirilir. Ele alınan problem iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme problemi olduğu için, parçalara bu kısıtlar altında yerleştirme prosedürü uygulanır. Bu yerleştirme prosedürüne göre bir ana malzeme seviye başına yerleştirilen bir parça seviyenin genişliğini belirler ve o seviyeye baştaki parçadan geniş parçalar yerleştirilemez. Vektördeki yerleştirilecek bir sonraki parça, baştaki parçadan daha dar ise ve ana malzemenin kalan uzunluğu yeterliyse o seviyeye yerleştirilir. Daha geniş ise ve ana malzemenin kalan genişliği yeterli ise bir sonraki seviyeye yerleştirilir, yeterli değil ise yeni bir ana malzemeye geçilir.

Parça	w	l
1	5	3
2	3	4
3	2	4
4	5	1
5	5	3

Örneğin yukarıdaki tabloda verilen parçaların "1-2-3-4-5" ve "1-5-4-3-2" sıralamalarına göre [10,10] boyutlarındaki ana malzemeye yerleşimi aşağıdaki şekil (6.8)'de verilmiştir.



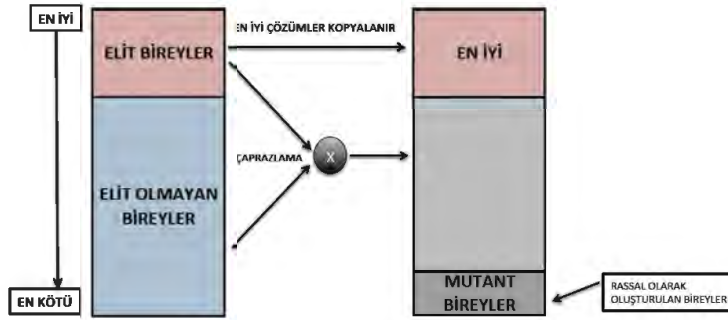
Şekil 6.8. Yerleştirme süreci

Kromozomların ana malzemelere dizilimleri oluşturulduktan sonra uyum değerinin hesaplanmasına geçilir. Uyum değeri her bir kromozom için hesaplanan toplam kesim kaybıdır.

Uyum değeri=Toplam ana malzeme alanı-Kesilen parçaların alanı.

#### 6.4.4 Çaprazlama operatörü

Genetik alıgoritmada bir  $k$  neslinden  $k+1$  neslinin evrimleştirilmesi gerçekleşir. YRAGA'da  $k$  neslinde belirlenen  $p_e$  adet bireyden oluşan elit grup  $k+1$  nesline aktarılır. Bunun dışında algoritmanın başında belirlenmiş  $p_m$  sayıda mutant birey her nesilde popülasyona tanıtılır. Geriye kalan  $p - p_e - p_m$  sayıda yavru bireyi oluşturmak amacıyla çaprazlama operatörü uygulanmaktadır.



Şekil 6.9. Çaprazlama s¼reci

Bu amaçla pop¼lasyondan biri elit gruptan diğeri elit olmayan gruptan olmak üzere iki birey ebeveyn olarak seçilir. Seçilen bireylerden birinin elit bireylerden seçilmesi sağlanarak daha iyi genetik özelliklerin gelecek nesillere aktarılması amaçlanmaktadır. Bireyler rassal olarak seçildikten sonra [0-1] arasında rassal değer alan ve kromozom vektörü uzunluğunda bir vektör oluşturulur. Başlangıçta belirlenen bir  $\rho$  olasılığı dikkate alınarak çaprazlama yapılır. Örneğin  $\rho=0,7$  olarak belirlensin. Buna göre yeni oluşturulan rassal vektörün  $i$ . $i$  anahtarını 0,7'den küçükse birinci ebeveynin geni, büyük ise ikinci ebeveynin geni yavru bireye aktarılır.  $\rho$  olasılığının belirlenmesi durumunda, oran eşit seçilirse her iki bireyden genin aktarılma olasılığı eşit olur.  $\rho > 0,5$  olması durumunda ise ilk ebeveynin genin aktarılma olasılığı daha büyüktür. Bu çalışmada bu olasılık  $\rho > 0,5$  seçilerek daha çok elit bireyin genlerinin yavru

bireye geçmesi amaçlanmıştır. Bu şekilde algoritmada yanlış bir yaklaşım benimsenmiştir.

Kromozom 1	0,32	0,77	0,53	0,85
Kromozom 2	0,26	0,15	0,91	0,44
Rassal sayı	0,58	0,89	0,68	0,25
Çaprazlama olasılığı(0,7) ile ilişkisi	<	>	<	<
Yavru birey kromozomu	0,32	0,15	0,53	0,85

Şekil 6.10. Çaprazlama operatörü

#### 6.4.5 Yerel arama

YRAGA, popülasyon temelli bir algoritma olduğu için, çözüm uzayının tamamını tarayabilmek amacıyla çalışmaktadır. Problemin çözüm uzayında yoğunlaşma sağlayabilmek için algoritmaya yerel arama uygulanmıştır. Algoritmanın her neslinde popülasyondaki en iyi bireye yerel arama uygulanarak, daha iyi bireylere ulaşmak amaçlanmıştır. Belirlenen bireye değişim(swap) operatörü uygulanarak tüm komşulukları oluşturulur ve komşuluklara daha önce anlatılmış olan yerleştirme sezgiseli uygulanır. Yerleştirme sezgiseli sonucu belirlenen en iyi birey, seçilen elit bireyden daha iyi ise elit birey ile yer değiştirilir. Değil ise elit birey değiştirilmeden algoritma devam eder.

## 7. SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde uygulama kapsamında geliştirilen 2B2GKP için karma tamsayıli matematiksel model, 2BKP için karma tamsayıli matematiksel model, 2B2GKP için tavlama benzetimi, 2B2GKP için yasakli arama ve 2B2GKP için yanli rassal anahtarli genetik algoritma ile elde edilen sayisal sonucllar verilecektir.

**Çizelge 7.1** 2B2GKP için örnek problemler

Örnek	n	$\tilde{n}$	W	L
HH	5	18	98	127
CW1	25	67	105	125
CW2	35	63	165	145
Hchl2	35	75	130	130
Hchl9	35	76	76	65
2s	10	23	70	40
3s	20	62	70	40
A1s	20	62	60	50
A2s	20	53	60	60
STS2S	30	78	85	55
STS4S	20	50	99	99
OF1	10	23	40	70
OF2	10	24	40	70
CHL1S	30	63	100	132
CHL2S	10	19	55	62
A3	20	46	80	70
A4	20	35	70	90
A5	20	45	100	132
CHL5	10	18	20	20
CHL6	30	65	130	130
CHL7	35	75	130	130
CU1	25	82	125	100
Hchl3s	10	51	98	127
Hchl6s	22	60	244	253
Hchl8s	10	18	20	49

2B2GKP için geliştirilen karma tamsayıli matematiksel model ve metasezgiseller için [24] çalışmasında iki boyutlu sırt çantası problemi için geliştirilen, aşağıdaki çizelge (7.1)'de verilen 25 adet örnek problem kullanılmıştır. Verilen problemlerin her biri tek tipte ana malzeme çeşidi

içermektedir. Diğer ana malzeme çeşitleri, orijinal boyutların bazı katsayılarla çarpımı şeklinde oluşturulmuştur. Diğer iki ana malzeme çeşidinin boyutları şu şekilde oluşturulmuştur:  $(1.2L, 0.8W)$  ve  $(1.1L, 0.9W)$ .

Çizelge (7.1)'de görüldüğü gibi problem boyutu 5 ile 35 arasında değişmektedir. Ancak toplam talepler dikkate alındığında en küçük problemin boyutu 18, en büyüğünün ise 76'dır. Kullanılacak ana malzeme boyutları ise genişlik bakımından 20-267 arasında ve uzunluk bakımından 20-244 arasında değişmektedir.

2BKP için ise [25]'de verilen giyotin olmayan kesme problemleri için geliştirilmiş 10 adet test problemi ele alınmıştır. Problemler çizelge (7.2)'de verilmiştir. Problem için literatürde tek ana malzeme verilmiştir. Diğer ana malzeme çeşitleri, orijinal boyutların bazı katsayılarla çarpımı şeklinde oluşturulmuştur. Diğer iki ana malzeme çeşidinin boyutları şu şekilde oluşturulmuştur:  $(1.2L, 0.8W)$  ve  $(1.1L, 0.9W)$ .

**Çizelge 7.2** 2B2GKP için örnek problemler

Örnek	$n$	$L$	$W$
ngcut1	10	10	10
ngcut2	17	10	10
ngcut3	21	10	10
ngcut4	7	10	15
ngcut5	14	10	15
ngcut6	15	10	15
ngcut7	8	20	20
ngcut8	13	20	20
ngcut9	18	20	20
ngcut10	13	30	30

## **7.1. 2B2GKP için Karma Tamsayılı Matematiksel Model ile Elde Edilmiş Sonuçlar**

Verilen test problemleri ilk olarak bölüm (5.1)'de verilen ve 2B2GKP'leri için geliştirilen karma tamsayılı matematiksel model kullanılarak çözülmüştür. Problem önce tek ana malzeme çeşidi için ele alınmıştır. Tek ana malzeme çeşidi



ele alınarak elde edilen ve kullanılan toplam ana malzeme sayısını veren sonuçlar tabloda “single” sütununda verilmiştir. “S-Gap” sütunu tek ana malzeme çeşidi için elde edilen sonuçların [1] makalesinde verilen optimal sonuçlara göre yüzde olarak farkını vermektedir. Daha sonra problemler üç farklı ana malzeme çeşidi dikkate alınarak çözdürülmüştür ve kullanılan toplam ana malzeme alanını veren sonuçlar “multi” sütununda verilmiştir. Birden fazla ana malzeme çeşidi için elde edilen sonuçların [1] makalesinde verilen sonuçlara göre, yüzde olarak farkı “M-Gap” sütununda verilmiştir.

Çizelge 7.3 2B2GKP için sonuçlar

Örnek	<i>Single</i>	<i>S-Gap</i>	<i>Multi</i>	<i>M-Gap</i>
HH	<b>2</b>	0	23896,32	0,8
CW1	11	10	143325	13
CW2	13	8,3	303369	7,8
Hchl2	7	16,7	117962	19,7
Hchl9	11	10	58687,2	14
2s	<b>2</b>	0	<b>5376</b>	-1,5
3s	<b>23</b>	0	<b>54600</b>	-13,5
A1s	24	4,3	60840	21,7
A2s	<b>12</b>	0	<b>41832</b>	0
STS2S	13	8,3	59933,5	10,3
STS4S	<b>5</b>	0	57825,9	22,5
OF1	<b>4</b>	0	<b>10752</b>	-1
OF2	<b>5</b>	0	<b>10836</b>	0
CHL1S	<b>6</b>	0	89232	16,2
CHL2S	<b>3</b>	0	9923,1	1,6
A3	<b>8</b>	0	43456	14,5
A4	<b>5</b>	0	<b>30429</b>	0
A5	<b>5</b>	0	63756	21,4
CHL5	<b>4</b>	0	1552	33,3
CHL6	<b>6</b>	0	115934	19,1
CHL7	7	16,7	132158	34,8
CU1	13	8,3	161625	10,9
Hchl3s	<b>3</b>	0	37089,08	3,2
Hchl6s	<b>5</b>	0	308042,68	3,6
Hchl8s	<b>2</b>	0	1881,6	1,4

(7.3) çizelgesine göre öne sürülen karma tamsayılı matematiksel model ile problemlerin tek ana malzeme çeşidi ile ele alındığı durumda 25 problem

17'sinde optimal çözüme ulaşılmıştır. Optimal çözümler tabloda koyu renk ile belirtilmiştir. Optimal çözümün elde edilemediği test problemlerinde “S-Gap” sütununda verilen değerlere göre, optimal değerden en fazla %16,7'dir. Problemlerin çözümüne birden fazla ana malzeme çeşidi ile ulaşılmak istendiği durumda ise *A2s*, *OF2* ve *A4* problemlerinde [1] makalesinde öne sürülen sonuçlar elde edilmiş, *2s,3s* ve *OF1* probleminde ise makalede verilen sonuçlardan daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar tabloda altı çizgili şekilde belirtilmiştir.

Problemler birden fazla ana malzeme çeşidinin kullanıldığı durumda, iki amaçlı olarak ele alınmış ve bölüm (5.1)'de öne sürülen iki amaçlı karma tamsayılı matematiksel model kullanılmıştır. İki amaçlı karma tamsayılı modelin skalerleştirilmesi amacıyla iki farklı skalerleştirme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemler: Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ve Konik skalerleştirme yöntemidir.

**Çizelge 7.4** Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile elde edilmiş sonuçlar

Ağırlıklar	$(w_1, w_2) = (1,5)$		$(w_1, w_2) = (2,4)$		$(w_1, w_2) = (3,3)$		$(w_1, w_2) = (4,2)$		$(w_1, w_2) = (5,1)$	
Örnekler	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$
HH	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1
CW1	144375	1	152250	2	181912,5	1	153562,5	2	154743,75	2
CW2	355286,25	1	404093,25	3	349544,25	2	378972	1	358875	1
Hchl2	135200	1	236600	1	234234	1	168324	2	113568	1
Hchl9	83980	1	107593	1	59280	1	59280	1	58983,6	3
2s	5376	1	5600	1	5600	1	5376	1	5376	1
3s	56616	2	59388	2	56784	2	56672	2	56616	2
A1s	63360	1	63360	1	63360	2	60690	3	60600	2
A2s	42768	1	42768	1	45036	2	44928	1	42120	2
STS2S	79475	1	93500	1	83589	2	92565	2	85833	2
STS4S	56453,76	1	58806	1	58217,94	1	58217,94	1	58413,96	2
OF1	10752	1	11200	1	10752	1	10752	1	10752	1
OF2	11088	1	11088	1	11088	1	11088	1	11088	1
CHL1S	91476	1	92400	1	89496	2	92400	1	88704	1
CHL2S	10230	1	10127,7	1	9820,8	1	9820,8	1	10127,7	1
A3	56000	1	44352	1	43008	1	44800	1	44352	1
A4	31185	1	30240	1	31185	1	30240	1	30240	1
A5	63360	1	65340	1	65340	1	65340	1	65340	1
CHL5	1600	1	1600	1	1600	1	1600	1	1552	2
CHL6	146016	1	113568	1	101400	1	101231	2	117117	1
CHL7	236600	1	146016	1	116610	2	134524	2	118300	1
CU1	175000	1	210375	1	175000	1	187375	2	200000	1
Hchl3s	47792,64	1	47792,64	1	47792,64	1	37338	1	36591,24	2
Hchl6s	36688,08	1	370392	1	305573,4	1	305573,4	1	306190,72	2
Hchl8s	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1

Problemler öncelikle ağırlıklandırılmış toplam yöntemi kullanılarak skalerleştirilmiştir. Beş farklı ağırlık parametresi kullanılmıştır. Bu ağırlık parametreleri şu şekildedir;  $(w_1, w_2) = (1,5)$ ,  $(w_1, w_2) = (2,4)$ ,  $(w_1, w_2) = (3,3)$ ,  $(w_1, w_2) = (4,2)$ ,  $(w_1, w_2) = (5,1)$ . Modelde  $w_1$  birinci amacın yani kullanılan toplam ana malzeme alanının,  $w_2$  ise ikinci amacın yani kullanılan ana malzeme çeşit sayısının enküçüklenmesinin ağırlığıdır. Buna göre elde edilen sonuçlar çizelge (7.4)'de verilmiştir. çizelge (7.4)'de  $f_1$  kullanılan toplam ana malzeme alanını,  $f_2$  kullanılan ana malzeme çeşit sayısını göstermektedir. Bazı problemler için ağırlık parametrelerinin değiştirilmesi problemin sonucunu etkilememiştir. Ancak bazı problemlerde iyileşme sağlanmıştır. Örneğin *CHL5* problemi için  $(w_1, w_2) = (1,5)$  ağırlık parametresinde  $(f_1, f_2) = (1600,1)$  sonucu elde edilirken, birinci amacın ağırlığının arttırıldığı  $(w_1, w_2) = (5,1)$  ağırlık parametresinde  $(f_1, f_2) = (1552,2)$  sonucu elde edilmiştir. Buna göre fire miktarı azalmış ancak kullanılan ana malzeme çeşit sayısı artmıştır.

**Çizelge 7.5** Konik skalerleştirme ile elde edilmiş sonuçlar

Ağırlıklar			$(w_1, w_2) = (1,5)$		$(w_1, w_2) = (1,5)$		$(w_1, w_2) = (2,4)$		$(w_1, w_2) = (2,4)$	
	Alfa		$\alpha = 0$		$\alpha = 1$		$\alpha = 0$		$\alpha = 2$	
Örnekler	$a_1$	$a_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$
HH	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1
CW1	144375	1	130856,25	2	328125	1	195037	2	324843,75	1
CW2	355286,25	1	325858	2	803880	1	369162,75	3	829001,25	1
Hchl2	135200	1	118131	2	591500	1	117624	2	591500	1
Hchl9	83980	1	54340	1	171171	1	58884,8	2	172900	1
2s	5376	1	5376	1	5376	1	5376	1	5376	1
3s	56616	2	60564	2	70000	1	60564	2	69300	1
A1s	63360	1	63600	2	72000	1	63720	2	72000	1
A2s	42768	1	41796	2	71280	1	42444	3	71280	1
STS2S	79475	1	74800	1	134640	1	79475	1	134640	1
STS4S	56453,76	1	56453,76	1	56453,76	1	57433,86	3	196020	1
OF1	10752	1	10752	1	10752	1	10752	1	10752	1
OF2	11088	1	10836	2	11088	1	10836	2	11088	1
CHL1S	91476	1	89760	2	392040	1	117744	2	396000	1
CHL2S	10230	1	9820,8	1	10127,7	1	9820,8	1	10230	1
A3	56000	1	43960	3	53760	1	43176	2	55440	1
A4	31185	1	30240	1	31185	1	30933	3	107100	1
A5	63360	1	63888	2	261360	1	64152	2	224400	1
CHL5	1600	1	1552	2	1600	1	1552	2	1600	1
CHL6	146016	1	100724	2	507000	1	100386	3	507000	1
CHL7	236600	1	456300	1	574600	1	118131	2	591500	1
CU1	175000	1	173750	3	312500	1	161000	2	309375	1
Hchl3s	47792,64	1	37089,08	2	112014	1	48166,02	2	112014	1
Hchl6s	36688,08	1	362366,84	3	1358104	1	300017,52	2	1358104	1
Hchl8s	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1

Problemler daha sonra Konik skalerleştirme yöntemi ile skalerleştirilerek çözdürülmüştür. Konik skalerleştirme için referans noktası olarak, çizelge (7.5)'de verilen ve ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile elde edilmiş bazı çözümler kabul edilmiştir. Problemlerin referans noktaları  $(a_1, a_2)$  sütununda verilmiştir. Beş farklı ağırlık parametresi kullanılmıştır. Bu ağırlık parametreleri şu şekildedir;  $(w_1, w_2) = (1,5), (w_1, w_2) = (2,4), (w_1, w_2) = (3,3), (w_1, w_2) = (4,2), (w_1, w_2) = (5,1)$ . Bu ağırlık parametreleri ile farklı  $\alpha$  değerleri kullanılarak tüm test problemleri çözdürülmüştür.  $\alpha$  değerleri her bir problem için kullanılan amaç fonksiyonu ağırlıklarının en küçüğüne eşit ya da ondan küçük olarak belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar çizelge (7.5)'de verilmiştir.

**Çizelge 7.5 Devam:** Konik skalerleştirme ile elde edilmiş sonuçlar

Ağırlıklar	$(w_1, w_2) = (1,5)$		$(w_1, w_2) = (1,5)$		$(w_1, w_2) = (2,4)$		$(w_1, w_2) = (2,4)$			
Alfa	$\alpha = 0$		$\alpha = 1$		$\alpha = 0$		$\alpha = 2$			
Örnekler	$a_1$	$a_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$
HH	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1	23896,32	1
CW1	144375	1	130856,25	2	967968,75	3	155925	1	141881,25	3
CW2	355286,25	1	354090	2	2470256,25	3	348348	2	370359	2
Hchl2	135200	1	169000	1	1744925	3	135200	1	116272	2
Hchl9	83980	1	59082	2	67579,2	3	54142,4	2	58884,8	2
2s	5376	1	5376	1	5376	1	5376	1	5376	1
3s	56616	2	59640	2	57960	3	56672	2	56672	2
A1s	63360	1	63360	1	221250	3	60930	3	63360	1
A2s	42768	1	42552	3	212400	3	42048	3	42624	3
STS2S	79475	1	68535,5	3	69610,75	3	73163,75	3	78773,75	3
STS4S	56453,76	1	56453,76	1	578259	3	57923,91	2	57335,85	2
OF1	10752	1	10752	1	10752	1	10752	1	10752	1
OF2	11088	1	10836	2	10920	3	10836	2	10836	2
CHL1S	91476	1	90288	2	1168200	3	91212	3	103752	2
CHL2S	10230	1	9820,8	1	10230	1	9820,8	1	9820,8	1
A3	56000	1	43512	2	56000	1	44072	3	43624	3
A4	31185	1	30618	2	371700	3	30807	2	30492	2
A5	63360	1	64812	3	778800	3	64416	2	64152	2
CHL5	1600	1	1552	2	1600	1	1552	2	1552	2
CHL6	146016	1	99203	3	131651	3	100724	2	100555	3
CHL7	236600	1	185900	1	1744925	3	116948	2	114920	2
CU1	175000	1	173875	3	921875	3	161375	3	162375	2
Hchl3s	47792,64	1	36591,24	2	367157	3	37089,08	2	47792,64	1
Hchl6s	36688,08	1	307425,36	2	4006406,8	3	364836,12	3	308041,68	2
Hchl8s	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1	1881,6	1

Çizelge (7.5)'de görüldüğü gibi konik skalerleştirme yöntemi, ağırlıklandırılmış toplam yönteminde kullanılan ağırlıklar ile çizelge (7.4)'de elde edilen sonuçlardan farklı çözümleri bulmuştur. Burada  $\alpha$  parametresinin kullanımı

farklı çözümlerin bulunmasını sağlamıştır. Örneğin çizelge (7.5)'de *OF2* problemi için ağırlık parametresinin  $(w_1, w_2) = (3,3)$  ve  $\alpha=3$  olduğu durumda  $(f_1, f_2) = (1920,3)$  sonucu elde edilmiştir. Ancak ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile bu ağırlık parametresi için  $(f_1, f_2) = (11088,1)$  çözümünü elde edilmiştir. Buna göre farklı  $\alpha$  değerleri için aynı ağırlık parametresi ile farklı çözümler elde edilebilir.

Çizelge (7.6)'de *OF1* ve *CHL5* problemlerinin konik skalerleştirme ile elde edilmiş sonuçları verilmiştir. Çizelgede görüldüğü gibi aynı ağırlık parametreleri ile farklı  $\alpha$  değerleri kullanılarak farklı çözümler elde edilmiştir. Buna göre konik skalerleştirme yöntemi ile farklı  $\alpha$  ve ağırlık parametreleri ile çözüm uzayı taranarak tüm etkin çözümler bulunabilir.

**Çizelge 7.6** *OF2* ve *CHL5* problemlerinin çözümleri

<i>OF2</i>	$a_1$	$a_2$	$w_1$	$w_2$	$\alpha$	$f_1$	$f_2$
	11088	1	1	5	0	10836	2
	11088	1	1	5	1	11088	1
	11088	1	2	4	0	10836	2
	11088	1	2	4	1	10836	2
	11088	1	2	4	2	11088	1
	11088	1	3	3	0	10836	2
	11088	1	3	3	1	10836	2
	11088	1	3	3	2	10836	2
	11088	1	3	3	3	10920	3
	11088	1	4	2	0	10836	2
	11088	1	4	2	1	10836	2
	11088	1	4	2	2	10836	2
	11088	1	5	1	0	10836	2
	11088	1	5	1	1	10836	2
<i>CHL5</i>	$a_1$	$a_2$	$w_1$	$w_2$	$\alpha$	$f_1$	$f_2$
	1600	1	1	5	0	1552	2
	1600	1	1	5	1	1600	1
	1600	1	2	4	0	1552	2
	1600	1	2	4	1	1552	2
	1600	1	2	4	2	1600	1
	1600	1	3	3	0	1552	2
	1600	1	3	3	1	1552	2
	1600	1	3	3	2	1552	2
	1600	1	3	3	3	1600	1
	1600	1	4	2	0	1552	2
	1600	1	4	2	1	1552	2
	1600	1	4	2	2	1552	2
	1600	1	5	1	0	1552	2
	1600	1	5	1	1	1552	2

## 7.2. 2BKP için Karma Tamsayı Matematiksel Model ile Elde Edilmiş Sonuçlar

Bu bölümde çizelge (7.2)'de verilen problemler iki boyutlu giyotin olmayan kesme ve malzeme seçim problemleri için geliştirilen iki amaçlı karma tamsayı analitik matematiksel model kullanılarak çözdürülmüştür. Problemlerin skalerleştirilmesi amacıyla ağırlıklandırılmış toplam yöntemi kullanılmıştır. Problemler 4 farklı ağırlık parametresi kullanılarak çözülmüştür. Bu parametreler  $(w_1, w_2) = (1,4)$ ,  $(w_1, w_2) = (2,3)$ ,  $(w_1, w_2) = (3,2)$ ,  $(w_1, w_2) = (4,1)$  şeklindedir. Bu verilere göre elde edilen sonuçlar çizelge (7.7)'de verilmiştir.

**Çizelge 7.7** Ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile elde edilmiş çözümler

Ağırlıklar	$(w_1, w_2) = (1,4)$		$(w_1, w_2) = (2,3)$		$(w_1, w_2) = (3,2)$		$(w_1, w_2) = (4,1)$	
Örnek	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$	$f_1$	$f_2$
ngcut1	110	1	110	1	110	1	110	1
ngcut2	119	1	119	1	119	1	119	1
ngcut3	119	1	119	1	119	1	119	1
ngcut4	126	1	126	1	126	1	126	1
ngcut5	92,5	1	92,5	1	92,5	1	92,5	1
ngcut6	155,5	1	155,5	1	155,5	1	155,5	1
ngcut7	209	1	209	1	209	1	209	1
ngcut8	167	1	135	1	135	1	135	1
ngcut9	562	1	226	1	410	1	258	1
ngcut10	980	1	980	1	908	1	908	1

Çizelge (7.2)'ye göre farklı ağırlık parametreleri için farklı çözümler elde edildiği gibi aynı çözümlerin elde edildiği görülmektedir. Örneğin, *ngcut10* problemi için  $(w_1, w_2) = (1,4)$  ağırlık parametresi ile  $(f_1, f_2) = (980,1)$  çözümü elde edilmiştir.  $(w_1, w_2) = (4,1)$  ağırlık parametresi ile ise  $(f_1, f_2) = (908,2)$  çözümü elde edilmiştir. Bu şekilde birinci amaç fonksiyonunun ağırlığı artırılarak toplam fire miktarında azalma sağlanmıştır. Ancak kullanılan ana malzeme çeşit sayısı artmış olur.

### 7.3. Tavlama Benzetimi Algoritması ile Elde Edilmiş Sonuçlar

Bölüm (6.2)'de geliştirilen tavlama benzetimi ile çizelge (7.1)'de verilen test problemleri çözdürülmüştür. Başlangıç sıcaklığı( $T$ ), soğuma oranı( $so$ ), denge iterasyon sayısı( $i$ ) ve kabul oranını( $R$ ) içeren parametrelerin her biri 2 seviye olarak ele alınmış ve toplam 16 deney yapılmıştır.

$T$	$so$	$i$	$R$
100	0,75	20	0,2
200	0,9	30	0,3

Çizelge 7.8 Tavlama benzetimi ile elde edilmiş sonuçlar

Deney Örnek	1		2		3		4		5		6		7		8	
	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$	$f$	$t$
HH	2	1	2	1	2	1	2	5	2	1	2	2	2	1	2	4
CW1	15	3	14	10	14	5	14	16	14	3	14	4	14	5	14	16
CW2	20	3	20	10	20	5	20	16	20	3	20	11	20	5	20	25
Hchl2	9	3	9	11	9	5	9	17	9	3	9	11	9	4	9	16
Hchl9	17	3	17	12	17	5	17	18	17	3	17	12	17	6	17	18
2s	3	1	3	3	3	2	3	5	3	0	3	3	3	1	3	5
3s	29	3	29	10	29	5	29	16	29	3	29	10	29	4	29	16
A1s	30	4	30	11	30	5	30	17	30	3	30	11	30	5	30	16
A2s	18	3	18	9	18	3	18	13	18	3	18	8	18	4	18	13
STS2S	19	3	19	12	19	6	19	18	19	3	19	12	19	15	19	18
STS4S	8	2	8	7	8	3	8	11	8	2	8	7	8	3	8	11
OF1	6	1	6	4	6	2	6	7	6	1	6	3	6	2	6	7
OF2	6	2	6	3	6	2	6	6	6	1	6	4	6	2	6	6
CHL1S	9	3	9	9	9	4	9	14	9	2	9	9	9	4	9	15
CHL2S	4	0	4	3	4	1	4	5	4	1	4	3	4	1	4	5
A3	10	2	10	6	10	3	10	11	10	2	10	7	10	3	10	10
A4	8	1	8	6	8	3	8	9	8	1	8	5	8	2	8	8
A5	8	2	8	6	8	3	8	11	8	2	8	6	8	2	8	10
CHL5	4	0	4	3	4	2	4	5	4	1	4	4	4	1	4	5
CHL6	8	2	8	9	8	4	8	14	8	3	8	9	8	4	8	14
CHL7	9	3	9	11	9	5	9	17	9	3	9	10	9	5	9	16
CU1	24	5	24	14	24	7	24	22	24	4	24	14	24	6	24	22
Hchl3s	5	2	5	7	5	3	5	10	5	2	5	6	5	3	5	10
Hchl6s	8	3	8	8	8	3	8	13	8	2	8	8	8	3	8	12
Hchl8s	3	1	3	3	3	1	3	5	3	1	3	3	3	1	3	5

**Çizelge 7.8 Devam:** Tavlama benzetimi ile elde edilmiş sonuçlar

<i>Deney</i>	9		10		11		12		13		14		15		16	
<i>Örnek</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>
HH	2	1	2	3	2	1	2	4	2	1	2	2	2	3	2	4
CW1	14	3	14	10	14	5	14	16	14	3	14	10	14	5	14	16
CW2	20	3	20	10	20	4	20	16	20	5	20	10	20	4	20	16
Hchl2	9	3	9	10	9	5	9	16	9	3	9	11	9	5	9	16
Hchl9	17	3	17	12	17	5	17	18	17	3	17	11	17	5	17	16
2s	3	1	3	3	3	1	3	5	3	1	3	1	3	1	3	5
3s	29	3	29	11	29	5	29	17	29	3	29	11	29	4	29	17
A1s	30	3	30	10	30	5	30	17	30	3	30	11	30	4	30	17
A2s	18	12	18	19	18	14	18	13	18	13	18	8	18	4	18	13
STS2S	19	7	19	12	19	5	19	19	19	4	19	12	19	5	19	19
STS4S	8	2	8	7	8	3	8	10	8	2	8	6	8	3	8	11
OF1	6	2	6	4	6	2	6	6	6	1	6	4	6	2	6	6
OF2	6	2	6	5	6	2	6	7	6	1	6	4	6	1	6	6
CHL1S	9	3	9	10	9	4	9	15	9	3	9	9	9	4	9	14
CHL2S	4	1	4	3	4	1	4	5	4	1	4	3	4	1	4	5
A3	10	2	10	7	10	3	10	11	10	2	10	7	10	3	10	10
A4	8	1	8	5	8	3	8	9	8	1	8	5	8	3	8	8
A5	8	2	8	6	8	3	8	10	8	2	8	7	8	3	8	10
CHL5	4	1	4	3	4	2	4	5	4	1	4	3	4	1	4	7
CHL6	8	3	8	9	8	4	8	14	8	3	8	9	8	4	8	14
CHL7	9	3	9	11	9	5	9	17	9	3	9	11	9	5	9	16
CU1	24	4	24	14	24	7	24	22	24	4	24	14	24	6	24	21
Hchl3s	5	2	5	7	5	3	5	11	5	2	5	6	5	3	5	11
Hchl6s	8	2	8	8	8	4	8	13	8	2	8	8	8	3	8	13
Hchl8s	3	1	3	3	3	2	3	5	3	1	3	3	3	1	3	4

Verilen parametrelere göre elde edilen 16 sonuç çizelge (7.8)'de verilmiştir. “*f*” sütunu kullanılan ana malzeme sayısını gösterirken “*t*” sütunu ise çözümlere ulaşılma süresini(sn) gösterir. Sonuçlara baktığımızda 2 adet problemde optimal çözüme ulaşıldığı görülmüştür. Bu problemler *HH* ve *CHL5* problemleridir. Sonuçların elde edilme sürelerine baktığımızda en fazla 25 sn'de tüm parametre eşleşmeleri için çözümler elde edilmiştir.

#### 7.4. Yasaklı Arama Algoritması ile Elde Edilmiş Sonuçlar

Bölüm (6.3)'de geliştirilen yasaklı arama ile çizelge (7.1)'de verilen test problemleri çözdürülmüştür. İterasyon sayısı 5 farklı değerde kabul edilerek 5 deney yapılmıştır. Verilen iterasyon sayıları şu şekildedir;



<i>Deney</i>	<i>İterasyon</i>
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500

Yukarıda verilen beş farklı parametre değerlerine göre elde edilen çözümler şu şekildedir;

**Çizelge 7.9** Yasaklı arama algoritması ile elde edilmiş sonuçlar

<i>Deney Örnek</i>	<i>1</i>		<i>2</i>		<i>3</i>		<i>4</i>		<i>5</i>	
	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>
<b>HH</b>	2	0	2	0	2	1	2	1	2	1
<b>CW1</b>	15	0	15	1	15	2	15	3	15	3
<b>CW2</b>	20	1	20	1	20	2	20	2	20	3
<b>Hchl2</b>	9	0	9	1	9	2	9	2	9	2
<b>Hchl9</b>	17	1	17	1	17	2	17	2	17	3
<b>2s</b>	3	0	3	0	3	1	3	1	3	1
<b>3s</b>	30	1	30	2	30	2	30	2	29	3
<b>A1s</b>	30	1	30	1	30	2	29	2	29	4
<b>A2s</b>	17	0	17	1	17	1	16	2	16	3
<b>STS2S</b>	19	0	19	2	19	2	19	3	19	3
<b>STS4S</b>	8	1	8	1	8	1	8	2	8	2
<b>OF1</b>	6	0	6	0	6	1	6	1	6	1
<b>OF2</b>	6	0	6	0	6	1	6	1	6	2
<b>CHL1S</b>	10	0	10	1	10	1	10	2	10	3
<b>CHL2S</b>	4	0	4	0	4	0	4	1	4	1
<b>A3</b>	10	0	10	1	10	1	10	2	10	2
<b>A4</b>	7	0	7	0	7	1	7	1	7	1
<b>A5</b>	8	0	8	1	8	2	8	2	8	2
<b>CHL5</b>	5	0	4	1	4	1	4	1	4	1
<b>CHL6</b>	8	0	8	1	8	2	8	2	8	2
<b>CHL7</b>	9	1	9	1	9	2	9	2	9	3
<b>CU1</b>	22	1	22	2	22	2	22	3	22	4
<b>Hchl3s</b>	5	0	5	1	5	2	5	2	5	2
<b>Hchl6s</b>	8	0	8	1	8	1	8	2	8	2
<b>Hchl8s</b>	3	0	3	0	3	0	3	0	2	1

Verilen iterasyon sayılarına göre her bir problem için elde edilen sonuçlar çizelge (7.9)'de verilmiştir. “*f*” sütunu kullanılan ana malzeme sayılarını gösterirken “*t*” sütunu ise çözümlere ulaşılma süresini(sn) gösterir. Sonuçlara göre üç problemde en iyi çözüme ulaşılmıştır. Bu problemler *HH*, *CHL5* ve *Hchl8s* problemleridir. Yasaklı arama ile elde edilen sonuçlara ulaşma süresi tüm iterasyon sayıları için 4 sn'nin altındadır. Buna göre bir önceki bölümde, tavlama benzetimi ile sonuçların elde edilme süreleri dikkate alındığında, yasaklı arama

daha kısa sürede çözümlerin elde edilmesini sağlayabilmektedir. Bunun nedeni tavlama benzetimi için gerekli parametrelerin fazla olmasıdır.

### 7.5. Yanlı Rassal Anahtarlı Genetik Algoritma ile Elde Edilmiş Sonuçlar

Bölüm (6.4)'de geliştirilen yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma ile çizelge (7.1)'de verilen 25 problemin çözümünde kullanılmıştır. Geliştirilen genetik algoritma içinde her iterasyonda, popülasyondaki en iyi bireye tüm ikili değişimler uygulanarak tüm komşulukları oluşturulmuş ve uyum değerleri hesaplanmıştır. Bu şekilde genetik algoritma içerisinde yerel arama uygulanarak daha etkin çözümlerin elde edilmesi hedeflenmiştir. RAGA'da dört parametre iki farklı değerde ele alınarak 16 deney yapılmıştır. Ele alınan parametreler; Popülasyon sayısı, nesil sayısı, Elit birey oranı, Mutant birey oranıdır. Verilen parametrelerin seviyeleri şu şekildedir;

Popülasyon	Nesil	Elit birey oranı	Mutant birey oranı
50	50	0,3	0,2
100	100	0,4	0,3

Çizelge 7.10 YRAGA ile elde edilmiş sonuçlar

Deney	1		2		3		4		5		6		7		8	
	f	t	f	t	f	t	f	t	f	t	f	t	f	t	f	t
Örnek																
HH	2	3	2	3	2	2	2	2	2	5	2	6	2	6	2	6
CW1	13	50	14	48	13	50	14	48	13	95	14	94	13	99	13	96
CW2	18	52	18	51	18	49	18	52	18	98	18	97	18	97	18	97
Hchl2	8	71	8	72	8	72	8	72	8	14	8	14	8	14	8	14
Hchl9	15	82	15	82	15	77	16	77	15	16	15	16	15	16	15	16
2s	3	4	3	5	3	4	3	5	3	9	3	10	3	10	3	10
3s	28	48	27	47	28	47	27	47	28	94	27	93	28	93	28	93
A1s	29	49	29	47	27	49	30	46	29	93	29	97	29	94	28	94
A2s	17	30	16	32	16	31	16	30	16	64	16	63	17	59	16	59
STS2S	19	94	19	88	18	88	19	89	18	18	19	17	18	17	19	11
STS4S	7	26	7	23	7	23	7	23	7	45	7	48	7	47	7	48
OF1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	9	4	10	5	9	5	9
OF2	6	5	6	5	5	5	5	4	5	9	5	10	5	10	6	10
CHL1	8	46	9	44	8	46	9	42	9	85	9	85	8	91	8	90
CHL2	3	4	3	3	3	3	3	3	3	7	3	6	3	6	3	7
A3	9	17	9	18	9	19	9	18	9	34	9	34	9	35	9	34
A4	7	10	7	11	6	11	7	10	7	20	7	20	7	20	6	20
A5	7	14	6	15	7	14	7	14	6	30	7	28	7	28	7	29
CHL5	4	3	4	4	4	3	4	3	4	6	4	6	4	6	4	6
CHL6	8	46	8	47	7	46	8	46	8	93	8	93	8	92	8	92
CHL7	8	69	8	68	8	62	8	68	8	13	8	13	8	14	8	13
CU1	16	96	16	94	16	96	17	89	16	89	16	18	17	17	16	19
Hchl3s	4	18	4	19	4	19	4	19	4	37	4	37	4	36	4	37
Hchl6s	7	32	7	33	7	32	7	32	7	64	7	65	7	64	7	64
Hchl8s	2	3	2	3	2	3	2	3	2	6	2	6	2	6	2	7

**Çizelge 7.10 Devam:** YRAGA ile elde edilmiş sonuçlar

<i>Deney</i>	9		10		11		12		13		14		15		16	
<i>Örnek</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>t</i>
HH	2	5	2	5	2	5	2	5	2	10	2	11	2	10	2	10
CW1	14	57	13	57	13	60	14	57	14	11	14	11	13	11	13	11
CW2	18	58	18	61	18	62	18	62	19	11	18	11	18	11	18	11
Hchl2	8	85	8	84	8	83	8	84	8	16	8	17	8	16	8	16
Hchl9	15	96	15	95	15	96	15	95	14	19	15	18	15	18	15	18
2s	3	8	3	8	3	8	3	8	3	15	3	16	3	16	3	15
3s	28	56	26	57	28	56	27	57	27	11	27	11	27	11	27	11
A1s	30	56	28	61	29	55	28	58	29	11	29	11	28	11	28	11
A2s	17	38	16	40	17	38	16	38	16	81	16	76	16	78	16	75
STS2S	18	10	18	10	18	10	18	10	19	21	18	21	18	20	19	29
STS4S	7	31	7	31	7	31	7	31	7	63	7	62	7	58	7	61
OF1	5	8	5	8	5	8	5	8	5	14	5	15	5	15	5	15
OF2	5	8	5	7	5	8	5	7	5	16	5	15	5	16	5	16
CHL1	9	52	8	56	8	55	9	53	8	11	9	11	8	11	8	10
CHL2	3	5	3	6	3	6	3	6	3	11	3	12	3	12	3	12
A3	9	23	9	24	9	23	9	24	9	46	9	47	9	46	9	46
A4	7	15	7	15	7	15	7	15	7	30	7	30	6	30	7	30
A5	7	20	7	20	7	21	6	20	6	42	7	40	7	40	7	39
CHL5	4	6	4	6	4	5	4	5	4	10	4	11	4	11	4	11
CHL6	7	56	8	57	8	56	8	56	8	11	8	11	7	11	8	11
CHL7	8	79	8	81	8	80	8	80	8	15	8	16	8	15	8	15
CU1	16	10	16	10	17	10	16	10	16	21	16	21	16	21	15	21
Hchl3s	4	25	4	25	4	26	4	24	4	51	4	50	4	50	4	50
Hchl6s	7	42	7	41	7	41	7	41	7	83	7	82	7	81	7	81
Hchl8s	2	5	2	6	2	6	2	6	2	11	2	11	2	11	2	11

Verilen parametre seviyelerine göre elde edilen 16 sonuç çizelge (7.10)'da verilmiştir. Kullanılan toplam ana malzeme sayısı  $f$  sütununda gösterilirken " $t$ " sütunu çözümlere ulaşılma süresini (sn) gösterir. Elde edilen sonuçlara göre 6 adet problem için en iyi değerlere ulaşılmıştır. Bu problemler; HH, OF1, OF2, CHL2S, CHL5 ve Hchl8s örnek problemleridir. Çözümlerin elde edilme sürelerine bakıldığında en uzun sürenin 404 sn olduğu belirlenmiştir. Genetik algoritma popülasyon tabanlı bir metasezgisel olduğu için ve her iterasyonda elit çözümün tüm ikili komşuları incelendiği için elde edilen süreler ilk iki algoritmaya göre uzundur.

## 8. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada iki boyutlu kesme ve ana malzeme seçim problemleri için karma tamsayı matematiksel modeller ile sezgisel ve metasezgisel çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir.

Giyotin kesim kısıtına uygun 2B2GKP için geliştirilen karma tamsayı matematiksel modelin literatürdeki Malaguti ve Furini'nin modelinden farklı parçaların önce seviyelere daha sonra ana malzemelere atanması yerine doğrudan ana malzemeye atanmasıdır. Ayrıca model iki amaçlı formüle edilerek kullanılan toplam ana malzeme alanının en küçüklenmesinin yanı sıra toplam ana malzeme çeşit sayısının da en küçüklenmesi hedeflenmiştir. Bu şekilde farklı çeşitlerdeki ana malzemelerin taşınması ve depolanması nedeniyle ortaya çıkabilecek maliyetlerin azaltılması hedeflenmiştir. Bu model tek amaçlı ve iki amaçlı olmak üzere iki şekilde formüle edilmiştir. Tek amaçlı formüle edildiği durumda tek ana malzeme çeşidinin ve birden fazla ana malzeme çeşidinin kullanımına izin verilerek çözdürülmüştür. Tek ana malzeme çeşidi için 18 problem için optimal değere ulaşılmıştır. Birden fazla ana malzeme çeşidi için ise üç problem için optimal değere, üç problem için literatürde verilen değerden daha iyi çözüme ulaşılmıştır. İki amaçlı formüle edildiği durumda skalerleştirmek amacıyla iki farklı yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemler elde edilen sonuçlar üzerinden kıyaslanmıştır.

2BKP için ise literatürde yer almayan iki amaçlı karma tamsayı matematiksel model geliştirilmiş ve ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile skalerleştirilerek literatürde yer alan giyotinsiz kesim problemleri çözdürülmüştür. Bu problem için de kullanılan toplam ana malzeme sayısının en küçüklenmesi ve ana malzeme çeşit sayısının en küçüklenmesi amaç olarak birlikte ele alınmıştır. Elde edilen çözümler kullanılan ağırlık parametrelerine göre yorumlanmıştır.

Bunların dışında literatürde yer almayan yeni bir matematiksel model tabanlı sezgisel çözüm yaklaşımı öne sürülmüştür. Geliştirilen sezgisel yaklaşım iki aşamada çözüm üretmektedir. İlk aşamada bir ana malzemeye atanan parçalar belirlenirken, ikinci aşamada bu parçaların ana malzemelere yerleşimi sağlanmıştır. Bu yaklaşımda parçaların  $90^\circ$ 'lik rotasyonuna izin verilen durumda

dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlarda bireysel ana malzeme doluluk oranlarının yüksek olduğu gözlenmiştir.

Son olarak 2B2GKP'leri için tavlama benzetimi, yasaklı arama ve yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma geliştirilmiştir. Ele alınan metasezgisellere giyotin kısıtına uygun bir yerleştirme prosedürü uygulanmıştır. Geliştirilen metasezgiseller ile literatürde yer alan test problemleri farklı parametre değerleri dikkate alınarak çözdürülmüş ve sonuçlar verilmiştir. Yanlı rassal anahtarlı genetik algoritma içerisinde ayrıca yerel aramaya yer verilerek melez bir yapı elde edilmiştir. Bu şekilde daha iyi çözümlerin elde edilmesi sağlanmıştır.

## KAYNAKLAR

- [1] Furini F. ve Malaguti E., Models for the two-dimensional two-stage cutting stock problem with multiple stock size, *Computers and Operations Research*, 40, 8, 1953-1962, 2013.
- [2] Lodi A., Martello S. ve Vigo D., Models and bounds two-dimensional level packing problems, *Journal of Combinatorial Optimization*, 8, 3, 363-379, 2004.
- [3] Kasimbeyli N., Saraç T. ve Kasimbeyli R., A two-objective mathematical model without cutting patterns for one-dimensional assortment problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 235, 16, 4663-4674, 2011.
- [4] Gilmore P.C., Gomory R.E., A linear programming approach to the cutting-stock problem, *Operations Research*, 9, 6, 849-859, 1961.
- [5] Gilmore P.C., Gomory R.E., Multistage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions, *Operations Research*, 13, 1, 94-120, 1964.
- [6] Chen C.S., Lee S.M. ve Shen Q.S., An analytical model for the container loading problem, *European Journal of Operational Research*, 80, 1, 68-76, 1995.
- [7] Gonçalves J.F. ve Resende M.G.C, A biased random key genetic algorithm for 2D and 3D bin packing problems, *International Journal of Production Economics*, 145, 2, 500-510 , 2013.
- [8] Leung T.W., Yung C.H. ve Troutt M.D., Applications of genetic search and simulated annealing to the two-dimensional non-guillotine cutting stock problem, *Computers and Industrial Engineering*, 40, 201-214, 2001.
- [9] Beasley J.E., Algorithms for Unconstrained Two-Dimensional Guillotine Cutting, *The Journal of the Operational Research Society*, 36, 4, 2 297-306, 1985.
- [10] Lodi A. ve Monaci M., integer linear programming models for 2-staged two-dimensional Knapsack problems, *Mathematical Programming*, 94, 2-3, 257-278, 2003.
- [11] Leung S.C.H, Zhang D., Zhou C. ve Wu T., A hybrid simulated annealing metaheuristic algorithm for the two-dimensional knapsack packing problem, *Computers and Operations Research*, 39, 1, 64-73, 2012.
- [12] El-Ghazali Talbi, METAHEURISTICS From Design to Implementation, *Wiley, New Jersey*, 2009.
- [13] Kirkpatrick S., Gelatt C.D ve Vecchi M.P., Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 4598, 671-680, 1983.
- [14] Cerny V., A thermodynamical approach to the travelling salesman problem: An efficient simulation algorithm, *Journal of Optimization Theory and Applications* , 45, 41-51, 1985.
- [15] Glover F., Tabu Search: Part I, *ORSA Journal on Computing*, 1,13, 196-206, 1992.
- [16] Holland J. H., Outline for a logical theory of adaptive systems, *Journal of*

*the ACM*, 3, 297-314, 1962.

- [17] Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, MI 1975.
- [18] Ehrgott M., *A Multicriteria Optimization*, Springer, Berlin, Heidelberg 2005.
- [19] Gass S. ve Saaty T., The computational algorithm for the parametric objective function, *Naval Res. Logistics Quart.* 2, 39, 1955.
- [20] Gasimov R. N., Characterization of the Benson proper efficiency and scalarization in nonconvex vector optimization, In: M. Koksalan, S. Zionts (eds.) *Multiple Criteria Decision Making in the New Millennium*, Book Series: Lecture Notes in Econom. and Math. Systems, 507, 189-198, 2001.
- [21] Kasimbeyli R., A Nonlinear Cone Separation Theorem and Scalarization in Nonconvex Vector, *SIAM J. on Optimization*, 20, 1591-1619, 2010.
- [22] Kasimbeyli R., Conic scalarization method in multi-objective optimization, *Journal of Global Optimization*, 56, 2, 279-297, 2013.
- [23] Bean J.C., Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization, *ORSA Journal on Computing*, 6, 154-160, 1994.
- [24] Hifi M. ve Roucairol C., Approximate and exact algorithms for constrained (Un) weighted two-dimensional two-staged cutting stock problems, *J COMB OPTI*, 5, 4, 465-494, 2001.
- [25] Beasley J.E., An Exact Two-Dimensional Non-Guillotine Cutting Tree Search Procedure, *Operations Research*, 33, 1, 49-64, 1985.