

**ORTA KIZILÖTESİ BÖLGEDE (3–5  $\mu\text{m}$ ) InAs/GaSb  
SÜPERÖRGÜ p-i-n IŞIK ALGILAYICI YAPILARIN  
ELEKTROMANYETİK ALAN TEPKİSİ**

Güven KORKMAZ

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Ocak–2010

## JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Güven Korkmaz'ın “Orta Kızılötesi Bölgede (3–5  $\mu\text{m}$ ) InAs/GaSb Süper Örgü p-i-n Işık Algılayıcı Yapıların Elektromanyetik Alan Tepkisi” başlıklı Fizik Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 23.12.2009 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

	Adı-Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. YÜKSEL ERGÜN	.....
Üye	: Prof. Dr. AYDIN DOĞAN	.....
Üye	: Doç. Dr. UĞUR SERİNCAN	.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun  
..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

**ÖZET****Yüksek Lisans Tezi****ORTA KIZILÖTESİ BÖLGEDE (3–5  $\mu\text{m}$ ) InAs/GaSb SÜPER ÖRGÜ  
p-i-n IŞIK ALGILAYICI YAPILARIN ELEKTROMANYETİK  
ALAN TEPKİSİ****Güven KORKMAZ****Anadolu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı****Danışman: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN,  
2010, 98 sayfa**

Bu tezde bir ince film topluluğuna gönderilen TE ve TM modundaki elektromanyetik dalgaların, matris yöntemiyle yansıtıcılığı ve geçirgenliği incelenmiştir. Burada yapılan hesaplamalarda ince film olarak bir ışık algılayıcı InAs/GaSb süper örgü p-i-n yapısı baz alınmıştır. InAs ve GaSb için dalga boyuna bağlı kırılma indisleri ve sönüm sabitleri Sellmeier ve Forouhi-Bloomer dağılım bağıntıları yardımıyla hesaplanmıştır. İnce film topluluğu üzerine gönderilen elektromanyetik dalganın geliş açısına ve polarizasyonuna bağlı olarak topluluğun yansıtıcılığındaki değişimler araştırılmıştır. Ayrıca ince film topluluğunun tabaka sayısına ve katılama miktarına bağlı olarak topluluğun yansıtıcılığındaki değişimler de göz önünde bulundurulmuştur. Değişik polarizasyon, açı ve tabaka sayıları için yapılan hesaplamalar yardımıyla elde edilen sayısal simülasyonlar sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** İnce Film, InAs/GaSb Süperörgü, Elektromanyetik Polarizasyon, Forouhi-Bloomer ve Sellmeier Dağılım Bağıntıları.

**ABSTRACT****Master of Science Thesis****ELECTROMAGNETIC RESPONSE OF THE InAs/GaSb  
SUPERLATTICE p-i-n PHOTODETECTOR STRUCTURES  
FOR MID-INFRARED REGION (3–5  $\mu\text{m}$ )****Güven KORKMAZ****Anadolu University  
Graduate School of Sciences  
Physics Program****Supervisor: Prof. Dr. Yüksel ERGÜN,  
2010, 98 pages**

In this thesis, reflectance and transmittance of electromagnetic waves sent to thin film assembly in TE and TM modes have been investigated with the help of matrix method. In calculations, InAs/GaSb superlattice p-i-n photodetector structure was used as a thin film. Refractive indices and extinction coefficients for InAs and GaSb were calculated by using Sellmeier and Forouhi-Bloomer dispersion equations. Change in refractance in the assembly depending on the incident angle and the polarization of electromagnetic wave have been studied. The refractance variation depending on the number of layer and the amount of doping was also taken into account. Furthermore, simulations obtained with the help of calculations for polarization, angle and the number of layers have been presented.

**Keywords:** Thin Film, InAs/GaSb Superlattice, Electromagnetic Polarization, Sellmeier and Forouhi-Bloomer Dispersion Equations.

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitiminin her aşamasında fikir ve önerileriyle bana destek olan, bir fizikçi olarak deneyimlerinden her zaman yararlandığım ve bu çalışma esnasında yardımlarını ve desteğini esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Yüksel ERGÜN'e teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Hayatımın her anında maddi manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Güven KORKMAZ

Ocak 2010

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ VE AMAÇ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. ELEKTROMANYETİK DALGALGALAR VE DALGA YAYILIMI</b> .....	<b>5</b>
2.1. Maxwell Denklemlerine Genel Bakış .....	5
2.2. Zamansal Harmonik Alanlar .....	9
2.3. Düzlem Dalgaların Düzgün Bir Yüzeyden Yansıması .....	12
2.3.1. TE polarizasyonu .....	12
2.3.2. TM polarizasyonu .....	16
2.3.3. Çok katmanlı bir yapıda düzlem dalga yansıması için yayılım matris yaklaşımı .....	17
2.4. Farklı Ortamlarda Elektromanyetik Dalda Yayılımı .....	21
2.4.1. Homojen yapıda Maxwell denklemlerinin düzlem dalga çözümü .....	21
2.4.2. Isotropik ortamda elektromanyetik dalga yayılımı .....	22
2.5. Yarıiletkenlerde Yayılım Sabiti ve Kırılma İndisi .....	24

2.6. Poynting Vektörü .....	25
<b>3. OPTİK DALGA KILAVUZLARI .....</b>	<b>26</b>
3.1. Simetrik Dielektrik Tabaka Dalga Kılavuzları .....	26
3.2. TE Polarizasyonu için Elektrik Alan ve Kılavuzlanma Koşulları .....	27
3.2.1. TE çift modlar için çözüm .....	27
3.2.2. TE tek modlar için çözüm .....	29
3.3. Grafikselsel Çözüm ve Kesilim Şartı .....	33
3.4. Optik Kuşatma Faktörü .....	34
3.5. TE Ve TM Modları için Sonuçlar .....	36
3.5.1. TE polarizasyonu .....	36
3.5.2. TM polarizasyonu .....	37
<b>4. DÜZLEM ELEKTROMANYETİK ALANLARDA YANSIMA, İLETİM VE SOĞURMA .....</b>	<b>40</b>
4.1. Kompleks Kırılma İndisi .....	40
4.2. Tek Bir Yüzeyden Yansıma .....	47
4.2.1. Dalganın yüzeye dik gelmesi durumu .....	49
4.2.2. Dalganın yüzeye belli bir açıyla gelmesi durumu .....	53
4.2.3. Belli bir açıyla yüzeye gelen dalga için optik geçirgenlik ..	56
4.3. Soğurmalı Ortamlar .....	58
4.3.1. Soğurmalı bir ortama dalganın dik gelmesi durumu .....	58
4.3.2. Soğurmalı bir ortama dalganın belli bir açıyla gelmesi durumu .....	62

4.4. İnce Filmlerde Yansımada .....	64
4.5. İnce Film Topluluğunda Yansımada .....	68
4.6. Yansımada, İletim ve Soğurma Oranları .....	70
4.6.1. Çeyrek ve yarım dalga optik kalınlıklarında oluşan özel durumlar .....	73
<b>5. ORTA KIZILÖTESİ BÖLGEDE (3-5 <math>\mu\text{m}</math>) ÇALIŞAN InAs/GaSb SÜPER ÖRGÜ p-i-n IŞIK ALGILAYICI YAPILARIN ELEKTROMANYETİK ALAN TEPKİSİ .....</b>	<b>76</b>
<b>6. SONUÇLAR .....</b>	<b>86</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>88</b>



## ŞEKİLLER DİZİNİ

1.1. Elektron ve boşluk mini bantlarının yer aldığı InAs/GaInSb süper örgünün enerji bant diyagramı .....	2
1.2. Limitlendirilmiş Auger oluşum-birleşim mekanizmasına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların çalışma sıcaklığına ve dalga boyuna bağlı hesaplanmış performans göstergeleri .....	4
2.1. (a) Düzlem dalganın düzlemsel yüzeyden yansımaları, (b) düzlem dalga yansıma ve iletimi için faz eşleme diyagramı .....	12
2.2. TE polarize düzlem dalganın çok katmanlı bir yapıya belli bir açıyla gelişi .....	19
3.1. Dalga kılavuzu analizi için basitleştirilmiş bir yarıiletken lazer yapısı .....	26
3.2. TE çift ve tek modlar için özdeğer denkleminin çözümü .....	31
4.1. Basit bir ara kesitten yansıma .....	47
4.2. Basit bir ara kesite dik gelen dalganın yansımaları ve kırınımı .....	49
4.3. a) TM (p-polarize) dalgalar için yön kabulleri. b) TE (s-polarize) dalgalar için yön kabulleri .....	53
4.4. Değişik kırılma indisi değerleri için yansıma-geliş açısı grafiği .....	57
4.5. İnce filme gelen düzlem dalga .....	64
4.6. Alt taşın üstündeki filmler için notasyon .....	68
5.1. Referans olarak kullanılan süper örgünün fiziksel yapısı .....	76
5.2. InAs için kırılma indisi $n$ (kalın çizgi) ve sönüm sabiti $k$ (kesikli çizgi)'nin dalga boyuna bağlı değişimi .....	78
5.3. GaSb için kırılma indisinin ( $n$ ) dalga boyuna bağlı değişimi .....	79
5.4. $Al_{0.5}Ga_{0.5}Sb$ için kırılma indisinin ( $n$ ) dalga boyuna bağlı değişimi .....	80
5.5. InAs/GaSb süper örgüye dik gelen ( $\theta = 0^\circ$ ) bir elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	81

5.6.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 30^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	81
5.7.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 60^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	82
5.8.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 89^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	82
5.9.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 30^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	83
5.10.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 60^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	83
5.11.	InAs/GaSb süper örgüye $\vartheta = 89^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği .....	84
5.12	InAs/GaSb 30-20-45 periyot için süper örgüye $\vartheta = 30^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği. ....	85
5.13	InAs/GaSb 30-20-45 periyot için süper örgüye $\vartheta = 30^\circ$ 'lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma, iletim ve soğurma grafiği. ....	85

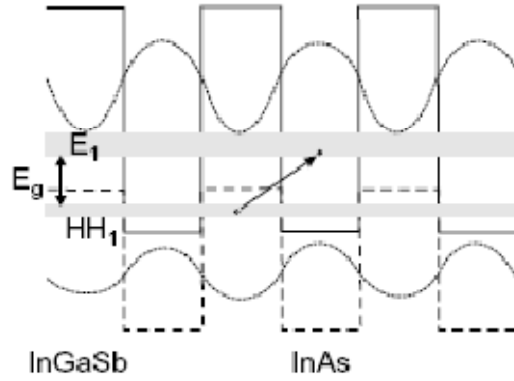
**ÇİZELGELER DİZİNİ**

5.1	InAs için FB dağılım bağıntısı parametreleri .....	77
-----	--	----

## 1. GİRİŞ ve AMAÇ

InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb (InAs/GaInAs) süper örgüler, HgCdTe ve GaAs/AlGaAs yarıiletken malzeme sistemlerine alternatif olmaya aday üçüncü nesil kızılötesi ışık algılayıcılar olarak sayılabilir. Kuantum kuyulu kızılötesi ışık algılayıcılarda (QWIP) kuantum etkinliği, yüzeye dik gelen ışının optiksel geçişlere izin vermemesinden kaynaklanan doğasından dolayı düşüktür [1-3]. Bu tür ışık algılayıcılarda kuantum etkinliğini arttırmak için ışığın rastgele dağılımını sağlamak için yansıtıcı ızgara tabakalar gereklidir. Oysa InAs/GaInSb süper-örgülerde yapı yüzeyine dik gelen ışınlar için soğurma oldukça kuvvetlidir. Sonuç olarak süper örgülü yapılar yüksek algılama (responsivity) yeteneği ve yüksek sıcaklıklarda çalışabilmesi nedeni ile mevcut diğer ışık algılayıcıların yanında yeni ve cazip bir teknoloji olarak ortaya çıkmaktadır [2-5]. Son yıllarda bu sistemlerin performansı, herhangi bir ızgara tabakaya gerek kalmadan HgCdTe detektörlerin ulaştığı değerlere ulaşmıştır [2,3,6]. Bu yapıların diğer avantajı da teknolojisi çok gelişmiş olan III-V grubu yarıiletken malzeme büyütme ve işleme teknolojileri ile üretilebilmeleridir. Dolayısıyla, tek ya da yarım tabaka büyütecek kadar yüksek kontrol sağlanabildiğinden çok düzgün yarıiletken malzeme yapılarının üretilmesi mümkündür.

Tip-II süper örgüleri, Şekil 1.1'de görüldüğü gibi boşlukların biriktiği değerlilik ve elektronların biriktiği iletim bantlarının karşı karşıya gelmediği bant yapısına sahiptir. InAs tabakalarının oluşturduğu iletim bandı enerji düzeyi, InGaSb tabakalardan oluşan değerlilik bandı enerji düzeyinden daha düşük enerjiye sahiptir. Bu düzende süper örgünün yasak enerji aralığı (bant aralığı) yarı metallerde (kalın InAs ve GaInSb tabakalar için) veya düşük yasak enerji aralığına sahip yarıiletkenlerde olduğu gibi (ince tabakalar için) ayarlanabilir. Süper örgüde elektronlar genellikle InAs tabakalarda bulunurlarken boşluklar (hole) GaInSb tabakalarda kuşatılırlar. Bu durum algılayıcılarda soğurulmayı azaltıcı bir mekanizma olan Auger birleşimini engellemekte ve bu yüzden de yüklerin ömürlerini artırmaktadır. Süper örgünün bant aralığı Şekil 1.1'de görüldüğü gibi elektron minibandı E<sub>1</sub> ile ağır boşluk (hole) aralığı arasındaki enerji farkı 0 – 250 meV arasında Ga katkısı değiştirilerek ayarlanabilir.



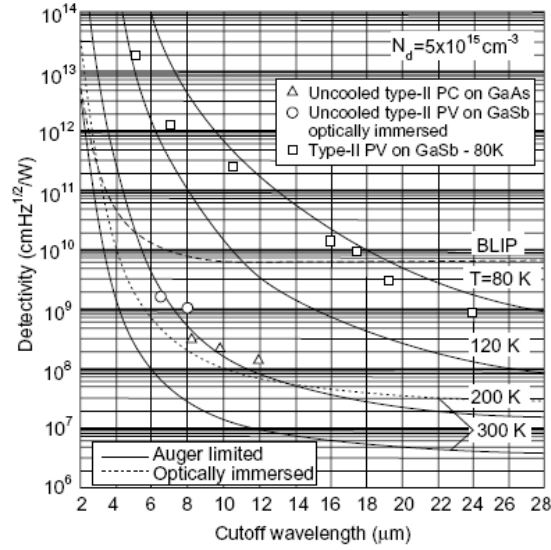
**Şekil 1.1.** Elektron ve boşluk (hole) mini bantlarının yer aldığı InAs/GaInSb süper örgünün enerji bant diyagramı.

InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb süper örgü sistemlerin külçe HgCdTe yapılarına göre düşük sızıntı akımları ve daha tek düze yapılar olmaları bakımından bazı avantajlara sahip oldukları literatürde yer almaktadır [7,8]. Külçe yarı iletken yapılarda olduğu gibi yüklerin etkin kütleleri direk olarak bant yapılarına bağlı değildir. InAs/GaInSb süper örgülerdeki elektron etkin kütleleri ( $m^*/m_0 \approx 0.02-0.03$ ) HgCdTe bileşiklerine ( $m^*/m_0 \approx 0.009$ ) oranla aynı bant aralığında ( $E_g = 0.1$  eV) daha büyüktür [9]. Böylece süper örgülerde diyot tünelleme akımları HgCdTe bileşiklere oranla daha düşüktür. Düzlem içi mobiliteler dar kuyular için ani düşüşler göstermektedir. InAs/GaInSb süper örgülerde 40 Å ve daha ince kuyular için mobilite değerlerinin  $10^4$  cm<sup>2</sup>/Vs değerine yaklaştığı gözlenmiştir [10].

Sonuç olarak tip-II bant düzenlemeli InAs/GaInSb süper örgü yarıiletken malzeme sistemleri elektron ve boşlukların ayırık uzaysal dağılımlarını bir avantaj olarak kullanır. Bu yapılar hassas olarak elektron ve boşlukların dalga fonksiyonlarının örtüştürülerek soğurulmanın sağlanması temeline dayanmaktadır. Bununla beraber elektronik kuşatmalardaki sınırlandırmalar ince GaInSb bariyerlerin büyütülmesi ve GaInSb tabakalara daha fazla In ilavesi ile optiksel soğurulma katsayısı HgCdTe yapılardakiler ile mukayese edilebilir seviyelere ulaştırılabilir. Dar bantlı yarıiletken malzemelerdeki bir önemli özellik de 77 K ve daha düşük sıcaklıklarda dar boşaltılmış bölgelerdeki yüksek elektrik alandan kaynaklanan zararlı tünelleme akımlarından kaçınmak için katkılama

yoğunluğunun en az  $1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  seviyelerinde kontrol edilebilmesidir. Taşıyıcıların yaşam ömürlerinin arttırılarak difüzyonun iyileştirilmesi ve buna bağlı olarak karanlık akımın azaltılması algılayıcıların sinyal-gürültü oranını arttırmak bakımından son derece önemlidir.

Yüksek performanslı InAs/GaInSb süper örgülü fotovoltaiik ışık algılayıcıların daha uzun ömürlü iç taşıyıcılara sahip olması sebebiyle, Auger birleşim mekanizmalarının baskılanması teorik olarak hesaplanarak kuantum etkinliği (Quantum efficiency) yüksek ışık algılayıcılar olabilecekleri önceden tahmin edilmiştir. Şekil 1.2'de gösterilen limitli Auger oluşum-birleşim mekanizmalarına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların hesaplanmış algılamalarının dalga boyuna ve çalışma sıcaklığına bağlı olarak, soğutmalı ve soğutmasız Tip-II ışık algılayıcıların deneysel verileri, Northwestern Üniversitesindeki Quantum Devices merkezinde ölçülmüştür. Auger mekanizmasının LWIR HgCdTe algılayıcı performansını düşürdüğü öngörülmektedir. Burada hesaplamalar, katkılama yoğunluğu  $1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  üzerinden yapılmıştır. Sonuçlar göstermektedir ki, Tip-II süper örgüler orta kızılötesinden daha uzun kızılötesi dalga boyu aralığında (MWIR'den VLWIR'a) çalışan kızılötesi ışık algılayıcılar olarak geniş bir yelpazede kullanılabilen ışık algılayıcılar sınıfındadır. Buna ilave olarak, Tip-II süper örgüler soğutmasız algılayıcı uygulamaları açısından da önemlidir. Tip-II süper örgüler ile oluşturulan ışık algılayıcılarda oda sıcaklığında  $10.6 \mu\text{m}$  dalga boyunda ölçülen algılama  $10^8 \text{ cmHz}^{1/2}\text{W}^{-1}$  olarak, soğutmasız HgCdTe ışık algılayıcılardan daha iyi performansa sahip olduğu gösterilmiştir [11]. Yine bu detektör sitemlerinde oda sıcaklığında  $5.1 \mu\text{m}$  kesilim dalga boyunda  $10^9 \text{ cmHz}^{1/2}\text{W}^{-1}$  değerlerine çoktan ulaşılmıştır.[12,13]



**Şekil 1.2.** Limitlendirilmiş Auger oluşum-birleşim mekanizmasına sahip HgCdTe ışık algılayıcıların çalışma sıcaklığına ve dalga boyuna bağlı hesaplanmış performans göstergeleri. TBLIP=300K ve kuantum etkinliği  $\eta=1$ 'dir. Deneysel veriler tip-II algılayıcılarda soğutmalı ve soğutmasız algılayıcılar için Northwestern Üniversitesi Quantum Device Merkezinde ölçülmüştür. Hesaplamalar  $5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  katkılama yoğunluğu temel alınarak yapılmıştır.

Bu Tez'de öncelikle geçiş matrisi yöntemi ile sistem incelenmiştir. Bu yöntemin bir uygulaması olarak, orta kızıl ötesi bölgede çalışacak şekilde tasarlanmış bir tip-II süper örgü ışık algılayıcı yapının yansıma, iletim ve soğurma hesapları yapılmıştır. Fakat burada yapılan hesaplamalar geçiş matrisi yöntemin sadece bir uygulaması olacaktır. Bir süper örgünün deneysel olarak elde edilen sonuçlarıyla uyuşması beklenmemektedir. Bu durumun temel nedeni, buradaki hesaplamalarda külçe GaSb ve InAs'ın kırılma indisi ve sönüm sabitinin kullanılmış olmasıdır. Doğal olarak külçe yapıdaki malzemelerin bant yapılarıyla bir süper örgüdeki malzemelerin bant yapıları farklıdır. Yani bu yaklaşımla süper örgü ışık algılayıcıların temel soğurma mekanizmaları göz ardı edilmiş olmaktadır. İleride yapılabilecek daha detaylı hesaplamalara ön ayak olması açısından bu hesaplamalar yapılmıştır. Çünkü bir süper örgü ışık algılayıcının bant yapısının ve bu yapının soğurmasını yani algılayıcılığını en yüksek düzeyde oluşturacak mekanizmalarının tam olarak incelenmesi daha kapsamlı bir çalışma konusudur.

## 2. ELEKTROMANYETİK DALGALGALAR VE DALGA YAYILIMI

### 2.1. Maxwell Denklemlerine Genel Bakış

Bu bölümde elektromanyetik teori incelenecek ve Maxwell denklemleri için genel çözümler elde edilmeye çalışılacaktır. Ayrıca elektromanyetik dalgaların sınır koşulları ve bunların izotropik ve izotropik olmayan ortamlarda yansıma şartları incelenecektir.

Genel olarak Maxwell denklemleri;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

şeklinindedir. Burada  $\mathbf{J}$  akım yoğunluğunu,  $\rho$  yük yoğunluğunu,  $\mathbf{E}$  elektrik alan dayanımını,  $\mathbf{D}$  elektrik kaydırımını,  $\mathbf{H}$  manyetik alan dayanımını ve  $\mathbf{B}$  manyetik akı yoğunluğunu göstermektedir.

Denklem 2.2'nin diverjansı alınır ve  $\mathbf{D} = \mu\mathbf{H}$ ,  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E})=0$  ifadeleri kullanılırsa,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

şeklindeki süreklilik denklemi elde edilir.  $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E})=0$  olmasından dolayı herhangi bir  $\mathbf{A}$  vektörü için

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.6)$$



eşitliği yazılabilir.  $\mathbf{A}'$ 'ya keyfi bir  $\nabla\xi$  eklenmesiyle;  $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\xi$  olsun. Bu ifade 2.6 denklemini sağlamaya devam eder.

$$\nabla \times (\nabla\xi) = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

olur ve  $\mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{A} + \nabla\xi) = \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \times \nabla\xi = \nabla \times \mathbf{A}$  ifadesinden de görülebileceği gibi 2.6 denklemini sağlamaya devam eder.

Denklem 2.6 denklem 2.1'de yerine yazılır ise;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{A}) \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}\right) = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}\right) = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

Herhangi bir  $\phi$  fonksiyonu için  $\nabla \times (\nabla\phi) = \mathbf{0}$  olacağından 2.10 denklemi

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} + \nabla\phi\right) = \mathbf{0} \text{ ise} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \nabla\phi \quad (2.12)$$

şeklinde yazılabilir.

Yöne bağımlı olmayan (izotropik) homojen bir ortamda

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (2.14)$$

'dır ve burada  $\epsilon$  ortamın elektriksel geçirgenlik ve  $\mu$  ortamın manyetik

geçirgenliktir. Denklem 2.13 ve 2.14 ile 2.6 ve 2.12 denklemlerini 2.2 denkleminde yerine yazarsak;

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \right) = \mathbf{J} - \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}) \text{ ise } \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\varepsilon} \left( -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \nabla \phi \right)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2.15)$$

olduğundan

$$\frac{1}{\mu} (\nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}) = \mathbf{J} - \boldsymbol{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} - \boldsymbol{\varepsilon} \nabla \left( \frac{\partial}{\partial t} \phi \right) \quad (2.16)$$

elde edilir ve bu denklem düzenlenir ise

$$\left( \nabla^2 \mathbf{A} - \mu \boldsymbol{\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} \right) - \nabla \left( \nabla \cdot \mathbf{A} + \mu \boldsymbol{\varepsilon} \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\mu \mathbf{J} \quad (2.17)$$

sonucuna ulaşılır.

Şimdi elektrik alan için Gauss yasası olarak ifade edilen  $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$  'den

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \nabla \phi \quad (2.18)$$

$$\nabla \cdot \left( -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A} - \nabla \phi \right) = \frac{\rho}{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.19)$$

$$\nabla^2 \phi - \frac{\partial \phi}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\rho}{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.20)$$

elde edilir.

Böylece, genel olarak skaler potansiyel  $\phi$  ve vektör potansiyel  $\mathbf{A}$  için,  $\mathbf{J}$  ve  $\rho$  kaynakları cinsinden çözümleri 2.17 ve 2.20 denklemleri yardımıyla elde edilir.

Herhangi bir  $\phi$  ve  $\mathbf{A}$ , 2.6 ve 2.12 denklemlerini sağlayacaklarından aşağıdaki ayar dönüşümleri yapılabilir.

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \xi \quad (2.21)$$

$$\phi' = \phi + \frac{\partial}{\partial t} \xi \quad (2.22)$$

Burada  $\xi$  keyfi bir fonksiyondur. Şimdi öncelikle  $\nabla \cdot \mathbf{A}$  ifadesinin belirlenmesi gerekir. Bu ifadeyi belirlemek için genel olarak kullanılan iki yöntem vardır. Bunlar Lorentz ve Coulomb ayar dönüşümü yöntemleridir. Yarıiletkenlerde daha çok Coulomb ayar dönüşümleri kullanılmasından dolayı burada Coulomb ayar dönüşümü yöntemi kullanılacaktır.

### Coulomb Ayar Dönüşümü;

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.24)$$

Denklemleri elde edilir ki bu da Poisson Denklemi olarak bilinir ve bu denklemin çözümü

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{d^3 r' \rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.25)$$

şeklindedir.  $\mathbf{A}$  için çözüm 2.17 ve 2.23'den elde edilebilir. Ayrıca optik bir alanda  $\rho = 0$  olacağından  $\phi = 0$  ve  $\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}$  elde edilir.

## 2.2. Zamansal Harmonik Alanlar ve İkililik İlkesi

Genel olarak uyarılmış  $\mathbf{J}$  ve  $\rho$  kaynakları zamana sinüsoidal bir şekilde bağlıdır. Bu durum aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [14].

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega)e^{-i\omega t}] \quad (2.26)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\rho(\mathbf{r}, \omega)e^{-i\omega t}] \quad (2.27)$$

Burada  $\text{Re}[\ ]$  ile ifadenin gerçel kısmının alınacağını gösterir.

$\mathbf{E}$  elektrik alanda da aynı şekilde ifade edilir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = xE_x \cos(\omega t - \phi_x) + yE_y \cos(\omega t - \phi_y) + zE_z \cos(\omega t - \phi_z) \quad (2.28)$$

Yukarıdaki bağıntı fazör formunda yazıldığında;

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)e^{-i\omega t}] \quad (2.29)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = xE_x e^{-i\phi_x} + yE_y e^{-i\phi_y} + zE_z e^{-i\phi_z} \quad (2.30)$$

Benzer şekilde  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$  ve  $\mathbf{H}$  da aynı formda yazılabilir.

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (2.31)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) - i\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) \quad (2.32)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \quad (2.33)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.34)$$

$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega)$  ve  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  arasındaki bağıntı

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (2.35)$$

veya

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \\ &= \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \end{aligned} \quad (2.36)$$

şeklindedir. Frekans boyutunda ise

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.37)$$

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 [1 + \chi(\mathbf{r}, \omega)] \quad (2.38)$$

formundadır.  $\mathbf{J}$  ve  $\rho = 0$  ise yani kaynak yoksa

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mu \mathbf{H} \quad (2.39)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.40)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \mathbf{E} = 0 \quad (2.41)$$

$$\nabla \cdot \mu \mathbf{H} = 0 \quad (2.42)$$

Aşağıdaki dönüşümler yapılsa dahi Maxwell Denklemleri değişmez.

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H} \quad \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E} \quad \varepsilon \rightarrow \mu \quad \mu \rightarrow \varepsilon \quad (2.43)$$

Böylece  $\varepsilon$  ve  $\mu$ 'den oluşan bir ortamda  $\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{H}$  için verilen bir çözüm ( $\varepsilon, \mu$ ) ortamında ( $\mathbf{H}, -\mathbf{E}$ ) çözümü ile uyumludur. Bu “İkililik ilkesi (Duality Principle)” olarak isimlendirilir.

Eğer  $\mathbf{J} \neq 0$  ve  $\rho \neq 0$  ise yani kaynaklar varsa,

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{m} \quad (2.31)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (2.32)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon\mathbf{E} = \rho_e \quad (2.33)$$

$$\nabla \cdot \mu\mathbf{H} = \rho_m \quad (2.34)$$

Aşağıdaki dönüşümler yapılırsa

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H} & \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E} & \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{M} & \mathbf{M} \rightarrow \mathbf{J} \\ \mu \rightarrow \varepsilon & \varepsilon \rightarrow \mu & \rho_e \rightarrow \rho_m & \rho_m \rightarrow -\rho_e \end{array} \quad (2.43)$$

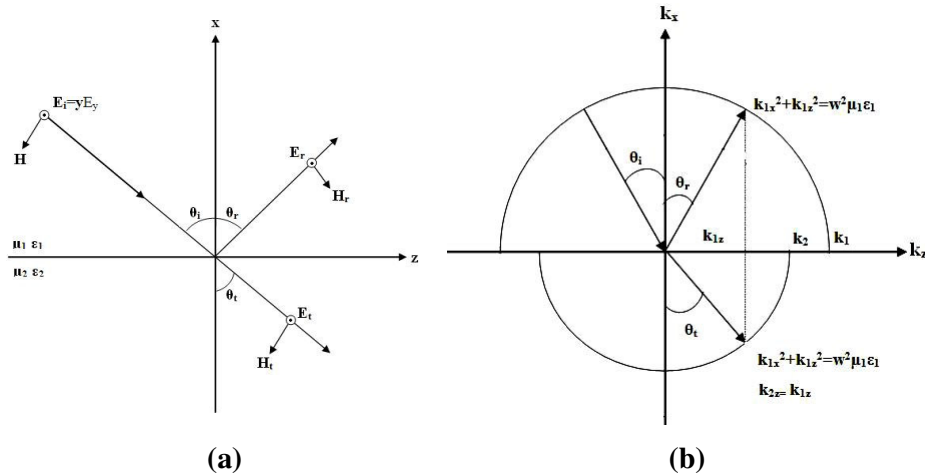
daha önceki gibi Maxwell Denklemlerinin değişmez olduğu görülür. Yani, Maxwell denklemlerinde, dielektrik dalga kılavuzunda TE polarizasyonu için çözüm elde edildiğinde “İkililik ilkesi” gereği gerekli dönüşümler yapılarak TM polarizasyonu çözümü de elde edilir.

### 2.3. Düzlem Dalgaların Düzgün Bir Yüzeyden Yansıması

Elektromanyetik dalgaları incelerken bunların bir yüzeye geliş açılarına göre oluşan polarizasyonları da göz önünde bulundurulmalıdır. Bu dalgalar yüzeye dik geliyor ise herhangi bir polarizasyon söz konusu değildir. Ancak belli bir açıyla geliyorsa iki durum söz konusudur. Düzleme belli bir açıyla gelen elektromanyetik dalganın elektrik alan bileşeni gelen, yansıyan ve geçen dalga vektörlerinin oluşturduğu düzlemin içindeyse bu s veya TE polarizasyon olarak isimlendirilir. Eğer elektromanyetik dalganın manyetik alanı bu düzlemin içinde ve elektrik alanı bu düzleme dik ise p veya TM polarizasyon olarak isimlendirilir.

#### 2.3.1. TE polarizasyonu

Burada aşağıdaki Şekil 2.1 (a)'dan da görülebileceği gibi elektrik alanı x-z düzlemine dik gelen (yani TE transverse electric) bir EM dalganın düzlemsel tek bir yüzeyden yansıması ve kırınımı incelenecektir.



Şekil 2.1. (a) Düzlem dalganın düzlemsel yüzeyden yansıması, (b) düzlem dalga yansıma ve iletim için faz eşleme diyagramı [14]

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{y}E_y = \mathbf{y}E_0 e^{-ik_{1x}x + ik_{1z}z} \quad (2.44)$$

Yukarıda verilen elektromanyetik dalganın elektrik alanı yardımıyla denklem 2.39'dan manyetik alan bileşeni de elde edilir.

$$\mathbf{H}_i = \frac{1}{\omega\mu_1} \nabla \times \mathbf{E}_i \quad (2.44)$$

$$= \frac{1}{\omega\mu_1} (-k_{1x}\mathbf{z} + k_{1z}\mathbf{x})E_0 e^{-ik_{1x}x + ik_{1z}z} \quad (2.45)$$

Burada dalga vektörünün bileşenleri dağılım bağıntısını sağlarlar.

$$k_{1x}^2 + k_{1z}^2 = \omega^2\mu_1\varepsilon_1 = k_0^2 n_1^2 \quad (2.46)$$

Serbest uzayın dalga sayısı  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \omega/c$  [14] ve malzemenin kırılma indisi  $n_1 = \sqrt{\mu_1\varepsilon_1/\mu_0\varepsilon_0}$  'dir [14]. Ayrıca genellikle dielektrik malzemeler için  $\mu_1 = \mu_0$  'dir.

Yüzeyden yansıtılan EM dalga;

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{y}rE_0 e^{ik_{1x}^r x + ik_{1z}^r z} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{H}_r = \frac{-1}{\omega\mu_1} (k_{1x}^r \mathbf{z} - k_{1z}^r \mathbf{x})rE_0 e^{ik_{1x}^r x + ik_{1z}^r z} \quad (2.47)$$

şeklinde verilir. Buradaki r üs indisi yansımayı gösterir. Yüzeyden geçen EM dalga ise ;

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{y}tE_0 e^{-ik_{2x}x + ik_{2z}z} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{-1}{\omega\mu_2} (k_{2z}\mathbf{x} - k_{2x}\mathbf{z})tE_0 e^{-ik_{2x}x + ik_{2z}z} \quad (2.49)$$

olarak verilir. Burada

$$k_{2x}^2 + k_{2z}^2 = \omega^2\mu_2\varepsilon_2 = k_0^2 n_2^2 \quad (2.50)$$



'dir ve  $n_2 = \sqrt{\mu_2 \epsilon_2 / \mu_0 \epsilon_0}$  'dir. Sınır koşulları eşleştirildiğinde elektrik alanın tanjantsal bileşeni  $x=0$  da süreklidir;

$$E_0 e^{ik_{1z}z} + r E_0 e^{ik_{1z}^r z} = t E_0 e^{ik_{2z}z} \quad (2.51)$$

ve burada bütün  $z$ 'ler için aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$k_{1z} = k_{1z}^r = k_{2z} \quad (2.52)$$

$$1 + r = t \quad (2.53)$$

Denklem 2.52 Snell yasası ya da faz-eşleme şartı olarak bilinir.

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t \quad (2.54)$$

Burada  $\theta_i = \theta_r$  ve  $k_i = \omega \sqrt{\mu_i \epsilon_i} = k_0 n_i$  olduğundan  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$  şeklinde ifade edilebilir.

Ayrıca manyetik alanının tanjantsal bileşenlerinin sürekliliği koşulunu da göz önünde bulundurulduğunda

$$1 - r = \frac{\mu_1 k_{2x}}{\mu_2 k_{1x}} t \quad (2.55)$$

sonucuna ulaşırız. Denklem 2.53 ve 2.55,  $r$  ve  $t$  için çözüldüğünde elektrik alan için yansımaya katsayısı

$$r = \frac{1 - P_{12}}{1 + P_{12}} \quad (2.55)$$

'dir ve burada  $P_{12} = \frac{\mu_1 k_{2x}}{\mu_2 k_{1x}}$  dir. İletim katsayısı ise

$$t = \frac{2}{1 + P_{12}} \quad (2.55)$$

şeklindedir. Eğer  $k_1 > k_2$  ve  $\theta_i > \theta_c$  ( $\theta_c$  kritik açı) ise tam iç yansıma olur.

Burada  $\theta_t = 90$  ise

$$k_1 \sin \theta_c = k_2 \quad (2.56)$$

ve ya  $\theta_c = \sin^{-1}(n_2/n_1)$ 'dir.  $\theta_i > \theta_c$  ve  $k_{1z} = k_1 \sin \theta_i > k_2$  olduğu zaman

$$k_{2x}^2 = k_2^2 - k_{2z}^2 = k_2^2 - k_{1z}^2 < 0 \quad (2.57)$$

olacaktır. Bu durumda  $k_{2x}$  tamamen sanal olacaktır ve  $k_{2x} = +i\alpha_2$ ,  $\alpha_2 > 0$ 'den dolayı alan  $-x$  yönünde azalacaktır.

$$\mathbf{E}_y = tE_0 e^{\alpha_2 x + ik_{1z} z} \quad (2.58)$$

Bunlarda göz önünde bulundurulduğunda yansıma katsayısı

$$r = \frac{1 - i \frac{\mu_1 \alpha_2}{\mu_2 k_{1x}}}{1 + i \frac{\mu_1 \alpha_2}{\mu_2 k_{1x}}} = e^{-i2\phi_{12}} \quad (2.59)$$

elde edilir ve burada

$$\phi_{12} = \tan^{-1} \left( \frac{\mu_1 \alpha_2}{\mu_2 k_{1x}} \right) \quad (2.60)$$

olarak tanımlanır. Sınırdan yansıtılan gücün kesri olan yansıtıcılık

$$R = \left[ \frac{(-1/2) \operatorname{Re}(E_r \times H_r^*)_x}{(-1/2) \operatorname{Re}(E_i \times H_i^*)_x} \right]_{x=0} = |r|^2 \quad (2.61)$$

olacaktır.

İletim

$$T = \left[ \frac{(-1/2)Re(E_t \times H_t^*)_x}{(-1/2)Re(E_i \times H_i^*)_x} \right]_{x=0} = \frac{\mu_1}{k_{1x}} Re\left(\frac{k_{2x}^*}{\mu_2}\right) |t|^2 \quad (2.62)$$

şeklindedir. Güç korunumu gereği  $R+T=1$  olmalıdır.  $\theta_i > \theta_c$  olduğunda tam iç yansımaya oluşacağından ve  $k_{2x}$  tamamen sanal olacağından dolayı  $T=0$  olur. Bu durumda yansımaya

$$|r|^2 = |e^{-i2\phi_{12}}| = 1 \quad (2.63)$$

Olarak elde edilir. Bununla birlikte yansıyan alan  $-2\phi_{12}$  kadar faz kaymasına uğrar ve bu faz kayması Goos-Hänchen faz kayması olarak isimlendirilir.

Özel bir durum olarak belirtmek gerekir ise  $\theta_i = 0$  (yani dalga yüzeye dik geliyor ise) olduğunda  $k_{2x} = k_2 = k_0 n_2$  ve  $k_{1x} = k_1 = k_0 n_1$  olur ve buradan yansımaya ve iletim katsayıları

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad ; \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \quad (2.64)$$

### 2.3.2. TM polarizasyonu

Önceki bölümde elde edilen sonuçlar ikililik ilkesi gereği fiziksel niceliklerin değişimi kullanılarak TM polarizasyonu içinde benzer sonuçlar elde edilir. 2.43 denklemeden

$$H_i = yH_y = yH_0 e^{-ik_{1x}x + ik_{1z}z} \quad (2.65)$$

$$H_r = yr_{TM} H_0 e^{+ik_{1x}x + ik_{1z}z} \quad (2.66)$$

$$H_t = yt_{TM} H_0 e^{-ik_{2x}x + ik_{2z}z} \quad (2.67)$$

Burada  $k_{2z} = k_{1z}$  olduğundan

$$r_{TM} = \frac{1-P_{12}}{1+P_{12}} \quad P_{12} = \frac{\varepsilon_1 k_{2x}}{\varepsilon_2 k_{1x}} \quad (2.68)$$

$$t_{TM} = \frac{2}{1+P_{12}} \quad (2.69)$$

sonuçlarına ulaşılır.

Tam iç yansımaya için  $k_{2x} = +i\alpha_2$  ve  $r_{TM} = e^{-i2\phi_{12}^{TM}}$

$$\phi_{12}^{TM} = \tan^{-1}\left(\frac{\varepsilon_1 \alpha_2}{\varepsilon_2 k_{1x}}\right) \quad (2.70)$$

Manyetik alan,  $\theta_i > \theta_c$  olduğunda  $-2\phi_{12}^{TM}$  kadar faz kaymasına uğrar ve bu faz kayması Goos-Hänchen faz kayması olarak isimlendirilir.

### 2.3.3. Çok katmanlı bir yapıda düzlem dalga yansımaları için yayılım matris yaklaşımı

Eğer ortam x-doğrultusunda homojen değil (yani  $\varepsilon = \varepsilon(x)$  ve  $\mu = \mu(x)$ ) ise yayılım matris yöntemi kullanılır [14].

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi  $-d_{l-1} \geq x \geq d_l$  için

$$\mu_l = \mu(x_l) \quad \varepsilon_l = \varepsilon(x_l) \quad (2.71)$$

olacaktır. TE polarize gelen dalga için

$$E_i = \mathbf{y} E_0 e^{-ik_{0x}x + ik_{0z}z} \quad (2.72)$$

ve yansıyan dalga için

$$E_r = \mathbf{y} r E_0 e^{ik_{0x}x + ik_{0z}z} \quad (2.73)$$

formundadır.

$l$ . katmanda elektrik alan

$$E_l = \mathbf{y}E_y^l \quad (2.74)$$

$$E_y^l = (A_l e^{-ik_{lx}(x+d_l)} - B_l e^{ik_{lx}(x+d_l)}) e^{ik_{lz}z} \quad (2.75)$$

$$H_z^l = \frac{1}{i\omega\mu_l} \frac{\partial}{\partial x} E_y^l = \frac{-k_{lx}}{\omega\mu_l} (A_l e^{-ik_{lx}(x+d_l)} - B_l e^{ik_{lx}(x+d_l)}) e^{ik_{lz}z} \quad (2.76)$$

Burada bütün  $l$  değerleri için  $k_{lx} = \sqrt{\omega\mu_l\epsilon_l - k_{0z}^2}$  ve  $k_{lx} = k_{0z}$ 'dir. Sınır koşullarında  $E_y$  ve  $H_z$ 'nin  $x=-d_l$  sınırında sürekli olmasından dolayı

$$A_l + B_l = A_{l+1} e^{-ik_{(l+1)x}(-d_l+d_{l+1})} + B_{l+1} e^{ik_{(l+1)x}(-d_l+d_{l+1})} \quad (2.77)$$

$$A_l - B_l = \frac{\mu_l k_{(l+1)x}}{\mu_{l+1} k_{lx}} (A_{l+1} e^{-ik_{(l+1)x}(-d_l+d_{l+1})} - B_{l+1} e^{ik_{(l+1)x}(-d_l+d_{l+1})}) \quad (2.78)$$

Denklem 2.78'in içindeki çarpan ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$P_{l(l+1)} = \frac{\mu_l k_{(l+1)x}}{\mu_{l+1} k_{lx}} \quad (2.79)$$

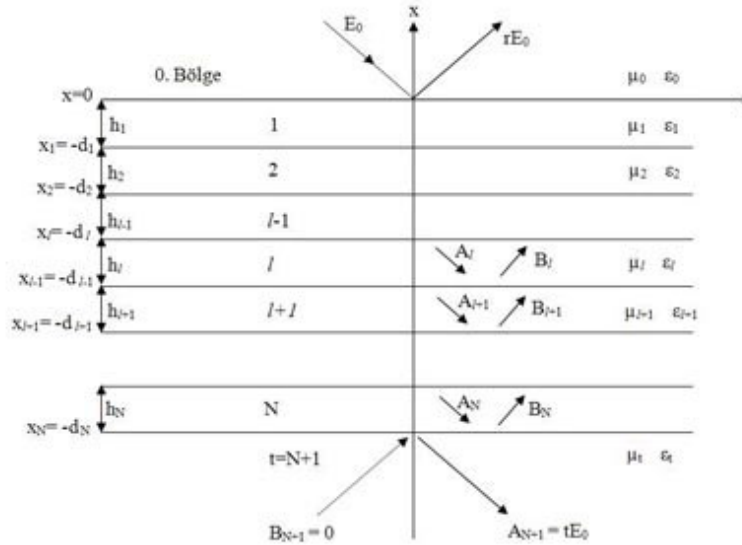
ve  $l+1$  bölgesinin kalınlığı

$$h_{l(l+1)} = d_{l+1} - d_l \quad (2.80)$$

olarak tanımlanırsa ise

$$\begin{bmatrix} A_l \\ B_l \end{bmatrix} = \bar{\bar{B}}_{l(l+1)} \begin{bmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Şekline dönüşür ve burada  $\bar{\bar{B}}_{l(l+1)}$  ifadesi geri-yayılm (backward-propagation) matrisi olarak isimlendirilir ve denklem 2.82'deki gibi tanımlanır [14].



Şekil 2.2. TE polarize düzlem dalganın çok katmanlı bir yapıya belli bir açıyla gelişi [14]

$$\bar{\bar{B}}_{l(l+1)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + P_{l(l+1)})e^{-ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} & (1 - P_{l(l+1)})e^{ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} \\ (1 - P_{l(l+1)})e^{-ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} & (1 + P_{l(l+1)})e^{ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Benzer olarak ileri-yayılm (forward-propagation) matrisi  $\bar{\bar{F}}_{(l+1)l}$ 'de aşağıdaki gibi tanımlanır [14].

$$\bar{\bar{F}}_{(l+1)l} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1 + P_{(l+1)l})e^{ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} & (1 - P_{(l+1)l})e^{ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} \\ (1 - P_{(l+1)l})e^{-ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} & (1 + P_{(l+1)l})e^{-ik_{(l+1)}x^{h_{l+1}}} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta  $\bar{\bar{B}}_{(l+1)l}\bar{\bar{F}}_{(l+1)l}$  çarpımının birim matris ve  $P_{(l+1)l} = 1/P_{l(l+1)}$  olmasıdır. Gelen ve yansıyan dalgaların genlikleri aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_0 \\ rE_0 \end{bmatrix} &= \bar{\bar{B}}_{01}\bar{\bar{B}}_{12}\bar{\bar{B}}_{23} \dots \bar{\bar{B}}_{N(N+1)} \begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} tE_0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Şekil 2.2'den görüldüğü gibi alt kısımda gelen dalga olmadığından  $B_{N+1} = 0$  'dır. Çok katmanlı yapı için iletim katsayısı

$$t = \frac{1}{b_{11}} \quad (2.85)$$

ve yansıma katsayısı

$$r = \frac{b_{21}}{b_{11}} \quad (2.86)$$

olarak bulunur. İletim bölgesindeki EM dalganın elektrik bileşeni ise

$$E_t = tE_0 e^{-ik_{(N+1)}x(x-d_{N+1})} e^{ik_{(N+1)}z} \quad (2.87)$$

Şekil 2.2'den görüldüğü gibi  $d_N$  taban sınırı olarak seçildiği için  $N + 1$ . olarak tanımlanan son bölge  $h_{N+1} = d_{N+1} - d_N = 0$  olarak seçilir.

Bu elde edilen sonuçlar TE polarizasyonu için yapıldı. Aşağıdaki ikililik ilkesine dayalı dönüşümler yapılırsa TM polarizasyonu içinde sonuçlar elde edilebilir.

$$E \rightarrow H \quad H \rightarrow -E \quad \varepsilon_l \rightarrow \mu_l \quad \mu_l \rightarrow \varepsilon_l \quad (2.88)$$

## 2.4. Farklı Ortamlarda Elektromanyetik Dalda Yayılımı

### 2.4.1. Homojen yapıda Maxwell denklemlerinin düzlem dalga çözümü

Bu bölümde EM dalgaların isotropik ve tek eksenli olmayan ortamlarda yayılım özellikleri incelenecektir. İlk olarak  $j$  ve  $\rho$  kaynaklarını olmadığı ortamlarda Maxwell denklemlerini çözümleri araştırılacaktır. Harmonik alanlarda Maxwell denklemleri, 2.39-2.42 denklemlerindeki gibi olduğundan daha önce bahsedilmiştir. Eğer ortam homojense,  $e^{-ik \cdot r}$  formunda düzlem dalga çözümü elde edilecektir.  $E$ ,  $H$ ,  $B$  ve  $D$ ,  $e^{-ik \cdot r}$  'ye aynı şekilde bağlı olduklarından kaynakların olmadığı homojen ortamda düzlem dalga yayılımı için aşağıdaki gibi temel bağıntılar elde edilir.

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B} \quad (2.89)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mathbf{D} \quad (2.90)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.91)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.92)$$

Denklem 2.91 ve 2.92 'den görülebileceği gibi  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{B}$  ve  $\mathbf{D}$ 'ye diktir. Ancak ortam isotropik olmadıkça  $\mathbf{k}$ 'nın  $\mathbf{H}$  ve  $\mathbf{E}$ 'ye dik olduğu söylenemez. Çünkü isotropik ortamda  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  ve  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  'dir yani  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ 'ye ve  $\mathbf{B}$  de,  $\mathbf{H}$ 'a paraleldir.

İsotropik olmayan ortamlarda  $\frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$  [15] ile verilen zamansal ortalama Poynting vektörü,  $\mathbf{k}$  vektörüyle aynı doğrultuda olmak zorunda değildir. Dolayısıyla güç akışı da dalga vektörüyle aynı olmayabilir.



### 2.4.2. Isotropik ortamda elektromanyetik dalga yayılımı

Burada bir ortamın karakteristik polarizasyonu ve yayılım sabiti elde edilecektir. İsootropik ortamlarda yapısal ilişkiler basitçe 2.13 ve 2.14 denklemlerindeki gibidir. Yani  $D//E$  ve  $B//H$  özelliğine sahiptirler.

Homojen ortamlarda yayılan dalganın polarizasyonu değişmeyeceğinden  $E$ 'nin herhangi bir polarizasyonu ortamın karakteristik polarizasyonu olarak tanımlanacaktır. 2.89-2.92 denklemleri ve 2.13,2.14 denklemleri göz önünde bulundurulduğunda  $E$ ,  $H$  ve  $k$  vektörlerinin birbirlerine dik oldukları sonucuna ulaşılabilir. Denklem 2.89 sol taraftan  $k$  ile vektörel olarak çarpılır ve 2.15 özdeşliği göz önünde bulundurulur ise

$$k \times (k \times E) = (k \times E)k - k^2 E = \omega \mu k \times H \quad (2.93)$$

$k \cdot E = 0$  olduğundan

$$-k^2 E = \omega \mu k \times H \quad (2.94)$$

Denklem 2.90'dan

$$k^2 E = \omega^2 \mu \epsilon E \quad (2.95)$$

Elde edilir ve bu denklem düzenlenir ise

$$(k^2 - \omega^2 \mu \epsilon) E = 0 \quad (2.96)$$

Yukarıdaki özdeşlikte elektrik alanının  $E = 0$  olduğu durumun çözümü anlamsız olacağından  $E \neq 0$  olduğu durum incelenecektir.  $E \neq 0$  için çözüm

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (2.97)$$

şeklinde tanımlanan isotropik ortamın dağınım bağıntısıdır. Eğer kırılma indisi

aşağıdaki gibi tanımlanır ise

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} \quad (2.99)$$

denklem 2.97

$$k = \frac{\omega}{c} n \quad (2.100)$$

formunu alacaktır ve burada c ile ifade edilen  $1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 3 \times 10^8$  m/s değeri ışığın boşluktaki hızıdır. Aşağıdaki gibi üç tane birim vektör tanımlanır ise

$$\mathbf{E} = \hat{e}E \quad \mathbf{H} = \hat{h}H \quad \mathbf{k} = \hat{k}k \quad (2.101)$$

ve 2.89 de yerine yazılıp düzenlenirse

$$\hat{k}k \times \hat{e}E = \omega\mu\hat{e}H \quad (2.102)$$

Elde edilir. Daha öncede bahsedildiği gibi  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  ve  $\mathbf{k}$  vektörleri birbirine dik olduklarından dolayı  $\hat{e}$ ,  $\hat{h}$  ve  $\hat{k}$  vektörleri de bir birlerine dik olacaklardır. Yani  $\hat{k} \times \hat{e} = \hat{h}$  olacaktır. Bunların yardımıyla

$$kE = \omega\mu H \quad (2.103)$$

elde edilir ve 2.100 deki k değeri yerine yazılır ise

$$E = \eta H \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.104)$$

Sonucu elde edilir ve buradaki  $\eta$  ortamın karakteristik empedansı olarak isimlendirilir. Şimdiye kadar ulaşılan sonuçlar özetlenirse

- $\hat{e}$ ,  $\hat{h}$  ve  $\hat{k}$  birim vektörleri bir dik koordinat sistemi oluştururlar
- Elektrik alanın büyüklüğü, manyetik alanın büyüklüğü ile ortamın karakteristik empedansının ( $\eta$ ) çarpımına eşittir.

## 2.5. Yarıiletkenlerde Yayılım Sabiti ve Kırılma İndisi

Çoğu yarıiletkende  $\mu = \mu_0$ 'dır ve elektriksel geçirgenliği kompleksdir;

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega) \quad (2.105)$$

Kompleks yayılım sabiti  $k = k' + ik''$ , karmaşık kırılma indisi  $\bar{n}$  cinsinden ifade edilirse

$$k = \frac{\omega}{c} \bar{n}(\omega) = \frac{\omega}{c} [n(\omega) + i\kappa(\omega)] \quad (2.106)$$

Şeklini alır ve burada karmaşık yayılım sabitinin sanal kısmı soğurma katsayısı  $\alpha$ 'nın yarısına eşittir. Yani

$$\alpha(\omega) = 2 \operatorname{Im} k = 2 \frac{\omega}{c} \kappa(\omega) = \frac{4\pi}{\lambda} \kappa(\omega) \quad (2.107)$$

Burada  $\lambda$  boş uzay dalga boyudur.

x-doğrultusunda polarize elektrik alana sahip ve +z yönünde yayılan düzlem dalgada elektrik alan aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{x}E_0 e^{ikz} = \mathbf{x}E_0 e^{(i\frac{2\pi}{\lambda}nz - \frac{\alpha}{2}z)} \quad (2.108)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{y} \frac{E_0}{\eta} e^{ikz} = \mathbf{y} \frac{\bar{n}E_0}{\eta_0} e^{(i\frac{2\pi}{\lambda}nz - \frac{\alpha}{2}z)} \quad (2.109)$$

Burada  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$  olarak tanımlanan boşluğun empedansıdır.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] = \mathbf{z} \frac{\eta}{2\eta_0} |E_0|^2 e^{-\alpha z} \quad (2.110)$$

Yukarıdaki denklemde S'nin değeri soğurma katsayısı ile ifade edilen azalma sabitiyle z yönünde ilerledikçe azalır. Fakat çoğu yarıiletkende bant enerjisinden daha küçük optik enerjiler için soğurma ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

## 2.6. Poynting Vektörü

Elektromanyetik ışınım bir çeşit enerji iletimidir ve elektromanyetik dalga ile taşınan bu enerji miktarı Poynting vektörü ile ifade edilir. Poynting vektörü isotropik ortamlarda elektromanyetik dalganın ilerleme doğrultusunda bir vektördür. Poynting vektörünün birimi elektrik ve manyetik alanın çarpımı olduğundan birimi  $\frac{V}{m} \times \frac{A}{m} = \frac{Watt}{m^2}$  boyutunda olacaktır. Poynting vektörü,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \quad (2.111)$$

[15] ile verilir. Birim yüzeyden geçen elektromanyetik güç yoğunluğu olarak da ifade edilebilir.  $\mathbf{H} = N(\mathbf{r} \times \mathbf{E})$  olduğu için de daha açık olarak,

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} N \mathbf{E}^2 \mathbf{r} \quad (2.112)$$

olarak yazılabilir. Burada N ileriki bölümlerde detaylı olarak incelenecek olan karmaşık kırılma indsidir Poynting vektörünün anlık değerleri zamanla değişir. Bu nedenle zamansal ortalaması alınır. Poynting vektörünün zamansal ortalaması aşağıdaki şekilde verilir:

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle \mathbf{E}(t) \times \mathbf{H}(t) \rangle = \frac{c}{8\pi} Re \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \rangle \quad (2.113)$$

olmak üzere,

$$\langle S \rangle = \left[ \frac{c}{8\pi} Re \langle \mathbf{E} \mathbf{H}^* \rangle \right] \cdot \mathbf{r} \quad (2.114)$$

ya da daha açık bir biçimde,

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} N \mathbf{E}^2 \cdot \mathbf{r} \quad (2.115)$$

yazılabilir.

### 3. OPTİK DALGA KILAVUZLARI

Bu bölümde hetero yapılar için dielektrik dalga kılavuzu teorisinden bahsedilecektir. Daha sonra ilk olarak simetrik dielektrik yapılarda sırasıyla TE ve TM modları, kesim şartı ve optik kuşatma faktörleri incelenecektir.

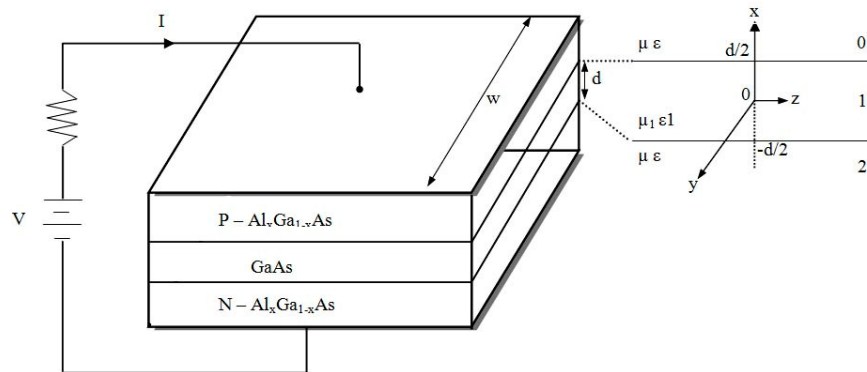
#### 3.1. Simetrik Dielektrik Tabaka Dalga Kılavuzları

Kolay anlaşılması açısından simetrik dalga kılavuzu yapısı Şekil 3.1 üzerinden anlatılacaktır. Şekildeki simetrik yapıda  $w$  ile gösterilen genişlik  $d$  ile gösterilen kalınlıktan çok çok büyüktür ve elektrik alanın  $y$ 'den bağımsız olduğu varsayılacaktır.

Denklem 2.39,  $\nabla$  ile soldan vektörel olarak çarpılıp, elde edilen ifade de 2.40 yerine yazılırsa aşağıdaki dalga denklemi elde edilir.

$$(\nabla^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \mathbf{E} = 0 \quad (3.1)$$

$|x| \geq d/2$  için elektriksel geçirgenlik  $\epsilon$ , manyetik geçirgenlik  $\mu$  ve  $|x| < d/2$  için elektriksel geçirgenlik  $\epsilon_1$ , manyetik geçirgenlik  $\mu_1$ 'dir. Orijin kılavuzun orta noktası olarak belirleniyor. Dalga kılavuzu simetrik olduğu için çift ve tek mod çözümler elde edilecektir. Burada çözümler TE ve TM olarak ikiye ayrılacaktır.



Şekil 3.1. Dalga kılavuzu analizi için basitleştirilmiş bir yarıiletken lazer yapısı [14]

### 3.2. TE Polarizasyonu için Elektrik Alan ve Kılavuzlanma Koşulları

TE polarizasyonu için, elektrik alan sadece  $E_y$  bileşene sahiptir.

$$\mathbf{E} = yE_y \quad (E_x = E_z = 0) \quad (3.2)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon \right) E_y = 0 \quad (3.3)$$

#### 3.2.1. TE çift modlar için çözüm

Denklem 3.3'ün çözümü

$$\{e^{ik_z z}, e^{-ik_z z}\} \times \{(e^{ik_x x}, e^{-ik_x x}) \text{ veya } (\cos e^{ik_x x}, \sin e^{ik_x x})\}$$

şeklinde olacaktır. Kılavuzun z-doğrultusunda döndürülmesi bir değişime neden olmayacağından z-doğrultusunda yayılım için  $e^{ik_z z}$  seçilebilir. Kılavuzun içindeki durağan dalgalar için  $\cos e^{ik_x x}$  veya  $\sin e^{ik_x x}$  ve kılavuzun dışındaki bölgeler için  $e^{ik_x x}$  veya  $e^{-ik_x x}$  seçilebilir. Yukarıdaki durumlar göz önünde bulundurulduğunda TE çift modlar için aşağıdaki çözüm önerilir.

$$E_y = e^{ik_z z} \begin{cases} C_0 e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ C_1 \cos k_x x & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ C_0 e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.4)$$

$|d/2|$  sınırında  $E_y$  ve  $H_z$ 'nin sürekli olması koşulundan dolayı;

$d/2$  sınırında

$$e^{ik_z z} C_0 e^{-\alpha(d/2-d/2)} = e^{ik_z z} C_1 \cos k_x \frac{d}{2} \text{ ise}$$

$$C_0 = C_1 \cos k_x \frac{d}{2} \quad (3.5)$$

elde edilir.

2.39 denkleminde  $E_x = E_z = 0$  ifadeleri yerine konulduğunda

$$H_z = \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (3.6)$$

ifadesine ulaşılır. Yukarıdaki denklemde 3.4 denklemi yerine konduğunda

$$H_z = \frac{1}{i\omega\mu} e^{ik_z z} \begin{cases} -\alpha C_0 e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ -k_x C_1 \sin k_x x & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ \alpha C_0 e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.7)$$

Şeklinde manyetik alanın  $z$  bileşeni bulunur. Denklem 3.4'de  $\mu = \mu_1$  alınır ve  $-\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2}$  sınır koşulları yani aktif bölge göz önünde bulundurulduğunda

$$\frac{\alpha}{\mu} C_0 = C_1 \frac{k_x}{\mu_1} \sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.8)$$

Elde edilir ve 3.4, 3.3'de yerine yazıldığında

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = e^{ik_z z} \begin{cases} \alpha^2 C_0 e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ -k_x^2 C_1 \cos k_x x & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ \alpha^2 C_0 e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.9)$$

ve

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -k_z^2 E_y \quad (3.10)$$

ifadelerinden  $x \geq \frac{d}{2}$  şartı (aktif tabakanın dışı) için

$$(\alpha^2 + -k_z^2 + \omega^2 \mu \epsilon) C_0 e^{-\alpha(x-d/2)} e^{ik_z z} = 0 \quad (3.11)$$

$$-\alpha^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu \varepsilon \quad (3.12)$$

elde edilir ve  $-\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2}$  şartı için ise

$$k_x^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 \quad (3.13)$$

sonuçları türetilir. Şimdi de  $C_0$  ve  $C_1$  sabitleri arasında bir ilişki kurmak için 3.5, 3.8'de yerine yazılır ve düzenlenir ise

$$\alpha = \frac{\mu}{\mu_1} k_x \tan\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.14)$$

şeklindeki özdeğer veya kılavuzlanma koşulu elde edilir.

### 3.2.2. TE tek modlar için çözüm:

Denklem 3.3'ün çözümünde daha önce çift modlar için yapılan işlemler benzer olarak tek modlar içinde yapılabilir. Burada çift modlar için önerilen 3.4 denkleminde farklı olarak aşağıdaki çözüm önerilecektir.

$$E_y = e^{ik_z z} \begin{cases} C_0 e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ C_1 \sin k_x x & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ -C_0 e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.15)$$

$E_y$  ve  $H_z$ 'nin  $x = d/2$  ve  $x = -d/2$  sınırlarında tanjantsal bileşenlerinin sürekli olmasından dolayı

$$C_0 = C_1 \sin k_x \frac{d}{2} \quad (3.16)$$

$$-\frac{\alpha}{\mu} C_0 = C_1 \frac{k_x}{\mu_1} \sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.17)$$



$$\alpha = -\frac{\mu}{\mu_1} k_x \cot\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.18)$$

Sınır koşulları elde edilir.

Şimdi yayılım sabiti  $k_z$ 'yi elde etmek için 3.12, 3.13, 3.14 ve 3.18 denklemleri birlikte çözümlerse.

TE Çift modlar için;

$$\alpha \frac{d}{2} = \frac{\mu}{\mu_1} \left(k_x \frac{d}{2}\right) \tan\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.19)$$

TE Tek modlar için;

$$\alpha \frac{d}{2} = -\frac{\mu}{\mu_1} \left(k_x \frac{d}{2}\right) \cot\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.20)$$

Denklem 3.12 ve 3.13'ten  $k_z$  yok edilir ve denklem  $\left(\frac{d}{2}\right)^2$  ile çarpılırsa

$$\left(\alpha \frac{d}{2}\right)^2 + \left(k_x \frac{d}{2}\right)^2 = \omega^2 (\mu_1 \varepsilon_1 - \mu \varepsilon) \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (3.21)$$

Elde edilir. Yukarıdaki denklem  $k_x$  ve  $\alpha$  gibi iki bilinmeyeni olduğundan dolayı analitik çözümü yoktur. Ancak denklemden açık şekilde görüldüğü gibi bu denklem yarıçapı R olan bir çember denklemdir. Bu durumda yapılabilecek en uygun çözüm grafiksel bir çözüm olacaktır.

$$R = \omega^2 (\mu_1 \varepsilon_1 - \mu \varepsilon) \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(k_0 \frac{d}{2}\right) \sqrt{n_1^2 - n^2} \quad (3.22)$$

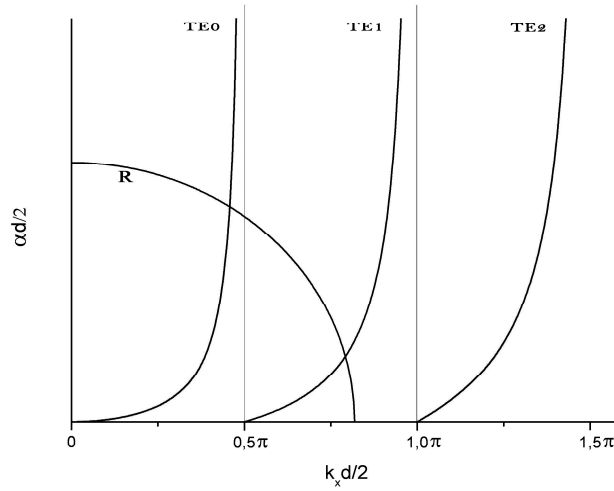
Burada  $n_1$  aktif bölgenin iç bölgedeki,  $n$  simetrik dış bölgelerdeki kırılma indisleridir.  $k_0$  ise boş uzay dalga boyudur.

$$n_1 = \sqrt{\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad n = \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad k_0 = \frac{\omega}{c} \quad (3.23)$$

Daha önce verilen 3.19 ve 3.20 denklemleri aynı grafikte çizdirilir ise kesişimleri  $\left(\alpha \frac{d}{2}\right)^2$  ve  $\left(k_x \frac{d}{2}\right)^2$  için çözümleri verir. Burada  $k_x$  ve  $\alpha$  için çözümler elde edildikten sonra  $k_z$  için 3.12 veya 3.13'den çözüm elde edilir.

Şekil 3.2  $n_0 = 3.124$ ,  $n_1 = 3.474$ ,  $d = 1800$  nm ve  $\lambda = 1300$  nm'de denklem 3.20 kullanılarak TE çift ve tek modlar için özdeğer denklemleri çözülmüştür. Burada yeşil renkte gösterilen çizgiler asimptotik noktaları ve siyah gösterilen çizgi ise yarıçapı gösterir.

Toplam kılavuzlanmış gücün 1' eşit olduğu varsayımı yapıldığında,  $C_1$  sabiti normalizasyon şartı yardımıyla belirlenebilir. Toplam güç



Şekil 3.2. TE çift ve tek modlar için özdeğer denkleminin çözümü

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (E \times H^*) \cdot z dx \right] = 1 \quad (3.24)$$

ve TE modu için

$$H_x = -\frac{k_z}{\omega \mu} E_y \quad (3.25)$$

olduğundan

$$P = -\frac{1}{2} \int E_y H_x^* dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_z}{\omega \mu} |E_y|^2 dx \quad (3.26)$$

halini alır. Burada manyetik geçirgenlik kılavuzun içinde  $\mu_1$  ve kılavuzun dışında  $\mu$ 'dür. Yukarıdaki denklem  $\mu=\mu_1$  için çözüldüğünde

$$C_1 = \left[ \frac{4\omega\mu}{k_z(d+2/\alpha)} \right]^{1/2} \quad (3.27)$$

sonucu elde edilir. Yukarıdaki denklemde TE çift çözümler için elde edilen 3.14 denklemi yerine yazıldığında

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\mu_1}{k_z d}}{1 + \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\mu_1}{\mu}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \cos\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.28)$$

şeklinde TE çift modlarda ve TE çift çözümler için elde edilen 3.14 denklemi yerine yazıldığında

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\mu_1}{k_z d}}{1 - \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\mu_1}{\mu}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.29)$$

şeklinde TE tek modlarda da  $C_1$  katsayıları elde edilir.

### 3.3. Grafiksel Çözüm ve Kesilim Şartı

Şekil 3.2'den de görülebileceği gibi  $TE_m$  modu için  $R = m \frac{\pi}{2}$  de kesilim şartı sağlanır.  $TE_m$  modları için kesilim şartı (cutoff condition) [14]

$$k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_1^2 - n^2} = m \frac{\pi}{2} \quad (3.30)$$

Böylece  $TE_0$  için herhangi bir kesim frekansı olmadığı görülür. Burada kırılma indisinin frekanstan bağımsız olduğu farz edildi.

Yine Şekil 3.2'den kılavuzlanmış tabakalarda

$$m \frac{\pi}{2} < k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_1^2 - n^2} < (m + 1) \frac{\pi}{2} \quad (3.31)$$

olması sebebiyle aktif bölgede  $m + 1$  tane kılavuzlanmış TE modu olduğu görülebilir. Bir modlu yani  $m=0$  olduğu operasyonlarda yukarıdaki denklem

$$k_0 \frac{d}{2} \sqrt{n_1^2 - n^2} < \frac{\pi}{2} \quad (3.32)$$

olmasından dolayı  $\omega$ ,  $d$  ve  $\sqrt{n_1^2 - n^2}$  ifadeleri üzerinde kısıtlama olur.

### 3.4. Optik Kuşatma Faktörü

Elektromanyetik dalganın kılavuzun içinde kalan elektrik alan bileşeni, kuşatma Faktörü ( $\Gamma$ ) olarak isimlendirilir. Başka bir deyişle kuşatma faktörü kılavuzun içindeki elektromanyetik güç yoğunluğunun sistemin tamamındaki güç yoğunluğuna oranı olarak tanımlanır.

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{2} \int_{i\text{çteki}} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \cdot \mathbf{z} \cdot d\mathbf{x}}{\frac{1}{2} \int_{\text{toplam}} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \cdot \mathbf{z} \cdot d\mathbf{x}} \quad (3.33)$$

TE çift modu için 3.4, 3.33'te yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{(k_z/2\omega\mu_1) \int_{|x|<d/2} |E_y|^2 d_x}{(k_z/2\omega\mu_1) \int_{|x|<d/2} |E_y|^2 d_x + (k_z/2\omega\mu) \int_{|x|>d/2} |E_y|^2 d_x} \\ &= \left[ 1 + \frac{\mu_1 \cos(k_x d/2)^2}{(\mu \alpha d/2) (1 + \sin(k_x d)/k_x d)} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.34)$$

elde edilir [14]. Bu eşitlikten  $\Gamma$ 'nın her zaman birimden küçük olacağı yani  $\Gamma < 1$  olacağı rahatlıkla görülebilir.

Dalga kılavuzunun boyutları çok çok küçük alınır ise yani  $k_x d \rightarrow 0$  ise 3.14 ile verilen TE<sub>0</sub> modu için özdeğer denkleminde

$$\alpha \frac{d}{2} = \frac{\mu}{\mu_1} \left( k_x \frac{d}{2} \right) \tan \left( k_x \frac{d}{2} \right) \rightarrow \frac{\mu}{\mu_1} \left( k_x \frac{d}{2} \right)^2 \ll 1 \quad (3.35)$$

elde edilir. Bu nedenle 3.34 aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\Gamma \rightarrow \alpha d \frac{\mu}{\mu_1} \rightarrow 2 \left( \frac{\mu}{\mu_1} \right)^2 \left( k_x \frac{d}{2} \right)^2 \quad (3.36)$$

Denklem 3.21 ve 3.22 yardımıyla  $\frac{\alpha d}{2} \rightarrow \frac{\mu}{\mu_1} \left( k_x \frac{d}{2} \right)^2 \ll \frac{k_x d}{2}$  olacağı görülebilir.

Böylece  $\frac{k_x d}{2} \rightarrow R$  olur. Buradan

$$\Gamma \rightarrow 2 \left( \frac{\mu}{\mu_1} \right)^2 \left( k_0 \frac{d}{2} \right)^2 (n_1^2 - n^2) \quad (3.7)$$

olacağı sonucuna ulaşılır [14].  $\mu = \mu_1$  ve  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  için aşağıdaki ifade zayıf kılavuzlanma limitinde temel TE<sub>0</sub> modunun optik kuşatma faktörünü hesaplamada kullanışlıdır.

$$\Gamma \rightarrow 2 \left( \frac{\pi d}{\lambda_0} \right)^2 (n_1^2 - n^2) \quad (3.38)$$

Elde edilen bu ifadelerden optik kuşatma faktörünün, aktif tabakanın kalınlığının ve ortamların kırılma indisi farklarının bir fonksiyonu olacağı görülebilir.

### 3.5. TE ve TM Modları için Sonuçlar

TE polarizasyonu tek ve çift çözümler için elde edilen sonuçlar burada özetlenecektir. Ayrıca TM polarizasyonu sonuçları, TE modunda elde edilen sonuçlar yardımıyla ve ikililik prensibi kullanılarak elde edilecektir [14].

#### 3.5.1. TE polarizasyonu

$$\mathbf{E} = yE_y \quad \mathbf{H} = \frac{1}{i\omega\mu_i} \left( -xik_z E_y + z \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.39)$$

Burada kılavuzun içinde  $\mu_i = \mu_1$  ve dışında  $\mu_i = \mu'$ 'dir.

a) TE çift modlar

$$E_y = C_1 e^{ik_z z} \begin{cases} \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ \cos(k_x x) & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.40)$$

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\mu_1}{k_z d}}{1 + \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\mu_1}{\mu}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \cos\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.41)$$

Özdeğer denklemi;

$$\alpha \frac{d}{2} = \frac{\mu}{\mu_1} \left( k_x \frac{d}{2} \right) \tan \left( k_x \frac{d}{2} \right) \quad (3.42)$$

Optik kuşatılma faktörü;

$$\Gamma = \left[ 1 + \frac{\mu_1}{\mu} \left( \frac{2}{\alpha d} \right) \frac{\cos\left(k_x d/2\right)^2}{\left(1 + \frac{\sin(k_x d)}{k_x d}\right)} \right]^{-1} \quad (3.43)$$

b) TE tek modlar

$$E_y = C_1 e^{ik_z z} \begin{cases} \sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ \sin(k_x x) & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ -\sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.44)$$

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\mu_1}{k_z d}}{1 - \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\mu_1}{\mu}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.45)$$

Özdeğer denklemi;

$$\alpha \frac{d}{2} = -\frac{\mu}{\mu_1} \left(k_x \frac{d}{2}\right) \cot\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.46)$$

Optik kuşatılma faktörü;

$$\Gamma = \left[ 1 + \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \frac{\sin(k_x d/2)^2}{(1 - \sin(k_x d)/k_x d)} \right]^{-1} \quad (3.47)$$

### 3.5.2. TM polarizasyonu

TE modu için bulunan E ve H alanlarının çözümleri ve 3.43 ile verilen ikililik prensibi kullanılarak TM polarizasyonu için sonuçlar türetilir.

$$\mathbf{H} = yH_y \quad \mathbf{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon_i} \left( -xik_z H_y - z \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \quad (3.48)$$

Burada kılavuzun içinde  $\epsilon_i = \epsilon_1$  ve dışında  $\epsilon_i = \epsilon'$ 'dir.



a) TM çift modlar

$$H_y = C_1 e^{ik_z z} \begin{cases} \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ \cos(k_x x) & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.49)$$

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\epsilon_1}{k_z d}}{1 + \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \cos\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.50)$$

Özdeğer denklemi;

$$\alpha \frac{d}{2} = \frac{\epsilon}{\epsilon_1} \left(k_x \frac{d}{2}\right) \tan\left(k_x \frac{d}{2}\right) \quad (3.51)$$

Optik kuşatılma faktörü;

$$\Gamma = \left[ 1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \frac{\cos(k_x d/2)^2}{(1 + \sin(k_x d)/k_x d)} \right]^{-1} \quad (3.52)$$

b) TM tek modlar

$$H_y = C_1 e^{ik_z z} \begin{cases} \sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{-\alpha(x-d/2)} & x \geq \frac{d}{2} \\ \sin(k_x x) & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \\ -\sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) e^{\alpha(x+d/2)} & x \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.53)$$

$$C_1 = \left[ \frac{\frac{4\omega\epsilon_1}{k_z d}}{1 - \frac{\sin(k_x d)}{k_x d} + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon}\right) \left(\frac{2}{\alpha d}\right) \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.54)$$

Özdeğer denklemi;

$$\alpha \frac{d}{2} = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \left( k_x \frac{d}{2} \right) \cot \left( k_x \frac{d}{2} \right) \quad (3.55)$$

Optik kuşatılma faktörü;

$$\Gamma = \left[ 1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \left( \frac{2}{\alpha d} \right) \frac{\sin(k_x d/2)^2}{(1 - \sin(k_x d)/k_x d)} \right]^{-1} \quad (3.56)$$

## 4. DÜZLEM ELEKTROMANYETİK ALANLARDA YANSIMA, İLETİM VE SOĞURMA

### 4.1. Kompleks Kırılma İndisi

İsotropik bir ortam için daha önce verilen 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.13 ve 2.14 denklemlerine ek olarak

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad (4.1)$$

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (4.2)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (4.3)$$

denklemleri de kullanılır. Anizotropik ortamlarda yukarıdaki denklemlerde  $\sigma, \varepsilon$  ve  $\mu$  ifadeleri birer tensöre dönüşür. Bundan dolayı işlemleri daha karmaşıktır.

$\rho = 0$  durumun da 2.3 denklemi  $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$  halini alır. Öncelikle 2.1'in curl'ü alınır ve 2.2, 2.13, 2.14 ve 4.3'ü bu ifade de yerine yerleştirip düzenlenir ise

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4.4)$$

Diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemin düzlem-polarize düzlem harmonik dalga formundadır ve çözümünün karmaşık kısmı seçilir.

$$\mathbf{E} = \varepsilon e^{-i\omega(t-x/v)} \quad (4.5)$$

Yukarıdaki denklem  $v$  hızıyla  $x$ -doğrultusunda yayılan dalgayı temsil eder. Burada  $\varepsilon$  vektör genliği ve  $\omega$  bu dalganın açısal frekansını ifade eder. Burada dalganın karmaşık formunun kullanılmasının avantajı faz değişimlerini karmaşık genliğin içermesidir.

$$\mathbf{E} = \varepsilon e^{-i\{\omega(t-\frac{x}{v})+\phi\}} = \varepsilon e^{i\phi} e^{-i\omega(t-\frac{x}{v})} \quad (4.6)$$

Burada karmaşık vektör genliği  $\Xi e^{i\phi}$  ile ve karmaşık skaler genlik  $\Xi e^{i\phi}$  ile verilir. Denklem 4.5'in 4.4'ün çözümü olabilmesi için

$$\frac{\omega^2}{v^2} = \omega^2 \varepsilon \mu - i \omega \mu \sigma \quad (4.7)$$

olmalıdır. Bu 4.5, 4.4'de yerine yazılarak görülebilir.

Boşlukta  $\sigma = 0$  ve  $v = c$  olacağından dolayı 4.7'den

$$c^2 = 1 / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad (4.8)$$

elde edilir. Denklem 4.7, 4.8 ile çarpılır ve  $\omega^2$  bölünür ise

$$\frac{c^2}{v^2} = \frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0} - i \frac{\mu \sigma}{\omega \varepsilon_0 \mu_0} \quad (4.9)$$

ve burada da

$$N^2 = \frac{c^2}{v^2} \Rightarrow N = \frac{c}{v} \quad (4.10)$$

Şeklinde boyutsuz bir parametre tanımlanır ise

$$N^2 = \varepsilon_r \mu_r - i \frac{\mu_r \sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (4.11)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemden de görüldüğü gibi N parametresi gerçel ve karmaşık olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Yani

$$N = \frac{c}{v} = n + i\kappa \quad (4.12)$$

formundadır. Denklem 4.11'in çözümünden iki sonuç elde edilir ancak sonucun anlamlı olabilmesi için n'in pozitif olduğu çözüm seçilmelidir.

Burada  $N$  karmaşık kırılma indisi,  $n$  karmaşık kırılma indisinin gerçel kısmı (dielektrik malzemelerde genellikle  $N$  gerçel olduğu yani  $\kappa=0$  olduğu için  $n$  kırılma indisi olarak tanımlanır) ve  $\kappa$  karmaşık kırılma indisinin sanal kısmı olan sönüm sabitidir. Denklem 4.12, 4.11 'de yerine koyulur ise

$$n^2 - \kappa^2 - i2n\kappa = \epsilon_r \mu_r - i \frac{\mu_r \sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (4.13)$$

elde edilir. Bu ifadenin gerçel ve sanal kısımları ayrıldığında

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon_r \mu_r \quad (4.14)$$

$$2n\kappa = \frac{\mu_r \sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (4.15)$$

denklemleri elde edilir.

Açısal frekans  $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda}$  şeklinde serbest uzay dalgaboyu cinsinden tanımlanır ise ve 4.5 denklemine yerine yazılırsa

$$E = \mathcal{E} e^{i\omega t - i \frac{2\pi N x}{\lambda}} \quad (4.16)$$

elde edilir.  $N$ 'in değeri de yerine yazılır ise

$$E = \mathcal{E} e^{-\frac{2\pi \kappa}{\lambda} x} e^{i\omega t - i \frac{2\pi n}{\lambda} x} \quad (4.17)$$

Bu denklemden  $\kappa$ 'nın ortamda soğurmanın bir ölçüsü olduğu sonucuna ulaşılabilir. Çünkü dalga  $\lambda/2\pi\kappa$  gibi bir yol kat ettiğinde, dalganın genliği  $1/e$  değerine düşer. Yani dalga tarafından taşınan güç hızla soğurulur.

Ortamda dalganın  $x$  mesafesini kat etmesinden dolayı oluşan faz farkı, boşluktaki  $n x$  mesafesi kadar yol almasından dolayı oluşan faz farkıyla aynıdır. Bundan dolayı  $n x$  optik kalınlık olarak belirlenir.

Denklem 4.17 düzlem-polarize düzlem dalganın x-doğrultusunda yayılımını ifade eder. Buna benzer olarak bu ifadeyi bir boyuttan üç boyuta genelleştirmek için  $(\alpha, \beta, \gamma)$  olarak tanımlanan doğrultu katsayıları kullanılır.

$$E = \epsilon e^{i\omega t - i\frac{2\pi N}{\lambda}(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \quad (4.18)$$

Dalganın yayılım doğrultusu aşağıdaki birim vektörle veriliyor olsun.

$$\mathbf{s} = \alpha \mathbf{i} + \beta \mathbf{j} + \gamma \mathbf{k} \quad (4.19)$$

Denklem 4.18'in zamana göre türevi

$$\frac{dE}{dt} = i\omega E \quad (4.20)$$

olacaktır. Yukarıdaki ifade, 2.13 ve 2.14 denklem 2.2'de yerine konulur ise

$$\begin{aligned} \nabla \times H &= \sigma E + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = i \frac{\omega N^2}{c^2 \mu} E \\ &= (\sigma + i\epsilon\omega)E = i \frac{\omega N^2}{c^2 \mu} E \end{aligned} \quad (4.21)$$

elde edilir. 4.18'in x'e göre türevi

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -i \frac{2\pi N}{\lambda} \alpha E = -i \frac{\omega N}{c} \alpha E \quad (4.22)$$

olur ve buradan

$$\frac{\partial}{\partial x} = -i \frac{\omega N}{c} \alpha \quad (4.23)$$

elde edilir ve benzer işlemlerle

$$\frac{\partial}{\partial y} = -i \frac{\omega N}{c} \beta \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -i \frac{\omega N}{c} \gamma \quad (4.25)$$

ifadelerine ulaşılır. Bilindiği gibi

$$\nabla \times H = \left( \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) \times H$$

şeklindedir ve 4.23, 4.24 ve 4.25 denklemleri yukarıdaki denklemde yerine yazılır ise

$$\nabla \times H = -i \frac{\omega N}{c} (\alpha i + \beta j + \gamma k) \times H = i \frac{\omega N^2}{c^2 \mu} E \quad (4.26)$$

sonucuna ulaşılır. Bu denklemde 4.19 denklemi kullanılır ise

$$s \times H = -i \frac{N}{c\mu} E \quad (4.27)$$

elde edilir. Benzer olarak aynı işlemler H için yapılır ise

$$\frac{N}{c\mu} (s \times E) = H \quad (4.28)$$

sonucuna da ulaşılabilir.

Açık bir şekilde görülebileceği gibi bu tip dalgalar için **E**, **H** ve **s** birbirlerine diktirler. Denklem 4.27 deki  $N/c\mu$ ,  $y$  ile tanımlanan ortamın karakteristik optik geçirgenliğidir.

Boş uzayda optik geçirgenlik

$$y = \frac{N}{c\mu} = N \frac{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{\mu_r \mu_0} = N \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \frac{1}{\mu_r}} \quad (4.29)$$

formundadır ve burada

$$\Upsilon = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (4.30)$$

olarak seçilir ise

$$y = \Upsilon N \frac{1}{\mu_r} \quad (4.31)$$

elde edilir.  $\mu = \mu_r \mu_0$  ifadesinde optik frekansta  $\mu_r = 1$  olduğundan dolayı

$$y = \Upsilon N \quad (4.32)$$

şeklini alır ve buradan

$$\mathbf{H} = y(\mathbf{s} \times \mathbf{E}) = N\Upsilon(\mathbf{s} \times \mathbf{E}) \quad (4.33)$$

yazılabilir.

Şimdiye kadar elde edilen denklemlerin yardımıyla yeni bir kavram tanımlanacaktır. Bu kavram şiddet (irradiance) ya da eski birim sisteminde yoğunluk olarak tanımlanır ve SI sisteminde birimi  $[Watt/m^2]$ 'dir.

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} Re(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \quad (4.34)$$

Eğer 4.33 denklemi bu denklemde yerine yazılır ise

$$\mathbf{I} = Re\left(\frac{1}{2} y \mathbf{E} \mathbf{E}^* \mathbf{s}\right) = \frac{1}{2} n \Upsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^* \mathbf{s} \quad (4.35)$$

elde edilir. Denklem 4.18'in eşleniği ile kendisinin çarpımı bu denklemde yerine yazılır ise

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} n \Upsilon |\mathbf{E}|^2 e^{-\frac{4\pi k}{\lambda}(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \quad (4.36)$$



olarak elde edilir. Burada  $(\alpha x + \beta y + \gamma z)$  yayılma doğrultusundaki alınan mesafeyi gösterdiğinden,  $\lambda/4\pi\kappa$  mesafesinde şiddet  $1/e I_0$  değerine düşer. Bu uzaklığın tersi soğurma katsayısı  $\alpha$  olarak tanımlanır. Buradaki  $\alpha$ , doğrultu katsayılarındaki  $\alpha$  ile karıştırılmamalıdır.

$$\alpha = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \quad (4.37)$$

Burada denklem 4.36'daki  $|E|^2 e^{-\frac{4\pi\kappa}{\lambda}(\alpha x + \beta y + \gamma z)}$  ifadesi dalganın  $(x, y, z)$  noktasındaki genliği olarak tanımlanır. Yani şiddet

$$I = \frac{1}{2} n Y (\text{genlik})^2 \Rightarrow I \propto n (\text{genlik})^2 \quad (4.38)$$

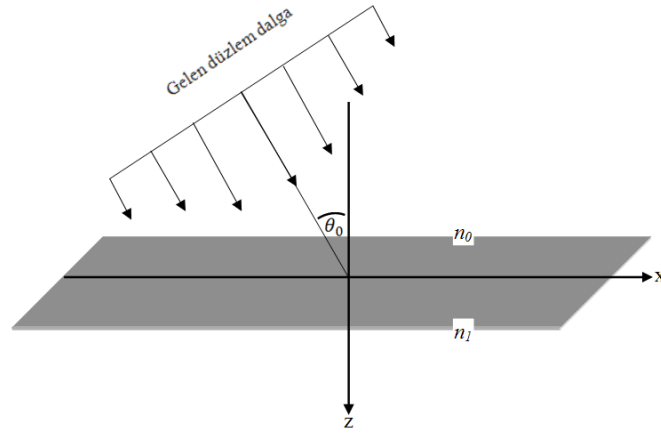
şeklinde genliğe bağlıdır.

## 4.2. Tek Bir Yüzeyden Yansım

İnce bir film topluluğunda yansım hesaplamalarına başlamadan önce olayın mantığını kavranması için tek bir yüzeyden yansım hesapları yapılacaktır. Öncelikle olayı basit bir yapıya indirgeyebilmek adına ortamın soğurmasız ( $\kappa = 0$ ) olduğu varsayımı yapılacaktır.

Şekil 4.1’de belli bir açıyla gelen dalganın bir kısmı ara yüzeyden yansıtacak ve bir kısmı ise geçecektir.  $z=0$  da E ve H’nin tanjantsal bileşenleri yani bunların sınır doğrultusundaki bileşenleri süreklidir.

Buradaki düzlem-polarize düzlem harmonik dalga formu genlik ve faz terimlerinden oluşur. Genlik terimi  $x, y$  ve  $r$ ’den bağımsızdır. Denklem 4.19 ile verilen doğrultman kosinüsleri yansıyan dalga için  $(\alpha_r, \beta_r, \gamma_r)$  ve geçen dalga için  $(\alpha_t, \beta_t, \gamma_t)$  şeklinde tanımlanır ise faz faktörü aşağıdaki formda yazılabilir.



Şekil 4.1. Basit bir ara kesitten yansım

Gelen dalga;

$$e^{i\{\omega_i t - (2\pi n_0 / \lambda_i)[x \sin(\theta_0) + z \cos(\theta_0)]\}} \quad (4.39)$$

Yansıyan dalga;

$$e^{i\{\omega_r t - (2\pi n_0/\lambda_i)[\alpha_r x + \beta_r y + \gamma_r z]\}} \quad (4.40)$$

Geçen dalga;

$$e^{i\{\omega_t t - (2\pi n_1/\lambda_t)[\alpha_t x + \beta_t y + \gamma_t z]\}} \quad (4.41)$$

Yukarıdaki denklemlerde faz faktörlerinin sınır koşullarını sağlaması için  $x, y, t$  ve  $z=0$ 'ın katsayıları ayrı ayrı birbirlerine eşit olması gerekir yani

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t \quad (4.42)$$

Olmalıdır ve bunun anlamı yansıma ve kırılımda frekans ve dalga boyunda herhangi bir değişim olmayacağıdır.

$$\lambda_i = \lambda_r = \lambda_t \quad (4.43)$$

sonucuna ulaşılır. Buradan

$$0 = n_0 \beta_r = n_1 \beta_t \quad (4.42)$$

olacaktır ve bunun anlamı yansıyan ve kırılan veya geçen ışınların doğrultularının gelen dalga düzleminde olacağıdır. Yani yansıyan ve kırılan dalgaların doğrultman kosinüsleri aşağıdaki formdadır.

$$\alpha = \sin \vartheta \quad \gamma = \cos \vartheta \quad (4.43)$$

yukarıdaki ifalde de  $\alpha$  ve  $\gamma$ 'nin karesi alınıp toplanır ise

$$\alpha^2 + \gamma^2 = \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta = 1$$

$$\alpha_r^2 + \gamma_r^2 = 1 \quad \text{ve} \quad \alpha_t^2 + \gamma_t^2 = 1 \quad (4.44)$$

sonucu elde edilir.

Ayrıca

$$n_0 \sin \vartheta_0 = n_0 \alpha_r = n_1 \alpha_t \quad (4.45)$$

ve gelen dalgayla yansıyan dalgaların açıları eşit olacağından

$$n_0 \sin \vartheta_0 = n_1 \sin \vartheta_t \quad (4.46)$$

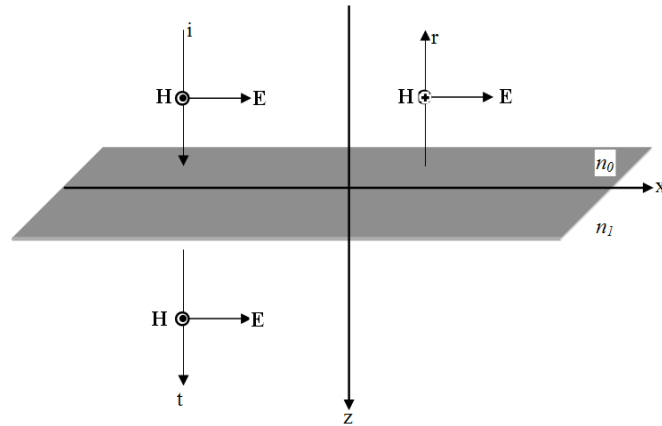
burada  $\vartheta_t$  ikinci ortamın açısı olduğundan yerine  $\vartheta_1$  kullanılabilir.

$$n_0 \sin \vartheta_0 = n_1 \sin \vartheta_1 \quad (4.47)$$

Yukarıdaki ifadeye dikkat edildiğinde ise bu denklemin Snell Bağıntısı olduğu kolayca görülür.

#### 4.2.1. Dalganın yüzeye dik gelmesi durumu

Şimdi işlemleri biraz daha kolaylaştırmak için düzlem-polarize düzlem harmonik dalganın düzleme dik geldiği yani  $\vartheta_0 = 0$  olduğu durum incelenecektir.



**Şekil 4.2.** Basit bir ara kesite dik gelen dalganın yansıması ve kırınımı

Şekil 4.2’da koyu gösterilen kısım x-y düzlemi olan arakesit yüzeyidir. Dalga doğrultusunda ilerlemektedir. Ayrıca  $\mathbf{E}$ ,  $+x$  doğrultusunda ve  $\mathbf{H}$ ,  $+y$

eksenindedir. Ancak gelen, yansıyan ve kırılan dalgaları göz önünde bulundurarak burada  $\mathbf{E}$  ve  $\mathbf{H}$ 'nin bütün durumları tanımlanmalıdır. Gelen dalgalar için daha önce belirlendiğinden. Yansıyan dalgalar için  $\mathbf{E}$ , yine  $+x$  doğrultusunda  $\mathbf{H}$ ,  $-y$  doğrultusunda olacaktır. Geçen dalgalarda yine  $\mathbf{E}$ ,  $+x$  doğrultusunda ve  $\mathbf{H}$ ,  $+y$  doğrultusunda olacaktır.

Burada faz farkını da belirlemek gereklidir. Çünkü aynı yönde giden dalgadaki faz farkı önemliyken, zıt yönde giden dalgaların faz farkının bir anlamı yoktur. Aynı yönde ilerleyen ve frekansları aynı olan dalgaların faz farkı  $\pm 4\pi ns/\lambda$ 'dır [15] burada  $s$  yayılım doğrultusundaki iki dalga arasındaki mesafedir. Sonuç olarak,

Elektrik alan vektörü sınır boyunca süreklidir.

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_t \quad (4.48)$$

Manyetik alan vektörü de sınır boyunca süreklidir.

$$\mathcal{H}_i - \mathcal{H}_r = \mathcal{H}_t \quad (4.49)$$

Denklem 4.49 da eksi işaretinin kullanılmasını sebebi yansıyan dalganın manyetik bileşenin ters yönde olmasıdır.

Karakteristik geçirgenlik ifadesinden dolayı, denklem 4.33 kullanılarak 4.49 aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$y_0 \mathcal{E}_i - y_0 \mathcal{E}_r = y_1 \mathcal{E}_t \quad (4.50)$$

Denklem 4.48, 4.50'de  $\mathcal{E}_t$  yok edecek şekilde yazılır ise

$$y_0 \mathcal{E}_i - y_0 \mathcal{E}_r = y_1 (\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r) \quad (4.51)$$

ve buradan

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} \quad (4.52)$$

Sonucuna ulaşılır. Burada karmaşık kırılma indisi  $N$  sadece  $n$ 'e eşit ise yani soğurma yoksa 4.32 yardımıyla

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \quad (4.53)$$

Elde edilir ve benzer şekilde  $\mathcal{E}_t$  için aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i} = \frac{2y_0}{y_0 + y_1} = \frac{2n_0}{n_0 + n_1} \quad (4.54)$$

Denklem 4.53 genlik yansıma katsayısı ve 4.54 genlik iletim katsayısı olarak isimlendirilir ve sırasıyla  $\rho$  ve  $\tau$  olarak simgelenirler.

$$\rho = \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \quad (4.55)$$

$$\tau = \frac{2y_0}{y_0 + y_1} = \frac{2n_0}{n_0 + n_1} \quad (4.56)$$

Bu iki nicelik,  $y$  gerçel olduğu müddetçe gerçeldir.  $\tau$  her zaman pozitiftir çünkü sınırda gelen dalgayla geçen dalga arasında faz farkı yoktur. Ancak  $\rho$  gelen ile yansıyan dalğanın durumuna bağlı olarak ya pozitif ya da negatif değer alabilir. Eğer  $n_0 > n_1$  ise gelen ve yansıyan dalgalar arasında faz farkı olmayacaktır ama  $n_1 > n_0$  ise  $\pi$  kadar bir faz farkı olacağından  $\rho$  negatif değer alacaktır.

Sınır yüzeyin kalınlığı sıfır olarak kabul edildiği için herhangi bir enerji alış-verişi olmayacaktır. Bu yüzden Poynting vektörü sınırda sürekli olacaktır. Net şiddet [15]

$$\begin{aligned} \text{net } I &= \text{Re} \left[ \frac{1}{2} (\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r)(y_0 \mathcal{E}_i - y_0 \mathcal{E}_r)^* \right] \\ &= \text{Re} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}_i (y_1 \mathcal{E}_i)^* \right] \end{aligned} \quad (4.57)$$

olacaktır. Denklem 4.34, 4.48 ve 4.49 kullanılarak net şiddet

$$net I = \frac{1}{2}y_0\mathcal{E}_i\mathcal{E}_i^*(1 - \rho^2) = \frac{1}{2}y_0\mathcal{E}_i\mathcal{E}_i^*\left(\frac{y_1}{y_0}\right)\tau^2 \quad (4.58)$$

Buradan sırasıyla gelen, yansıyan ve geçen şiddet

$$I_i = \frac{1}{2}y_0\mathcal{E}_i\mathcal{E}_i^* \quad (4.59)$$

$$I_r = \rho^2 I_i = \frac{1}{2}\rho^2 y_0\mathcal{E}_i\mathcal{E}_i^* \quad (4.60)$$

$$I_t = \frac{y_1}{y_0}\tau^2 I_i = \frac{1}{2}\tau^2 y_0\mathcal{E}_i\mathcal{E}_i^* \quad (4.61)$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki denklemler yardımıyla; yansıtıcılık R, yansıyan şiddetin gelen şiddete oranı ve T, geçen şiddetin gelen şiddete oranı olarak tanımlanır.

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \rho^2 = \left(\frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1}\right)^2 = \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}\right)^2 \quad (4.62)$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{y_1}{y_0}\tau^2 = \left(\frac{2y_0}{y_0 + y_1}\right)^2 = \left(\frac{2n_0}{n_0 + n_1}\right)^2 \quad (4.63)$$

Denklemler 4.58'de denklemler 4.62 ve 4.63 kullanılır ise

$$1 - R = T \quad (4.64)$$

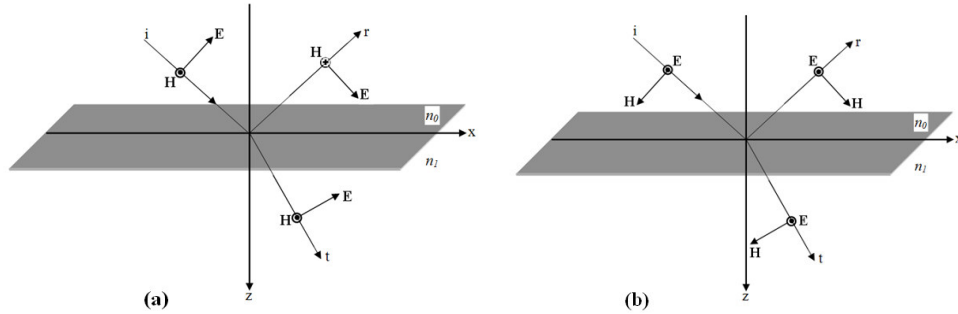
Denklemlerden 4.64'den, soğurmanın olmadığı ortamlarda geçen şiddetin gelen ve yansıyan şiddetlerin farkına eşit olduğu sonucuna ulaşılır.

### 4.2.2. Dalganın yüzeye belli bir açıyla gelmesi durumu

Burada gelen düzlem-polarize düzlem dalganın düzlem normaliyle belli bir açı yapacak şekilde gelmesi durumu incelenecektir. Burada hala ortamın soğurmasız olduğu varsayımı yapılacaktır.

Gelen dalganın yüzeye dik olması durumuna kıyasla belli bir açıyla geldiği durumda yansıyan ve geçen vektör genliği ifadeleri biraz daha karmaşıklaşacaktır.

Bu karmaşıklığı önlemek için iki durum göz önünde bulundurulacaktır. Birincisi elektrik alan vektörü, gelen dalganın düzlemi (xy-düzlemi) içinde olması durumudur. Bu durum özel bir isimle anılır; p-polarizasyonu veya TM (ters manyetik) polarizasyonu. İkinci durum da ise elektrik alan vektörü gelen dalganın düzlemine diktir. Bu durumun özel ismi ise s-polarizasyonu veya TE polarizasyonu. Burada kullanılan p ve s harfleri sırasıyla Almancadaki paralel (paralel) ve senkrecht (dik) kelimelerinin baş harfleridir. Burada yapılan kabuller Şekil 4.3a'da p-polarizasyon ve Şekil 4.3b'de s-polarizasyon için gösterilmiştir.



**Şekil 4.3.** a) TM (p-polarize) dalgalar için yön kabulleri. b) TE (s-polarize) dalgalar için yön kabulleri.

Bu iki durumu daha detaylı incelenirse [15];

a) p-polarize elektromanyetik dalga:

i) Elektrik alanın sınıra paralel bileşeni varsa sınırda süreklidir. Elektrik alanın sınıra paralel bileşenlerinden

$$\epsilon_i \cos \vartheta_0 + \epsilon_r \cos \vartheta_0 = \epsilon_t \cos \vartheta_1 \quad (4.65)$$



ii) Manyetik alan ise sınıra paralel olduğundan sınırdaki süreklilik olacaktır. Denklem 4.49, 4.32 ve 4.33 yardımıyla

$$y_0 \mathcal{E}_i - y_0 \mathcal{E}_r = y_1 \mathcal{E}_t \quad (4.66)$$

elde edilir. Denklem 4.65 ve 4.66 yardımıyla

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{y_0 \cos \vartheta_1 - y_1 \cos \vartheta_0}{y_0 \cos \vartheta_1 + y_1 \cos \vartheta_0} \quad (4.67)$$

$$\frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i} = \frac{2y_0 \cos \vartheta_0}{y_0 \cos \vartheta_1 + y_1 \cos \vartheta_0} \quad (4.68)$$

Sonuçları elde edilir ve bunlar yardımıyla R ve T bulunur.

$$R = \left( \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} \right)^2 \quad (4.69)$$

$$T = \left( \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i} \right)^2 \quad (4.70)$$

Ancak 4.69 ve 4.70 ifadeleri hesaplandığında  $R + T \neq 1$  elde edilecektir. Çünkü  $R + T = 1$  bağıntısı dik gelen dalgalarda şiddetten faydalanılarak elde edilmişti ve burada geçen kesir açısal değişime uğramıyordu. Bu nedenle bu açı değişimlerinin de hesaplamalara katılması gerekir. Burada sadece sınıra paralel bileşenler (tanjantsal bileşenler) önem taşıdığından bunlar üzerinde durulacaktır ve bunlar özel simgelerle temsil edilecektir.

$$E_i = \mathcal{E}_i \cos \vartheta_0 \quad ; \quad E_r = \mathcal{E}_r \cos \vartheta_0 \quad ; \quad E_t = \mathcal{E}_t \cos \vartheta_1 \quad (4.71)$$

$$H_i = y_0 \mathcal{E}_i = \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} E_i \quad ;$$

$$H_r = \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} E_r \quad ; \quad H_t = \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} E_t \quad (4.72)$$

Denklem 4.71 ve 4.72 göz önünde bulundurularak 4.65 ve 4.66 denklemleri yeniden düzenlenir ise sırasıyla;

i) Elektrik alanın sınıra paralel bileşenlerinden

$$E_i + E_r = E_t \quad (4.73)$$

ii) Manyetik alanın sınıra paralel bileşenlerinden

$$\frac{y_0}{\cos \vartheta_0} E_i - \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} E_r = \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} E_t \quad (4.74)$$

sonuçlarına ulaşılır. Buradan yansımaya ve iletim katsayıları ve bunların yardımıyla da yansımaya ve geçirgenlik ifadeleri yeniden düzenlenir ise

$$\rho_p = \frac{E_r}{E_i} = \left( \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} - \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right) / \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} + \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right) \right) \quad (4.75)$$

$$\tau_p = \frac{E_t}{E_i} = \left( \left( \frac{2y_0}{\cos \vartheta_0} \right) / \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} + \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right) \right) \quad (4.76)$$

$$R_p = \left[ \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} - \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right) / \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} + \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right) \right]^2 \quad (4.77)$$

$$T_p = \left( \frac{4y_0y_1}{\cos \vartheta_0 \cos \vartheta_1} \right) / \left( \frac{y_0}{\cos \vartheta_0} + \frac{y_1}{\cos \vartheta_1} \right)^2 \quad (4.78)$$

Denklem 4.77 ve 4.78'deki ifadeler hesaplandığında ise  $R + T = 1$  koşulunun yapılan düzenlemeler sayesinde geçerliliğini koruduğu görülür.

b) s-polarize elektromanyetik dalga:

s-polarizasyonda, p-polarizasyondan farklı olarak elektrik alanı sınıra paralel ve manyetik alanının da sınıra paralel bileşeni vardır.

$$E_i = \mathcal{E}_i \quad ; \quad E_r = \mathcal{E}_r \quad ; \quad E_t = \mathcal{E}_t \quad (4.79)$$

$$H_i = \mathcal{H}_i \cos \vartheta_0 = y_0 \cos \vartheta_0 E_i \quad ;$$

$$\begin{aligned}
H_r &= \mathcal{H}_r \cos \vartheta_0 = y_0 \cos \vartheta_0 E_r ; \\
H_t &= \mathcal{H}_t \cos \vartheta_1 = y_1 \cos \vartheta_1 E_t
\end{aligned} \tag{4.80}$$

Denklem 4.79 ve 4.80 yardımıyla da aşağıdaki sonuçlara ulaşılır.

$$\rho_s = \frac{E_r}{E_i} = ((y_0 \cos \vartheta_0 - y_1 \cos \vartheta_1)/(y_0 \cos \vartheta_0 + y_1 \cos \vartheta_1)) \tag{4.81}$$

$$\tau_s = \frac{E_t}{E_i} = ((2y_0 \cos \vartheta_0)/(y_0 \cos \vartheta_0 + y_1 \cos \vartheta_1)) \tag{4.82}$$

$$R_s = [(y_0 \cos \vartheta_0 - y_1 \cos \vartheta_1)/(y_0 \cos \vartheta_0 + y_1 \cos \vartheta_1)]^2 \tag{4.83}$$

$$T_s = (4y_0 y_1 \cos \vartheta_0 \cos \vartheta_1)/(y_0 \cos \vartheta_0 + y_1 \cos \vartheta_1)^2 \tag{4.84}$$

Burada da  $R + T = 1$  koşul hala geçerlidir.

#### 4.2.3. Belli bir açıyla yüzeye gelen dalga için optik geçirgenlik

Daha önce elde edilen 4.33 bağıntısı E ile H arasındaki ilişkiyi gösteriyordu. Ancak işlemlerin içine p-polarizasyon ve s-polarizasyon gibi ifadelerin girmesiyle işlemler karmaşıklaşacaktır. Bu karmaşıklığı biraz olsun azaltmak adına  $\eta$  ile simgelenen ve E ile H'nin sınıra paralel bileşenleri arasında bağ kuracak bir terim eklenecektir. Bu terim eğimli optik geçirgenlik olarak isimlendirilir.

$$\eta = \frac{H}{E} \tag{4.85}$$

Bu terim dalganın yüzeye dik açıyla ( $\vartheta_0 = 0$ ) gelmesi durumunda (soğurmasız ortamda)

$$\eta = y = nY \tag{4.86}$$

olurken belli bir açıyla gelmesi durumunda ise

$$\eta_p = \frac{y}{\cos \vartheta} = \frac{nY}{\cos \vartheta} \quad (4.87)$$

$$\eta_s = y \cos \vartheta = nY \cos \vartheta \quad (4.88)$$

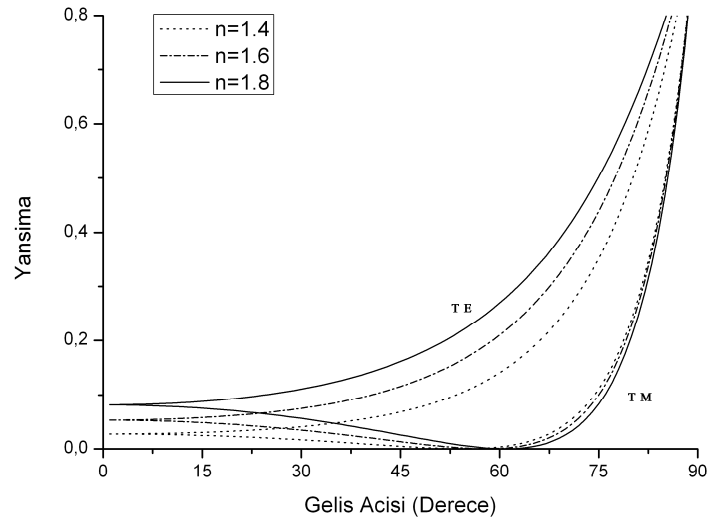
Gerekli düzenlemeler yapıldığında 4.87 ve 4.88 yardımıyla  $\vartheta_0 \neq 0$  durumu için  $\rho$ ,  $\tau$ , R ve T ifadeleri elde edilir.

$$\rho = \left( \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \right) \quad (4.89)$$

$$\tau = \left( \frac{2\eta_0}{\eta_0 + \eta_1} \right) \quad (4.90)$$

$$R = \left( \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \right)^2 \quad (4.91)$$

$$R = \frac{2\eta_0\eta_1}{(\eta_0 + \eta_1)^2} \quad (4.92)$$



Şekil 4.4. Değişik kırılma indisi değerleri için yansima-geliş açısı grafiği

Bu ifadeler değişik ortamlar arasındaki basit sınırlardan farklı yansımaları incelemek için kullanılabilir. Örneğin Şekil 4.4 geliş açısının değişimine göre yansımadaki değişimi göstermektedir. Şekil 4.4'den görüldüğü gibi soğurmasız ortamda p-polarizasyonda yansıma belli bir açı değerinde sıfıra düşer. Bu açıyla gelen dalganın yansımaları sıfır olacağından 4.77 ile verilen bağıntıdan

$$\tan \vartheta_0 = n_1/n_0 \quad (4.92)$$

elde edilir ve buradaki  $\vartheta_0$  açısı Brewster açısı olarak isimlendirilir. Brewster açısının önemi, bir elektromanyetik dalga bu açıyla yansıtıldığında bu dalganın TM polarizasyonlu ve lineer polarizedir.

### 4.3. Soğurmalı Ortamlar

#### 4.3.1. Soğurmalı bir ortama dalganın dik gelmesi durumu

Eğer ortamda soğurma varsa 4.12 ve 4.32 denklemleri yeniden düzenlenir

$$N_0 = n_0 - ik_0 \quad (4.93)$$

$$N_1 = n_1 - ik_1 \quad (4.94)$$

$$y_0 = N_0 Y = (n_0 - ik_0) Y \quad (4.95)$$

$$y_1 = N_1 Y = (n_1 - ik_1) Y \quad (4.96)$$

Sınır koşulları ise

- a) Elektrik alan vektörü sınır boyunca süreklidir.

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_t \quad (4.97)$$

- b) Manyetik alan vektörü sınır boyunca süreklidir.

$$y_0 \mathcal{E}_i + y_0 \mathcal{E}_r = y_1 \mathcal{E}_t \quad (4.98)$$

Bunlar yardımıyla soğurmalı durum için genlik yansıma ve iletim katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho = \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} = \frac{(n_0 - ik_0)Y - (n_1 - ik_1)Y}{(n_0 - ik_0)Y + (n_1 - ik_1)Y} = \frac{(n_0 - n_1) - i(k_0 - k_1)}{(n_0 + n_1) - i(k_0 + k_1)} \quad (4.99)$$

$$\tau = \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i} = \frac{2y_0}{y_0 + y_1} = \frac{2(n_0 - ik_0)Y}{(n_0 - ik_0)Y + (n_1 - ik_1)Y} = \frac{2(n_0 - n_1)}{(n_0 + n_1) - i(k_0 + k_1)} \quad (4.100)$$

Yukarıdaki iki denklem yansıma ve iletme genelleştirilmeye çalışıldığında karmaşıklıklar baş gösterir. Soğurmasız ortamda her bir ortamın sınırındaki Poynting vektörü hesaplanıp eşitlenir ise iki sonuç elde edilir.

Gelen ortamdaki elektrik ve manyetik alan sırasıyla;

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_i(1 + \rho) \quad (4.101)$$

$$\mathcal{H}_i + \mathcal{H}_r = y_0(1 - \rho)\mathcal{E}_i \quad (4.102)$$

olacaktır. İkinci ortamda elektrik alan  $\tau\mathcal{E}_i$  ve manyetik alan  $y_1\tau\mathcal{E}_i$ 'dir. Sınırın iki tarafındaki şiddet (yani 0 ve 1 ortamlarındaki)

$$I_0 = Re \left\{ \frac{1}{2} [\mathcal{E}_i(1 + \rho)] [y_0^*(1 - \rho^*)\mathcal{E}_i^*] \right\} \quad (4.103)$$

$$I_1 = Re \left\{ \frac{1}{2} \tau \mathcal{E}_i [y_1^* \tau^* \mathcal{E}_i^*] \right\} \quad (4.104)$$

olur ve bu iki denklem eşitlenirse

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} Re(y_0^*) \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* - \frac{1}{2} Re(y_0^*) \rho \rho^* \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* \\ & + \frac{1}{2} Re[y_0^*(\rho - \rho^*)] \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* = \frac{1}{2} Re(y_1) \tau \tau^* \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* \end{aligned} \quad (4.105)$$

formunu alacaktır. Burada

$$I_i = \frac{1}{2} y_0 \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* \quad (4.106)$$

ifadesi kullanılır ise 4.105 aşağıdaki formu alır.

$$I_i - RI_i + \frac{1}{2} Re[y_0^*(\rho - \rho^*)] \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* = \frac{1}{2} I_i \quad (4.107)$$

şeklinde basitleşecektir. Burada  $(\rho - \rho^*)$  ifadesi sanaldır. Bunların yardımıyla şu iki sonuç çıkarılabilir. Birincisi  $y_0$  gerçel ise 4.107 denkleminin üçüncü terimi sıfır olur. Bu durumda diğer terimler gelen, yansıyan ve iletilen şiddeti ifade ederler. İkinci durumda ise  $y_0$  karmaşık ise  $y_0$ 'ın sanal kısmı ile  $(\rho - \rho^*)$ 'ın imajiner kısımlarının birleşimi gerçel olacağından,  $R + T \neq 1$  olduğu durum ortaya çıkar. Yani gelen şiddetin yansıyan ve iletilen şiddete bölünmesi yaklaşımı yanlıştır. Ancak genlik katsayıları için elde edilen ifadeler hala doğrudur. Bu durum Berning [16] tarafından açıklanmıştır. Burada ince filmler incelendiği için genellikle gelen ortam soğurmasız olarak kabul edilir.

$$R = \left( \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} \right) \left( \frac{y_0 - y_1}{y_0 + y_1} \right)^* \quad (4.108)$$

$$T = \left( \frac{4y_0 Re(y_1)}{(y_0 + y_1)(y_0 + y_1)^*} \right) \quad (4.109)$$

Burada  $y_0$  gelen ortamda soğurma olmadığı için gerçeldir. Gelen şiddetin [15] aşağıdaki gibi verilir.

$$I_{gelen} = \frac{1}{2} Re(y_0) \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i^* \quad (4.110)$$

Buradan iletim

$$T = \frac{\frac{1}{2}Re(y_1)\epsilon_t\epsilon_t^*}{\frac{1}{2}Re(y_0)\epsilon_i\epsilon_i^*} \quad (4.111)$$

olur. Bu durum 4.107 ile tamamen uyumludur.

$$T = 1 - \rho\rho^* + \frac{Re[y_0^*(\rho-\rho^*)]}{Re(y_0)} \quad (4.112)$$

Denklem 4.112'de  $\epsilon_t = \frac{2y_0}{y_0+y_1}\epsilon_i$  ifadesi kullanılır ise

$$T = \frac{4y_0y_0^*Re[y_1]}{Re(y_0)[(y_0+y_1)(y_0+y_1)^*]} \quad (4.113)$$

elde edilir. Ancak ortamda soğurma varsa ve yüzeyin geçirgenliği  $Y$  olan bir dielektrikle kaplandığı varsayılırsa

$$T = \frac{4y_0y_0^*Re[Y]}{Re(y_0)[(y_0+Y)(y_0+Y)^*]} \quad (4.114)$$

Formunu alır. Burada  $Y = \alpha + i\beta$  alınır ise

$$T = \frac{4\alpha(n_0^2+k_0^2)}{n_0[(n_0+\alpha)^2+(k_0-\beta)^2]} \quad (4.115)$$

Olur ve ancak  $Y = \alpha + i\beta = n_0 + ik_0 = (n_0 - ik_0)^*$  olduğu zaman  $T$  maksimum olur.

$$T = \left(1 - \frac{k_0^2}{n_0^2}\right) \quad (4.116)$$

Yukarıdaki ifadenin birimden büyük çıkması hata değildir, tanımlamadan kaynaklanmaktadır. Şiddet, elektromanyetik dalga bir dalga boyu kadar yol kat ettiğinde değerinin  $4\pi k_0$  katı kadar azalır. Kaplama  $n_0 - ik_0$  olacak şekilde tasarlanır ise  $T = 1$  olur.

Bir dielektrik kaplama,  $y_1$  olan geçirgenliği  $y_0^*$ 'a dönüştürür. Ters çevrildiğinde ise  $y_0$ 'ı  $y_1^*$ 'a çevirir. Bu da iletimin iki doğrultuda aynı olmasını sağlar.



### 4.3.2. Soğurmalı bir ortama dalganın belli bir açıyla gelmesi durumu

Burada asıl amaç daha önce soğurmasız ortam için elde edilen bağıntıların soğurmalı ortamda nasıl bir forma dönüşeceklerini araştırmaktır. Ancak burada hesaplamaların p ve s-polarize dalgalar için yapılması gerekmektedir.

p-polarize dalgalar için; H daha önce seçildiği gibi yine sınıra paralel ve y doğrultusundadır (Yani  $\mathbf{H} = H_y \mathbf{j}$ ) . E'ninde sınıra paralel bileşeni vardır ve  $\mathbf{E} = E_y \mathbf{i}$ 'dir. Denklem 4.18 yardımıyla elde edilen 4.21 denkleminde  $\nabla \times \mathbf{H}$ 'in x doğrultusundaki bileşenleri alınır ise

$$\mathbf{i} \frac{2\pi N}{\lambda} \gamma H_y = \mathbf{i} \frac{\omega N^2}{c^2 \mu} E_x \quad (4.117)$$

elde edilir ve buradan

$$\eta_p = \frac{H_y}{E_x} = \frac{\omega N \lambda}{2\pi c^2 \mu \gamma} = \frac{N}{c \mu \gamma} = \frac{N \gamma}{\gamma} = \frac{y}{\gamma} \quad (4.118)$$

tanımlaması yapılabilir.

s-polarize dalgalar için; bu sefer

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (4.119)$$

ifadesi kullanılacaktır. Ancak burada E, y doğrultusunda olduğundan

$$\eta_s = \frac{H_x}{E_y} = N \gamma = y \gamma \quad (4.120)$$

Elde edilecektir.  $\gamma$  daha önce  $\cos \vartheta$  olarak tanımlandığından, p ve s-polarize dalgalar için

$$\eta_p = y / \cos \vartheta \quad (4.121)$$

$$\eta_s = y \cos \vartheta \quad (4.122)$$

olacaktır. Böylece genlik yansıma ve iletim katsayıları

$$\rho = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \quad (4.123)$$

$$\tau = \frac{2n_0}{n_0 + n_1} \quad (4.124)$$

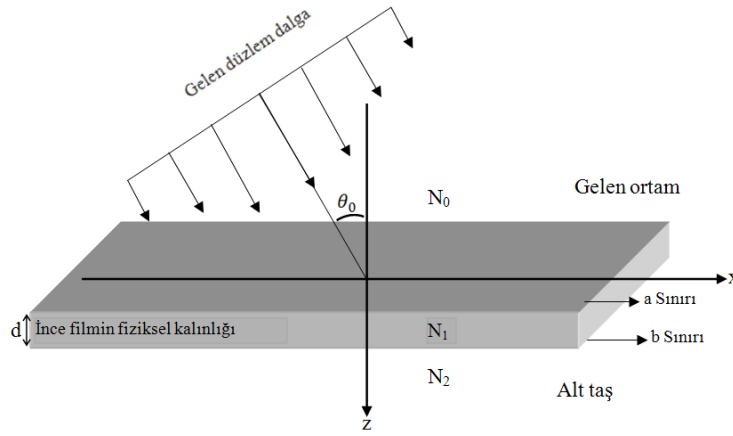
$$R = \left( \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right) \left( \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^* \quad (4.125)$$

$$T = \frac{4n_0 \operatorname{Re}(n_1)}{(n_0 + n_1)(n_0 + n_1)^*} \quad (4.126)$$

Dikkat edilecek olursa yukarıdaki soğurmalı ortam için elde edilen ifadeler ile daha önce soğurmasız ortam için elde edilen ifadelerle aynıdır.

#### 4.4. İnce Filmlerde Yansımaya

İnce filmler için daha önceki bölümlerde yapılan analizlerin genişletilmesi gerekir. Çok katmanlı bir yapıda art arda yansımaya ve iletim olayları tekrarlanacağı için bu ifadelerin toplamı yardımıyla ince filmlerin özellikleri belirlenebilir. Burada ince filmde kasıt yansıyan dalgalarındaki yol farkı (faz farkı), ışığın dalga boyundan küçük olduğunda yansıyan demetteki girişim etkilerinin gözlenebildiği yapılarıdır.



Şekil 4.5. İnce filme gelen düzlem dalga

Başlangıç olarak Şekil 4.5’da gösterildiği gibi gelen dalga, ince film ve alt taştan oluşan basit bir sistem incelenecektir. Burada yeni bir notasyon kullanılacaktır. Gelen dalga doğrultusu ‘+’ (pozitif-gidiş) ve buna zıt doğrultu ‘-’ (negatif-gidiş) olarak seçilecektir. Ayrıca ince filmle alt taş arasındaki sınır b, ve ince filmle gelen ortam arasındaki sınır a ile ifade edilecektir. Burada elektrik ve manyetik alanın sınırdaki tanjant sal bileşenleri göz önünde bulundurulacaktır. Alttaş içinde negatif-giden yoktur. Filmin içinde pozitif ve negatif gidenlerin ayrı ayrı toplamları sırasıyla sonuç pozitif giden ve sonuç negatif giden olarak isimlendirilecektir. b ara yüzeyinde E ve H’nin tanjant sal bileşenleri

$$E_b = E_{1b}^+ + E_{1b}^- \quad (4.127)$$

$$H_b = \eta_1 E_{1b}^+ - \eta_1 E_{1b}^- \quad (4.128)$$

şeklindedir. Burada  $E_b$  ve  $H_b$  sonuç alanları gösterirken genel faz farkı göz ardı edilmiştir. Böylece

$$E_{1b}^+ = \frac{1}{2} \left( \frac{H_b}{\eta_1} + E_b \right) \quad (4.129)$$

$$E_{1b}^- = \frac{1}{2} \left( -\frac{H_b}{\eta_1} + E_b \right) \quad (4.130)$$

$$H_{1b}^+ = \eta_1 E_{1b}^+ = \frac{1}{2} (H_b + \eta_1 E_b) \quad (4.131)$$

$$H_{1b}^- = -\eta_1 E_{1b}^- = \frac{1}{2} (H_b - \eta_1 E_b) \quad (4.132)$$

a yüzeyindeki alanlar, aynı anda aynı x ve y koordinatlarında z'nin 0'dan -d'ye kaymasını sağlayacak şekilde faz faktörleri değiştirilerek bulunabilir. Pozitif-giden dalgaların faz faktörü  $e^{i\delta}$  ile çarpılır ve buradan

$$\delta = 2\pi N_1 d \cos \vartheta_1 / \lambda \quad (4.133)$$

olur ve  $\vartheta_1$  karmaşık olabilir. Negatif-giden dalgaların faz faktörleri ise  $e^{-i\delta}$  ile çarpılır. Bu yaklaşımlar sadece ince filmler için geçerlidir. Bunlar yardımıyla a sınırındaki E ve H alanları 4.129-4.132 denklemleri kullanılarak

$$E_{1a}^+ = E_{1b}^+ e^{i\delta} = \frac{1}{2} \left( \frac{H_b}{\eta_1} + E_b \right) e^{i\delta} \quad (4.134)$$

$$E_{1a}^- = E_{1b}^- e^{-i\delta} = \frac{1}{2} \left( -\frac{H_b}{\eta_1} + E_b \right) e^{-i\delta} \quad (4.135)$$

$$H_{1a}^+ = H_{1b}^+ e^{i\delta} = \frac{1}{2} (H_b + \eta_1 E_b) e^{i\delta} \quad (4.136)$$

$$H_{1b}^- = H_{1b}^- e^{-i\delta} = \frac{1}{2}(H_b - \eta_1 E_b) e^{-i\delta} \quad (4.137)$$

elde edilir. Böylece

$$\begin{aligned} E_a &= E_{1a}^+ + E_{1a}^- = E_b \left( \frac{e^{i\delta} + e^{-i\delta}}{2} \right) + H_b \left( \frac{e^{i\delta} - e^{-i\delta}}{2\eta_1} \right) \\ &= E_b \cos \delta + H_b \frac{i \sin \delta}{2\eta_1} \end{aligned} \quad (4.138)$$

$$\begin{aligned} H_a &= H_{1a}^+ + H_{1a}^- = E_b \eta_1 \left( \frac{e^{i\delta} - e^{-i\delta}}{2} \right) + H_b \left( \frac{e^{i\delta} + e^{-i\delta}}{2\eta_1} \right) \\ &= E_b i \eta_1 \sin \delta + H_b \cos \delta \end{aligned} \quad (4.139)$$

sonuçları elde edilir. Bunlar matris formunda yazılır ise

$$\begin{bmatrix} E_a \\ H_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & (i \sin \delta) / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_b \\ H_b \end{bmatrix} \quad (4.140)$$

Şeklinde bir matris elde edilir. Elde edilen bu sonuç (E ve H sınırlarda sürekli olduğundan ve alt taştta sadece bir tane pozitif-giden olduğundan) a sınırında gelen dalgadaki E ve H'nin tanjantsal bileşenleri ile son sınırdaki (yani b) E ve H'nin tanjantsal bileşenleri arasında bağ kurar.

Burada denklem 4.140'ın sağ tarafındaki  $2 \times 2$ 'lik matris ince filmin karakteristik matrisi olarak isimlendirilir. Denklem 4.85'e benzer olarak yukarıdaki durum için bir ince film topluluğunun giriş optik geçirgenliği

$$Y = H_a / E_a \quad (4.141)$$

İle tanımlanabilir. Bunun yardımıyla gelen ortamın geçirgenliği  $\eta_0$  ile geçirgenliği Y olan ortamlar arasındaki sınırın yansıtıcılığı

$$\rho = \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \quad (4.142)$$

$$R = \left( \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right) \left( \frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right)^* \quad (4.143)$$

olarak elde edilir. Denklem 4.140,  $E_b$  ile bölünerek normalize edilir ise

$$\begin{bmatrix} E_a/E_b \\ H_a/E_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & (i \sin \delta)/\eta_1 \\ i\eta_1 \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (4.144)$$

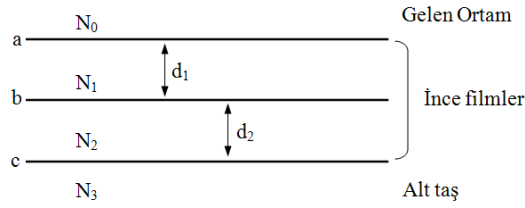
Denklem 4.141 ve 4.144 yardımıyla

$$Y = \frac{H_a}{E_a} = \frac{C}{B} = \frac{\eta_2 \cos \delta - i\eta_1 \sin \delta}{\cos \delta + i(\eta_1/\eta_2) \sin \delta} \quad (4.145)$$

Sonuç olarak 4.143 ve 4.145 ifadeleri yardımıyla yansıma kolaylıkla hesaplanabilir. Burada  $\frac{B}{C}$  ifadesi ince film topluluğunun karakteristik matrisi olarak tanımlanır.

#### 4.5. İnce Film Topluluğunda Yansımalar

Önceki bölümde bir tabaka için yapılan hesaplamalar bu bölümde çok katmanlı yapılar için genelleştirilecektir. Örneğin Şekil 4.5'deki yapıya yeni bir ince film eklenip Şekil 4.6'deki gibi bir sistem elde edilebilir. Burada yeni eklenen filmin sınırı c olarak isimlendirilir ise topluluğun karakteristik matrisi aşağıdaki gibi olur.



Şekil 4.6. Alt taşın üstündeki filmler için notasyon

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_2 & (i \sin \delta_2) / \eta_2 \\ i \eta_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \quad (4.146)$$

Denklem 4.146, 4.140'a eklenir ise

$$\begin{bmatrix} E_b \\ H_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_2 & (i \sin \delta_2) / \eta_2 \\ i \eta_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_c \\ H_c \end{bmatrix} \quad (4.147)$$

formunda b ve c sınırlarını birbirlerine bağlayan bir matris elde edilir. Bu ifade denklem 4.140'da yerine yazılır ise

$$\begin{bmatrix} E_a \\ H_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & (i \sin \delta) / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \delta_2 & (i \sin \delta_2)/\eta_2 \\ i\eta_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_c \\ H_c \end{bmatrix} \quad (4.148)$$

Şeklinde a ve c sınırlarını birbirine bağlayan bir ifade elde edilir. Denklem 4.144'deki gibi bir yaklaşımla

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & (i \sin \delta)/\eta_1 \\ i\eta_1 \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_2 & (i \sin \delta_2)/\eta_2 \\ i\eta_2 \sin \delta_2 & \cos \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \quad (4.149)$$

olur ve  $Y = C/B$  ifadesi yardımıyla 4.142 ve 4.143'den genlik yansıma katsayısı ve yansıma elde edilir. Bu ifadeler daha çok katmanlı yapılar için rahatlıkla genelleştirilebilir ve genel formu aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left\{ \prod_{r=1}^q \begin{bmatrix} \cos \delta_r & (i \sin \delta_r)/\eta_1 \\ i\eta_1 \sin \delta_r & \cos \delta_r \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_m \end{bmatrix} \quad (4.150)$$

Burada

$$\delta_r = \frac{2\pi N_r d_r \cos \vartheta_r}{\lambda} \quad (4.151)$$

şeklinde ifade edilir.

$$\text{S-polarizasyon (TE) için} \quad \eta_r = Y N_r \cos \vartheta_r$$

$$\text{P-polarizasyon (TM) için} \quad \eta_r = Y N_r / \cos \vartheta_r$$

olarak tanımlanırlar. Yukarıdaki denklemlerde m indisi ile gösterilen ortam çıkış yani alt taş ortamıdır.



$$\begin{aligned} \text{S-polarizasyon (TE) için} \quad \eta_m &= YN_m \cos \vartheta_m \\ \text{P-polarizasyon (TM) için} \quad \eta_m &= YN_m / \cos \vartheta_m \end{aligned}$$

Burada  $\vartheta_r$  Snell yasası ve  $\vartheta_0$  'dan faydalanılarak belirlenir.

$$N_0 \sin \vartheta_0 = N_r \sin \vartheta_r = N_m \sin \vartheta_m \quad (4.152)$$

Burada  $Y = a + ib$  alınırsa yansıyan demetteki faz kayması [15]

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{-2b\eta_0}{(\eta_0^2 - a^2 - b^2)} \right] \quad (4.153)$$

#### 4.6. Yansıma, İletim ve Soğurma Oranları

Denklemler 4.150 yardımıyla bir ince film topluluğunun iletimi ve soğurması hesaplanabilir. Bu hesaplamalar için gelen ortamın soğurmasız olması yani  $\eta_0$ 'ın gerçel olması gerekir. Elektromanyetik dalganın ince film yapısından çıkış yaptığı k. Yüzeydeki net şiddet aşağıdaki ifadeyle hesaplanır.

$$I_k = \frac{1}{2} \text{Re}(E_k H_k^*) \quad (4.154)$$

Burada şiddetin ara yüzeye dik olan bileşeni alınmıştır. Buradan

$$I_k = \frac{1}{2} \text{Re}(E_k \eta_m^* E_k^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(\eta_m^*) E_k E_k^* \quad (4.155)$$

elde edilir ve karakteristik matris yardımıyla giren şiddet (a sınırındaki)

$$I_a = \frac{1}{2} \text{Re}(BC^*) E_k E_k^* \quad (4.156)$$

İle hesaplanabilir. Ancak gelen şiddet  $I_i$  ile gösterilirse yukarıdaki denklem tam sınırdaki gelen dalgayı gösterir. Yani  $I_a = (1 - R)I_i$ 'dir. Buradan

$$I_i = \frac{Re(BC^*)E_k E_k^*}{2(1-R)} \quad (4.157)$$

olacaktır. Şimdi denklem 4.154 ve 4.157 yardımıyla iletim

$$T = \frac{I_k}{I_i} = \frac{Re(\eta_m^*)(1-R)}{Re(BC^*)} \quad (4.158)$$

olur. Burada gelen ortam hariç ince film topluluğunda soğurma olduğu için

$$R + T + A = 1 \quad (4.159)$$

olarak alınabilir. Buradan

$$A = 1 - R - T = (1 - R) \left( 1 - \frac{Re(\eta_m^*)}{Re(BC^*)} \right) \quad (4.160)$$

elde edilir. Soğurmasız ortamda  $A = 0$  olduğundan ve  $R + T = 1$  olacağından karakteristik matrisin determinantının bir olacağı bilgisi yardımıyla, matris çarpımı

$$\begin{bmatrix} \alpha & i\beta \\ i\gamma & \delta \end{bmatrix} \quad (4.161)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\alpha\delta + \gamma\beta = 1$ 'dir, çünkü ortam soğurmasız olduğundan  $\alpha, \delta, \gamma$  ve  $\beta$  gerçeldir.

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & i\beta \\ i\gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + i\beta\eta_m \\ \delta\eta_m + i\gamma \end{bmatrix} \quad (4.161)$$

Buradan

$$Re(BC^*) = Re[(\alpha + i\beta\eta_m)(\delta\eta_m + i\gamma)] = Re(\eta_m) \quad (4.160)$$

elde edilir.  $Y = B/C$  olduğundan 4.143'den

$$R = \left( \frac{\eta_0 B - C}{\eta_0 B + C} \right) \left( \frac{\eta_0 B - C}{\eta_0 B + C} \right)^* \quad (4.161)$$

olur ve 4.158 ve 4.160 yardımıyla

$$(1 - R) = \frac{2\eta_0(BC^* - B^*C)}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*} \quad (4.162)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklem  $(BC^* - B^*C) = 2/Re(BC^*)$  olduğunu göz önünde bulundurarak 4.158'de yerine yazılırsa

$$T = \frac{4\eta_0 Re(\eta_m)}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*} \quad (4.163)$$

olur ve denklem 4.160 yardımıyla

$$A = \frac{4\eta_0 Re(BC^* - B^*C)}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*} \quad (4.164)$$

sonucu elde edilir.

Daha önce denklem 4.153 ile ifade edilen yansıyan demetteki faz değişimi 4.161 ve 4.163 yardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{Im[\eta_m(BC^* - B^*C)]}{(\eta_m^2 BB^* - CC^*)} \right] \quad (4.165)$$

#### 4.6.1. Çeyrek ve yarım dalgaboyu optik kalınlıklarında oluşan özel durumlar

Daha önce bahsedildiği gibi optik kalınlık tabakanın fiziksel kalınlığı ile kırılma indisinin çarpımıdır. Şimdi optik kalınlığın, çeyrek veya yarım dalga boyu kalınlığında olmasıyla oluşan özel durumlar incelenecektir.

Dielektrik ince filmlerde, optik kalınlık yarım veya çeyrek dalga boyunun tam katları ise karakteristik matrisi hesaplamak kolaylaşır. İletim için gelen dalganın ara yüzeye dik bileşenleri kullanılacağı için 4.151 ifadesinde  $\cos \delta = 1$  olacağından  $\delta = \frac{2\pi Nd}{\lambda}$  ifadesi elde edilir ve burada optik kalınlık  $Nd$ ,  $m\lambda/4$  (çeyrek dalga boyu) olarak alınır ise

$$\delta = \frac{\pi}{2} m \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (4.166)$$

Olduğu görülür.  $m$  çift sayı ise, örneğin

$m = 0$	için	$\delta = 0$	$\cos \delta = 1$	$\sin \delta = 0$
$m = 2$	için	$\delta = \pi$	$\cos \delta = -1$	$\sin \delta = 0$
$m = 4$	için	$\delta = 2\pi$	$\cos \delta = 1$	$\sin \delta = 0$

sonuçları elde edileceğinden  $m$ 'in çift tam sayı olduğu durumlarda  $\cos \delta = \pm 1$  ve  $\sin \delta = 0$ 'dan karakteristik matris

$$\pm \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.167)$$

Olur. Bu birim matris olduğundan yansımaya ve iletme hiçbir katkısı olmaz. Bu nedenle optik kalınlığı çeyrek dalga boyunun çift sayı tam katları olan katmanlar hesaplamalara katılmayabilirler.

$m$  tek sayı ise, örneğin

$m = 1$	için	$\delta = \frac{\pi}{2}$	$\cos \delta = 0$	$\sin \delta = 1$
$m = 3$	için	$\delta = \frac{3\pi}{2}$	$\cos \delta = 0$	$\sin \delta = -1$

$$m = 5 \quad \text{için} \quad \delta = \frac{5\pi}{2} \quad \cos \delta = 0 \quad \sin \delta = 1$$

sonuçlarından  $m$ 'in tek tam sayı değerleri için  $\cos \delta = 0$  ve  $\sin \delta = \pm 1$  olur.

Buradan

$$\pm \begin{bmatrix} 0 & i/\eta \\ i\eta & 0 \end{bmatrix} \quad (4.168)$$

elde edilir. Buradan da görülebileceği gibi bu sonuç  $m$ 'in çift tam sayı olması sonucundan biraz karmaşıktır. Bu karmaşıklığı gidermek için yeni yaklaşımlar yapılacaktır.

Eğer alt taşın veya ince film topluluğunun geçirgenliği  $Y$  ise, geçirgenliği  $\eta$  olan optik kalınlığı çeyrek dalga boyunun tek tamsayı katları kalınlığındaki bir tabaka, ince film topluluğunun geçirgenliğini  $\eta^2/Y$  şeklinde değiştirir. Bu durumda bir tabaka için;

$$\begin{bmatrix} 1 \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & i/\eta_1 \\ i\eta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\eta_{n+1}/\eta_1 \\ i\eta_1 \end{bmatrix}$$

Buradan geçirgenlik

$$Y = \frac{i\eta_1}{i\eta_{n+1}/\eta_1} = \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \quad (4.169)$$

'dir. İki tabaka için;

$$\begin{bmatrix} 1 \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & i/\eta_1 \\ i\eta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & i/\eta_2 \\ i\eta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\eta_2}{\eta_1} \\ -\frac{\eta_1\eta_3}{\eta_2} \end{bmatrix}$$

olur ve geçirgenlik,

$$Y = \frac{\eta_1^2\eta_3}{\eta_2^2} \quad (4.170)$$

Bulunur. Benzer şekilde ;  
Üç tabaka için

$$Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2}{\eta_2^2 \eta_4} \quad (4.171)$$

Dört tabaka için

$$Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \eta_5}{\eta_2^2 \eta_4^2} \quad (4.172)$$

Beş tabaka için

$$Y = \frac{\eta_1^2 \eta_3^2 \eta_5^2}{\eta_2^2 \eta_4^2 \eta_6} \quad (4.173)$$

olur. Bu sonuçlardan da görülebileceği gibi L tabaka sayısını göstermek üzere geçirgenliği aşağıdaki gibi genelleştirebiliriz.

$$Y = \left( \frac{\eta_1 \eta_3 \dots}{\eta_2 \eta_4 \dots} \right)^2 [(\eta_{L+1})^{(-1)^L}] \quad (4.174)$$

olacaktır. Burada  $\eta_{L+1}$  son tabakanın geçirgenliğidir.

## 5. ORTA KIZILÖTESİ BÖLGEDE (3-5 $\mu\text{m}$ ) ÇALIŞAN InAs/GaSb SÜPER ÖRGÜ p-i-n IŞIK ALGILAYICI YAPILARIN ELEKTROMANYETİK ALAN TEPKİSİ

Bu bölümde daha önceki bölümlerde özetlenen teorik bilgiler yardımıyla bir süper örgü (superlattice) için geçiş matrisi yöntemi kullanılarak teorik olarak yansıma ve iletim hesaplamaları yapılmıştır. Ancak bu hesaplamalar sadece yansıma, iletim ve soğurma için geçiş matrisi yönteminin bir uygulamasıdır. Bu çalışmada süper örgünün yapısındaki GaSb ve InAs'ın külçe yapıdaki kırılma indisleri ve sönüm sabitleri esas alınmış ve süper örgü ışık algılayıcının soğurma mekanizmaları göz ardı edilmiştir. Bu nedenle elde edilen yansıma, iletim ve soğurma sonuçları bir süper örgü ışık algılayıcı aygıttan deneysel olarak elde edilen sonuçlarla uyuşması beklenmemektedir.

Hesaplamalar için kullanılan süper örgü, şematik yapısı Şekil 5.1'de verilmiş olan orta kızılötesi bölgede algılama yapan InAs/GaSb p-i-n ışık algılayıcıdır.

60 periyot	n	InAs	200 Å	Katkı: Te ( $5.0 \cdot 10^{17}$ )
	n	GaSb	30 Å	Katkı: Te ( $5.0 \cdot 10^{17}$ )
	i	InAs	28.5 Å	Katkısız
40 periyot	i	GaSb	33 Å	Katkısız
	i	InAs	28.5 Å	Katkısız
90 periyot	p	GaSb	33 Å	Katkı: Be ( $1.5 \cdot 10^{17}$ )
	i	InAs	28.5 Å	Katkısız
	p	GaSb	5000 Å	Katkı: Be ( $1.2 \cdot 10^{17}$ )
	i	$\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{Sb}$	200 Å	Katkısız
	i	GaSb	1000 Å	Katkısız
		GaSb Alttaş		Katkısız

Şekil 5.1. Referans olarak kullanılan süper örgünün fiziksel yapısı.

Şekil 5.1’de şematik yapısı gösterilen süper örgü GaSb alttaş üzerine büyütülmüştür. Alt taşın üzerinde 100 nm kalınlığında saf GaSb ve 20 nm kalınlığında saf  $Al_{0.5}Ga_{0.5}Sb$  tabaka yer almaktadır.  $Al_{0.5}Ga_{0.5}Sb$  tabakanın üzerinde ise 500 nm kalınlığında Be katkılı GaSb tabaka vardır. Buradan itibaren ise tekrarlı tabaka yapıları başlamaktadır. Periyodik tabakalar 90 tekrarlı 3.3 nm kalınlığında Be katkılı GaSb ve 2.85 nm kalınlığındaki saf InAs yapı yer alır. 90 tekrarlı yapının üzerinde ise 3.3 nm kalınlığında saf GaSb ve 2.85 nm kalınlığındaki saf InAs yapıdan 40 tekrarlı bir yapı büyütülmüştür. Te katkılı 3 nm kalınlığında GaSb ve 2.85 nm kalınlığındaki saf InAs yapıdan 60 tekrarlı bir bölüm ile periyodik yapı sona ermektedir. Yapı 20 nm kalınlığındaki Te katkılı InAs ile bitmektedir.

Öncelikle bu süper örgüyü oluşturan InAs ve GaSb malzemelerinin kırılma indisleri ve soğurma katsayıları belirlenmiştir. Bu malzemelerin dalga boyuna bağlı kırılma indisleri (n) ve sönüm sabiti (k) Sellmeier [18,20-22] ve Forouhi-Bloomer (FB) [17,19-23] dağılım bağıntıları yardımıyla hesaplanmıştır.

Hesaplamalara ilk olarak InAs ile başlanmıştır. InAs için Çizelge 5.1’de verilen parametreler kullanılarak FB dağılım bağıntısı yardımıyla kırılma indisi ve sönüm sabitleri enerjiye dolayısıyla dalga boyuna bağlı olarak elde edilmiştir.

**Çizelge 5.1.** InAs için FB dağılım bağıntısı parametreleri [17, 19]

i	$A_i$	$B_i$ (eV)	$C_i$ (eV <sup>2</sup> )	$n(\infty)$	$E_g$ (eV)
1	0.18463	5.277	7.504	1.691	0.30
2	0.00941	9.130	20.934		
3	0.05242	9.865	25.172		
4	0.03467	13.956	50.062		

InAs için enerjiye bağlı kırılma indisi değişimi q bir tamsayı olmak üzere [19]

$$n(E) = n(\infty) + \sum_{i=1}^q \frac{B_0 E + C_0 i}{E^2 - B_i E + C_i} \quad (5.1)$$



bağıntısıyla elde edilir ve burada  $B_{0i}$  ve  $C_{0i}$  ifadeleri aşağıdaki gibi verilir.

$$B_{0i} = \frac{A_i}{Q_i} \left[ -\frac{B_i^2}{2} + E_g B_i - E_g^2 + C_i \right] \quad (5.2)$$

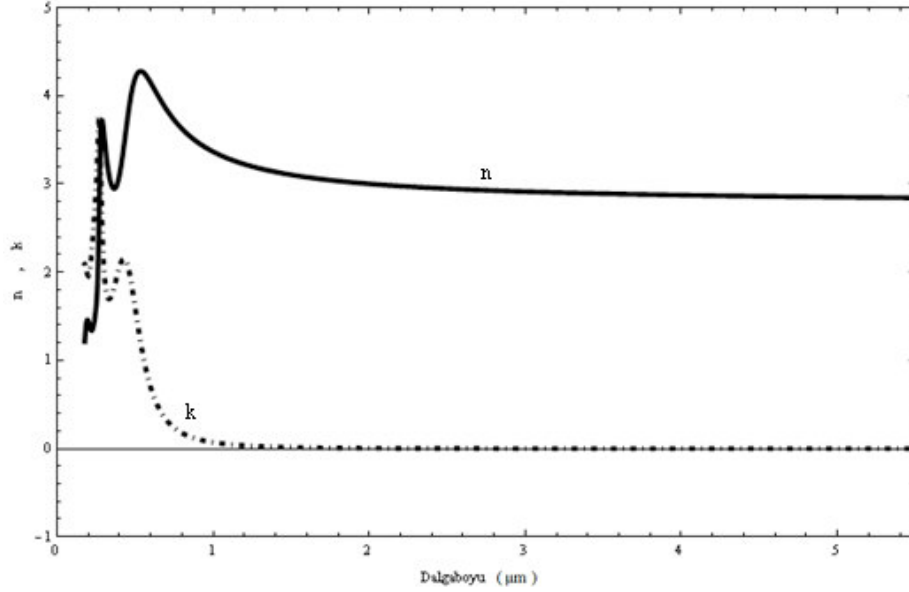
$$C_{0i} = \frac{A_i}{Q_i} \left[ (E_g^2 + C_i) \frac{B_i}{2} - 2E_g C_i \right] \quad (5.3)$$

$$Q_i = \frac{1}{2} (4C_i - B_i^2)^{1/2} \quad (5.4)$$

Yine InAs için enerjiye bağlı sönüm katsayısı değişimi için [19]

$$k(E) = \left[ \sum_{i=1}^q \frac{A_i}{E^2 - B_i E + C_i} \right] (E - E_g)^2 \quad (5.5)$$

Denklem 5.2, 5.3 ve 5.4, 5.1 denkleminde kullanılarak Şekil 5.2'deki InAs için dalga boyuna karşı kırılma indisi ve sönüm katsayısı grafiği elde edilmiştir.



**Şekil 5.2.** InAs için kırılma indisi  $n$  (kalın çizgi) ve sönüm sabiti  $k$  (kesikli çizgi)'nin dalga boyuna bağlı değişimi.

GaSb ve  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$  için dalga boyuna bağlı kırılma indisi Sellmeier denklemini yardımıyla hesaplanmıştır. Ancak incelenen orta kızıl ötesi bölge (3-5  $\mu\text{m}$ ) için literatürde  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$ 'ın sönüm sabiti sıfır olarak verildiğinden hesaplamalara katılmamıştır.  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$  için Sellmeier bağıntısı [18] aşağıdaki gibidir.

$$A(x) = 14.07 - 4.80x + 0.66x^2 \quad (5.6)$$

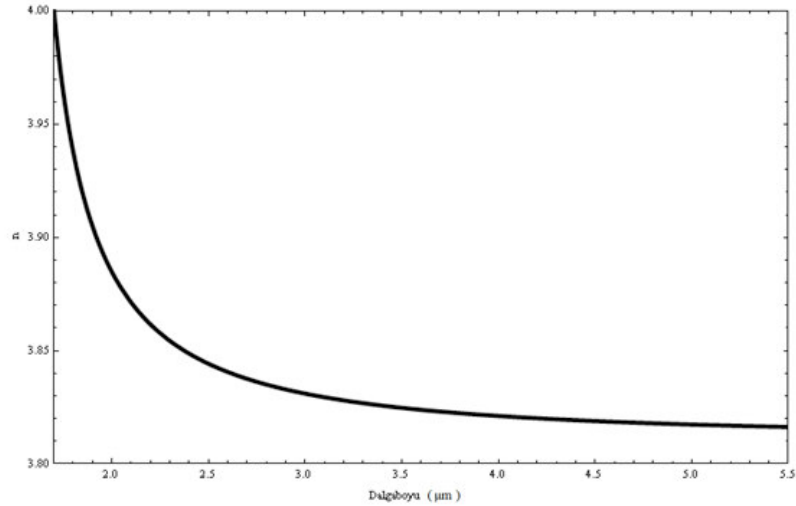
$$B(x) = 0.458 - 0.099x + 1.258x^2 \quad (5.7)$$

$$C(x) = 1.486 - 2.308x + 1.973x^2 \quad (5.8)$$

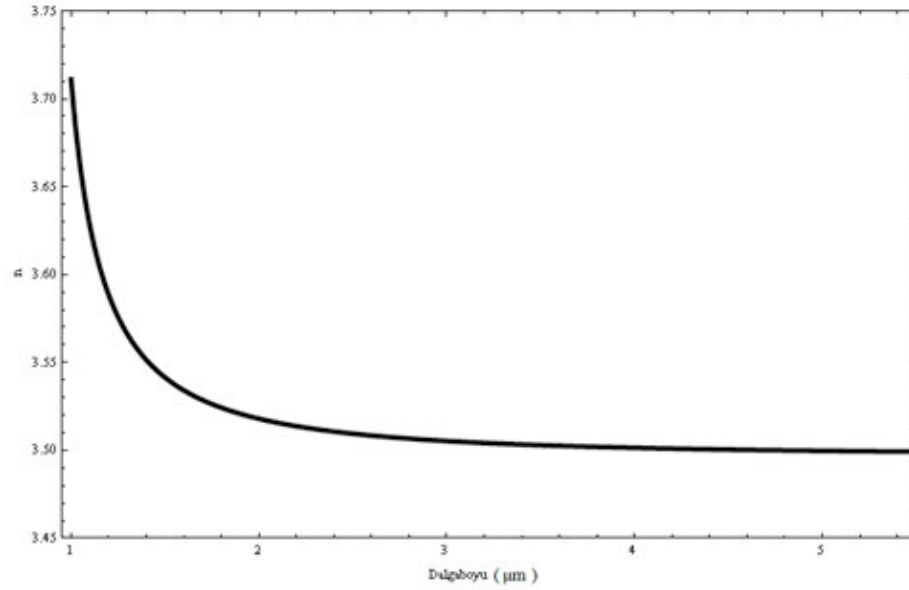
olmak üzere  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$  için dalga boyuna bağlı kırılma indisi için

$$n(\lambda) = \sqrt{A + B \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - C^2}} \quad (5.9)$$

denkleminle verilir. Denklem 5.6, 5.7 ve 5.8'in denklem 5.9'da kullanılarak  $x=0$  (GaSb) için Şekil 5.3 ve  $x=0.5$  için  $\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{Sb}$  Şekil 5.4 elde edilmiştir.



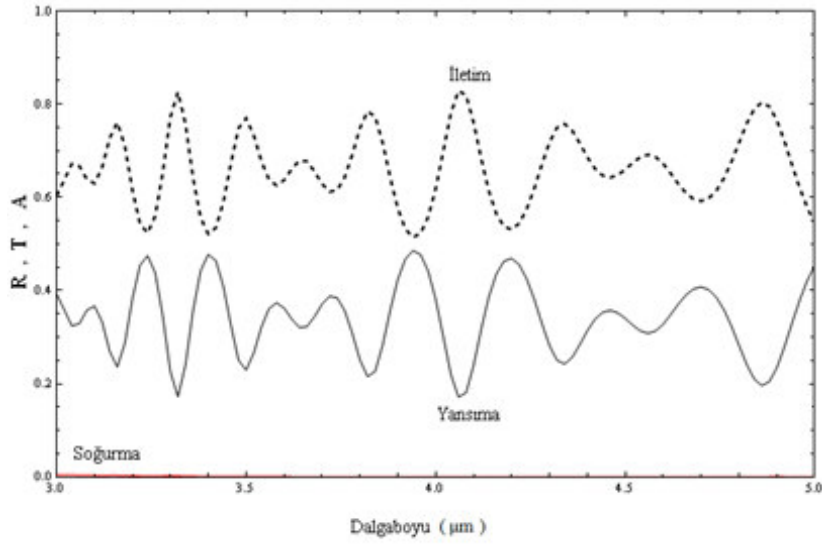
**Şekil 5.3.** GaSb için kırılma indisinin (n) dalga boyuna bağlı değişimi.



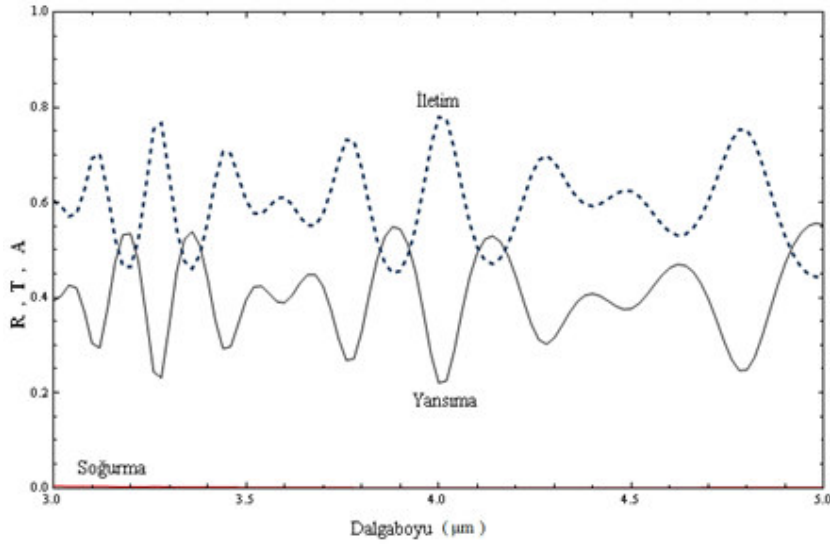
**Şekil 5.4.**  $\text{Al}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{Sb}$  için kırılma indisini ( $n$ ) dalga boyuna bağlı değişimi.

Eldeki bu bilgiler ışığında InAs/GaSb süper örgü kızıl ötesi ışık algılayıcıda orta kızıl ötesi bölgede ( $3\text{--}5\ \mu\text{m}$ ) gelen bir elektromanyetik dalganın yapının içinde nasıl davrandığı incelenmiştir. Burada gelen ışığın s-polarize veya p-polarize olması durumlarına bağlı olarak iki durum incelenmiştir. Ayrıca elektromanyetik dalganın geliş açısına da bağlı olarak değişimler incelenmiştir. İlk olarak ışığın üst yüzeye dik gelmesi (yani  $\vartheta = 0$ ) durumu incelenmiştir. Çünkü  $\vartheta = 0$  olduğunda ışığın polarizasyonunun bir etkisi yoktur. Bu daha önce denklem 4.121 ve 4.122 ile verilen optik geçirgenlik ( $\eta_r$ ) ifadelerinden rahatlıkla görülebilir.

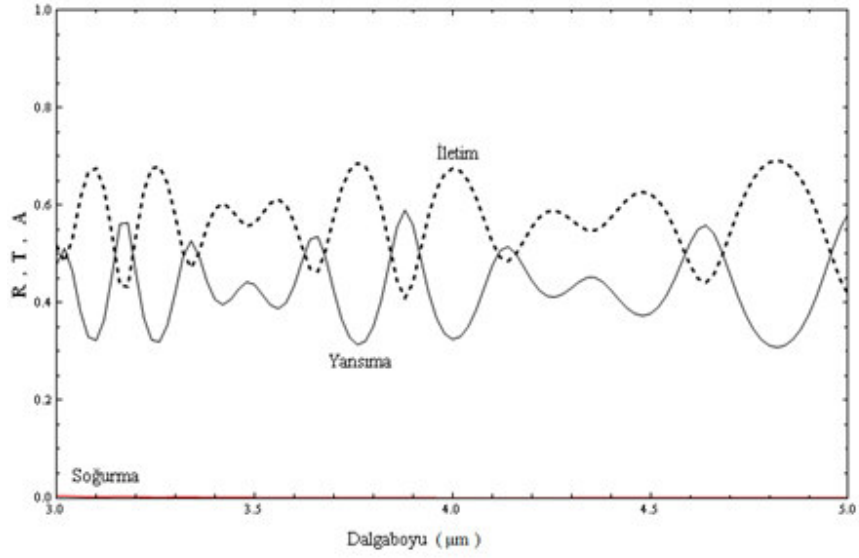
Şekil 5.5 - 5.11, denklem 4.151 ile verilen faz faktörü, 4.150 denklemiyle verilen ince film topluluğunun karakteristik matrisi ve sırasıyla 4.162, 4.163, 4.164 denklemleriyle verilen yansıma (R), İletim (T), Soğurma (A) ifadeleri yardımıyla her iki polarizasyon için farklı açı değerlerinde yapılan teorik hesaplamalarla oluşturulmuştur.



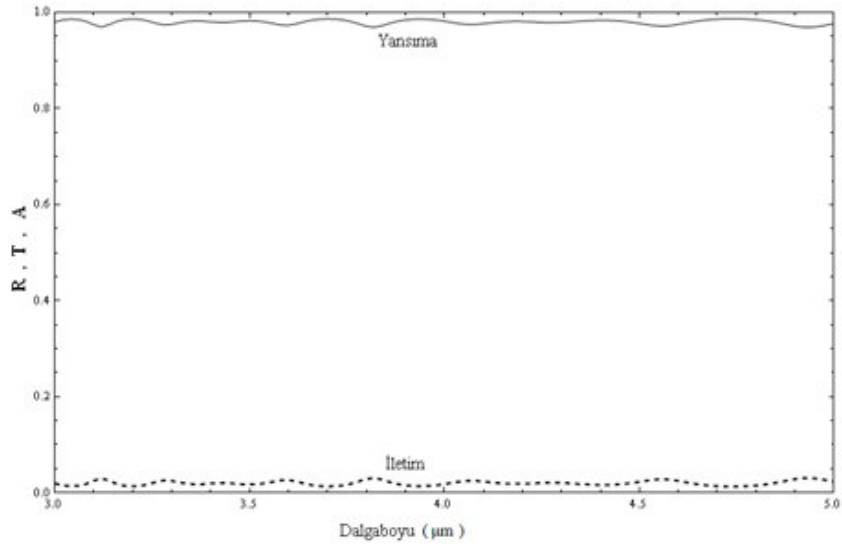
**Şekil 5.5.** InAs/GaSb süper örgüye dik gelen ( $\theta = 0^\circ$ ) bir elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansırna (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiğı. Grafikte yansırna düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.



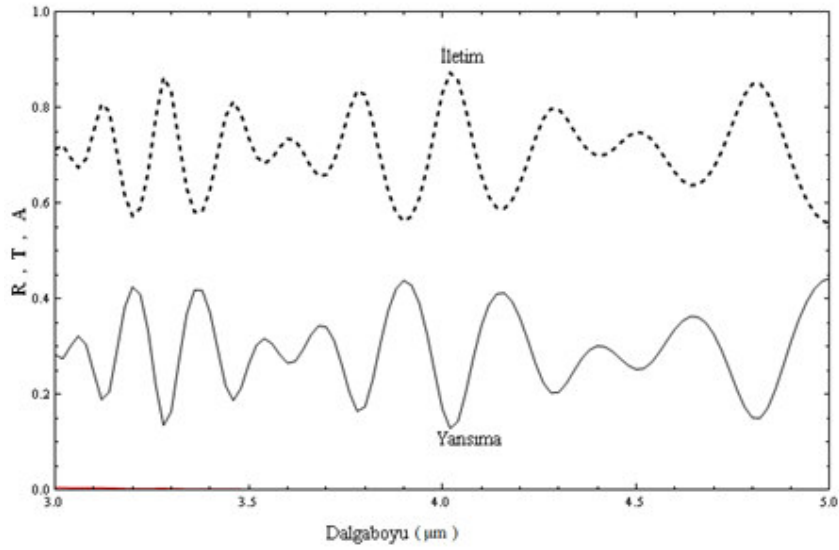
**Şekil 5.6.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 30^\circ$  'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansırna (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiğı. Grafikte yansırna düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.



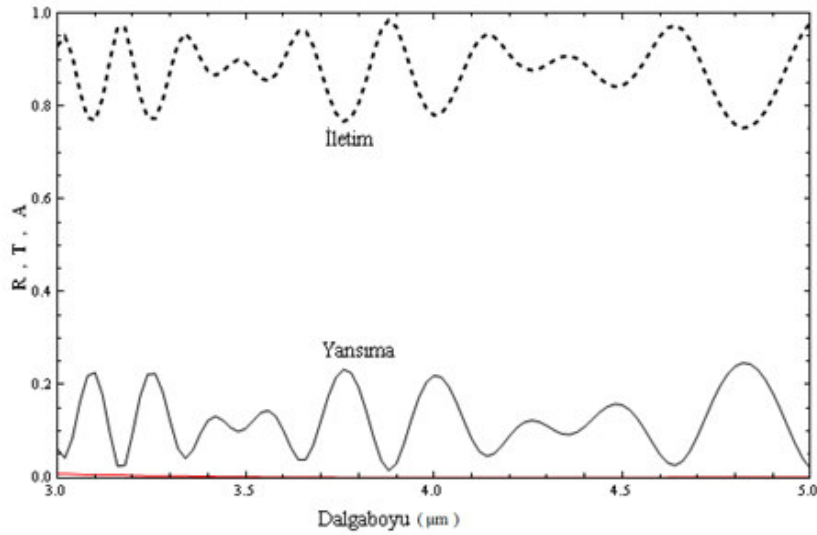
**Şekil 5.7.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 60^\circ$  'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansıma düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.



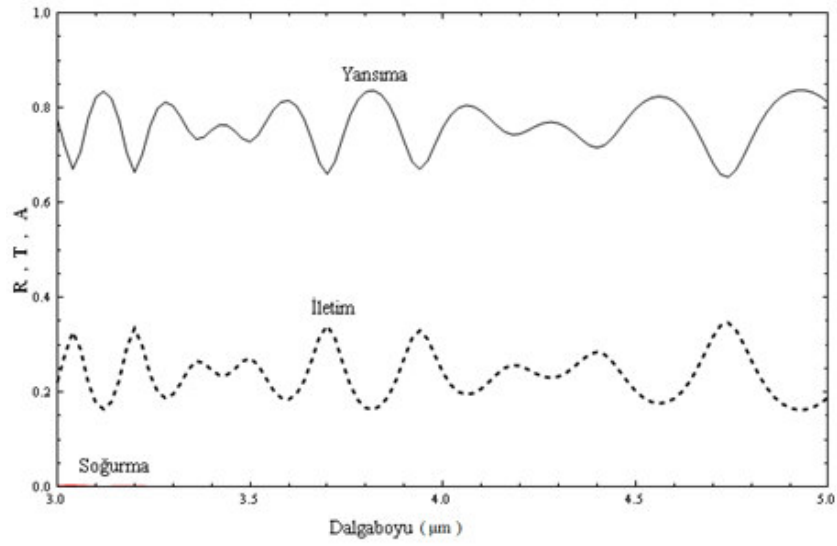
**Şekil 5.8.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 89^\circ$  'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansıma düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.



**Şekil 5.9.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 30^\circ$  'lık bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansımaya (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansımaya düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.

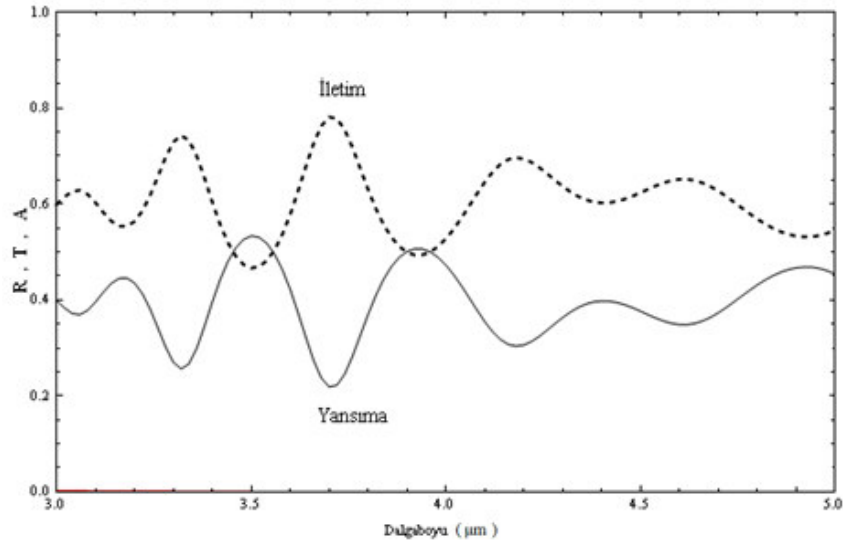


**Şekil 5.10.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 60^\circ$  'lık bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansımaya (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansımaya düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.

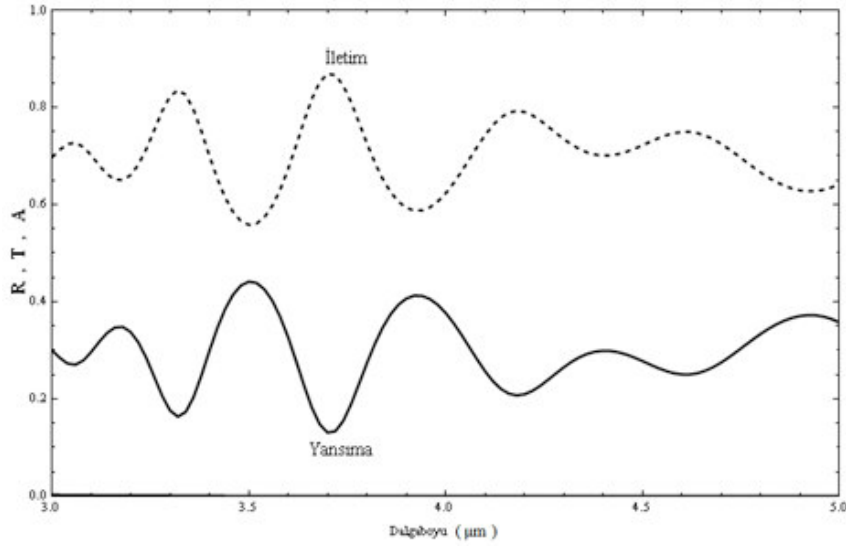


**Şekil 5.11.** InAs/GaSb süper örgüye  $\theta = 89^\circ$ ’lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansırna (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiğı. Grafikte yansırna düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir. Soğurma ise 0.02 mertebesinde olduğundan net bir şekilde görülememektedir.

Süper örgü yapısındaki periyodik sayıları yarıya indirildiğinde elde edilen iletim, yansırna ve soğurma grafikleri,  $30^\circ$  geliş açısı için Şekil 5.12, 5.13’de gösterilmiştir.



**Şekil 5.12.** InAs/GaSb 30-20-45 periyot için süper örgüye  $\theta = 30^\circ$  'lik bir açıyla gelen TE polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansıma düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir.



**Şekil 5.13.** InAs/GaSb 30-20-45 periyot için süper örgüye  $\theta = 30^\circ$  'lik bir açıyla gelen TM polarize elektromanyetik dalganın dalga boyuna bağlı olarak yansıma (R), iletim (T) ve soğurma (A) grafiği. Grafikte yansıma düz çizgiyle, iletim kesikli çizgiyle gösterilmiştir.



## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada orta kızıl ötesi bölgede çalışacak şekilde tasarlanmış bir süper örgü ışık algılayıcı referans alınarak geçiş matrisi yöntemiyle yansımaya, iletim ve soğurma teorik olarak hesaplanmıştır. Ancak hesaplamalarda külçe GaSb ve InAs'ın kırılma indisi ve sönüm sabiti kullanıldığından hesaplamalar bir süper örgü ışık algılayıcının gerçek yansımaya, iletim ve soğurmasını vermemektedir. Süper örgü ışık algılayıcılarının, yapının içine giren ışığı maksimum derecede soğuracak mekanizmalara sahip olması gerekir. Bu çalışmada yapılan hesaplamalarda ise bu mekanizmalar göz ardı edilmiştir. Bundan dolayı bu tezde elde edilen sonuçlarda deneysel olarak süper örgülerden elde edilmesi beklenen maksimum soğurmanın aksine soğurma yok denecek kadar azdır. Teorik olarak bir süper örgünün elektrik alan tepkisinin tam olarak incelenebilmesi için öncelikle süper örgü yapısının kırılma indisi ve sönüm sabiti kullanılmalıdır.

Burada elde edilen yansımaya sonuçları gerçeğe daha yakındır. Bunun nedeni ise yansımının büyük bir kısmının ilk tabaka sınırında gerçekleşmesidir yani soğurma ve kırılma mekanizmalarından çok az etkilenmesidir. Yapı içine giren ışığın katmanlar arasındaki sınırlarda çok sayıda yansımaya uğrayacak olması soğurmayı artıracak ve ışığın bu yapı içinden çıkışını zorlaştıracaktır. Bu nedenle sonuçların yorumlanmasında daha çok yansımaya üzerinde durulacaktır.

Bu tezde referans yapı üzerine gönderilen elektromanyetik dalganın TE ve TM polarize oluşuna göre ve bu iki durum için değişik açılı değerlerinde yansımaya incelenmiştir.

TE modları için yapılan hesaplamalar sonucunda gelen ışığın geliş açısına bağlı olarak iletim ve yansımının ters orantılı olarak değiştiği gözlemlenmiştir. Örneğin açılı değeri arttırıldığında iletim azalırken yansımaya artmaktadır. Işığın malzemeye dik geldiği durum için yansımaya en azken iletim en çoktur. Ancak ışığın geliş açısı  $90^\circ$  dereceye yaklaşırken yani ışık yüzeye neredeyse yatay olarak gelirken iletim en az ve yansımaya en çok olmaktadır. Buradan da ışık algılayıcı yapıların tasarımında ışığın geldiği yüzeylerin yansımaya en aza indirecek şekilde tasarlanmasının önemi ortaya çıkmaktadır. Diğer bir ifadeyle öncelik ışığın

malzemeye giriş yapmasında olmalıdır. Çünkü ışık malzemenin içine girdikten sonra tabakalar arasında tekrar tekrar yansıması hapsolmesini kolaylaştıracaktır.

Yansıma TM modunda, TE moduna göre daha dik açılarda artmaya başlamaktadır. Örneğin bu artış, TE modunda 55 dereceden itibaren başlarken TM modunda 87 dereceden itibaren başlamaktadır. Bu da TM modundaki ışığı algılamayı kolaylaştırmaktadır. Çünkü gelen ışığın düzlem normaliyle yaptığı açı artarken yansıma 87 derece civarına kadar iletme oranla düşüktür. Ancak ışık yataya yakın bir şekilde geldiğinde doğal olarak iletim minimuma yaklaşmaktadır.

Genel olarak grafiklerde görülen salınımların ve bu salınımlardaki değişimlerin kesin bir açıklaması tarafımızdan yapılamamış olmakla birlikte süper örgü periyodikliği ile ilişkisi vardır.

**KAYNAKLAR**

- [1] Levine, B. F., "Quantum-well infrared photodetectors", *J. Appl. Phys.*, **74**, R1-R81, 1993.
- [2] Rogalski, A., "Infrared detectors: status and trends", *Progress In Quantum Electronics*, **27**, 59-210, 2003.
- [3] Rogalski, A., "Infrared detectors: an overview", *Infrared Physics & Technology*, **43**, 187-210, 2002.
- [4] Burkle, L., Fuchs, F., "InAs/(GaIn)Sb superlattices: a promising material system for infrared detection, in: Henini, M., Razeghi, M., (Eds.), *Handbook of Infrared Detection and Technologies*", Elsevier, Oxford, 2002.
- [5] Rehm, R., Walther, M., Fleißner, J., Schmitz, J., Ziegler, J., Cabanski, W., Breiter, R., "Bispectral thermal imaging with quantum-well infrared photodetectors and InAs/GaSb type II superlattices", *Proc. SPIE*, **6206**, 2006.
- [6] Cabanski, W., Eberhardt, K., Rode, W., Wendler, J., Ziegler, J., Fleißner, J., Fuchs, F., Rehm, R., Schmitz, J., Schneider, H., Walther, M., "Third generation focal plane array IR detection modules and applications", *Proc. SPIE*, **5406**, 184–192, 2005.
- [7] Smith, D. L., Mailhiot, C., "Proposal for strained type II superlattice infrared detectors", *J. Appl. Phys.*, **62**, 2545–2548, 1987.
- [8] Mailhiot, C., Smith, D. L., "Long-wavelength infrared detectors based on strained InAs-Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb type-II superlattices", *J. Vac. Sci. Technol.*, **A7**, 445–449, 1989.
- [9] Omaggio, J. P., Meyer, J. R., Wagner, R. J., Hoffman, C. A., Yang, M. J., Chow, D. H., Miles, R. H., "Determination of band gap and effective masses in InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb superlattices", *Appl. Phys. Lett.*, **61**, 207–209, 1992.
- [10] Hoffman, C. A., Meyer, J. R., Youngdale, E. R., Bartoli, F. J., Miles, R. H., Ram-Mohan, L. R., "Electron transport in InAs/Ga<sub>1-x</sub>In<sub>x</sub>Sb superlattices", *Solid State Electron*, **37**, 1203–1206, 1994.

- [11] Piotrowski, J., Rogalski, A., “Uncooled long wavelength infrared photon detectors”, *Infrared Phys. Technol.*, **46**, 115–131, 2004.
- [12] Wei, Y., Hood, A., Yau, H., Gin, A., and Razeghi, M., Tidrow, M. Z., Nathan, V., “Uncooled operation of type-II InAs/GaSb superlattice photodiodes in the midwavelength infrared range”, *Appl. Phys. Lett.*, **86**, 233106-(1-3), 2005.
- [13] Plis, E., Lee, S. J., Zhu, Z., and Krishna, S., “InAs/GaSb superlattice detectors operating at room temperature”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **12**, 1269-1274, 2006.
- [14] Chuang, S.L., *Physics of Optoelectronic Devices*, John Wiley & Sons. Inc., United States of America, 1995.
- [15] Macleod, H.A, *Thin-Film Optical Filters*, American Elsevier Pub. Co., Bristol, 2001.
- [16] Berning, P. H.L., *Physics of thin films: Theory and calculation of optical thin films*, Academic Press, New York, USA, 1963.
- [17] Singh, J., *Optical Properties of Condensed Matter and Applications*, John Wiley & Sons Ltd., England, 2006.
- [18] Ferrini, R., Patrini, M. ve Franchi, S., “Optical functions from 0.02 to 6 eV of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}/\text{GaSb}$  epitaxial layers”, *Journal of Applied Physics*, **84**, 4517-4524, 1998.
- [19] Forouhi, A. R., ve Bloomer, I., “Optical properties of crystalline semiconductors and dielectrics”, *Physical Review B*, **38**, 1865-1874, 1988.
- [20] Paskov, P. P., “Refractive indices of InSb, InAs, GaSb,  $\text{InAs}_x\text{Sb}_{1-x}$ , and  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{Sb}$ : Effects of free carriers”, *Journal of Applied Physics*, **81**, 1890-1898, 1997.
- [21] Adachi, S., “Model dielectric constants of GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb”, *Physical Review B*, **35**, 7454-7463, 1987.
- [22] Adachi, S., “Optical dispersion relations for GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, InSb,  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , and  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ ”, *Journal of Applied Physics*, **66**, 6030-6040, 1989.
- [23] Bouarissa, N., and Boucenna, M., “Band parameters for AlAs, InAs and their ternary mixed crystals”, *Physica Scripta*, **79**, 1-7, 2009.