

**SEZGİSEL BULANIK SAYILARA DAYALI
WEIBULL DAĞILIMI KULLANILARAK
YAŞAM FONKSİYONUNUN TAHMİNİ ve
UYGULAMASI**

Yüksek Lisans Tezi

GÜLAY YILDIZ

Eskişehir 2018

**SEZGİSEL BULANIK SAYILARA DAYALI WEIBULL DAĞILIMI
KULLANILARAK YAŞAM FONKSİYONUNUN TAHMİNİ ve UYGULAMASI**

Gülay YILDIZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Nihal ERGİNEL**

**Eskişehir Anadolu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Ocak, 2018**

Bu tez çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1706F392 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Gülay YILDIZ 'ın “Sezgisel Bulanık Sayılara Dayalı Weibull Dağılımı Kullanılarak Yaşam Fonksiyonunun Tahmini ve Uygulaması” başlıklı tezi 08/01/2018 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından “Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği” nin ilgili maddeleri uyarınca Endüstri Mühendisliği Anabilim dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	<u>Unvanı-Adı-Soyadı</u>	İmza
Üye (Tez Danışmanı) :	Prof. Dr. Nihal ERGİNEL
Üye :	Doç. Dr. Sevil ŞENTÜRK
Üye :	Doç. Dr. Arzu ALTIN YAVUZ

.....
Enstitü Müdürü

ÖZET

SEZGİSEL BULANIK SAYILARA DAYALI WEIBULL DAĞILIMI KULLANILARAK YAŞAM FONKSİYONUNUN TAHMİNİ ve UYGULAMASI

Gülay YILDIZ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ocak, 2018

Danışman: Prof. Dr. Nihal ERGİNEL

Bir insanın, sistemin, bileşenin ya da ürünün ömrünün rastgele ve öngörülemez olduğu bilinen bir gerçektir. Bu nedenle, herhangi bir bireyin ömrü belirlenmek istendiğinde istatistiksel yöntemleri içeren yaşam analizi kullanılır. Yaşam analizi, yaşam süresi verilerinin istatistiksel dağılımlarını belirleyerek popülasyonun ömrü hakkında tahmin yapmaya çalışmaktadır. Yaşam analizi konusunu ele alan bu çalışma, ürün parçalarının yaşam sürelerinin gözlemlenmesi ve yaşam süreleri dağılımlarının tespit edilerek beklenen yaşam sürelerinin hesaplanmasını amaçlamaktadır. İlgilenilen konu bir parçanın yaşam süresi olduğunda, çalışmanın başlangıcından sonuna kadar parçanın gözlem altında bulundurulması çeşitli nedenlerden dolayı mümkün değildir. Bu durum, analizde kullanılmak için elde edilen verilerde yüksek derecede belirsizlikler meydana getirir. Bu nedenle çalışmada, veriler üçgen sezgisel bulanık sayı olarak elde edilmiş ve analizin matematiksel çözümlerinde bulanık küme teorisi kullanılmıştır. Dolayısıyla veriler bulanık sayı olduğu için yaşam süresi dağılımları da bulanık ortamda analiz edilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Yaşam Analizi, Bulanık Küme Teorisi, Üçgen Sezgisel Bulanık Sayı, Yaşam Süresi Dağılımları

ABSTRACT

ESTIMATION AND APPLICATION OF SURVIVAL FUNCTION BY USING WEIBULL DISTRIBUTION BASED ON INTUITIONISTIC FUZZY NUMBERS

Gülay YILDIZ

Department of Industrial Engineering

Anadolu University, Graduate School of Sciences, Ocak,2018

Supervisor: Prof. Dr. Nihal ERGINEL

It is a fact that the life of a person, system, component or product is known to be random and unpredictable. For this reason, survival analysis is used which includes statistical methods when it is desired to determine the life of any individual. Survival analysis tries to estimate the lifetime of the population by determining the statistical distributions of lifetime data. This study, which deals with the issue of survival analysis, aims at observing the lifetime of product parts and calculating the expected lifetime by determining lifetime distributions. When the subject of interest is the lifetime of a part, it is impossible to keep the part under observation from the beginning to the end of the work due to various reasons. This case gives rise to high degree of uncertainty in the data obtained for use in the analysis. For this reason, the data were obtained as triangular intuitionistic fuzzy numbers and fuzzy set theory was used in mathematical operations of the analysis. Therefore, since the data are fuzzy numbers, the distribution of lifetime is also analyzed in the fuzzy environment.

Keywords: Survival Analysis, Fuzzy Sets Theory, Triangular Intuitionistic Fuzzy Number, Lifetime Distributions

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca, hiçbir zaman desteğini üzerimden eksik etmeyen, kendisine ne zaman danıŐsam bana kıymetli zamanını ayırıp sabırla beni dinleyen ve değerli bilgilerini benimle paylaşan danışman hocam Prof. Dr. Nihal ERĐNEL'e ,

Yüksek lisans eğitimimde gerçekleŐtirdiđim çalıŐmalarda hep yanımda olan arkadaŐım Hande SARAÇOĐLU' na,

Eğitim-öğretim hayatım boyunca üzerimde emeği olan hocalarıma, destekleri ile yanımda olan arkadaşlarıma,

Beni yetiŐtirip bu günlere getiren ve aldığım kararlarda hep bana destek olan annem Sabriye YILDIZ ve babam Hasan YILDIZ'a,

Sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

GÜLAY YILDIZ

Ocak,2018

08/01/2018

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı” ile tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

.....

Gülay YILDIZ

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. YAŞAM ANALİZİ	9
2.1. Yaşam Fonksiyonu	11
2.2. Tehlike Fonksiyonu	12
3. YAŞAM MODELLERİ.....	13
3.1. Olasılık Dağılımları	13
3.1.1. Üstel Dağılım.....	13
3.1.2. Weibull Dağılım	14
3.1.3. Normal Dağılım.....	16
3.1.4. Lognormal Dağılım	17
3.2. Parametre Tahmini için En Çok Olabilirlik Yöntemi	17
3.2.1. Sansürlü verilerin bulunduğu örnekler için en çok olabilirlik yöntemi ile parametre tahmini	18
3.2.2. Sansürlü verilerin bulunduğu örneklere dayalı Weibull dağılımının parametrelerinin tahmin edilmesi	19

4. BULANIK KÜME TEORİSİ	22
4.1. Bulanık Küme.....	23
4.2. Sezgisel Bulanık Küme	24
5. BULANIK YAŞAM ANALİZİ.....	32
5.1. Bulanık Sayılara Dayalı Weibull Dağılımı	33
5.3. Sezgisel Bulanık Sayılara Dayalı Weibull Dağılımı	34
6. UYGULAMA.....	38
7. SONUÇLAR.....	48
KAYNAKÇA	49
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLULAR DİZİNİ

Tablo 6.1. <i>Farklı a değerleri için şekil parametresi</i>	40
Tablo 6.2. <i>Farklı a değerleri için ölçek parametresi</i>	41
Tablo 6.3. <i>Farklı a değerleri için güvenilirlik değerleri</i>	43
Tablo 6.4. <i>$\alpha=0,45$ için şekil ve ölçek parametresinin alt ve üst sınırları</i>	44
Tablo 6.5. <i>Her t değeri için $\alpha=0,45$'deki güvenilirlik ve tehlike fonksiyonu aralıklarının alt ve üst sınırları</i>	45

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. 12 hafta boyunca gözlem altında tutulan 6 bireyin sansürlü ve sansürsüz yaşam süreleri (Kleinbaum ve Klein, 2013)	10
Şekil 3.1. Weibull dağılımın şekil parametresinin farklı değerleri için olasılık yoğunluk grafiğinin gösterimi	15
Şekil 3.2. Weibull dağılımın şekil parametresinin farklı değerleri için tehlike fonksiyonunun gösterimi	15
Şekil 3.3. Weibull dağılımın ölçek parametresinin farklı değerleri için olasılık yoğunluk grafiğinin gösterimi	16
Şekil 4.1. Bulanık kümenin destek, çekirdek ve sınırlarının gösterimi	23
Şekil 4.2. A sezgisel bulanık kümesi (Garg ,Rani ve Sharma, 2013).....	25
Şekil 4.3. Üçgen sezgisel bulanık sayı.....	27
Şekil 4.4. Üçgen sezgisel bulanık sayı ($a=a'$ ve $c=c'$)	27
Şekil 4.5. (4.20) eşitliğine göre tanımlanan üçgen sezgisel bulanık sayının α kesimi.....	30
Şekil 4.6. (4.24) eşitliğine göre tanımlanan üçgen sezgisel bulanık sayının α kesimi.....	31
Şekil 6.1. Sezgisel bulanık yaşam süresi t_1^* ' in α kesimi	39
Şekil 6.2. Şekil parametresinin karakteristik fonksiyonu	41
Şekil 6.3. Ölçek parametresinin karakteristik fonksiyonu	42
Şekil 6.4. Güvenilirlik karakteristik fonksiyonu	43
Şekil 6.5. Güvenilirlik fonksiyonunun zamana bağlı grafiği	46
Şekil 6.6. Tehlike fonksiyonunun zamana bağlı grafiği.....	47

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

T	: Yaşam süresi rastgele değişkeni
S(t)	: Yaşam fonksiyonu
F(t)	: Kümülatif dağılım fonksiyonu
h(t)	: Tehlike fonksiyonu
f(t)	: Olasılık yoğunluk fonksiyonu
L(t, θ)	: Olabilirlik fonksiyonu
ln L(t, θ)	: Logaritmik olabilirlik fonksiyonu
i	: Ürün
x_i	: i ürününün yaşam süresi
t_i	: i ürününün gözlenen başarısızlık süresi
c_i	: i ürününün gözleminin başladığı zamandan gözleminin sonlandırıldığı sansür zamanına kadar geçen süre
δ_i	: Sansür göstergesi
μ	: Normal ve lognormal dağılımın ortalamasını belirten parametre
σ	: Normal ve lognormal dağılımın standart sapmasını belirten parametre
λ	: Üstel dağılımın şekil parametresi
γ	: Dağılımların konum parametresi
η	: Weibull dağılımın ölçek parametresi
β	: Weibull dağılımın şekil parametresi
θ	: Bilinmeyen parametreler vektörü
μ_A(x)	: Üyelik fonksiyonu
v_A(x)	: Üye olmama fonksiyonu

1. GİRİŞ

İkinci Dünya Savaşı'nda askeri teçhizatın güvenilirliğine olan ilgiden dolayı yaşam analizi yeni bir döneme girmiştir. Tam olarak tarihsel süreci bilinmeyen bu istatistiksel analizin savaşta duyulan ihtiyaç sebebiyle gelişimi hız kazanmıştır. Bu dönemde, yaşam analizinde kullanılmak üzere yeni birçok istatistiksel yöntem geliştirilmiştir. Savaşın sonunda ölüm verilerinin araştırmasından, teçhizatın arıza süresi araştırmasına kadar uzanan bu istatistiksel yöntemler, sonra ki yıllarda müşterilerin daha güvenilir ürünler istemesinden dolayı özel sektörde de hızlı bir şekilde yaygınlaşmıştır (Singh ve Mukhopadhyay,2011).

Yaşam analizi, sonuç değişkeninin ilgili olayının ortaya çıkmasına kadarki zamana ait verilerin analiz edilmesi için bir dizi yöntem olarak tanımlanır. Olaylar genellikle biyolojik sistemlerde ölüm, mekanik sistemlerde başarısızlık olarak adlandırılır. Günümüzde yaşam analizleri tıp, ekonomi, zooloji, botanik, mühendislik gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Bu analize, farklı alanlardaki uygulamalar için farklı isimler verilmiştir. Ekonomide süreklilik analizi, sosyolojide olay tarihi analizi ve mühendislikte güvenilirlik teorisi ya da başarısızlık zamanı analizi olarak adlandırılmaktadır.

Yaşam analizinin amacı, bir örnekdeki yaşam verilerinin olasılık dağılımlarını tespit ederek, ortalama ömür ve başarısızlık oranı gibi önemli yaşam özelliklerini tahmin etmektir. Bir araştırmacı elindeki verilerin hangi dağılıma uyduğunu tespit ettikten sonra bu dağılımın karakteristik özelliklerini kullanarak analizi kolaylıkla yapabilir.

İnsanların, bilgi işleme sistemlerinin, elektronik ve mekanik cihazların ve buna benzer diğer birçok sistemin yaşam sürelerini gösteren veriler genellikle sürekli rastgele değişken özelliğine sahiptir. Dolayısıyla bu tür verilerin yaşam dağılımları da sürekli dağılımlardır. Bu verilerin yaygın olarak uyum gösterdiği Weibull' ın yanı sıra diğer önemli sürekli dağılımlar Normal, Lognormal, Üstel, Gamma ve Rayleigh dağılımlarıdır (Şentürk, 1998).Yaşam süresi analizinde, istenilen sonuçlara ulaşabilmek için bu dağılımların parametreleri kullanılmaktadır. Dağılımların parametrelerini tahmin etmek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bazı mevcut parametre tahmin yöntemleri; olasılık grafiği, en küçük kareler yöntemi, moment yöntemi ve en çok olabilirlik yöntemidir.

Klasik yaşam analizinde, genellikle, gözlemlenen yaşam süresi verilerinin hatasız gerçek sayılar olduğu varsayılır (Huagn, Zuo, & Sun, 2006). Ancak, yaşam süresi sürekli bir değişken olduğu için tüm gözlemleri ve ölçümleri her zaman gerçek sayı olamaz.

Yaşam süresi verilerini elde etmek için oldukça uzun zaman gereklidir. Bu süre boyunca süreç, baştan sona gözlem altında bulundurulamayabilir. Bundan dolayı, bazı gözlem değerleri kesin olarak kayıt altına alınamaz. Özetle, yaşam süresi gibi sürekli değişkenler az ya da çok belirsizlik içerir (Viertl, 2009). Bu nedenle, gerçek sayıların analizi için kullanılan klasik istatistiksel tahmin yöntemlerini bulanık sayılara genellemek gerekir.

Bulanık küme kavramını ilk kez Zadeh 1965 yılındaki çalışması ile ortaya koymuştur. Bu kavram, daha sonraki yıllarda hızla gelişmiş ve literatürdeki birçok çalışmada yer almıştır. Son zamanlarda birçok mühendislik alanında da bu kavram kullanılmaya başlanmıştır. Bulanık küme ve bulanık mantık kavramları, elektrikli ev aletlerinden, oto elektriğine, gündelik kullandığımız iş makinelerinden üretim mühendisliğine, endüstriyel teknolojilerden otomasyona kadar birçok alanda uygulama alanına sahiptir. Ayrıca çeşitli beyaz eşya, tren, asansör, trafik kontrolü ve otomobil sanayisinde kullanılabilir.

Bu tez çalışmasında da, ilgilenilen ürün parçasının yaşam süreleri veri olarak kullanılmış, yaşam süresi dağılımları ve parametreleri bulanık ortamda tahmin edilmiştir. Parçaların yaşam süresi dağılımları incelenerek yaşam analizi yapılmak istendiğinde, örneklerin kesin olarak elde edilmiş olan yaşam sürelerini içermesi beklenmektedir. Fakat ilgilenilen konu yaşam süresi olduğu durumlarda, araştırmanın başından sonuna kadar çeşitli nedenlerden dolayı verilerin kesin olarak kayıt altında tutulması mümkün değildir. Bu çalışmada da ilgilenilen yaşam süresi verileri, bir şirketin yetkili teknik servislerinden alınan bir ürünün bir parçası ile ilgili yaşam süresi verileridir. Müşteri, servis çalışanları ve firma arasındaki bilgi aktarımındaki eksiklikler sebebiyle, yaşam süreleri (arıza tarihleri) net olarak bilinmemektedir. Mevcut durumda verilerde meydana gelen belirsizliğin daha açıklayıcı olması için aşağıdaki örnekler verilebilir.

1. Müşteriler, parçada başarısızlık meydana geldiği an yetkili servise haber vermeyebilir. Servis çalışanı, başarısızlığın ne zaman gerçekleştiği ile ilgilenmez sadece başarısızlığın sebebini belirlemek ve çözümlmek için müşteriye ziyaret ettiği tarihi kayıt altına alır. Bu yüzden, kayıt altına alınan tarih başarısızlığın kesin zamanı değildir.
2. Yetkili servis çalışanı, müşterinin çağrısına bir süre sonra cevap verebilir ve yine müşterinin ziyaret edildiği tarih kayıt altına alınır. Bu nedenle, başarısızlığın gerçekleştiği tarih kesin olarak bilinmez.

Bu durumlardan dolayı verilerde belirsizlikler meydana gelir. Çalışmada verilerin, olasılık dağılımlarını ve dağılım parametrelerini belirlerken bu belirsizlik göz önünde bulundurulmuştur. Literatürdeki birçok çalışmada, yaşam süresi gibi sürekli değişkenlerde meydana gelen belirsizlikler nedeniyle, analiz sonuçlarının kesin (crisp) sayılar yerine bir aralık olarak sunulması daha mantıklı bulunmaktadır. Bu nedenle, klasik istatistiksel tahmin yöntemlerini bulanık sayılara genellemek gerekir. Çalışmada, sonuçların bir aralık olarak sunulabilmesi için, bulanık sayıların α -kesim özelliği kullanılmıştır. Ürün parçalarının yaşam süreleri, belirsizlik nedeniyle üçgen sezgisel bulanık sayılar olarak alınmıştır. Bulanık yaşam analizindeki, istatistiksel hesaplamaların hepsi α -kesim formunda tanımlanmıştır. Bu sürecin ilk aşamasında, sezgisel bulanık sayı olarak tanımlanmış verilerimizin α -kesimleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu veri kümesinin dağılımı belirlenmiş, dağılımın bulanık parametreleri hesaplanmış ve bulanık yaşam fonksiyonu verilmiştir.

Bu tez çalışmasını desteklemek amacıyla klasik yaşam analizi, bulanık küme teorisi ve mevcut çalışmaya benzer olduğu düşünülen bulanık yaşam analizi ile ilgili literatür araştırması yapılmıştır. Bu bölümün devamında yapılan araştırmalar aktarılmıştır.

Yaşam süresi analizi konusuna ilk katkıda bulunanlardan biri İsveçli mühendis, bilim adamı ve matematikçi Waloddi Weibull'dır. Weibull (1951), makinelerin yaşam sürelerini tahmin etmek amacıyla, Weibull Olasılık Dağılımı olarak adlandırılan istatistiksel fonksiyonu ortaya koymuştur.

Bartholomew (1957), ekipmanların kurulum tarihlerini ve başarısız olanların yaşamlarını kullanarak ortalama ömrün tahmini üzerinde çalışmıştır. Yaşam sürelerinin üstel dağıldığını varsaymış ve tahminlemede en çok olabilirlik metodunu kullanmıştır.

Feigl ve Zelen (1965) çalışmalarında, akut lösemi yaşam verilerini kullanan yöntemin bir örneğini sunmuşlardır. Yaşam sürelerinin, her bir hasta için farklı bir parametreyle basit üstel dağılımları izlediğini varsaymışlar ve dağılımın parametrelerini tahmin etmek için en çok olabilirlik yöntemini kullanmışlardır.

Zhang vd.,(2013) beyaz bir organik ışık yayan diyotun (OLED) test süresini ve maliyetini düşürmek için ömrünü tahmin etmişlerdir. Bu amaç doğrultusunda yaptıkları çalışmada, örneklerin arıza zaman verilerini elde etmek için iki sabit stres ve bir basamaklı stres altında hızlandırılmış ömür testleri kullanmışlardır. Beyaz OLED'in yaşam dağılımını lognormal dağılım fonksiyonuyla açıklamışlar, maksimum olabilirlik tahmini kullanarak logaritmik ortalama ve standart sapmayı tahmin etmişler ve yaşam

verilerinin analizini yapmışlardır. Ömür tahmini yapan yazılım geliştirmişlerdir. Elde ettikleri sayısal sonuçlar, beyaz OLED ömrünün lognormal dağılımı izlediğini ve hızlandırılmış ömür testlerinin uygun olduğunu göstermiştir.

Bobrowski vd.,(2015) bu çalışmalarında, üreticilerin uygulama esnasında farklı çalışma koşulları altında aynı teknolojinin kullanıldığı ürünlerde çok fazla hata verisiyle karşılaşabileceklerini söylemişlerdir. Bu doğrultuda, mevcut veriler aracılığıyla yeni geliştirilen bileşenlerin ya da yeni uygulama ortamlarının eş değerlerine dayalı regresyon modelleri kullanılarak, bu bileşen ve ortamların ömürlerinin tahmini üzerinde çalışmışlardır. Bu tür regresyon modellerini üç kategoride incelemişlerdir. İlk olarak, yaşam süresinin parametrelerinin, kovaryantın lineer fonksiyonları olarak modellendiği Weibull dağılıma uyduğunu varsaymışlardır. İkinci kategoride, sağkalım analizinde iyi bilinen Cox orantısal tehlikeler modelini uygulamışlardır. Son olarak, ampirik dağılım fonksiyonları arasında enterpolasyon yapmak için bir çekirdek tahmincisi kullanmışlardır. Özellikle son durum bu gibi analizlerde kullanılmak üzere yeni geliştirilmiştir.

Yaşam sürelerinin elde edilmesi esnasında meydana gelen belirsizlikler sebebiyle çalışmada bulanık küme teorisinden yararlanılmıştır. Bulanık küme teorisi ile ilgili yapılan araştırmada elde edilen bilgiler şöyledir.

Lotfi A. Zadeh 1965 yılında yayınladığı makalesinde, bulanık küme kavramının, özellikle örnekleri sınıflandırma ve bilgi işleme alanlarında, klasik kümelerden daha genel ve potansiyel olarak uygulanabilirlik alanı çok daha geniş olduğunu belirtmiştir. Zadeh çalışmasında, bulanık kümenin, sürekli üyelik derecesine sahip bir nesne sınıfı olduğunu ve her nesneye sıfır ile bir arasında değişen bir üyelik derecesi atayan bir üyelik fonksiyonu ile karakterize edildiğini söylemiştir. Klasik kümelerin birleşme, kesişim, tamamlayıcılık, ilişki, dışbükeylik vb. kavramlarını bulanık kümelere genişletmiş ve bulanık kümeler bağlamında çeşitli özelliklerini oluşturmuştur.(Zadeh,1965)

1970'li yılların ikinci yarısından sonra belirsizlik içeren sistemlerin incelenmesinde bulanık küme kavramının kullanımı hız kazanmıştır. 70'lerdeki bu gelişmelerde özellikle Zadeh'in 1973 ve 1975 yıllarında yayınladığı bulanık mantığın belirsizlik içeren sistemlere uygulanabilirliğini açıklayan makaleleri etkili olmuştur.

Zadeh, sistem analizinde kullanılan geleneksel sayısal teknikleri yetersiz bulduğu için 1973 yılındaki çalışmasında yeni bir yaklaşım sunmuştur. Bu yaklaşımı, klasik sistem analizinden ayıran 3 özellik vardır. Bunlar;

1. Sayısal değişkenlerin yerine veya sayısal değişkenlere ek olarak, "sözel" değişkenler kullanılması.
2. Bulanık koşullu ifadelerle değişkenler arasındaki basit bağıntıların karakterizasyonu.
3. Bulanık algoritmalar ile karmaşık ilişkilerin karakterizasyonu.

Yaklaşım, sözel değişkenlerin ve bulanık algoritmaların kullanımına dayandığı için çok karmaşık sistemlerin davranışını tanımlamada etkili bir araçtır (Zadeh,1973).

1975 yılındaki makalesinde Zadeh, değerleri özel kurallar ve belirli bulanık sayılar ile tanımlanan doğal dil kelimelerinden oluşan sözel değişken kavramını tanımlamıştır (Zadeh,1975).

Zadeh'in ilk bulanık küme kavramını tanımlamasından sonra, birçok kişi çalışmalarında bu kavrama eklemeler yaparak farklı bulanık kümeler tanımlamışlardır. Sezgisel bulanık kümeler (Atanassov,1986), tip-2 bulanık kümeler (Zadeh,1975; Dubois ve Prade, 1980; Mendel, vd. ,1999), tip-n bulanık kümeler (Dubois ve Prade, 1980), bulanık çoklu kümeler (Yager, 1986) ve kuşkulu (hesitant) bulanık kümeler (Torra ve Narukawa, 2009) geliştirilmiştir.

Krassimir Atanassov (1986) çalışmasında Lotfi Zadeh'in bulanık küme fikrinin uzantısı olarak sezgisel bulanık kümeleri tanıtmıştır. Sezgisel bulanık kümeler teorisi, bir nesnenin üyelik fonksiyonu ve üye olmama fonksiyonu olmak üzere iki fonksiyon ile değerlendirilmesine izin verir. Bu çalışmada, kümeler üzerindeki işlemlere ve ilişkilere bağlı olan ve sezgisel bulanık kümelerde tanımlanan çeşitli özellikler kanıtlanmıştır.

Yaşam analizi ve bulanık küme teorisi üzerine yapılan genel bir araştırmadan sonra bu tez kapsamında ilgilenilen bulanık yaşam analizi konusunda araştırma yapılmıştır. Bu konu ile ilgili literatürdeki mevcut çalışmalar şöyledir.

Katithummarugs vd.(2010) Tayland Vilayet Elektrik Kurumu'nun (PEA) merkez bölgesinde güç dağıtım besleyicilerinin güvenilirlik endeksini tahmin etmeye yönelik bir yöntem önermişlerdir. Weibull dağılım kullanılarak, 2002 - 2009 yılları arasındaki koruyucu cihazların arızalanmasına kadar geçen süre verisi, bu cihazların başarısızlık oranlarını belirlemek için 4 yıllık hareketli dönemler boyunca analiz edilmiştir. Bulanık aritmetik işlemler kullanılarak, arıza oranlarının belirsizliğini tanımlamak için bulanık kümeler teorisi uygulanmıştır.

Xu, Li ve Liu (2015), periyodik muayeneler sırasında arıza zamanının tam olarak belirlenememesinden dolayı meydana gelen belirsizliği ortadan kaldırmak için bulanık

teoriye dayalı örneklerle hızlandırılmış ömür testleri için istatistiksel bir yöntem önermişlerdir ve ürünün yaşam süresinin Weibull dağılımını izlediğini varsaymışlardır. Dağılımın parametre tahminlemesi, maksimum olabilirlik yöntemi ile yapılmıştır. Makalede, kaydedilen arıza verileri kesin olmadığı için, hızlandırılmış ömür testlerinin çıktısı mantıklı ve güvenilir bir aralık tahmini olması gerektiği ve bu nedenle bulanık küme kavramının kullanılması gerektiği üzerinde durulmaktadır. Bu doğrultuda bulanık başarısızlık verilerinin farklı α değerleri için aralıkları hesaplanmıştır. Daha sonra bu verilerin, bulanık dağılım parametreleri ve bulanık güvenilirliği hesaplanmıştır.

Jamkhaneh (2014), verilerin belirsiz ve hatalı olduğu birçok durumda olasılık dağılımlarının parametrelerini belirlemenin zor olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla, makalede bu parametrelerin bulanık olduğu varsayılmıştır. Aynı zamanda bileşenlerin yaşam sürelerinin bulanık parametrelerle Weibull dağılıma uygun olduğu varsayılmıştır. Weibull dağılımın ölçek parametresi bulanık yamuk sayı olarak kabul edilmiştir. Bu doğrultuda, bulanık güvenilirlik formülü, bulanık tehlike fonksiyonu ve bu fonksiyonların α -kesim kümesi sunulmuştur.

Soman ve Misra (1995) yazdıkları bu makalede yaygın olarak kullanılan iki başarısızlık dağılımı üzerinde çalışmışlardır. Bu dağılımlar, Normal dağılım ve Weibull dağılımdır. Makalede, dağılım parametrelerinin tahmininde basit prosedürlerden ve parametreler için bir güven aralığı bulma yönteminden bahsedilmiştir. Kruse ve Meyer (1988) tarafından gözlemlenen bulanık veriler ile hesaplama yapılmış. Bulanık sayılarla yapılan hesaplamaların, parametre tahminleyicilerin özelliklerinin kullanılması ile kolaylıkla üstesinden gelinebileceği belirtilmiştir.

Kumar ve Yadav (2015), çalışmalarında farklı sezgisel bulanık başarısızlık oranlarını takip eden bileşenleri içeren bir sistemin bulanık güvenilirliğinin üyelik fonksiyonunu ve üye olmama fonksiyonunu oluşturmak için yeni bir algoritma geliştirmişlerdir. Sezgisel bulanık sayıların fonksiyonlarını, doğrusal olmayan programlama tekniklerini de kullanarak bulanık güvenilirliğin fonksiyonlarını oluşturmak üzere hesaplamışlardır. Hesaplamaları gerçekleştirirken bulanık sayıların α -kesim tanımını kullanmışlardır.

Karpisek, Stepanek ve Jurak (2010) bulanık olasılık dağılımı ve özelliklerine dayanarak, iki bulanık güvenilirlik modeli tanımlamışlardır. A modelinde bir bulanık katsayı, B modelinde ise bulanık bir parametre kullanılmıştır. Bu yaklaşımlar, belirli bir beton kesitin veya beton elemanının, deterministik olarak tasarlanmış kesit veya elemanın

başarısızlık olasılığına kıyasla daha yüksek bir arıza ihtimaline sahip olacağı olasılığının değerlendirilmesini sağlar.

Pak, Parham ve Saraj (2014) bu yazıda, bulanık yaşam verilerinden Rayleigh dağılımının parametresini ve güvenilirlik fonksiyonunu tahmin etmek için Bayesyen bir yaklaşım sunmuşlardır. Bayes tahminlerini hesaplamak için Markov Zinciri Monte Carlo tekniğinin yanı sıra Lindley'in yaklaşımı ve Tierney ve Kadane'in yaklaşımı olmak üzere iki yaklaşım tanımlamışlardır. Daha sonra, bu prosedürlerin performansını değerlendirmek için bir simülasyon çalışması yapmışlar ve simülasyon çalışmasının sonuçlarına dayanarak, Rayleigh dağılımından bilinmeyen parametrelerin ve güvenilirlik fonksiyonu tahmin etmek için Tierney ve Kadane'in yaklaşımının kullanılmasını önermişlerdir.

Gonzalez vd. (2014), sadece sansürlü verilerin bulunduğu bir veri kümesi için parametre tahminlemede sürecin belirsizliğini hesaba katmak için bulanık olasılık teorisinin kullanılmasını önermişlerdir. Verilerin, Weibull dağılıma uyduğu varsayılmıştır. Çalışılan model, ısı dönüştürücü demetler için çalışma süresinin bir fonksiyonu olarak başarısızlığın olasılığına karar vermeye yarar. Veriler, güvenilirlik veri tabanında bulunan benzer demetlerden elde edilmiştir. Metodolojileri, geçmişteki arıza verilerini, önceki tecrübeleri veya başarısızlığın fiziğini kullanarak şekil parametresinin oluşturulmasını önermektedir. Böyle bir süreçte, uzman görüşlerinin yanı sıra şekil parametresi ve arıza modu (küvet eğrisi) arasındaki ilişkiyi de dikkate almak gerektiğini belirtmişlerdir. Çalışmada, ölçek parametresi Abernethy(2008) tarafından önerilen Weibayes tahminleyici kullanılarak tahmin edilmiştir. Önerilen yöntem riske dayalı denetime uygulanmıştır. Sonuçlar, yöntemin başarısızlık modunun bileşeni ve fiziği hakkındaki uzman bilgisini kullanmanın güvenilir bir seçenek olduğunu göstermektedir. Ek olarak, bir denetim süresi hedef risk temel alınarak tahmin edilmiştir; sonuçlar metodolojinin bakım planları geliştirmek için kullanılabileceğini göstermiştir.

Grzegorzewski (2001) çalışmasında, belirsiz verilerin varlığında, özellikle başarısızlık sayısının belirsiz olduğu durumda, ortalama yaşam süresinin nasıl tahmin edileceğini incelemiştir. Gözlem verilerinin üstel dağıldığını varsaymıştır. Tam gözlemlenemeyen başarısızlıklara, bir gözlemlenme derecesi atayan bir yaklaşım önermiştir. Bu doğrultuda üstel dağılım için ortalama yaşam süresi fonksiyonu tanımlamıştır. Önerilen metodolojinin diğer dağılımlara da uyarlanabileceğini söylemiştir.

Shafiq ve Viertl (2016) çalışmalarında bulanıklığı dikkate almadan kesin yaşam süresi gözlemlerine dayanan çıkarımlar yapmanın, gerçekçi olmayan sonuçlara neden olabildiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle yaşam süresi gözlemlerini yamuk bulanık sayı olarak kabul etmişlerdir. Bu doğrultuda yaptıkları çalışmalarında üstel dağılım, Weibull dağılım, gamma dağılımı ve lognormal dağılım için parametrelerin, yaşam fonksiyonunun ve tehlike fonksiyonunun tahminini bulanık sayılara genelleştirmişlerdir.

Kumar, Gupta ve Bajaj (2012) çalışmalarında, seri ve paralel sistemlerin güvenilirliğini modellemek için yamuk sezgisel bulanık küme kavramını kullanmışlardır. Önerilen modelin deniz santraline bir uygulaması sunulmuştur. Santraldeki iki adet jeneratör ve onların alt bileşenlerini bir birim olarak kabul edilmiştir. Sistemde meydana gelen olayları sezgisel bulanık sayı olarak almış ve bir bulanık hata ağacı oluşturulmuştur. Uygulamanın sonunda sistemin bulanık hata olasılığı hesaplanmıştır.

Bohra ve Singh (2015)'in çalışmasında sistem güvenilirliğini değerlendirmek için bulanık Rayleigh dağılımı kullanılmıştır. Dağılımın ölçek parametresi sezgisel bulanık sayı olarak kabul edilmiş ve bu ölçek parametresi kullanılarak standart Rayleigh fonksiyonundan bulanık yaşam fonksiyonu çıkartılmıştır. Seri sistemlerin ve paralel sistemlerin güvenilirlik değerlendirmesi kapsamlı bir şekilde yapılmıştır.

Bu tez çalışmasında literatürdeki birçok çalışma gibi yaşam süresi verilerinin Weibull dağılıma uyduğu kabul edilmiştir. Ancak literatürdeki diğer bulanık yaşam analizlerinden farklı olarak, başarısızlık süreleri sezgisel bulanık sayı olarak kabul edilmiş ve sezgisel bulanık sayıların α kesim özelliği kullanılmıştır. Bu yönüyle bu çalışma literatürdeki diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir.

Bu tez çalışmasının diğer bölümleri şu şekilde organize edilmiştir. İkinci bölümde yaşam analizi ve yaşam analizinin önemli iki fonksiyonu ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. Üçüncü bölümde yaşam süresi verilerinin yaygın olarak uyum gösterdiği dağılımlar ve dağılım parametrelerinin en çok olabilirlik yöntemi ile tahminlenmesi anlatılmıştır. Dördüncü bölümde verilerdeki belirsizlikler nedeniyle kullanılan bulanık küme kavramından ve onun özel bir türü olan sezgisel bulanık küme kavramından bahsedilmiştir. Beşinci bölümde klasik yaşam analizinin bulanık sayılara genelleştirilmesi ile ilgili ayrıntılı bilgi verilmiştir. Altıncı bölümde bir uygulama aktarılmış ve son bölümde ise sonuçlardan bahsedilmiştir.

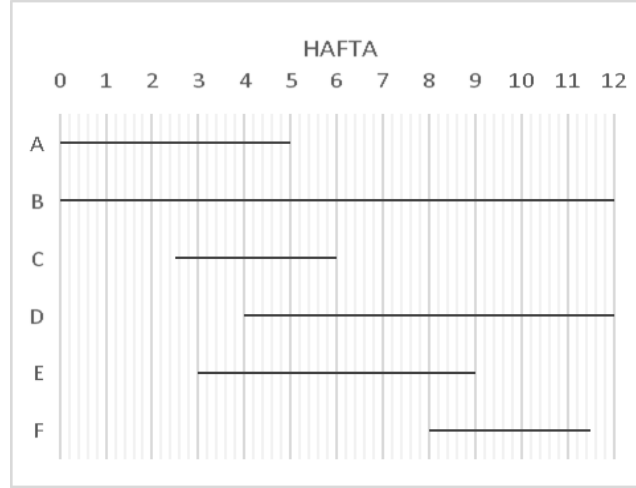
2. YAŞAM ANALİZİ

Yaşam analizi, olayın yaşandığı zamana ait verilerin analizidir. Bu veriler, bir bireyin gözleminin başladığı noktadan olayın meydana geldiği veya gözlemin sonlandırıldığı bitiş noktasına kadar geçen sürenin uzunluğunu tanımlar (Kartsonaki, 2016). Analizdeki temel veri yapısını daha açık anlatmak istediğimizde, üç ögeden oluştuğunu söyleyebiliriz. Bunlar; başlangıç noktası, bitiş noktası ve olaydır. İlk iki öge çalışmanın başlangıç ve bitiş zamanını belirtirken üçüncü öge ise olayın gerçekleşip gerçekleşmediğini belirtir (Kleinbaum ve Klein, 2013). Yaşam analizinde, ilgilenilen olay genellikle ölüm, hastalık, arıza gibi negatif bireysel tecrübeler olduğu için genellikle başarısızlık olarak adlandırılır. Başarısızlık zamanlarının örnekleri arasında, endüstriyel güvenilirlikte makine bileşenlerinin ömrü, ekonomide işsizlik dönemleri, kişilerin psikolojik denemelerde belirli görevleri tamamlama süreleri ve klinik araştırmada hastaların hayatta kalma süreleri yer almaktadır.(Cox ve Oakes, 1984)

Yaşam analizinde, bazı bireylerin başarısızlık zamanları mevcut olamayabilir. Bu durum üç nedenden dolayı oluşmaktadır.

1. Bir birey, başarısız olana kadar gözlem süresi sonlandırılmış olabilir.
2. Bir birey, gözlem esnasında kaybolabilir.
3. Bir birey, incelenen sebep dışında başka bir sebepten dolayı başarısız olur bu yüzden çalışmadan çekilebilir. (Kleinbaum ve Klein, 2013)

Analizde bu nedenlerden dolayı başarısızlık zamanları gözlemlenemeyen verilere, sansürlü veriler denir. Sansürün, birkaç farklı türü vardır. En yaygın olanı sağ sansür olarak adlandırır ve bir bireyin gözlem esnasında bir başarısızlığa sahip olmaması nedeniyle en son takip edilen gözlem süresinin başarısızlık zamanından az olması durumunda oluşur. Bu, bir bireyin gözlem sona ermeden önce veya gözlem periyodunun sonunda olaydan özgür olması durumunda ortaya çıkabilir.



Şekil 2.1. 12 hafta boyunca gözlem altında tutulan 6 bireyin sansürlü ve sansürsüz yaşam süreleri (Kleinbaum ve Klein, 2013)

Birey A, olay 5. haftada meydana gelene kadar çalışmanın başlangıcından itibaren takip ediliyor. Yaşam süresi sansürlü değildir ve 5 haftadır.

Birey B, çalışmanın başında katılmıştır ve olay meydana gelmediği için sonuna kadar gözlemlenmiştir. Yaşam süresi sansürlüdür. Bundan dolayı yaşam süresi en az 12 haftadır yorumunu yapabiliriz.

Birey C, 2. ve 3. hafta arasında çalışmaya girer ve 6. hafta çalışmayı bırakana kadar izlenir. Bireyin sansürlü yaşam süresi, 3.5 haftadır.

Birey D, 4. hafta çalışmaya katılmıştır ve olay meydana gelmeden çalışmanın sonuna kadar gözlemlenmiştir. Bireyin sansürlü yaşam süresi, 8 haftadır.

Birey E, 3. hafta çalışmaya katılmıştır ve 9. haftaya kadar takip edilmiştir. 9. Hafta çalışmada kaybolmuştur. Bundan dolayı, sansürlü yaşam süresi 6 haftadır

Birey F, 8 hafta çalışmaya katılmıştır ve 11.5. haftada olay meydana gelene kadar gözlenmiştir. Olay meydana geldiği için sansürlü değildir. Yaşam süresi, 3.5 haftadır.

B, C, D ve E bireyleri sağdan *sansürlü sürelerle* sahiptir. A ve F bireyleri *tamamlanmış yaşam sürelerine* sahiptir.

Yaşam analizinde kullanılan iki temel fonksiyon vardır. Bunlar; yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonudur.

2.1. Yaşam Fonksiyonu

Yaşam fonksiyonu, bir hastanın, cihazın, parçanın veya başka bir nesnenin belirli bir zamanın ötesinde hayatta kalma ihtimalini veren bir fonksiyondur.(Klein ve Moeschberger, 2005)

T, bir olayın meydana gelmesine kadar geçen süreyi temsil eden negatif olmayan bir rastgele değişken olduğunda yaşam fonksiyonu;

$$S(t) = P(T > t) = 1 - F(t) \quad (2.1)$$

olarak gösterilir.

Bu formülden anlaşılacağı gibi yaşam fonksiyonu, aynı zamanda tamamlayıcı kümülatif dağılım fonksiyonu olarak da adlandırılabilir. Bu yüzden yaşam fonksiyonunu açıklamadan önce, olasılık yoğunluk fonksiyonundan ve kümülatif dağılım fonksiyonundan bahsetmek gereklidir.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu bireylerin ölçümlerinden hesaplanmaktadır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ ile gösterildiğinde, burada x herhangi bir ilgili değişkendir (Tobias ve Trindade, 2012). Yaşam analizi çalışmasında, çoğu zaman, ilgili değişken başarısızlık süresidir. Bu doğrultuda, x ilgili değişkenini başarısızlık süresi t olarak kabul edersek $f(t)$ zamanın bir fonksiyonu olarak başarısızlık süresinin sıklığını gösterir (Meeker ve Escobar, 1998).

$F(t)$ olarak gösterilen kümülatif dağılım fonksiyonu ise, popülasyondaki t zamanından önce başarısız olacak olan birimlerin oranı olarak tanımlanabilir (Meeker ve Escobar, 1998).

Alternatif olarak, T rastgele değişkenin kümülatif dağılım fonksiyonu $F(t)$, her bir t değeri için $\{T \leq t\}$ olayının gerçekleşme olasılığı olarak tanımlanabilir. (Zio, 2007) En basit hali ile herhangi bir bireyin t zamanından önce ölmesi olasılığı anlamına gelen $F(t)$;

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(x). d(x) \quad (2.2)$$

formülü ile hesaplanır.

Tüm bu açıklamalardan sonra yaşam fonksiyonuna geri döndüğümüzde,

$$S(t) = P(T > t) = \int_t^{\infty} f(x). d(x) \quad (2.3)$$

olarak hesaplandığını söyleyebiliriz.

2.2. Tehlike Fonksiyonu

Tehlike fonksiyonları, bireyin t zamanına kadar hayatta kaldığı göz önüne alındığında, olayın gerçekleşmesi için birim zamandaki anlık potansiyeli verir. Araçlardaki kilometre sayacı tehlike fonksiyonuna benzetilebilir. Hız göstergesinde kayıtlı olan hız, o andaki potansiyele bağlı olarak bir sonraki saatte ne kadar yol kat edileceğini söyler. Tehlike fonksiyonu da aynıdır. Fonksiyondan elde edilen oran, bireyin hayatta kaldığı t zamanını takip eden kısa bir zaman aralığı içinde ilgilenilen olayın gözlenmesi olasılığıdır (Kleinbaum ve Klein,2013).Tehlike fonksiyonuna koşullu başarısızlık oranı da denir (Kul ve Kanık, 2012).

$$h(t) = \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \text{ zamanına kadar hayatta kalmış bir bireyde } (t,t+\Delta t) \text{ arasında olayın gözlenmesi})}{\Delta t}}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Bu yaşamın koşullu dağılımı aşağıdaki gibide gösterilir (Deshpande ve Purohit, 2005).

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(t < T < t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} \\ &= \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(T > t)} \\ &= \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(T > t)} \\ &= \frac{f(t)}{S(t)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

3. YAŞAM MODELLERİ

Olasılık dağılımları bireyler için zamana karşı başarısızlık modelleri olarak yaygın biçimde kullanılırlar. Bir ürün parçasının yaşam süresini; üretim miktarı, üretim için kullanılan madde veya çevresel koşullardaki değişim gibi birçok faktör etkiler. Önce analizde kullanılmak üzere elde edilen ürün parçasının başarısızlık süreleri için uygun bir olasılık modeli oluşturulur. Sonra oluşturulan olasılık modelindeki parametreleri tahmin edilir. Ayrıca oluşturulan olasılık modellerinin yaşam fonksiyonu, tehlike fonksiyonu gibi bazı özellikleri incelenir (Meeker ve Escobar, 1998).

3.1. Olasılık Dağılımları

Yaşam analizinde en çok kullanılan dağılımlar üstel dağılım, Weibull dağılımı, normal dağılım ve lognormal dağılımdır. Bu bölümde yaşam analizindeki önemli dağılımlar ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.1.1. Üstel Dağılım

Üstel dağılım, sabit tehlike oranına sahip yaşam dağılımıdır (Balakrishnan ve Basu, 1995).

T rasgele değişkeninin 2 parametrelili üstel dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu $t \geq \gamma$, $\beta > 0$ olmak üzere;

$$f(t) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{t-\gamma}{\beta}} \quad (3.1)$$

olarak gösterilir. Burada γ konum, β şekil parametredir. Üstel dağılımın şekil parametresi genellikle λ olarak gösterilir ve $1/\beta$ ya eşittir. Buna göre; olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu, sırasıyla;

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (3.2)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.3)$$

olarak tanımlanır. Aynı zamanda, λ tehlike oranını verir. Bu yüzden tehlike fonksiyonu $H(t)=\lambda$ 'dır. Üstel dağılım için tehlike fonksiyonunun grafiği sabittir.

Üstel dağılımın yaşam fonksiyonu ise;

$$S(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.4)$$

olarak tanımlanır

3.1.2. Weibull Dağılım

Weibull dağılımı, çok yönlülüğü ve göreceli basitliği nedeniyle, güvenilirlik ve insan hastalıklarındaki ölüm oranları üzerine yapılan pek çok çalışmada yaygın olarak kullanılmıştır (Lee ve Wang,2013). Weibull dağılım, üstel dağılımın genelleştirilmiş bir şeklidir ve başarısızlığın oluşmasına kadar geçen süreyi ya da başarısızlıktan sonra ikinci bir başarısızlığın oluşmasına kadar geçen süreyi modellemede kullanılan iki parametrelili veya üç parametrelili bir dağılımdır.

T rasgele değişkeninin üç parametrelili Weibull dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu, $\beta > 0$, $\eta > 0$, $T > \gamma$ olmak üzere sırasıyla;

$$f_T(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (3.5)$$

$$F_T(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (3.6)$$

olarak gösterilir (Teimouri ve Gupta, 2013).

Weibull dağılımın yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu ise, $\beta > 0$, $\eta > 0$, $T > \gamma$ olmak üzere sırasıyla;

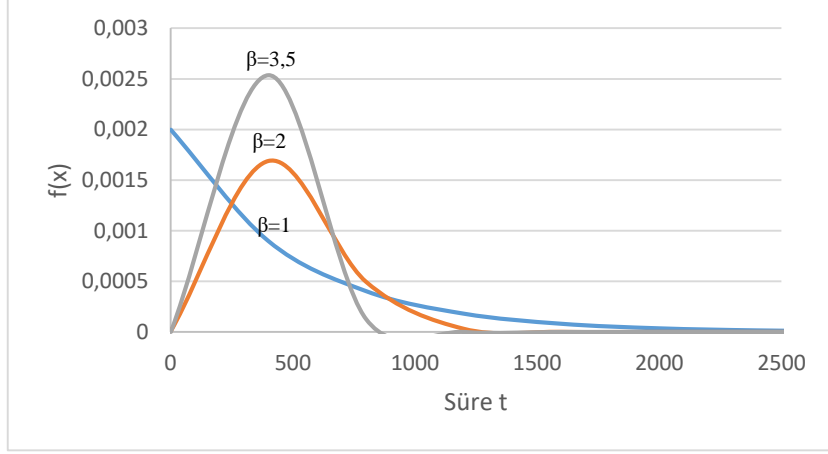
$$S(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (3.7)$$

$$h(t) = \frac{\beta(t-\gamma)^{\beta-1}}{\eta^\beta} \quad (3.8)$$

olarak tanımlanır.

Parametre β , η ve γ sırasıyla, şekil, ölçek ve konum parametreleridir. Şekil parametresi β , özellikle önemlidir ve başarısızlığın fiziği ile ilgili bir ipucu verir. Karakteristik ömür, η , başarısızlığın tipik zamanıdır ve başarısızlık için ortalama zaman ile ilgilidir (Abernethy, 2006). Konum parametresi γ , x ekseninde grafiğin konumunu belirler. 3-parametrelili Weibull dağılımda $\gamma=0$ olduğunda, konum parametresi dikkate alınmaz ve dağılım 2-parametrelili Weibull dağılıma dönüşür.

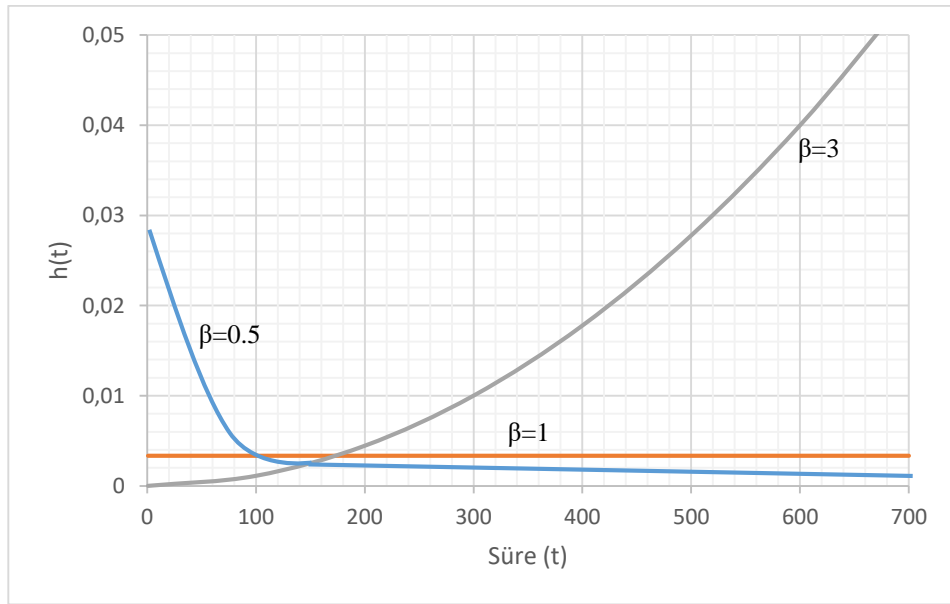
Şekil 3.1.'de , β ' nın farklı değerleri için olasılık yoğunluk fonksiyonunun şeklinin farklılık gösterdiği görülmektedir.



Şekil 3.1. Weibull dağılımının şekil parametresinin farklı değerleri için olasılık yoğunluk grafiğinin gösterimi

Weibull dağılımı aynı zamanda, şekil parametresi $\beta=1$ olduğunda üstel dağılımı tam anlamıyla temsil edebildiği gibi, $\beta \approx 3,5$ iken büyük ölçüde normal dağılıma benzerlik gösterir. $\beta=2$ olduğunda ise, T rastgele değişkeninin dağılımı, Weibull dağılımının özel bir türü olan Rayleigh dağılımıdır.

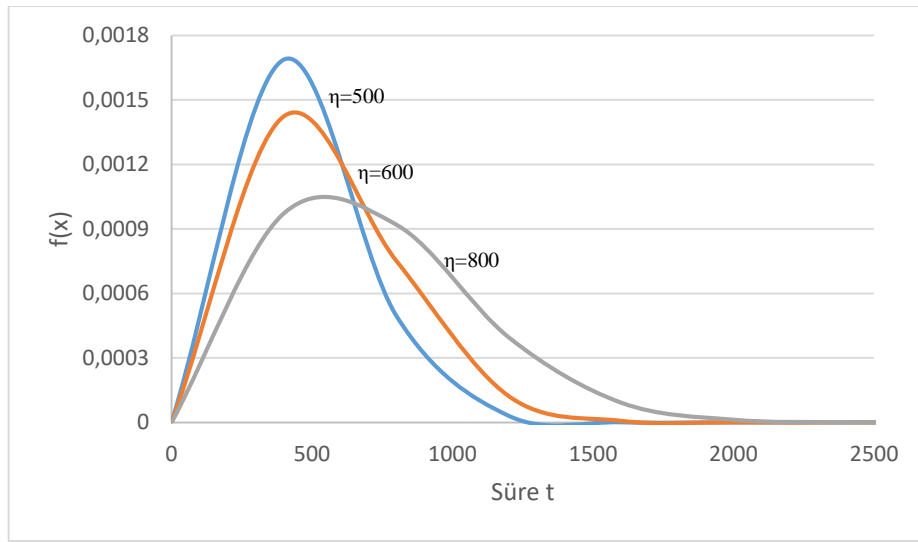
Şekil parametresi β , tehlike fonksiyonu (arıza oranı) üzerinde de belirgin bir etkiye sahiptir. Weibull dağılımda β ' nın farklı değerleri için tehlike fonksiyonu grafiği Şekil 3.2.' de verilmiştir.



Şekil 3.2. Weibull dağılımının şekil parametresinin farklı değerleri için tehlike fonksiyonunun gösterimi

Şekil 3.2.'deki grafikten de anlaşılacağı gibi $\beta < 1$ olduğu durumda grafik zamana göre azalan bir başarısızlık oranına sahiptir. Aynı zamanda bu, bebeklik ölümleri veya erken ölümler olarak adlandırılır. $\beta \cong 1$ olan Weibull dağılımları, oldukça sabit bir başarısızlık oranına sahiptir, bu da yararlı ömrü veya rasgele arızaları işaret eder. $\beta > 1$ olan Weibull dağılımları, yıpranma arızaları olarak da bilinen, zamanla artan bir başarısızlık oranına sahiptir.

Weibull dağılımının ölçek parametresinin farklı değerleri için olasılık yoğunluk grafiğinin değişimi Şekil 3.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Weibull dağılımının ölçek parametresinin farklı değerleri için olasılık yoğunluk grafiğinin gösterimi

β ve γ aynı tutulurken, η artarsa, şekli ve konumu koruyarak dağılım sağa doğru uzar ve yüksekliği azalır. β ve γ aynı tutulurken, η azalırse dağılım sola doğru toplanır ve yüksekliği artar.

3.1.3. Normal Dağılım

Normal dağılım, yaşam analizinde genellikle kullanılan bir dağılımdır. Parametreleri; μ , popülasyonun ortalamasını, σ popülasyonun standart sapmasını verir.

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.9)$$

$$F(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \frac{t-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right] \quad (3.10)$$

Kümülatif dağılım fonksiyonundaki erf fonksiyonu, normal dağılımın entegrasyonunda karşılaşılan "hata fonksiyonu" dur ve aşağıdaki gibi gösterilir (http-1).

$$\text{Erf}(z) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (3.11)$$

(2.1) ve (2.5) eşitliklerinin gerekli yerlerinde ilgili dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu kullanılarak yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu bulunabilir.

3.1.4. Lognormal Dağılım

$\text{Ln}(T)$ 'in, ortalama μ ve standart sapma σ ile normal dağılıma sahip olması durumunda, T rastgele bir değişkenin dağılımının $\mu \in \mathbb{R}$ ve $\sigma > 0$ parametreleri ile lognormal dağılım olduğu söylenir. Lognormal dağılım, gelir ve ömür gibi dağılımının çarpık olduğuna inanılan sürekli değişkenleri modellemek için kullanılır (http-2).

Lognormal dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonu (Balakrishnan ve Chen, 1999);

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t-\gamma)} \exp\left(-\frac{(\ln(t-\gamma)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.12)$$

olarak verilir. Kümülatif dağılım fonksiyonu ise;

$$F(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \frac{\ln(t-\gamma)-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right] \quad (3.13)$$

olarak gösterilir. Erf fonksiyonundan, Bölüm 3.1.3.'de bahsedilmiştir

(2.1) ve (2.5) eşitliklerinin gerekli yerlerinde ilgili dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif dağılım fonksiyonu kullanılarak yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu bulunabilir.

3.2. Parametre Tahmini için En Çok Olabilirlik Yöntemi

Olabilirlik çıkarımının genel fikri, verilerin gerçekleşme olasılığının büyük olduğu model-parametre kombinasyonları oluşturarak modelleri verilere uydurmaktır (Meeker ve Escobar, 1998).

Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(t)$ olan bir yaşam dağılımına sahip bir popülasyondan rasgele seçilmiş yaşam süresi örnekleri t_n olsun. Bu dağılım bir bilinmeyen parametreler $\theta=(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ vektörüne sahiptir. Yaşam sürelerinin (t_1, t_2, \dots, t_n) birbirinden bağımsız olduğu varsayıldığında olabilirlik fonksiyonu, $L(t, \theta)$,

her örnek noktasında değerlendirilen olasılık yoğunluk fonksiyonlarının çarpımıdır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$L(t, \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (3.14)$$

Parametreleri mevcut verilerden tahmin etmek için, $L(t, \theta)$ en büyük alabileceği değer bulunmalıdır. Logaritma fonksiyonu monoton bir fonksiyon olduğu için log olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmek daha kolaydır. Bu nedenle, (3.14) eşitliğinin iki tarafının logaritması alınır (Leemis, 2009). Elde edilen logaritmik olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\ln L(t, \theta) = \sum_{i=1}^n \ln[f(t_i, \theta)] \quad (3.15)$$

3.2.1. Sansürlü verilerin bulunduğu örnekler için en çok olabilirlik yöntemi ile parametre tahmini

Yaşam süreleri genel olarak, x_i ve δ_i ile verilebilir. t_i gözlenen başarısızlık süresi ve c_i ise verilerin sansürlendiği zaman olsun. $x_i = \min\{t_i, c_i\}$ olarak tanımlanır. δ_i ise, bir sansür göstergesi olarak aşağıdaki gibi tanımlanır (Leemis, 2009).

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & t_i > c_i \\ 1, & t_i \leq c_i \end{cases} \quad (3.16)$$

Eğer i . üründe başarısızlık gözlenmiş ise, $\delta_i=1$ ve $x_i = t_i$ 'dir. Eğer i . ürünün başarısızlığı sağdan sansürlü ise, $\delta_i=0$ ve $x_i = c_i$ 'dir. Tam ve sansürlü verileri içeren bir popülasyon için olabilirlik fonksiyonu;

$$L(x, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)^{\delta_i} S(x_i, \theta)^{1-\delta_i} = \prod_{i \in U} f(t_i, \theta) \prod_{i \in C} S(c_i, \theta) \quad (3.17)$$

Burada, $S(c_i, \theta)$ gözlemin sonlandırıldığı yani sansür zamanına kadar başarısızlığa uğramamış ürünlerin yaşam fonksiyonudur. U , başarısızlığı gözlemlenmiş ürünlerin kümesidir. C ise, sansür zamanından önce başarısızlığı gözlenmemiş olan ürünlerin kümesidir. Hesaplama kolaylığı için logaritmik olabilirlik fonksiyonu kullanılır. Logaritmik olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\ln L(x, \theta) = \sum_{i \in U} \ln f(t_i, \theta) + \sum_{i \in C} \ln S(c_i, \theta) \quad (3.18)$$

Olasılık yoğunluk fonksiyonu, tehlike fonksiyonu ve yaşam fonksiyonunun çarpımıdır. Yukarıdaki eşitlikte yoğunluk fonksiyonu yerine tehlike fonksiyonu ve yaşam

fonksiyonunun çarpımı koyulduğunda, logaritmik olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\ln L(x, \theta) = \sum_{i \in U} \ln h(x_i, \theta) + \sum_{i \in U} \ln S(x_i, \theta) + \sum_{i \in C} \ln S(x_i, \theta) \quad (3.19)$$

3.2.2. Sansürlü verilerin bulunduğu örneklere dayalı Weibull dağılımının parametrelerinin tahmin edilmesi

Weibull dağılımı, mekanik parçalar gibi artan ve azalan başarısızlık oranlarına sahip öğelerin ömürlerinin modellenmesi için diğer dağılımlara göre daha uygundur. Weibull dağılımına uyduğu bilinen bir T rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu, yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu Bölüm 2’ de verilmiştir. Analizi yapılan veri kümesi, 2-parametrelili Weibull dağılıma uyduğu düşünülen n birimlik bir örneklem olsun. (3.5) ve (3.7) eşitlikleri (3.17) eşitliğinde yerine konulduğunda Weibull dağılımının olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$L(x, \theta) = \prod_{i \in U} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x_i}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta} \prod_{i \in C} e^{-\left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta} \quad (3.20)$$

Buradaki $x_i = \min\{t_i, c_i\}$ olarak tanımlanır. U, başarısızlığı gözlemlenmiş parçaların kümesidir. C ise, sansür zamanından önce başarısızlığı gözlenmemiş olan parçaların kümesidir. Hesaplama kolaylığı için kullanılan logaritmik olabilirlik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \ln L(x, \theta) &= \sum_{i \in U} \ln \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x_i}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta} + \sum_{i \in C} \ln e^{-\left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta} \\ \ln L(x, \theta) &= u \ln \beta - u \beta \ln \eta + (\beta-1) \sum_{i \in U} \ln x_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\eta}\right)^\beta \end{aligned} \quad (3.21)$$

olarak gösterilir. Burada, “u” başarısızlık gözlemlenmiş parçaların sayısıdır. Süre olarak tanımlanan x_i ise, U kümesinde başarısızlık süresi t_i ’ ye, C kümesinde ise sansür süresi c_i ’ ye eşittir.

η ölçek ve β şekil parametrelerinin en çok olabilirlik tahminlerini elde etmek için log-olabilirlik fonksiyonunun η ve β parametresine göre birinci dereceden kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenir. η parametresine göre türevi alınmış olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki eşitlikte verilmiştir.

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = -u + \frac{1}{\eta^\beta} \sum_{i=1}^n x_i^\beta = 0 \quad (3.22)$$

(3.22) eşitliğinden ölçek parametresi η ;

$$\eta = \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\beta}{u} \right]^{1/\beta} \quad (3.23)$$

olarak bulunur. η ' nün logaritması alınacak olursa;

$$\ln \eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(\sum_{i=1}^n x_i^\beta \right) - \frac{1}{\beta} \ln u \quad (3.24)$$

elde edilir.

Aynı şekilde log-olabilirlik fonksiyonunun β parametresine göre birinci türevi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{u}{\beta} - u \ln \eta + \sum_{i \in U} \ln x_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\eta} \right)^\beta \ln \frac{x_i}{\eta} \quad (3.25)$$

(3.23) ve (3.24) eşitliklerinde verilen η ve $\ln \eta$ ifadeleri, yukarıdaki β parametresinin birinci türevindeki ilgili yerlere konularak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa türevi;

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \frac{u}{\beta} + \sum_{i \in U} \ln x_i - \frac{u \sum_{i=1}^n (x_i)^\beta \ln x_i}{\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta} = 0 \quad (3.26)$$

olarak ifade edilir.

Bu eşitlikten β parametresini bulabilmek için Newton-Raphson yöntemi kullanılabilir (Almalı ve Okut, 2009). Newton-Raphson yöntemi denklemlerin sayısal çözümleri için güçlü bir tekniktir. Bu yöntem yinelemeli bir süreçtir ve fonksiyonu, fonksiyonun türevini ve bir başlangıç x -değerini dikkate alarak, adım adım gerçek köke yaklaşan bir prensip izler. $g(x)$ iyi huylu bir fonksiyon olsun ve x , $g(x)=0$ eşitliğinin bir kökü olsun. x_0 , x 'in iyi bir tahmini olduğunda ve bir başlangıç noktası olarak kabul edildiğinde,

$$x_1 = x_0 - \frac{g(x_0)}{g'(x_0)} \quad (3.27)$$

eşitliği ile bir iterasyon yapılır ve bir kök değeri bulunur. Bulunan bu değer başlangıç değeri ile aynı ise iterasyon işlemi sonlandırılır. Farklı ise, eşit çıkana kadar iterasyona devam edilir. Bu sürecin genel ifadesi;

$$x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)} \quad (3.28)$$

olarak gösterilir. Burada $g'(x_k)$, $g(x_k)$ fonksiyonunun türevidir.

Weibull dağılımın β parametresinin tahmininde bu yöntem kullanıldığında, eşitlik (3.26), $g(\beta_k)$ fonksiyonu olarak kabul edilir ve $g(\beta_k)$ fonksiyonunun türevi;

$$g'(\beta_k) = \frac{-u}{\beta^2} - \frac{u}{(\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta)^2} \left[(\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta) (\sum_{i=1}^n (\ln x_i)^2 (x_i)^\beta) - (\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta \ln x_i)^2 \right] \quad (3.29)$$

olarak hesaplanır (Leemis, 2009).

(3.28) eşitliğinde $g(\beta_k)$ ve $g'(\beta_k)$ fonksiyonları yerine konulduğunda, β parametresi için aşağıdaki eşitlik meydana gelir.

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{\frac{u}{\beta} + \sum_{i \in U} \ln x_i - \frac{u \sum_{i=1}^n (x_i)^\beta \ln x_i}{\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta}}{\frac{u}{\beta^2} + \frac{u}{(\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta)^2} \left[(\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta) (\sum_{i=1}^n (\ln x_i)^2 (x_i)^\beta) - (\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta \ln x_i)^2 \right]} \quad (3.30)$$

(3.30) eşitliği kullanarak β şekil parametresini gerçek değerine yaklaştırmak için iterasyonlar gerçekleştirilir. Yeterli iterasyon sonucunda bulunan β şekil parametresi (3.23) eşitliğinde yerine konulduğunda, η ölçek parametresi bulunur.

4. BULANIK KÜME TEORİSİ

Gerçek hayatta, incelenen durumun bütünü ile gözlem altında bulundurulamaması nedeniyle eksik ve belirsiz bilgiler meydana gelir. Problemlerin karmaşıklığı ve meydana gelen bu eksik bilgiler gerçek olayların, belirgin denklemlerle tanımlanmalarını ve kontrol edilmelerini oldukça güç hale getirmektedir. Bu sebeple, incelenen olay veya mekanizma sadece kesin kurallı denklemler yerine, onların tamamlayıcısı olarak, sözel ve oldukça belirsiz bilgiler de göz önünde tutularak modellenmelidir. Bu doğrultuda yapılan ilk çalışma 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yayınlanan ‘bulanık kümeler’ makalesidir. Zadeh (1965), çalışmasında klasik mantığın iki değerli (binary) mantık sisteminin gerçek olayları açıklamakta yetersiz kaldığından söz etmiştir.

Bulanık kümeleri daha iyi anlayabilmek için ilk olarak klasik mantığın yer aldığı klasik kümeler üzerinde durulmalıdır.

Klasik kümenin tanımında, kesin sınırlamalar mevcuttur. Başka bir deyişle, klasik kümelerde bir nesne bir kümeye ya aittir ya da ait değildir. Bu iki durum dışında başka bir durum söz konusu olamaz. Örneğin; istediğimiz özelliğe sahip olan bir birey, eleman veya çalışma alanı içerisindeki ölçümler tanımlanmış olan bir kümeye ya üyedir ya da üye değildir.

X evrensel kümesi, aynı özelliklere sahip olan nesnelerin bir koleksiyonu olarak tanımlanır. A kümesi de X’in alt kümesi olan bir klasik küme olsun. Tek bir nesne olan x; A kümesinin üyesi veya elemanı ise $x \in A$, üyesi değil ise $x \notin A$ olarak gösterilir (Klir ve Yuan, 1995).

Kümeleri ifade etmekte karakteristik fonksiyonlardan da yararlanılmaktadır. Karakteristik fonksiyon klasik kümelerde her bir elemana 1 ve 0 değerlerinden birini üyelik durumuna göre atayarak evrensel küme üzerinde tanımlanan ve bizim ilgilendiğimiz özelliğe sahip elemanların oluşturduğu kümeyi belirlemektedir. Klasik bir küme olan A kümesinin karakteristik fonksiyonu X_A olduğunda aşağıdaki gibi gösterilir (Klir ve Yuan, 1995).

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.1)$$

Her $x \in X$ için, $X_A(x)=1$ olduğunda x, A kümesinin elemanıdır; $X_A(x)=0$ olduğunda x, A kümesinin elemanı değildir.

Bulanık küme teorisi, klasik küme yaklaşımını nesnelere üyeliği ile ilgili sadece kesin olan bu iki durumu incelemesi sebebiyle eksik bulmaktadır. Bulanık küme teorisi, klasik kümelerin aksine bir elemanın bir kümeye kısmi üyeliğine olanak sağlar. Bu doğrultuda klasik kümelerde tanımlanan karakteristik fonksiyon, evrensel kümenin elemanlarına atanan değerlerin belirli bir aralık içerisinde olacağı ve bu elemanların üyelik derecelerini gösterecek şekilde genelleştirilmiştir (Klir ve Yuan, 1995). Buradaki genelleştirilmiş bu fonksiyon sıklıkla üyelik fonksiyonu ve bu fonksiyonun oluşturduğu küme de “Bulanık Küme” olarak ifade edilir.

4.1. Bulanık Küme

Boş olmayan bir küme olan X kümesinden türetilen A bulanık kümesi, $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$ olmak üzere,

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (4.2)$$

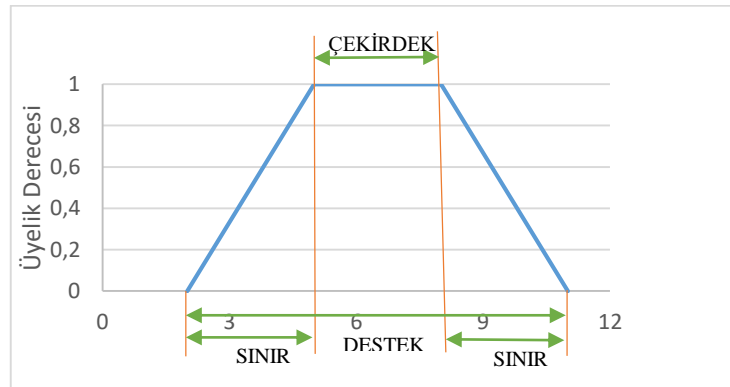
olarak tanımlanır (Zadeh, 1965). Burada $\mu_A(x)$, bulanık kümeye karşılık gelen üyelik fonksiyonudur. Aynı zamanda, A 'nın elemanlarının istenilen özelliği sağlama derecesini ifade etmektedir. X evrensel kümesinde, $\mu_A(x) = 0$ ise A bulanık kümesi boş kümedir.

Bulanık küme teorisinde destek, dayanak ve sınır olarak adlandırılan kavramlar bulunmaktadır (Timothy, 1995). Bu kavramlar aşağıda açıklanmış ve Şekil 4.1.'de gösterilmiştir.

$\mu_A(x) > 0$ olan tüm $x \in X$ kümesine, A bulanık kümesinin desteği denir.

$\mu_A(x) = 1$ olan tüm $x \in X$ kümesine, A bulanık kümesinin çekirdeği denir.

$0 < \mu_A(x) < 1$ olan tüm $x \in X$ kümesine, A bulanık kümesinin sınırları denir.



Şekil 4.1. Bulanık kümenin destek, çekirdek ve sınırlarının gösterimi

Eğer A bulanık kümesinde üyelik derecesi $\mu_A(x)$ ' nın 1'e eşit olduğu en az bir nokta var ise, X evrensel kümesinden türetilmiş A bulanık kümesi normaldir (Dubois ve Prade, 1980).

$\lambda = [0,1]$ ve $x_1, x_2 \in X$ olmak üzere,

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (4.3)$$

durumu sağlanıyorsa, A kümesi dışbükey bulanık kümedir (Wu, 1997).

Normal ve dışbükey bir bulanık kümenin alfa kesimi kapalı bir küme ise kümenin elemanları bulanık sayı olarak adlandırılmaktadır.

4.2. Sezgisel Bulanık Küme

Bulanık küme teorisinin, belirli bir nesnenin bir kümeye üye olma durumunu derecelendirerek birçok durumla baş etmek için yararlı bir araç olduğu gösterilmiştir. Sezgisel bulanık sayı kavramı ise, geleneksel bulanık küme vasıtasıyla belirsiz bir kavramın tanımlanması için mevcut bilginin yetersiz olduğu durumlarda bir bulanık kümeyi tanımlamak için alternatif bir yaklaşımdır (Kumar ve Yadav, 2012). Gerçek hayatta, bir kişi bir nesnenin belli bir dereceye kadar bir kümeye ait olduğunu varsayabilir, ancak bu durum kişinin emin olmama olasılığını içinde barındırır. Başka bir deyişle, kümedeki nesnenin üyelik derecesi konusunda tereddüt veya belirsizlik olabilir. Sezgisel bulanık kümeler üyelik derecesi konusundaki belirsizliği üye olmama derecesi ile ortaya koymaktadır (Davarzani ve Khorheh, 2013).

Bulanık kümelerin genişletilmiş hali olan sezgisel bulanık kümeleri, Atanassov (1986) ortaya atmış ve yeni yaklaşımı için çalışmasında bazı tanımlara yer vermiştir.

Atanassov (1986) tarafından ortaya atılan sezgisel bulanık küme, sırasıyla, üyelik derecesini ve üye olmama derecesini ifade eden iki fonksiyonla karakterizedir.

X evrensel kümesinden türetilen A sezgisel bulanık kümesi, $\mu_A(x):X \rightarrow [0,1]$, $\nu_A(x):X \rightarrow [0,1]$ ve $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ olmak üzere,

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (4.4)$$

olarak tanımlanır.

Burada $\mu_A(x)$, bulanık kümeye karşılık gelen üyelik fonksiyonudur. $\nu_A(x)$ ise, üye olmama fonksiyonudur.

Tanımdaki $\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ koşulundan yola çıkarak, $\mu_A(x) \leq 1 - \nu_A(x)$ eşitsizliğine ulaşılır. Bu eşitsizlik ile üyelik fonksiyonu kümesinin $[\mu_A(x), 1 - \nu_A(x)]$ aralığında genişletilebileceği yorumu yapılabilir. $\mu_A(x)$, üyelik fonksiyonunun alt sınırı iken, $1 - \nu_A(x)$, üyelik fonksiyonunun üst sınırıdır (Shu, Cheng ve Cang, 2006). Bu durum göz önünde bulundurularak A sezgisel bulanık kümesi,

$$A = \{ (x, \mu_A(x), 1 - \nu_A(x)) : x \in X \} \quad (4.5)$$

olarak da tanımlanabilir.

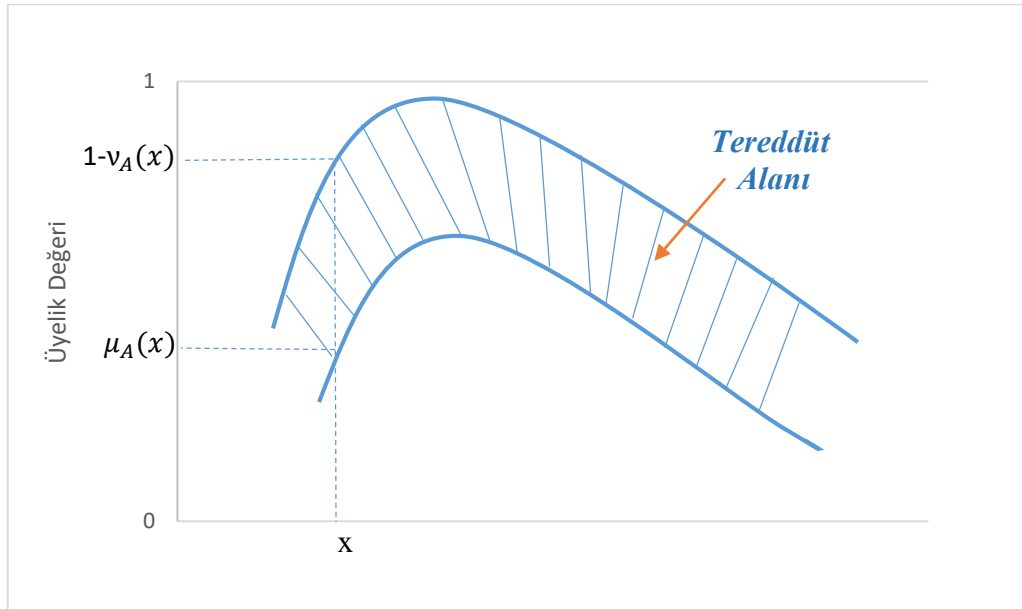
Sezgisel bulanık küme teorisi, bulanık küme teorisinden farklı olarak tereddüt derecesi olarak adlandırılan bir ek bilgi sunar. Her $x \in X$ için, A sezgisel bulanık kümesindeki x elemanın tereddüt derecesi,

$$\pi_A = 1 - (\mu_A(x) + \nu_A(x))$$

$$\pi_A = (1 - \nu_A(x)) - \mu_A(x) \quad (4.6)$$

olarak tanımlanır. π_A , x elemanının A sezgisel bulanık kümesine üyelik derecesine karar vermede yaşanan tereddütün seviyesi olarak açıklanabilir.

(4.5) eşitliğine göre tanımlanmış tipik bir A sezgisel bulanık kümesi Şekil 4.2’de gösterilmiştir. Bu şekil içerisinde tereddüt alanı da yer almaktadır.



Şekil 4.2. A sezgisel bulanık kümesi (Garg ,Rani ve Sharma, 2013)

Eğer A sezgisel bulanık kümesinde, üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)=1$ ve üye olmama fonksiyonu $\nu_A(x) = 0$ olan $x \in X$ en az bir nokta var ise, X evrensel kümesinden türetilmiş A sezgisel bulanık kümesi normaldir yorumu yapılır.

A sezgisel bulanık kümenin dışbükey olması için aşağıdaki iki koşul sağlanmalıdır.

1. A kümesinin üyelik fonksiyonu dışbükey olmalıdır.

$$\lambda = [0,1] \text{ ve } x_1, x_2 \in X \text{ için } \mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (4.7)$$

2. A kümesinin üye olmama fonksiyonu içbükey olmalıdır.

$$\lambda = [0,1] \text{ ve } x_1, x_2 \in X \text{ için } \nu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max(\nu_A(x_1), \nu_A(x_2)) \quad (4.8)$$

A_α ile gösterilen bir sezgisel bulanık kümenin α -kesimi, evrensel kümenin üyelik fonksiyonu en az α derece olan tüm elemanlarını içerir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

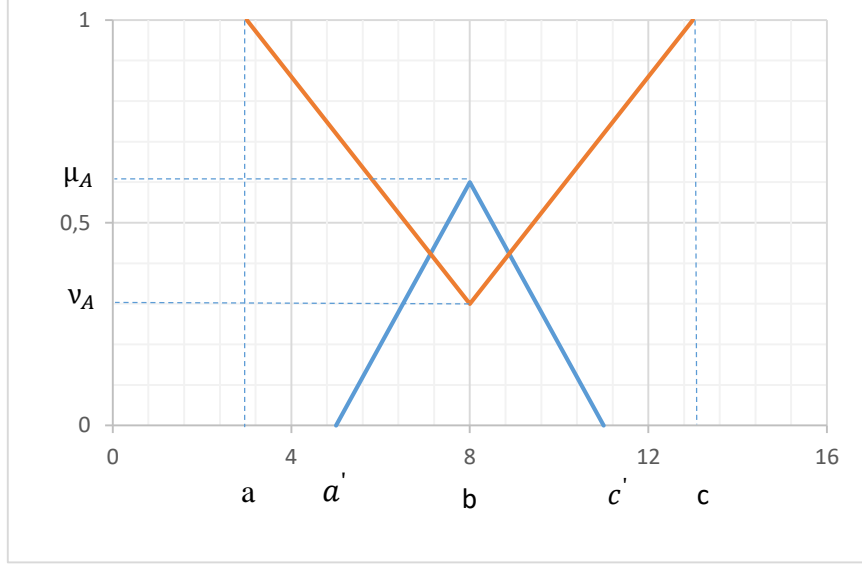
$$A_\alpha = \{x \in X: \mu_A \geq \alpha, \nu_A \leq 1 - \alpha \} \quad (4.9)$$

Bu tez çalışmasında ilgilenilen ürün parçasının başarısızlık süreleri üçgen sezgisel bulanık sayı olduğu için bu bölümde sezgisel bulanık sayıların bu türü ile ilgili bazı tanımlar verilmiştir.

Üçgen sezgisel bulanık sayı, reel sayılar kümesinde tanımlı özel bir sezgisel bulanık kümedir ve

$$\tilde{A} = \langle [a', b, c'; \mu_A(x)], [a, b, c; \nu_A(x)] \rangle \quad (4.10)$$

olarak gösterilir. Burada; a' , b , c' , a , b , c , sezgisel bulanık sayısının referans noktalarıdır. $\mu_A(x)$, üyelik fonksiyonun $[0,1]$ arasında değişebilen derecesidir. $\nu(x)$ ise, üye olmama fonksiyonun $[0,1]$ arasında değişebilen derecesidir. Üçgen sezgisel bulanık sayı Şekil 4.3.' de gösterilmiştir.

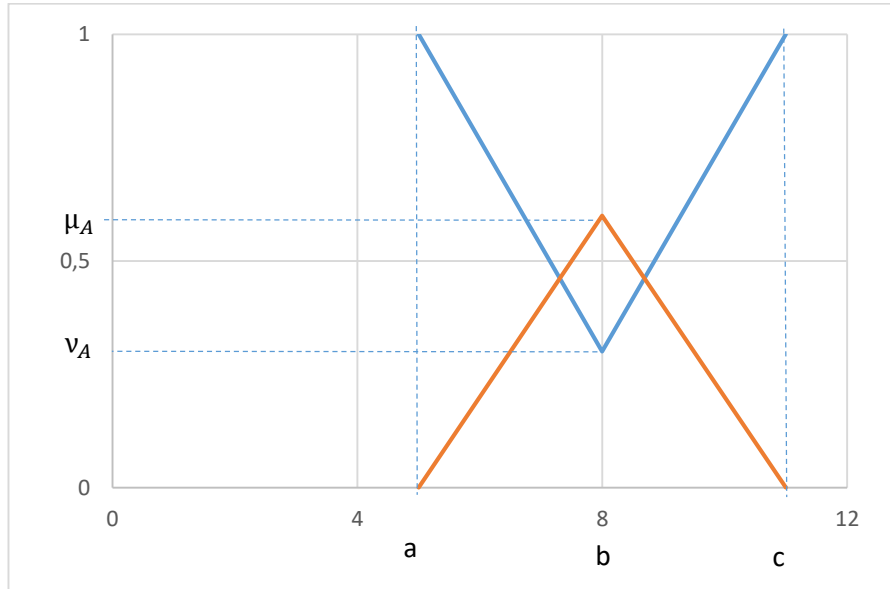


Şekil 4.3. Üçgen sezgisel bulanık sayı

Üçgen sezgisel bulanık sayının, üyelik fonksiyonundaki a' ve c' referans noktaları ile üye olmama fonksiyonundaki a ve c birbirine eşit olduğunda, sezgisel bulanık sayı kısaca;

$$\tilde{A} = \langle a, b, c ; \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \quad (4.11)$$

olarak tanımlanır (Seikh, Pal ve Nayak, 2012). Bu şekilde tanımlanmış olan üçgen sezgisel bulanık sayı Şekil 4.4.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Üçgen sezgisel bulanık sayı ($a=a'$ ve $c=c'$)

\tilde{A} sezgisel bulanık sayısının üyelik fonksiyonu ve üye olmama fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} \mu_A(b) ; & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} \mu_A(b) ; & b \leq x < c \\ 0 ; & dd \end{cases} \quad (4.12)$$

$$\nu_A(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{b-a} \nu_A(b) ; & a \leq x < b \\ \frac{(c-x)}{c-b} \nu_A(b) ; & b \leq x < c \\ 1 ; & dd \end{cases} \quad (4.13)$$

Üçgen sezgisel bulanık sayıların arasındaki aritmetik işlemler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

\tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 , (4.14) ve (4.15) eşitliklerindeki gibi tanımlanmış iki üçgen sezgisel bulanık sayı olsun.

$$\tilde{A}_1 = \langle a_1, b_1, c_1 ; \mu_{A_1}(x), \nu_{A_1}(x) \rangle \quad (4.14)$$

$$\tilde{A}_2 = \langle a_2, b_2, c_2 ; \mu_{A_2}(x), \nu_{A_2}(x) \rangle \quad (4.15)$$

$0 \leq \mu_{A_1}(x), \nu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \nu_{A_2}(x) \leq 1$ olmak üzere,

\tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 bulanık sayılarının toplamı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 = \left\{ \begin{array}{l} a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2 ; \\ \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)), \max(\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)) \end{array} \right\} \quad (4.16)$$

\tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 bulanık sayılarının farkı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 = \left\{ \begin{array}{l} a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2 ; \\ \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)), \max(\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)) \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

\tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 bulanık sayılarının çarpımı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{A}_1 * \tilde{A}_2 = \left\{ \begin{array}{l} a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2 ; \\ \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)), \max(\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)) \end{array} \right\} \quad (4.18)$$

\tilde{A}_1 bulanık sayısının \tilde{A}_2 bulanık sayısına bölümü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{A}_1 / \tilde{A}_2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{a_1}{c_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{a_2} ; \\ \min(\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)), \max(\nu_{A_1}(x), \nu_{A_2}(x)) \end{array} \right\} \quad (4.19)$$

Bir üçgen sezgisel bulanık sayı $\tilde{A}=\langle a, b, c ; \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 'nin α kesimi, $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{A}_\alpha = \{ x, \mu_A(x) \geq \alpha, \nu_A(x) \leq 1 - \alpha \} \quad (4.20)$$

Sezgisel bulanık sayı \tilde{A} 'nin üyelik fonksiyonunun α kesim kümesi kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$A_\alpha = [\underline{A}_\alpha, \overline{A}_\alpha] \quad (4.21)$$

\underline{A}_α , aralığın minimum (alt sınır) değeridir. \overline{A}_α ise, aralığın maksimum (üst sınır) değeridir. Aralığın minimum ve maksimum değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\underline{A}_\alpha = a + \frac{(b-a)\alpha}{\mu_A} \quad (4.21a)$$

$$\overline{A}_\alpha = c - \frac{(c-b)\alpha}{\mu_A} \quad (4.21b)$$

Aynı şekilde sezgisel bulanık sayının üye olmama fonksiyonunun α kesim kümesi kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

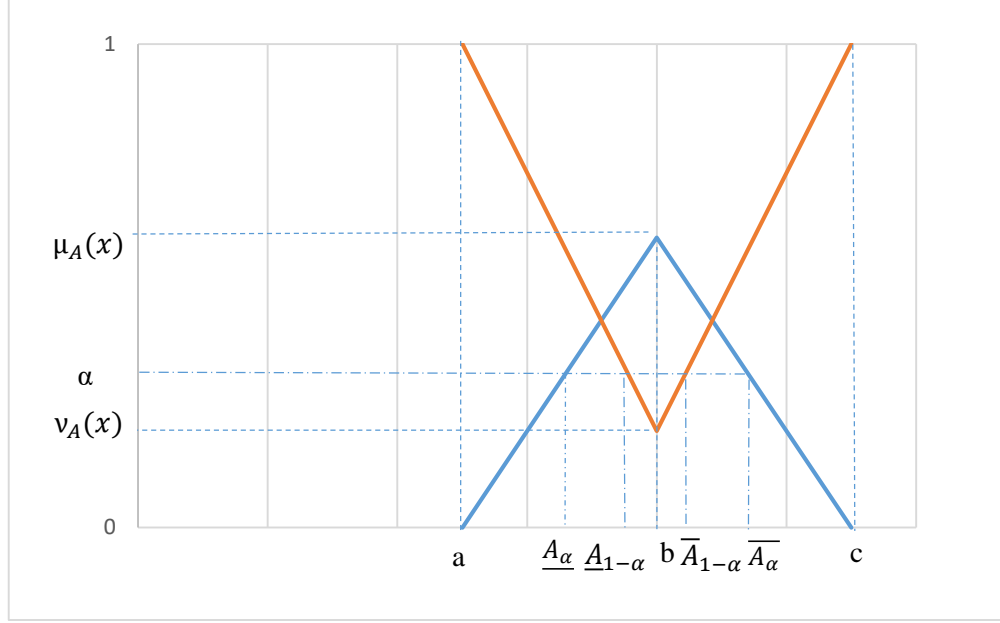
$$A_{1-\alpha} = [\underline{A}_{1-\alpha}, \overline{A}_{1-\alpha}] \quad (4.22)$$

Aralığın sınırları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\underline{A}_{1-\alpha} = a + \frac{(b-a)(1-\alpha)}{1-\nu_A} \quad (4.22a)$$

$$\overline{A}_{1-\alpha} = c - \frac{(c-b)(1-\alpha)}{1-\nu_A} \quad (4.22b)$$

Bir üçgen sezgisel bulanık sayının yukarıda tanımlanmış olan α kesimi Şekil 4.5.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.5. (4.20) eşitliğine göre tanımlanan üçgen sezgisel bulanık sayının α kesimi

Eşitlik (4.5)' deki küme tanımı kullanılarak \tilde{A} sezgisel bulanık sayısı;

$$\tilde{A} = \langle a, b, c ; \mu_A(x), 1 - \nu_A(x) \rangle \quad (4.23)$$

olarak da gösterilebilir. Bu durumda, üçgen sezgisel bulanık sayının α kesimi;

$$\tilde{A}_\alpha = \{ x, \mu_A(x) \geq \alpha, 1 - \nu_A(x) \geq \alpha \} \quad (4.24)$$

olarak tanımlanır. Üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınır $\mu_A(x)$ 'in α kesiminin kapalı aralığı yine eşitlik (4.21)'deki gibi gösterilir. Aralığın maksimum ve minimum değerleri, (4.21a) ve (4.21b) eşitliklerindeki gibi hesaplanır. Üye olmama fonksiyonu olarak tanımlanan " $\nu_A(x)$ " yerini (4.24)'deki yeni tanımda " $1 - \nu_A(x)$ " fonksiyonu almıştır. " $1 - \nu_A(x)$ " üyelik fonksiyonunun genişletilebileceği üst sınırdır. Bu fonksiyonun α kesiminin kapalı aralığı;

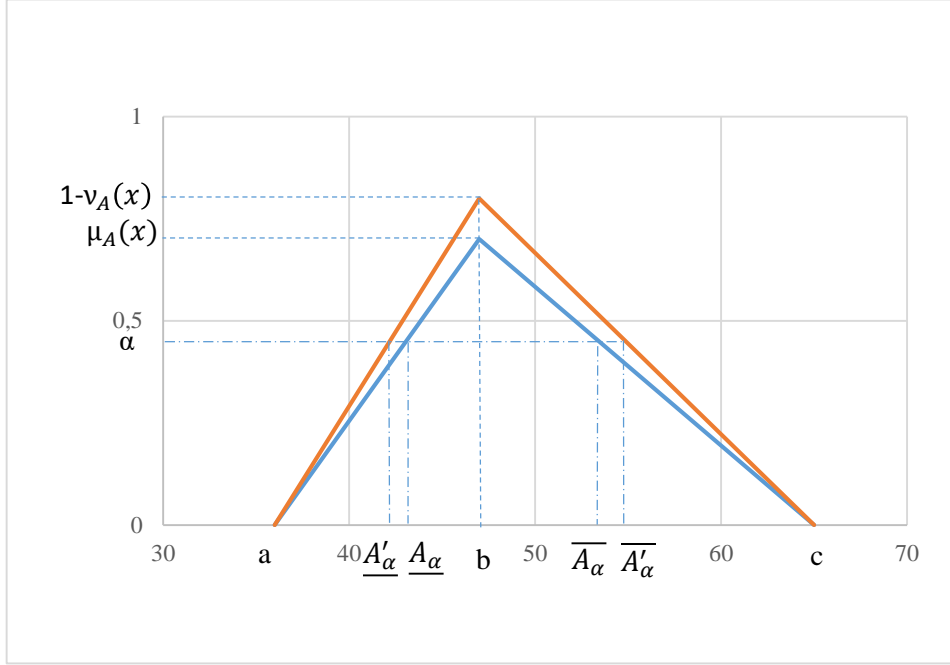
$$A'_\alpha = [A'_\alpha, \overline{A'_\alpha}] \quad (4.25)$$

olarak gösterilir ve aralığın sınırlarını oluşturan minimum ve maksimum değerler aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\underline{A'_\alpha} = a + \frac{(b-a)(\alpha)}{1-\nu_A} \quad (4.25a)$$

$$\overline{A'_\alpha} = c - \frac{(c-b)(\alpha)}{1-\nu_A} \quad (4.25b)$$

Üçgen sezgisel bulanık sayının yukarıda tanımlanmış olan α kesimi Şekil 4.6.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.6. (4.24) eşitliğine göre tanımlanan üçgen sezgisel bulanık sayının α kesimi

5. BULANIK YAŞAM ANALİZİ

Klasik yaşam analizi, ömrün davranışını modellemek ve hata olasılığını tahmin etmek için uygun bir dağılımı (Weibull, Üstel ve LogNormal dağılımı gibi) kullanır. (Nelson, 1990)

Geleneksel olarak, dağılımları araştırılan mevcut verilerin tam sayısı olduğu varsayılır. Ancak gerçek dünya durumlarında, toplanan bazı yaşam verileri kesin olarak gözlemlenmemiş olabilir. Belirsizlik içeren bu veriler, bulanık sayı formunda temsil edilir (Pak, Parham ve Saraj, 2014). Bu nedenle, gerçek sayılar için klasik istatistiksel tahmin yöntemlerini bulanık sayılara genellemek gerekir. Mevcut çalışmanın bu bölümünde, bir ürün parçasının yaşam analizini gerçekleştirmek için klasik olasılığa uyarlanmış bulanık küme teorisinden bahsedilecektir.

Bir popülasyondan toplanan gözlem verilerinin kesin olarak bilinmemesi durumunda, birçok çalışmada analizin sonuçlarının bir aralık olarak gösterilmesinin daha mantıklı olduğu belirtilmiştir. Bu doğrultuda, bulanık kümelerin α -kesim özelliği kullanarak istatistiksel hesaplamalar gerçekleştirilmelidir.

α -kesimler, klasik (bulanık olmayan) kümeler üreten bulanık kümelerdeki aralıklardır (Gonzalez vd.,2014). İstatistiksel hesaplamalarda kullanılacak olan bulanık gözlem verilerinin sahip olduğu bulanık sayı türünün α -kesim tanımları kullanılarak, verilerin bulanık aralıklarının sınırları hesaplanmalıdır.

Bulanık yaşam süresi $(t_1^*, t_2^*, \dots, t_i^*)$ gözlemlerinin, $A_\alpha[t_i^*] = [\underline{t}_{i,\alpha}, \bar{t}_{i,\alpha}]$ olarak tanımlanan α -kesimi için, yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu tanımları aşağıda açıklanmıştır.

Bulanık yaşam süresi $T = (t_{1,\alpha}^*, t_{2,\alpha}^*, \dots, t_{i,\alpha}^*)$ verilerinin sahip olduğu dağılımların parametreleri de, verilerdeki belirsizlik sebebiyle bulanıktır. Bulanık parametre tahmini Weibull dağılımı için Bölüm 5.1 'de ayrıntılı anlatılmaktadır. Dağılım, $\tilde{\theta} = (\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_p)$ bulanık parametrelere sahip olsun. $T \in [c, d]$ 'nin bulanık olasılığı $\tilde{P}(c \leq T \leq d)$ olarak gösterilir ve α -kesimi aşağıdaki gibi hesaplanır (Jamkhaneh, 2011;2014).

$$\tilde{P}_\alpha(c \leq T \leq d) = \left\{ \int_c^d f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} = [\underline{P}_\alpha, \overline{P}_\alpha] \quad (5.1)$$

$$\underline{P}_\alpha = \min \left\{ \int_c^d f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} \quad (5.1a)$$

$$\overline{P}_\alpha = \max \left\{ \int_c^d f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} \quad (5.1b)$$

Klasik yaşam fonksiyonu Bölüm 2.1’ de ayrıntılı şekilde anlatılmıştır. Yaşam fonksiyonunun, bulanık küme teorisine genişletilmiş hali aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{S}_\alpha(t, \tilde{\theta}) = \tilde{P}_\alpha(T > t) = \left\{ \int_t^\infty f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} = [\underline{S}_\alpha(t), \overline{S}_\alpha(t)] \quad (5.2)$$

$$\underline{S}_\alpha(t) = \min \left\{ \int_t^\infty f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} \quad (5.2a)$$

$$\overline{S}_\alpha(t) = \max \left\{ \int_t^\infty f(t) dt \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} \quad (5.2b)$$

Klasik tehlike fonksiyonu Bölüm 2.2’ de ayrıntılı şekilde anlatılmıştır. Tehlike fonksiyonunun, bulanık küme teorisine genişletilmiş hali aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{h}_\alpha(t, \tilde{\theta}) = \left\{ \frac{\lim_{\Delta t \rightarrow 0} S(t) - S(t + \Delta t)}{\Delta t S(t)} \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} = \left\{ \frac{f(t)}{S(t)} \mid \theta \in \tilde{\theta}_\alpha \right\} \quad (5.3)$$

5.1. Bulanık Sayılara Dayalı Weibull Dağılımı

Bu bölümde Weibull dağılım için, sırasıyla $\hat{\beta}$, $\hat{\eta}$, $\hat{S}(t; \hat{\beta}, \hat{\eta})$ ve $\hat{h}(t; \hat{\beta}, \hat{\eta})$ olarak gösterilen parametrelerin bulanık tahminleri, bulanık yaşam fonksiyonu ve bulanık tehlike fonksiyonu tanımlanmıştır (Shafiq ve Viertl, 2016).

(3.30) eşitliği kullanılarak, verilerin α -kesimi ile bulunan aralıkların alt ve üst sınırı için ayrı ayrı $\hat{\beta}$ parametresi hesaplanır. Her veri bir α -kesim sayesinde bir aralık değerine sahiptir bu nedenle $\hat{\beta}$ parametresi de aralık olarak bulunmuştur. $\hat{\beta}$ parametresinin α -kesimi;

$$A_\alpha(\hat{\beta}) = [\underline{\beta}_\alpha, \overline{\beta}_\alpha] \quad \forall \alpha \in [0, 1] \quad (5.4)$$

olarak gösterilir. Burada;

$$\underline{\beta}_\alpha = \min_{t_i \in \hat{A}_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.4a)$$

$$\overline{\beta}_\alpha = \max_{t_i \in \hat{A}_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.4b)$$

olarak tanımlanır.

Bulanık $\hat{\eta}$ parametresinin α -kesimi;

$$A_\alpha(\hat{\eta}) = [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha] \quad \forall \alpha \in [0, 1] \quad (5.5)$$

olarak gösterilir. Burada;

$$\underline{\eta}_\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n t_{i,\alpha}^{\beta_\alpha}}{u} \right]^{1/\beta_\alpha} \quad (5.5a)$$

$$\overline{\eta}_\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \overline{t}_{i,\alpha}^{\beta_\alpha}}{u} \right]^{1/\beta_\alpha} \quad (5.5b)$$

olarak hesaplanır.

Yaşam fonksiyonunun bulanık tahmininin α -kesimi;

$$A_\alpha[\hat{S}(t)] = [\underline{S}_\alpha, \overline{S}_\alpha] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.6)$$

olarak gösterilir. Burada;

$$\underline{S}_\alpha(t) = e^{-\left(\frac{t}{\underline{\eta}_\alpha}\right)^{\beta_\alpha}} \quad (5.6a)$$

$$\overline{S}_\alpha(t) = e^{-\left(\frac{t}{\overline{\eta}_\alpha}\right)^{\beta_\alpha}} \quad (5.6b)$$

olarak tanımlanır.

Aynı şekilde, tehlike fonksiyonunun bulanık tahmininin α -kesimi

$$A_\alpha[\hat{h}(t)] = [\underline{h}_\alpha, \overline{h}_\alpha] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.7)$$

olarak gösterilir. Burada;

$$\underline{h}_\alpha(t) = \frac{\beta_\alpha t^{\beta_\alpha - 1}}{\underline{\eta}_\alpha^{\beta_\alpha}} \quad (5.7a)$$

$$\overline{h}_\alpha(t) = \frac{\beta_\alpha t^{\beta_\alpha - 1}}{\overline{\eta}_\alpha^{\beta_\alpha}} \quad (5.7b)$$

olarak tanımlanır.

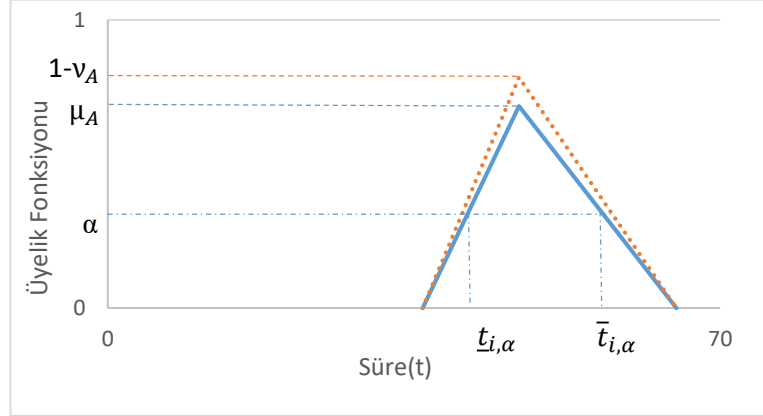
5.3. Sezgisel Bulanık Sayılara Dayalı Weibull Dağılımı

Bu tez çalışması kapsamında, ilgili ürün parçasının yaşam süreleri üçgen sezgisel bulanık sayı olarak elde edildiği için Bölüm 5.1.'de bulanık sayıların α -kesimi için tanımlanan bulanık parametreler, bulanık yaşam fonksiyonu ve bulanık tehlike fonksiyonu sezgisel bulanık sayılara uygun hale getirilmiştir.

Sezgisel bulanık yaşam süreleri $(t_1^*, t_2^*, \dots, t_n^*)$ gözlemlerinin α -kesiminin kapalı aralığı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

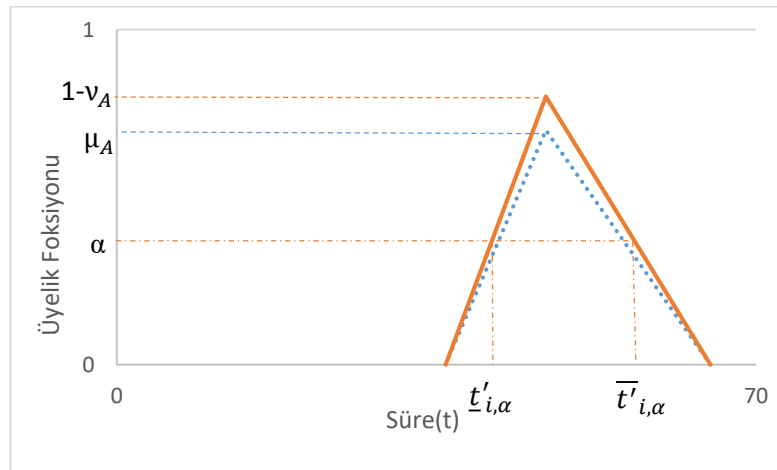
$$A_\alpha[t_i^*]=[(\underline{t}_{i,\alpha}, \bar{t}_{i,\alpha}), (\underline{t}'_{i,\alpha}, \bar{t}'_{i,\alpha})] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.8)$$

Burada; $\underline{t}_{i,\alpha}$ ve $\bar{t}_{i,\alpha}$, sezgisel bulanık yaşam sürelerinin üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınırın α -kesim kümesinin sınırlarıdır ve Şekil 5.1.'de gösterilmiştir. α -kesim kapalı aralığının minimum değeri $\underline{t}_{i,\alpha}$ ve maksimum değeri $\bar{t}_{i,\alpha}$ sırasıyla, (4.21a) ve (4.21b) eşitliklerine göre hesaplanır.



Şekil 5.1. Sezgisel bulanık yaşam sürelerinin üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınırın α -kesimi

$\underline{t}'_{i,\alpha}$ ve $\bar{t}'_{i,\alpha}$, sezgisel bulanık yaşam sürelerinin üyelik fonksiyonunun genişletilebileceği üst sınırın α -kesim kümesinin sınırlarıdır ve Şekil 5.2.'de gösterilmiştir. α -kesim kapalı aralığının minimum değeri $\underline{t}'_{i,\alpha}$ ve maksimum değeri $\bar{t}'_{i,\alpha}$ sırasıyla, (4.25a) ve (4.25b) eşitliklerine göre hesaplanır.



Şekil 5.2. Sezgisel bulanık yaşam sürelerinin üyelik fonksiyonunun genişletilebileceği üst sınırın α -kesimi

Sezgisel bulanık yaşam sürelerinin α -kesimleri tanımlandıktan sonra verilerin Weibull dağılımının bulanık şekil ve ölçek parametresi, bulanık yaşam fonksiyonu ve bulanık tehlike fonksiyonu sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

(3.30) eşitliği kullanılarak, bulanık yaşam sürelerinin iki üyelik fonksiyonunun α -kesim kümelerinin minimum ve maksimum değeri için ayrı ayrı $\hat{\beta}$ şekil parametresi hesaplanır. Bulanık şekil parametresinin α -kesim kümesi;

$$A_\alpha(\hat{\beta}) = [(\underline{\beta}_\alpha, \overline{\beta}_\alpha), (\underline{\beta}'_\alpha, \overline{\beta}'_\alpha)] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.9)$$

olarak gösterilir. Sezgisel bulanık yaşam süresinin üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınırın α -kesim kümesinin sınırları için Weibull dağılımın şekil parametresi;

$$\underline{\beta}_\alpha = \min_{\underline{t}_{i,\alpha} \in \hat{A}_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.9a)$$

$$\overline{\beta}_\alpha = \max_{\bar{t}_{i,\alpha} \in \hat{A}_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.9b)$$

olarak tanımlanır. Sezgisel bulanık yaşam süresinin üyelik fonksiyonunun genişletilebileceği üst sınırın α -kesim kümesinin sınırları için Weibull dağılımın şekil parametresi;

$$\underline{\beta}'_\alpha = \min_{\underline{t}'_{i,\alpha} \in A_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.9c)$$

$$\overline{\beta}'_\alpha = \max_{\bar{t}'_{i,\alpha} \in A_\alpha[t_i^*]} \hat{\beta} \quad (5.9d)$$

olarak tanımlanır.

Aynı şekilde bulanık ölçek parametresinin α -kesimi,

$$A_\alpha(\hat{\eta}) = [(\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha), (\underline{\eta}'_\alpha, \overline{\eta}'_\alpha)] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.10)$$

olarak gösterilir. Sezgisel bulanık yaşam süresinin iki üyelik fonksiyonunun α -kesim sınırları için ölçek parametreleri;

$$\underline{\eta}_\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \underline{t}_{i,\alpha}^{\beta_\alpha}}{u} \right]^{1/\beta_\alpha} \quad (5.10a)$$

$$\overline{\eta}_\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \bar{t}_{i,\alpha}^{\beta_\alpha}}{u} \right]^{1/\beta_\alpha} \quad (5.10b)$$

$$\underline{\eta}'_{\alpha} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \underline{t}'_{i,\alpha} \beta'_{\alpha}}{u} \right]^{1/\beta'_{\alpha}} \quad (5.10c)$$

$$\overline{\eta}'_{\alpha} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \overline{t}'_{i,\alpha} \beta'_{\alpha}}{u} \right]^{1/\beta'_{\alpha}} \quad (5.10d)$$

olarak tanımlanır.

Sezgisel bulanık yaşam sürelerinin yaşam fonksiyonunun α -kesimi,

$$A_{\alpha}[\hat{S}(t)] = [(\underline{S}_{\alpha}, \overline{S}_{\alpha}), (\underline{S}'_{\alpha}, \overline{S}'_{\alpha})] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.11)$$

olarak gösterilir. Yaşam fonksiyonunun sınırları,

$$\underline{S}_{\alpha}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\underline{\eta}_{\alpha}}\right)^{\beta_{\alpha}}} \quad (5.11a)$$

$$\overline{S}_{\alpha}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\overline{\eta}_{\alpha}}\right)^{\beta_{\alpha}}} \quad (5.11b)$$

$$\underline{S}'_{\alpha}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\underline{\eta}'_{\alpha}}\right)^{\beta'_{\alpha}}} \quad (5.11c)$$

$$\overline{S}'_{\alpha}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\overline{\eta}'_{\alpha}}\right)^{\beta'_{\alpha}}} \quad (5.11d)$$

olarak tanımlanır.

Aynı şekilde, tehlike fonksiyonunun α -kesimi,

$$A_{\alpha}[\hat{h}(t)] = [(\underline{h}_{\alpha}, \overline{h}_{\alpha}), (\underline{h}'_{\alpha}, \overline{h}'_{\alpha})] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.12)$$

olarak gösterilir. Burada sınırlar,

$$\underline{h}_{\alpha}(t) = \frac{\beta_{\alpha} t^{\beta_{\alpha}-1}}{\underline{\eta}_{\alpha}^{\beta_{\alpha}}} \quad (5.12a)$$

$$\overline{h}_{\alpha}(t) = \frac{\overline{\beta}_{\alpha} t^{\overline{\beta}_{\alpha}-1}}{\overline{\eta}_{\alpha}^{\overline{\beta}_{\alpha}}} \quad (5.12b)$$

$$\underline{h}'_{\alpha}(t) = \frac{\beta'_{\alpha} t^{\beta'_{\alpha}-1}}{\underline{\eta}'_{\alpha}^{\beta'_{\alpha}}} \quad (5.12c)$$

$$\overline{h}'_{\alpha}(t) = \frac{\overline{\beta}'_{\alpha} t^{\overline{\beta}'_{\alpha}-1}}{\overline{\eta}'_{\alpha}^{\overline{\beta}'_{\alpha}}} \quad (5.12d)$$

olarak tanımlanır.

6. UYGULAMA

Günümüzde yaşam analizi birçok alanda kullanılmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında, mühendislik alanında bir yaşam analizi uygulaması gerçekleştirilmiştir. Mühendislik alanındaki yaşam analizi daha önce bahsedildiği gibi güvenilirlik analizi olarak adlandırılmaktadır. Bu nedenle tezin bu bölümünde yaşam analizi yerine güvenilirlik terimi kullanılmıştır.

Uygulamada kullanılan veri kümesi, bir ürün parçasına ait yaşam süreleridir ve bir şirketin yetkili teknik servislerinden topladığı kayıtların derlenmesi ile oluşturulmuştur.

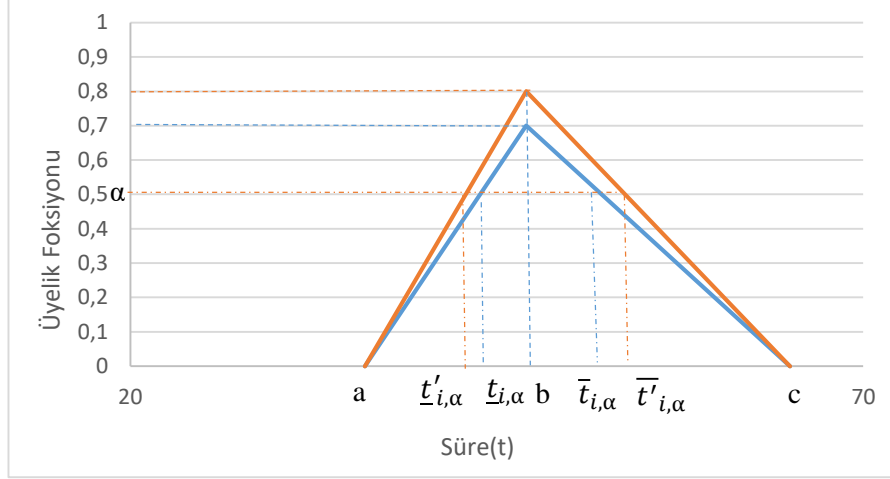
Ürün parçasına ait yaşam süreleri gün olarak elde edilmiş ve süreç 520 gün gözlem altında tutulmuştur. 120 ürün parçasının 13 tanesi sansürlü (% 10,83), 107 tanesi ise sansürlüdür (% 89,17). Burada, 13 parçada başarısızlık meydana gelmiştir ancak 107 parçada gözlem süresi boyunca bir başarısızlık meydana gelmemiştir. Bu nedenle 107 veri sağdan sansürlü veri olarak kabul edilmiştir.

Müşteri, servis çalışanları ve firma arasındaki bilgi aktarımındaki aksaklıklar ve eksiklikler nedeniyle başarısızlık sürelerinde belirsizlikler söz konusudur. Bundan dolayı, parçanın yaşam süreleri üçgen sezgisel bulanık sayılar olarak belirlenmiştir. Uygulamada kullanılan yaşam süreleri, (4.5) eşitliğindeki tanıma uygun olarak EK-1’de verilmiştir.

Çalışmada kullanılan verilerin, Weibull dağılıma uyduğu varsayılmıştır. Bunun nedeni, şekil parametresinin değerine bağlı olarak Weibull dağılımın diğer dağılım türlerinin özelliklerini alabilen çok yönlü bir dağılım olmasıdır.

Dağılımın bulanık parametre tahminlerinin hesaplamalarında kolaylık olması ve analiz sonuçlarının bir aralık olarak elde edilmesi için yaşam sürelerinin α -kesim değerleri hesaplanmıştır. α değeri, bulanık sayıların en küçük üyelik derecesine eşit veya ondan küçük olmalıdır. Çalışmada kullanılan bulanık yaşam sürelerinin sahip olduğu en küçük üyelik derecesi 0,5 ‘tir. Bu nedenle hesaplamalarda kullanılan α değeri [0; 0,5] aralığındadır.

Ek-1’de verilen ürün parçasının sezgisel bulanık yaşam sürelerinin birinci değerinin $\alpha=0,5$ için kapalı aralığının sınırları örnek olarak Şekil 6.1.’de gösterilmiştir.



Şekil 6.1. Sezgisel bulanık yaşam süresi t_1^* in α kesimi

Sezgisel bulanık yaşam süresi t_1^* in $\alpha=0,5$ 'deki sınır değerleri sırasıyla (4.21a), (4.21b), (4.25a) ve (4.25b) eşitlikleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\underline{t}_{1,0.5} = a + \frac{(b-a)\alpha}{\mu_A} = 36 + \frac{(47-36)*0,5}{0,7} = 43,9 \quad (6.1)$$

$$\bar{t}_{1,0.5} = c - \frac{(c-b)\alpha}{\mu_A} = 65 - \frac{(65-47)*0,5}{0,7} = 52,1 \quad (6.2)$$

$$\underline{t}'_{1,0.5} = a + \frac{(b-a)(\alpha)}{1-\nu_A} = 36 + \frac{(47-36)*0,5}{0,8} = 42,9 \quad (6.3)$$

$$\bar{t}'_{1,0.5} = c - \frac{(c-b)\alpha}{1-\nu_A} = 65 - \frac{(65-47)*0,5}{0,8} = 53,8 \quad (6.4)$$

Ek-1' deki diğer sezgisel bulanık yaşam sürelerinin α -kesim kapalı aralığının sınırları, α 'nın $[0; 0,5]$ arasındaki tüm değerleri için yukarıdaki örnekte olduğu gibi (4.21a), (4.21b), (4.25a) ve (4.25b) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır.

Weibull dağıldığı düşünülen yaşam süreleri üçgen sezgisel bulanık sayıların α -kesimi formunda tanımlandığı için dağılımın şekil parametresi de bu formdadır. Şekil parametresinin hesaplamalarında Bölüm 3.2'de ayrıntılı olarak anlatılan Newton Raphson yöntemi ile elde edilen (3.30) eşitliği kullanılmıştır. Bu denklem kullanılarak şekil parametresi üçgen sezgisel bulanık yaşam sürelerinin α -kesim sınırları ($\underline{t}_{i,\alpha}$, $\bar{t}_{i,\alpha}$, $\underline{t}'_{i,\alpha}$ ve $\bar{t}'_{i,\alpha}$) için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu doğrultuda, (3.30) eşitliğinde x_i olarak tanımlanan yaşam sürelerinin yerini parçaların yaşam sürelerinin α -kesim sınırları alır. Örnek olarak, $\underline{t}_{i,\alpha}$ için şekil parametresi eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{\frac{u}{\beta} + \sum_{i \in U} \ln \underline{t}_{i,\alpha} - \frac{u \sum_{i=1}^n (\underline{t}_{i,\alpha})^\beta \ln \underline{t}_{i,\alpha}}{\sum_{i=1}^n (x_i)^\beta}}{\frac{u}{\beta^2} + \frac{u}{\left(\sum_{i=1}^n (\underline{t}_{i,\alpha})^\beta\right)^2} \left[\left(\sum_{i=1}^n (\underline{t}_{i,\alpha})^\beta\right) \left(\sum_{i=1}^n (\ln \underline{t}_{i,\alpha})^2 (\underline{t}_{i,\alpha})^\beta\right) - \left(\sum_{i=1}^n (\underline{t}_{i,\alpha})^\beta \ln \underline{t}_{i,\alpha}\right)^2 \right]}$$

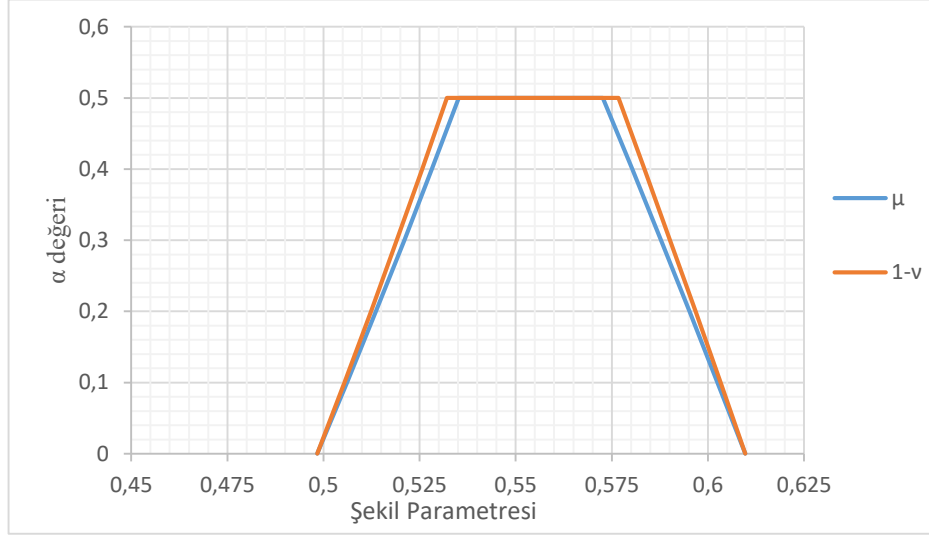
Şekil parametresi eşitliği, iterasyon yapılarak β şekil parametresinin bulunmasını sağlamaktadır. Son bulunan şekil parametresi bir önceki şekil parametresine eşit olana kadar iterasyonlara devam edilir. Denklemdaki k indisi iterasyon sayısını belirtmektedir. (5.9a) eşitliğindeki tanıma göre şekil parametresinin $\underline{\beta}_\alpha$ sınırının hesaplamasında sezgisel bulanık yaşam sürelerinin α -kesim sınırları $\underline{t}_{i,\alpha}$ kullanılır. $\alpha=0,5$ 'deki $\underline{t}_{i,0,5}$ süreleri için $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresi, (3.30) eşitliğine göre hesaplanırken ilk iterasyonu gerçekleştirmek için rasgele bir şekil parametresi değeri belirlenir. İlk olarak $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresine 0,5 değerini vererek denklem çözüldüğünde yeni elde edilen $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresi 0,533 çıkmaktadır. İkinci iterasyon gerçekleştirilirken şekil parametresi olarak bu değer kullanılır. İkinci iterasyon sonunda $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresi 0,535 olarak elde edilmektedir. Üçüncü iterasyonda $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresi yerine 0,535 yazılarak denklem çözüldüğünde yeni $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresinin yine 0,535 çıktığı görülmektedir. Burada iterasyonlar durdurulur ve $\underline{\beta}_{0,5}$ şekil parametresinin değeri 0,535 olarak bulunmuş olur.

$\underline{t}_{i,\alpha}$, $\bar{t}_{i,\alpha}$, $\underline{t}'_{i,\alpha}$ ve $\bar{t}'_{i,\alpha}$ sınırlarının α 'nın $[0; 0,5]$ aralığındaki her değeri için (3.30) eşitliği kullanılarak ayrı ayrı şekil parametreleri hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar yapılırken (5.9a) (5.9b) (5.9c) ve (5.9d) eşitliklerindeki tanımlardan yararlanılmıştır. Hesaplanan şekil parametresinin α -kesim sınırları Tablo 6.1.' de verilmiştir.

Tablo 6.1. Farklı α değerleri için şekil parametresi

α	$\mu_A(x)$		$1-v_A(x)$	
	$\underline{\beta}_\alpha$	$\bar{\beta}_\alpha$	$\underline{\beta}'_\alpha$	$\bar{\beta}'_\alpha$
0,5	0,535	0,573	0,532	0,577
0,4	0,528	0,580	0,526	0,583
0,3	0,520	0,588	0,519	0,590
0,2	0,514	0,595	0,512	0,597
0,1	0,506	0,602	0,505	0,603
0	0,498	0,610	0,498	0,610

Şekil parametresinin, Tablo 6.1.'deki değerleri için karakteristik fonksiyonu Şekil 6.2.' de gösterilmiştir.



Şekil 6.2. Şekil parametresinin karakteristik fonksiyonu

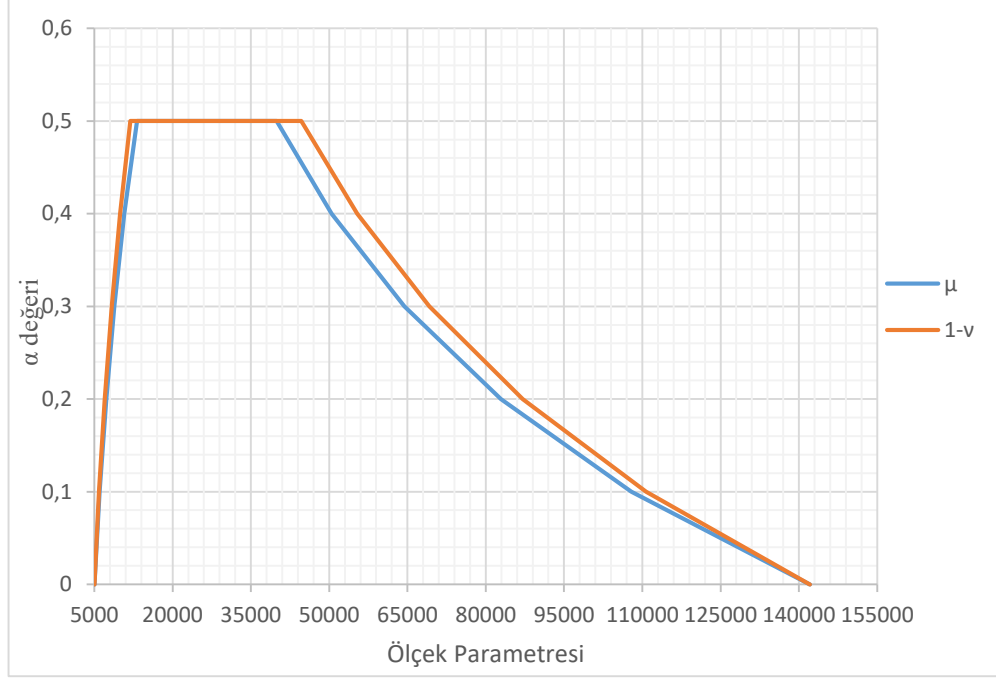
Weibull dağılımın bulanık ölçek parametresinin α -kesim sınırları, α 'nın $[0; 0,5]$ aralığındaki değerleri için (5.10a), (5.10b), (5.10c) ve (5.10d) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır. Ölçek parametresinin α -kesim kapalı aralığının sınırları Tablo 6.2' de verilmiştir. Örnek olarak, ölçek parametresinin üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınırın $\alpha=0,5$ 'deki aralığının minimum değeri $\underline{\eta}_\alpha$ (5.10a) eşitliğine göre hesaplanmıştır ve aşağıda verilmiştir.

$$\underline{\eta}_\alpha = \left[\frac{\sum_{i=1}^n t_{i,\alpha}^{\beta\alpha}}{u} \right]^{1/\beta\alpha} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{120} t_{i,0,5}^{0,535}}{13} \right]^{1/0,573} = 13172 \quad (6.5)$$

Tablo 6.2. Farklı α değerleri için ölçek parametresi

α	$\mu_A(x)$		$1-v_A(x)$	
	$\underline{\eta}_\alpha$	$\overline{\eta}_\alpha$	$\underline{\eta}'_\alpha$	$\overline{\eta}'_\alpha$
0,5	13172	39924	11880	44678
0,4	10751	50484	9923	55390
0,3	8823	64385	8322	69179
0,2	7275	82889	7004	87109
0,1	6024	107888	5914	110698
0	5007	142123	5007	142123

Ölçek parametresinin, Tablo 6.2.'deki değerleri için karakteristik fonksiyonu Şekil 6.3.' de gösterilmiştir.



Şekil 6.3. Ölçek parametresinin karakteristik fonksiyonu

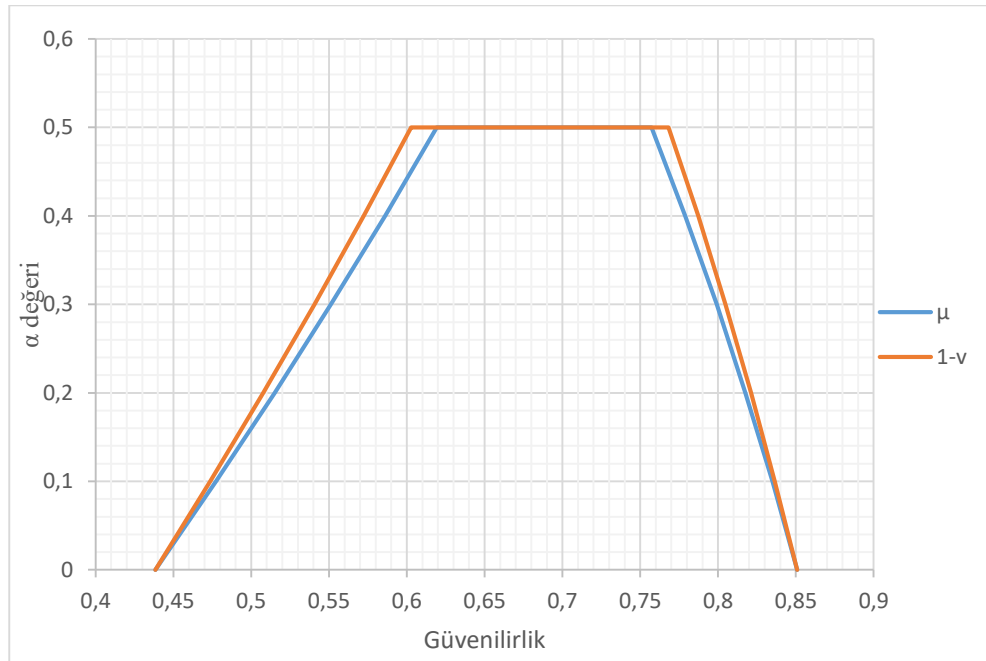
Firma ilgili ürün parçası için tüketiciye 10 yıllık garanti süresi vermektedir. Bu nedenle, çalışmada 3650. gündeki ürün güvenilirliği incelenmiştir. Ürün parçasının güvenilirlik aralıkları α 'nın $[0,0.5]$ aralığındaki değerleri ve $t=3650$ için (5.11a),(5.11b),(5.11c) ve (5.11d) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır ve Tablo 6.3.'de verilmiştir. Örnek olarak, güvenilirliğin üyelik fonksiyonunun daraltılabileceği alt sınırın $\alpha=0,5$ 'deki aralığının minimum değeri (5.11a) eşitliğine göre hesaplanmıştır ve aşağıda verilmiştir.

$$\underline{S}_{0,5}(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta_{0,5}}\right)^{\beta_{0,5}}} = e^{-\left(\frac{3650}{13172}\right)^{0,573}} = 0,619 \quad (6.6)$$

Tablo 6.3. Farklı α değerleri için güvenilirlik değerleri

α	$\mu_A(x)$		$1-\nu_A(x)$	
	\underline{S}_α	\overline{S}_α	\underline{S}'_α	\overline{S}'_α
0,5	0,619	0,757	0,603	0,768
0,4	0,586	0,779	0,572	0,787
0,3	0,551	0,799	0,541	0,805
0,2	0,515	0,818	0,508	0,821
0,1	0,477	0,835	0,474	0,837
0	0,438	0,851	0,438	0,851

Bulanık güvenilirliğin Tablo 6.3.'deki değerleri için karakteristik fonksiyonu Şekil 6.4.' de gösterilmiştir.



Şekil 6.4. Güvenilirlik karakteristik fonksiyonu

α 'nın 0.3 değeri için üyelik fonksiyonunun alabileceği en geniş aralık 0.541 ile 0.805 aralığıdır. Ancak sezgisel bulanık sayılar, Tanım 4.7.'de bahsedilmiş olan bir tereddüt derecesine sahiptir. Bu tanımdan yola çıkarak, üyelik fonksiyonu 0.551-0.799 aralığına kadar daraltılabilir. Kullanılan veriler klasik bulanık sayı olsaydı, 'güvenilirlik %54 ile %81 aralığındadır' yorumu yapılabilirdi. Bulanık sayılardaki bu aralık, tereddüt

aralığını da içinde bulundurur. Fakat sezgisel bulanık sayılarda güvenilirlik %55 ile %80 aralığına kadar daraltılır.

t zamanına bağlı olarak ürün parçasının güvenilirliği ve tehlike fonksiyonu incelenmek istendiğinde sabit bir α seçilmelidir. Bu çalışmada $\alpha=0,45$ için t zamanına bağlı güvenilirlik ve tehlike fonksiyonu incelenmiştir. Bu fonksiyonların hesaplamalarını yapabilmek için şekil ve ölçek parametrelerinin $\alpha=0,45$ 'deki değerleri gerekmektedir. Şekil ve ölçek parametrelerin değerleri $\alpha=0,45$ için hesaplanmış ve Tablo 6.4.'de verilmiştir.

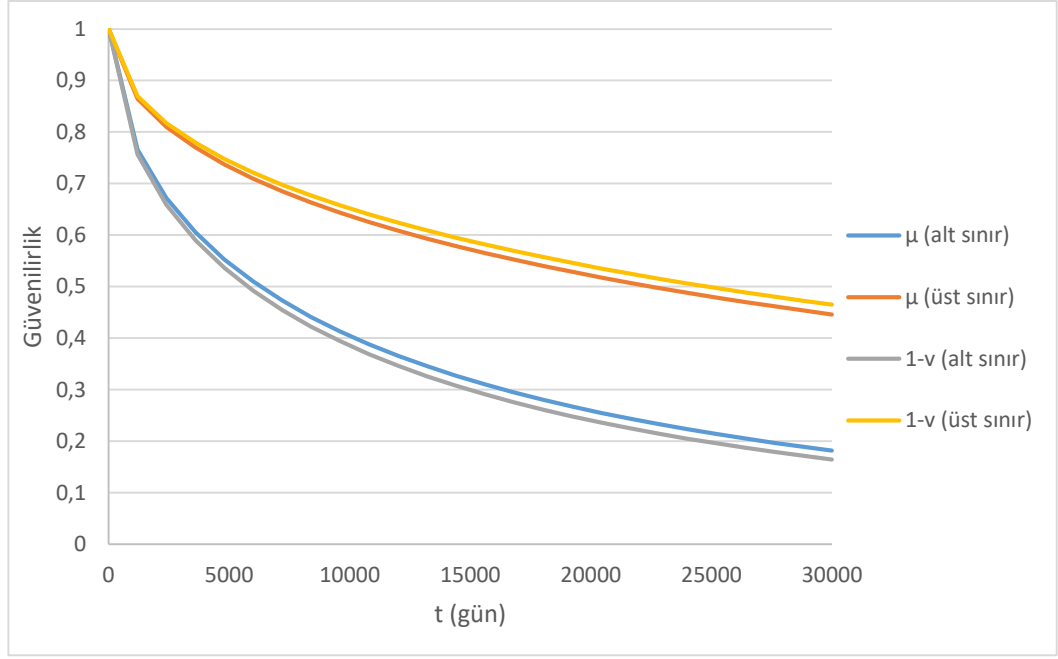
Tablo 6.4. $\alpha=0,45$ için şekil ve ölçek parametresinin alt ve üst sınırları

α	$\mu_A(x)$		$1-v_A(x)$	
	$\underline{\beta}_\alpha$	$\overline{\beta}_\alpha$	$\underline{\beta}'_\alpha$	$\overline{\beta}'_\alpha$
0,45	0,532	0,576	0,529	0,580
0,45	$\underline{\eta}_\alpha$	$\overline{\eta}_\alpha$	$\underline{\eta}'_\alpha$	$\overline{\eta}'_\alpha$
	11892	44850	10852	49703

Güvenilirlik fonksiyonunun α -kesim aralıkları Tablo 6.4'deki parametre değerleri kullanılarak (5.11a), (5.11b), (5.11c) ve (5.11d) eşitliklerine göre hesaplanmıştır ve Tablo 6.5.'de verilmiştir. Aynı şekilde tehlike fonksiyonu aralıkları da aynı parametre değerleri kullanılarak (5.12a), (5.12b), (5.12c) ve (5.12d) eşitliklerine göre hesaplanmıştır ve Tablo 6.5.'de verilmiştir. Tablo 6.5.'deki sonuçlara göre çizilen güvenilirlik grafiği Şekil 6.5.'de ve tehlike fonksiyonu Şekil 6.6.'da verilmiştir.

Tablo 6.5. Her t değeri için $\alpha=0,45$ 'deki güvenilirlik ve tehlike fonksiyonu aralıklarının alt ve üst sınırları

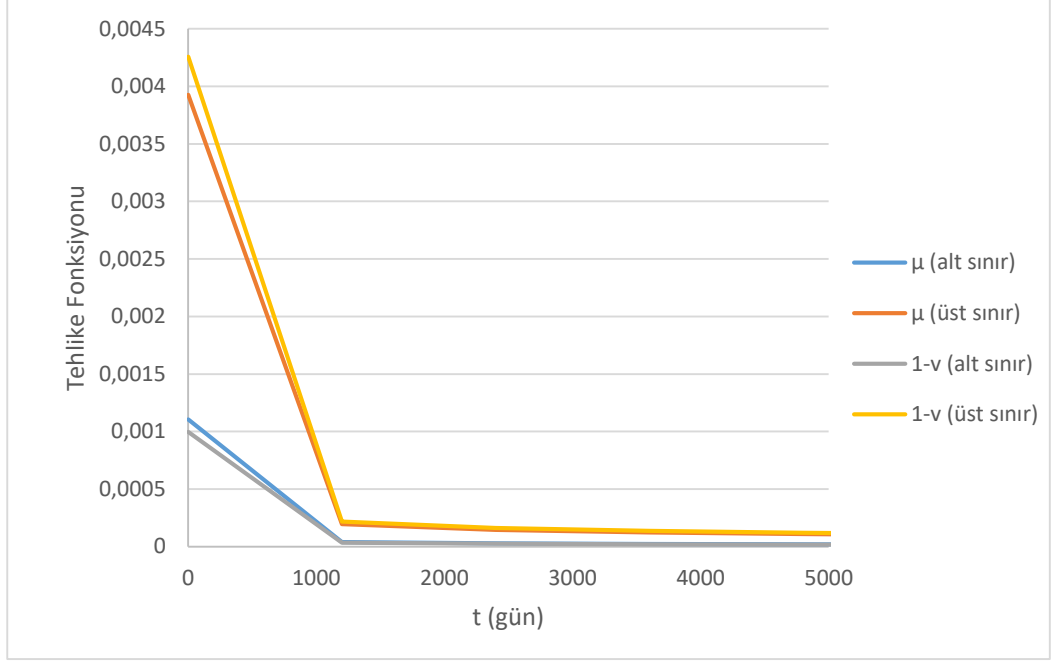
t	$\mu_A(x)$		$1-v_A(x)$		$\mu_A(x)$		$1-v_A(x)$	
	\underline{S}_α	\overline{S}_α	\underline{S}'_α	\overline{S}'_α	\underline{h}_α	\overline{h}_α	\underline{h}'_α	\overline{h}'_α
1200	0,77	0,86	0,76	0,87	0,000040	0,000195	0,000035	0,000217
2400	0,67	0,81	0,66	0,82	0,000029	0,000145	0,000026	0,000162
3600	0,61	0,77	0,59	0,78	0,000024	0,000122	0,000021	0,000137
4800	0,55	0,74	0,54	0,75	0,000021	0,000108	0,000018	0,000121
6000	0,51	0,71	0,49	0,72	0,000019	0,000099	0,000017	0,000110
7200	0,47	0,69	0,45	0,70	0,000017	0,000091	0,000015	0,000102
8400	0,44	0,66	0,42	0,68	0,000016	0,000086	0,000014	0,000096
9600	0,41	0,64	0,39	0,66	0,000015	0,000081	0,000013	0,000091
10800	0,39	0,63	0,37	0,64	0,000014	0,000077	0,000013	0,000086
12000	0,37	0,61	0,35	0,62	0,000014	0,000074	0,000012	0,000082
13200	0,35	0,59	0,33	0,61	0,000013	0,000071	0,000011	0,000079
14400	0,33	0,58	0,31	0,59	0,000012	0,000068	0,000011	0,000076
15600	0,31	0,57	0,29	0,58	0,000012	0,000066	0,000011	0,000074
16800	0,30	0,55	0,28	0,57	0,000012	0,000064	0,000010	0,000072
18000	0,28	0,54	0,26	0,56	0,000011	0,000062	0,000010	0,000070
19200	0,27	0,53	0,25	0,55	0,000011	0,000060	0,000010	0,000068
20400	0,26	0,52	0,24	0,54	0,000011	0,000059	0,000009	0,000066
21600	0,24	0,51	0,23	0,53	0,000010	0,000057	0,000009	0,000064
22800	0,23	0,50	0,21	0,52	0,000010	0,000056	0,000009	0,000063
24000	0,22	0,49	0,20	0,51	0,000010	0,000055	0,000009	0,000062
25200	0,21	0,48	0,20	0,50	0,000010	0,000054	0,000008	0,000060
26400	0,21	0,47	0,19	0,49	0,000009	0,000053	0,000008	0,000059
27600	0,20	0,46	0,18	0,48	0,000009	0,000052	0,000008	0,000058
28800	0,19	0,45	0,17	0,47	0,000009	0,000051	0,000008	0,000057
30000	0,18	0,45	0,16	0,47	0,000009	0,000050	0,000008	0,000056



Şekil 6.5. Güvenilirlik fonksiyonunun zamana bağlı grafiği

Daha öncede bahsedildiği gibi bu tez çalışmasında ilgilenilen ürün parçasına firma 10 yıllık garanti süresi vermektedir. Bu nedenle, α 'nın 0,45 olduğu durumda 3650.gündeki güvenilirlik incelendiğinde üyelik fonksiyonunun en geniş aralığı %59 ile %78 arasındadır. Sezgisel bulanık sayıların tereddüt seviyesi tanımından yararlanarak, tereddüt alanı boyutunda üyelik fonksiyonunu daraltabilir ve güvenilirliğin %60 ile %77 arasında olduğu söylenebilir.

Kullanılan ürün parçasının yaşam süreleriyle ilgili veri kümesinde sansürlü verilere sahip parçalar kümenin % 89,17 'sini oluşturmaktadır. Başarısızlık gözlemlenemeyen sansürlü ürün parçasının çok fazla olmasından dolayı güvenilirliğin sonlandığı nokta grafikte yer almamaktadır. Grafikte zamana bağlı beklenen yaşam sürelerinin oldukça uzun olmasının sebebi sansürlü verinin örnekte sayıca fazla olmasıdır. Sansürlü örneklerin sayısının fazla olması ise, mühendislik alanındaki yaşam analizinde kullanılan ürün veya ürün parçalarının en az 10 seneye kadar bozulmasının istenmemesi dolayısıyla bu ürün veya ürün parçalarının güvenilirliklerinin yüksek olacak şekilde tasarlanması ve üretilmesidir. İstenen de güvenilirliği yüksek ürün üretmektir. Bu yüzden başarısızlığın meydana gelmesi uzun yıllar almaktadır.



Şekil 6.6. Tehlike fonksiyonunun zamana bağlı grafiği

Şekil 6.6'da 0 ile 5000 gün arasındaki tehlike fonksiyonu görülmektedir. Tehlike fonksiyonunu, β şekil parametresi yardımı ile yorumlayabiliriz. Şekil 6.6'daki tehlike fonksiyonunun zamana bağlı grafiği Tablo 6.4'deki $\alpha=0,45$ değeri için hesaplanan şekil ve ölçek parametreleri kullanılarak hesaplanmıştır. Bu tablodaki şekil parametresi β 'nin α -kesim değerlerinin hepsi 1'den küçüktür. $\beta < 1$ olduğu durumda grafik zamana göre azalan bir başarısızlık oranına sahiptir. Aynı zamanda bu, bebeklik ölümleri veya erken ölümler/başlangıç hataları olarak adlandırılır. Grafikten de anlaşılacağı üzere yaklaşık 1250.güne kadar başlangıç hataları gerçekleşmektedir. İlgilenilen ürün parçası firmada yeni üretilmeye başlandığı için başlangıç hatalarının gerçekleşmesi çok normaldir. 1250.günden sonra grafik oldukça sabit bir başarısızlık oranına sahiptir ve bu da rastgele arızaları işaret eder.

7. SONUÇLAR

Yaşam analizi, tıp, biyoloji, halk sağlığı, epidemiyoloji, mühendislik, ekonomi ve demografi gibi birçok alanda kullanılmıştır. Bu alanlarda yapılan birçok çalışmada genellikle, analizde kullanılmak üzere gözlemlenen yaşam süresi verilerinin hatasız gerçek sayılar olduğu varsayılmıştır. Ancak, yaşam süresi sürekli bir değişken olduğu için tüm gözlemleri ve ölçümleri her zaman gerçek sayı olamaz. Yaşam süresi ile ilgili veri kümesini oluşturmak oldukça uzun zaman almaktadır. Bu süre boyunca süreç, baştan sona gözlem altında bulundurulamayabilir. Bundan dolayı, bazı gözlem değerleri kesin olarak kayıt altına alınamaz. Bu durumda veri kümesinde yüksek derecede belirsizlikler meydana gelmektedir. Belirsizlikleri yaşam analizinde dikkate alabilmek için klasik istatistiksel tahmin yöntemlerini bulanık sayılara genellemek gerekir.

Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen uygulamada kullanılan veri kümesi de, bir ürün parçasına ait yaşam süreleridir ve bir şirketin yetkili teknik servislerinden toplanan kayıtların derlenmesi ile oluşturulmuştur. Müşteri, yetkili servis çalışanları ve firma arasındaki bilgi aktarımındaki aksaklıklar ve eksiklikler nedeniyle yaşam sürelerinde belirsizlikler mevcuttur. Yaşam süresi verilerinin analizi esnasında bu belirsizlikleri dikkate almak için literatürdeki çalışmalardan farklı olarak yaşam süreleri üçgen sezgisel bulanık sayılar olarak elde edilmiştir. Gerçek hayatta, bir kişi bir nesnenin belli bir dereceye kadar bir kümeye ait olduğunu varsayabilir, ancak bu durum kişinin emin olmama olasılığını içinde barındırır. Bu noktada, sezgisel bulanık küme teorisi, tereddüt derecesi gibi bir ek bilgi sunar. Bu nedenle, çalışmada sezgisel bulanık sayılar kullanılmıştır. Bu sayede, analiz sonuçlarındaki bulanıklık daha doğru seviyelere çekilmiştir.

Bulanık yaşam analizi çalışmalarının çoğunda, yaşam süresi gözlemlerinde belirsizlikler meydana gelebileceğinden ve bu nedenle analiz sonuçlarının kesin (crisp) bir değer yerine bir aralık olarak verilmesinin daha uygun olduğundan bahsedilmiştir. Bundan dolayı, çalışma kapsamında üçgen sezgisel bulanık sayıların α -kesim kümeleri kullanılmıştır. Aynı şekilde literatürdeki birçok çalışmada olduğu gibi yaşam sürelerinin Weibull dağıldığı varsayılmış ve 2-parametrelili Weibull dağılımı kullanılmıştır. Dağılımın bulanık parametreleri hesaplanmış ve bu parametreler ile ürün parçasının güvenilirliği ve tehlike fonksiyonu bulunmuştur.

KAYNAKÇA

- Abernethy, R. B. (2006). *The New Weibull Handbook*. Florida: R.B. Abernethy.
- Almalı, N., ve Okut, H. (2009). İki parametrelili weibull dağılımında parametre tahmin yöntemlerinin karşılaştırılmasına ilişkin bir simülasyon çalışması. *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 10(2), 455-465.
- Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.
- Balakrishnan, N., ve Basu, A. P. (1995). *The exponential distribution: theory, methods and applications*. Amsterdam: Gordon and Breach Publisher.
- Balakrishnan, N., ve Chen, W. S. (1999). *Handbook of tables for order statistics from lognormal distributions with applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bartholomew, D. J. (1957). A Problem in Life Testing. *Journal of American Statistical Association*, 52(279), 350-355.
- Bobrowski, S., Chen, H., Döring, M., Jensen, U., ve Schinköthe, W. (2015). Estimation of the lifetime distribution of mechatronic systems in the presence of a covariate: A comparison among parametric, semiparametric and nonparametric models. *Reliability Engineering and System Safety*, 139, 105-112.
- Bohra, K. S., ve Singh, S. B. (2015). Evaluating fuzzy system reliability using intuitionistic fuzzy Rayleigh lifetime distribution. *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*, 6(2), 245-254.
- Cox, D. R., ve Oakes, D. (1984). *Analysis of survival data*. USA: Chapman & Hall.
- Davarzani, H., ve Khorheh, M. A. (2013). A novel application of intuitionistic fuzzy sets theory in medical science: Bacillus colonies recognition. *Artificial Intelligence Research*, 2(2).
- Deshpande, J. V., ve Purohit, S. G. (2005). *Life time data: statistical models and methods*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Dubois, D., ve Prade, H. (1980). *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. New York: Academic Press.
- Feigl, P., ve Zelen, M. (1965). Estimation of exponential survival probabilities with concomitant information. *Biometrics*, 21(4), 826-838.
- Garg, H., Rani, M., ve Sharma, S. P. (2013). Reliability Analysis of the Engineering Systems Using Intuitionistic Fuzzy Set Theory. *Journal of Quality and Reliability Engineering*.

- Gonzalez, D. G., Sifuentes, M. C., Alejo, R. P., Hermosillo, B. F., ve Salazar, R. Z. (2014). Fuzzy reliability analysis with only censored data. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 32, 151-159.
- Grzegorzewski, P. (2001). Estimation of the mean lifetime from vague data. *Proc. Int. Conf. Fuzzy Logic and Technology* (s. 348-351). Leicester: EUSFLAT.
- Huagn, H. Z., Zuo, M. J., ve Sun, Z. Q. (2006). Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data. *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 1674-1686.
- Jamkhaneh, E. B. (2011). An evaluation of the systems reliability using fuzzy lifetime distribution. *Journal of Applied Mathematics*, 8(28), 73-80.
- Jamkhaneh, E. B. (2014). Analyzing system reliability using fuzzy Weibull lifetime distribution. *International Journal of Applied Operational Research*, 4(1), 81-90.
- Karnik, N. N., Mendel, J. M., ve Liang , Q. (1999). Type-2 fuzzy logic systems. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 7(6), 643-658.
- Karpisek, Z., Stepanek, P., ve Jurak, P. (2010). Weibull fuzzy probability distribution for reliability of concrete structures. *Engineering Mechanics*, 17, 363-372.
- Kartsonaki, C. (2016). Survival analysis. *Diagnostic Histopathology*, 22(7), 263-270.
- Katithummarugs, S., Apiwattananon, A., Labchareonwong, P., Sirisophon wattana, N., Prasapairin, T., Teera-achariyakul, N., ve Rerkpreedapong, D. (2010). Reliability index prediction using fuzzy principle. *Power and Energy Engineering Conference*. Asia Pasific: IEEE Press.
- Klein, J. P., ve Moeschberger, M. L. (2005). *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data*. USA: Springer Science & Business Media.
- Kleinbaum, D. G., ve Klein, M. (2013). *Survival analysis: a self-learning text*. New York: Springer Science & Business Media.
- Klir, G. J., ve Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic, theory and application*. USA: Prentice Hall.
- Kul, S., ve Kanık, A. (2012). Sağdan sansürlü gözlemlerin yerleşiminin hazard oranı tahminine etkisi. *Türkiye Klinikleri Biyoistatistik Dergisi*, 4(1), 20-26.
- Kumar, M., ve Yadav, S. P. (2012). A novel approach for analyzing fuzzy system reliability using different types of intuitionistic fuzzy failure rates of components. *ISA Transactions*, 51, 288-297.

- Kumar, T., Gupta, N., ve Bajaj, R. K. (2012). Reliability Evaluation of series and parallel systems using trapezoidal intuitionistic fuzzy sets. *International Conference on Advances in Computing and Communications* (s. 219-222). India: IEEE.
- Lee, E. T., ve Wang, J. W. (2013). *Statistical methods for survival data analysis*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Leemis, L. M. (2009). *Reliability: probabilistic models and statistical methods*. USA: Lawrence M. Leemis.
- Meeker, W. Q., ve Escobar, L. A. (1998). *Statistical methods for reliability data*. Canada: John Wiley & Sons.
- Nelson, W. (1990). *Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis*. New York: John Wiley & Sons.
- Pak, A., Parham, G. A., ve Saraj, M. (2014). Reliability estimation in Rayleigh distribution based on fuzzy lifetime data. *International Journal Systems Assurance Engineering Management*, 5(4), 487-494.
- Seikh, M. R., Pal, M., ve Nayak, P. K. (2012). Application of triangular intuitionistic fuzzy numbers in bi-matrix games. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 79(2), 235-247.
- Shafiq, M., ve Viertl, R. (2016). On the estimation of parameters, survival functions, and hazard rates based on fuzzy life time data. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(10), 5035-5055.
- Shu, M. H., Cheng, C. H., ve Chang, J. R. (2006). Using intuitionistic fuzzy sets for fault-tree analysis on printed circuit board assembly. *Microelectronics Reliability*, 46, 2139-2148.
- Singh, R., ve Mukhopadhyay, K. (2011). Survival analysis in clinical trials: Basics and must know areas. *Perspect Clin Res.*, 2(4), 145-148.
- Soman, K. P., ve Misra, K. B. (1995). Estimation of parameters of failure distributions with fuzzy data. *International Journal of Systems Science*, 26(3), 659-670.
- Şentürk, A. (1998). Ömür verileri analizi ve bir uygulama. *Doktora Tezi*. Bursa:Uludağ Üniversitesi.
- Teimouri, M., ve Gupta, A. K. (2013). On the three-parameter Weibull distribution shape parameter estimation. *Journal of Data Science*, 11, 403-414.
- Timothy, J. R. (1995). *Fuzzy logic with engineering applications*. Newyork: Mc Graw-Hill.

- Tobias, P. A., ve Trindade, D. C. (2012). *Applied Reliability*. Boca Raton: Taylor & Francis Group.
- Torra, V., ve Narukawa, Y. (2009). On hesitant fuzzy sets and decision. *The 18th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, (s. 1378-1382). Jeju Island, Korea.
- Viertl, R. (2009). On reliability estimation based on fuzzy lifetime data. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139, 1750-1755.
- Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18, 293-297.
- Wu, H. S. (1997). Fuzzy-valued integrals of fuzzy-valued measurable functions with respect to fuzzy-valued measures based on closed intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, 87, 65-78.
- Xu, H., Li, X., ve Liu, L. (2015). Statistical analysis of accelerated life testing under Weibull distribution based on fuzzy theory. *Annual Reliability and Maintainability Symposium*. USA: IEEE Press.
- Yager, R. R. (1986). On the theory of bags. *International Journal of General Systems*, 13, 23-37.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338-353.
- Zadeh, L. A. (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3(1), 28-44. doi:10.1109/TSMC.1973.5408575
- Zadeh, L. A. (1975). The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning-1. *Information Science*, 8, 199-249.
- Zhang, J. P., Li, D. L., Wu, W. L., Wu, H., ve Zhu, W. Q. (2013). Lifetime prediction of white OLED based on MLE under lognormal distribution. *Journal of Testing and Evaluation*, 41(3), 1-5.
- Zio, E. (2007). *Introduction to the basics of reliability and risk analysis*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- http-1: <http://mathworld.wolfram.com/Erf.html> (Eriřim tarihi:15.12.2017)
- http-2: http://math.bme.hu/~nandori/Virtual_lab/stat/special/LogNormal.xhtml (Eriřim tarihi:20.12.2017)

EKLER

EK-1.Üçgen Sezgisel Bulanık Sayı Olan Başarısızlık Süreleri

a	b	c	μ	$1 - \nu$	Sansür
36	47	65	0,7	0,8	1
72	86	102	0,9	0,9	1
33	42	57	0,8	0,9	1
98	105	121	0,6	0,8	1
98	105	121	0,6	0,8	1
76	89	100	0,7	0,8	1
22	37	49	0,8	0,8	1
26	39	53	0,8	0,9	1
81	99	111	0,7	0,8	1
23	37	53	0,7	0,8	1
80	96	112	0,6	0,7	1
47	62	75	0,8	0,9	1
192	206	222	0,9	0,9	1
502	517	532	0,6	0,8	0
501	516	531	0,7	0,8	0
501	516	531	0,5	0,6	0
501	516	531	0,7	0,8	0
501	516	531	0,7	0,9	0
501	516	531	0,8	0,9	0
501	516	531	0,6	0,7	0
501	516	531	0,5	0,7	0
501	516	531	0,6	0,7	0
501	516	531	0,5	0,8	0
501	516	531	0,6	0,6	0
501	516	531	0,7	0,8	0
500	515	530	0,6	0,8	0
500	515	530	0,5	0,6	0
500	515	530	0,8	0,9	0
499	514	529	0,6	0,7	0
497	512	527	0,5	0,8	0
496	511	526	0,5	0,6	0
496	511	526	0,6	0,7	0
496	511	526	0,7	0,8	0
496	511	526	0,6	0,9	0
496	511	526	0,8	0,9	0
496	511	526	0,6	0,8	0
495	510	525	0,6	0,7	0
495	510	525	0,6	0,7	0
495	510	525	0,8	0,9	0
495	510	525	0,6	0,8	0
495	510	525	0,6	0,6	0

495	510	525	0,7	0,9	0
495	510	525	0,7	0,7	0
495	510	525	0,7	0,9	0
495	510	525	0,7	0,8	0
494	509	524	0,6	0,7	0
494	509	524	0,5	0,7	0
494	509	524	0,5	0,7	0
494	509	524	0,8	0,9	0
492	507	522	0,7	0,9	0
489	504	519	0,8	0,8	0
486	501	516	0,7	0,7	0
448	463	478	0,8	0,9	0
438	453	468	0,5	0,6	0
438	453	468	0,7	0,8	0
437	452	467	0,8	0,8	0
437	452	467	0,6	0,9	0
437	452	467	0,7	0,7	0
436	451	466	0,6	0,7	0
429	444	459	0,7	0,8	0
429	444	459	0,7	0,8	0
427	442	457	0,7	0,8	0
427	442	457	0,6	0,8	0
427	442	457	0,6	0,7	0
426	441	456	0,7	0,9	0
426	441	456	0,6	0,7	0
426	441	456	0,7	0,9	0
425	440	455	0,5	0,8	0
425	440	455	0,6	0,8	0
425	440	455	0,6	0,8	0
425	440	455	0,5	0,7	0
424	439	454	0,6	0,9	0
423	438	453	0,6	0,6	0
422	437	452	0,6	0,7	0
422	437	452	0,8	0,8	0
422	437	452	0,8	0,9	0
420	435	450	0,8	0,8	0
420	435	450	0,6	0,9	0
419	434	449	0,8	0,9	0
419	434	449	0,7	0,9	0
419	434	449	0,5	0,9	0
418	433	448	0,6	0,7	0
418	433	448	0,7	0,9	0
418	433	448	0,8	0,9	0
418	433	448	0,7	0,7	0
418	433	448	0,7	0,8	0
418	433	448	0,6	0,7	0
417	432	447	0,7	0,9	0

417	432	447	0,6	0,6	0
417	432	447	0,6	0,7	0
417	432	447	0,6	0,9	0
416	431	446	0,6	0,7	0
416	431	446	0,7	0,9	0
416	431	446	0,6	0,9	0
416	431	446	0,8	0,9	0
416	431	446	0,5	0,7	0
415	430	445	0,7	0,9	0
415	430	445	0,7	0,7	0
415	430	445	0,7	0,7	0
415	430	445	0,8	0,9	0
415	430	445	0,6	0,6	0
415	430	445	0,8	0,9	0
415	430	445	0,8	0,8	0
415	430	445	0,5	0,9	0
415	430	445	0,7	0,7	0
415	430	445	0,7	0,7	0
415	430	445	0,8	0,9	0
415	430	445	0,6	0,7	0
415	430	445	0,6	0,9	0
414	429	444	0,5	0,6	0
413	428	443	0,5	0,8	0
413	428	443	0,7	0,9	0
413	428	443	0,5	0,9	0
412	427	442	0,6	0,6	0
412	427	442	0,7	0,7	0
412	427	442	0,7	0,7	0
412	427	442	0,7	0,8	0
412	427	442	0,8	0,9	0
412	427	442	0,7	0,9	0
412	427	442	0,8	0,8	0