ANADOLU ÜNİVERSİTESİ BİLİM VE TEKNOLOJİ DERGİSİ
ANADOLU UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
Cilt/Vol.: 3 - Sayı/No: 3 : 389-394 (2002)
XIV. Ulusal Matematik Sempozyumu Özel Sayısı/Special Issue for XIVth National Mathematics Symposium

ARAŞTIRMA MAKALESİ/**RESEARCH ARTICLE**

İNTEGRAL SINIRLI KONTROL SİSTEMLERİN ERİŞİM KÜMELERİNİN HESAPLANMASI İÇİN BİR ALGORİTMA

Khalig G. GUSEINOV[1], **Orhan ÖZER**, **Emrah AKYAR**

ÖZ

Kontrol sistemlerin erişim kümelerinin nümerik yöntemlerle hesaplanması, kontrol sistemler teorisinde önemli bir yer tutmaktadır. Bu çalışmada, kontrol fonksiyonları integral sınırlı, lineer olmayan kontrol sistemlerin erişim kümelerinin hesaplanması için bir algoritma verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Erişim kümesi, İntegral sınırlılık, Lineer olmayan kontrol sistem

AN ALGORITHM FOR CALCULATING REACHABLE SETS OF NONLINEAR CONTROL SYSTEMS WITH INTEGRAL CONSTRAINT

ABSTRACT

Numerical methods for approximate construction of reachable sets of the control systems has great importance in control systems theory. In this work an approximate algorithm for calculating reachable sets of nonlinear control systems with integral constraint has given.

Key Words: Reachable set, Integral constraint, Nonlinear control system

1. GİRİŞ

Geometrik sınırlı kontrol sistemlerin erişim kümelerinin çeşitli topolojik özellikleri ve erişim kümelerinin yaklaşık olarak hesaplanması ve değerlendirilmesi için farklı yöntemler Blagodatskikh ve Filippov (1985), Chernousko (1993), Frankowska (1989), Guseinov ve Ushakov (1991), Guseinov vd. (1998), Kurzhanskii ve Valyi (1996), Panasyuk ve Panasyuk (1980), Ushakov ve Khripunov (1994) ve Wolenski (1990)'da araştırılmıştır. Kontrol fonksiyonları integral sınırlı, lineer olmayan kontrol sistemlerin erişim kümelerinin özellikleri ve bu kümelerin nümerik yöntemlerle hesaplanması Chentsov (1995), Guseinov vd. (1999), Guseinov vd. (2001a), Guseinov vd. (2001b), Guseinov vd. (2003) ve Ukhobotov (1987) de incelenmektedir.

Kontrol sistemin bir $[t_0, \theta]$ aralığındaki davranışı

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)) + B(t, x(t))u(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

diferansiyel denklemi ile verilsin. Burada $x \in \mathbb{R}^n$ durum vektörü, $u \in \mathbb{R}^r$ kontrol vektörü, $t \in [t_0, \theta]$ $(t_0 < \theta < \infty)$ zaman, $f(t,x)$ n-boyutlu vektör fonksiyon ve $B(t,x)$ ise $(n \times r)$-boyutlu matris fonksiyondur.

(1) sisteminin kontrol fonksiyonları aşağıdaki integral eşitsizliği ile sınırlandırılmış olsun.

$$\int_{t_0}^{\theta} \|u(t)\|^p dt \le \mu_0^p, \quad \mu_0 > 0, \quad 1 < p < \infty \quad (2)$$

(2) eşitsizliğini sağlayan her $u(\cdot) \in L_p[t_0, \theta]$ $(1 < p < \infty)$, fonksiyonuna mümkün kontrol fonksiyon denir. U ile tüm bu mümkün kontrol fonksiyonların

[1]Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü 26470 Eskişehir
E-posta: kguseynov@anadolu.edu.tr

Geliş: 26 Mart 2002; **Düzeltme:** 04 Kasım 2002; **Kabul:** 12 Kasım 2002.

kümesini göstereceğiz. Kabul edelim ki, (1) denkleminin sağ tarafı aşağıdaki koşulları sağlasın.

A. $f(t,x)$ ve $B(t,x)$ fonksiyonları (t,x) e göre sürekli olsunlar. Ayrıca her sınırlı $D \subset [t_0,\theta]\times \mathbb{R}^n$ bölgesi ve keyfi $(t,x^*),(t,x_*) \in D$ öğeleri için

$$\|f(t,x^*) - f(t,x_*)\| \leq L_1(D)\|x^* - x_*\|$$

ve

$$\|B(t,x^*) - B(t,x_*)\| \leq L_2(D)\|x^* - x_*\|$$

koşullarını sağlayan $L_1(D)$ ve $L_2(D)$ pozitif Lipschitz sabitleri bulunsun.

B. Her $(t,x) \in [t_0,\theta] \times \mathbb{R}^n$ öğesi için

$$\|f(t,x)\| \leq \gamma_1(1 + \|x\|)$$

ve

$$\|B(t,x)\| \leq \gamma_2(1 + \|x\|)$$

koşullarını sağlayan γ_1 ve γ_2 pozitif sabitleri var olsun.

$u_*(\cdot) \in U$ olsun. Hemen hemen her $t \in [t_0,\theta]$ için $\dot{x}_*(t) = f(t,x_*(t)) + B(t,x_*(t))u_*(t)$ diferansiyel denklemini ve $x_*(t_0) = x_0$ başlangıç koşulunu sağlayan, mutlak sürekli $x_*(\cdot) : [t_0,\theta] \to \mathbb{R}^n$ fonksiyonuna, (1) kontrol sisteminin $u_*(\cdot) \in U$ mümkün kontrol fonksiyonuna karşılık gelen yörüngesi denir. $X(t_0,x_0)$ ile (1) sisteminin tüm $u(\cdot) \in U$ mümkün kontrol fonksiyonlarına karşılık gelen yörüngelerinin kümesini göstereceğiz.

$$X(t;t_0,x_0) = \{x(t) \in \mathbb{R}^n : x(\cdot) \in X(t_0,x_0)\}$$

şeklinde tanımlanan kümeye (1) sisteminin (2) kısıtı ile $t \in [t_0,\theta]$ anındaki erişim kümesi denir.

$$Z(t_0,x_0) = \{(t,x(t)) \in [t_0,\theta]\times\mathbb{R}^n : x(\cdot) \in X(t_0,x_0)\}$$

ile tanımlı kümeye ise (1) sisteminin (2) kısıtı ile integral tüneli denir. İntegral tünel,

$$Z(t_0,x_0) = \{(t,x) \in [t_0,\theta] \times \mathbb{R}^n \ : \ x \in X(t;t_0,x_0)\}$$

şeklinde de yazılabilir.

Her $(t,x) \in Z(t_0,x_0)$ için $(t,x) \in D$ olacak şekilde

$$D = \{(t,x) \in [t_0,\theta] \times \mathbb{R}^n \ : \ \|x\| \leq r\}$$

silindiri bulunabilir. Burada

$$r_0 = \|x_0\| + \gamma_1(\theta - t_0) + \gamma_2\mu_0(\theta - t_0)^{\frac{p-1}{p}}$$

olmak üzere

$$r = r_0\left[1 + \left(\gamma_1(\theta - t_0) + \gamma_2\mu_0(\theta - t_0)^{\frac{p-1}{p}}\right) \exp\left(\gamma_1(\theta - t_0) + \gamma_2\mu_0(\theta - t_0)^{\frac{p-1}{p}}\right)\right]$$

dir. Bundan sonra D bölgesi olarak yukarıda tanımlanan silindir kullanılacaktır.

2. ERİŞİM KÜMELERİ İÇİN YAKLAŞIM

$H \in (0,\infty)$ olsun. $\Gamma = \{t_0,t_1,\ldots,t_N = \theta\}$, $[t_0,\theta]$ aralığının keyfi $i = 0,1,\ldots,N-1$ için

$$t_{i+1} - t_i = \frac{\theta - t_0}{N} = \Delta$$

olacak şekildeki düzgün bölüntüsü ve $\Gamma^* = \{y_0 = 0, y_1,\ldots,y_R = H\}$ benzer şekilde $[0,H]$ aralığının keyfi $j = 0,1,\ldots,R-1$ için

$$y_{j+1} - y_j = \frac{H}{R} = \Delta^*$$

olacak şekildeki düzgün bölüntüsü olsun. $\widetilde{\Gamma} = \{s_0,s_1,\ldots,s_k\}$, $S = \{u \in \mathbb{R}^r : \|u\| = 1\}$ birim küresinin sonlu δ-ağını göstersin.

$Z(\theta;t_0,x_0)$ ise

$$z(t_0) = x_0, \quad y_{j_i} \in \Gamma^*, \quad s_{l_i} \in \widetilde{\Gamma}, \ i = 0,1,...,N-1 \tag{3}$$

ve

$$\sum_{i=0}^{N-1} y_{j_i}^p \leq \frac{\mu_0^p}{\Delta} \tag{4}$$

olmak üzere

$$z(t_{i+1}) = z(t_i) + \Delta[f(t_i,z(t_i)) + B(t_i,z(t_i))y_{j_i}s_{l_i}] \tag{5}$$

recursive formülü ile hesaplanan $z(\theta)$ noktalarının kümesini göstersin.

$E \subset \mathbb{R}^n$, $D \subset \mathbb{R}^n$ için

$$\alpha(E,D) = \max\{\sup_{x\in E} d(x,D), \sup_{y\in D} d(y,E)\}$$

olsun. Burada $z \in \mathbb{R}^n$, $A \subset \mathbb{R}^n$ için $d(z,A) = \inf_{a\in A}\|z - a\|$, $\|\cdot\|$ Euclidean normudur. $\alpha(E,D)$ sayısına E ve D kümeleri arasındaki Hausdorff uzaklığı denir.

Aşağıdaki teorem $X(\theta;t_0,x_0)$ erişim kümesi ile $Z(\theta;t_0,x_0)$ kümesi arasındaki Hausdorff uzaklığı için bir yaklaşım vermektedir.

Teorem 1. *(Guseinov vd. (2001b)) (1) kontrol sisteminin sağ tarafı A. ve B. koşullarını sağlasın. O zaman*

$$\begin{gathered}\alpha(X(\theta;t_0,x_0), Z(\theta;t_0,x_0)) \leq K_1\frac{2\mu_0^p}{H^{p-1}}(1 + c_*e^{c_*}) + \\ \xi(\Delta)(1 + c_*e^{c_*}) + K_1\Delta^*(\theta - t_0)(1 + c_*e^{c_*}) + \\ \delta H(\theta - t_0)(1 + c_*e^{c_*}) + c^*\eta^*(\Delta,H)\end{gathered}$$

eşitsizliği doğrudur.

Burada,

$K_1 = \max\limits_{(t,x)\in D} \|B(t,x)\|,$

$c_* = L_1(\theta - t_0) + L_2\mu_0(\theta - t_0)^{\frac{p-1}{p}},$

$K_2 = \max\limits_{(t,x)\in D} \|f(t,x)\|,$

$\varphi(\Delta) = K_2\Delta + K_1\mu_0\Delta^{\frac{p-1}{p}},$

$\omega^*(\Delta) = \max\limits_{\substack{|t-\tau|<\Delta \\ \|x-y\|<\Delta}} \|B(t,x) - B(\tau,y)\|,$

$\xi(\Delta) = 2\mu_0\omega^*(\varphi(\Delta))(\theta - t_0)^{\frac{p-1}{p}} + 2\mu_0 K_1\Delta^{\frac{p-1}{p}},$

$\kappa^*(\Delta) = \max\limits_{\substack{|t^*-t_*|\leq\Delta \\ \|x^*-x_*\|\leq\Delta}} \|f(t^*,x^*) - f(t_*,x_*)\|,$

$\eta^*(\Delta, H) = \kappa^*(\varphi(\Delta)) + H\omega^*(\varphi(\Delta)),$

$\eta(\Delta, H) = \Delta\eta^*(\Delta, H),$

$L = L_1 + L_2 H$ ve

$c^* = (\theta - t_0)e^{L(\theta - t_0)}$ dir.

Teorem 1 den aşağıdaki sonuç elde edilir.

Sonuç 1. *Her $\varepsilon > 0$ için*

$$\alpha(X(\theta;t_0,x_0), Z(\theta;t_0,x_0)) \leq \varepsilon$$

olacak şekilde $H > 0$, $\Delta > 0$, $\Delta^* > 0$, $\delta > 0$ sayıları vardır.

$p = 2$ durumunda, integral sınırlı lineer olmayan kontrol sistemlerin erişim kümelerinin nümerik hesabı için bir yaklaşım yöntemi Guseinov vd. (1999) da verilmektedir.

3. ALGORİTMA

$Z(\theta;t_0,x_0)$ kümesinin hesaplanması için, sırasıyla aşağıdaki prosedürler izlensin. Öncelikle her $i = 0,1,\ldots,N-1$ için (5) ifadesinde $y_{j_i} = j_i\Delta^*$ alınarak (5) ifadesi aşağıdaki (6) formülü şeklinde yazılabilir.

$$z(t_{i+1}) = z(t_i) + \Delta[f(t_i,z(t_i)) + B(t_i,z(t_i))(j_i\Delta^*)s_{l_i}] \tag{6}$$

Burada $j_i = 0,1,2,\ldots,R$ tam değerlerini alır. Bu durumda (4) eşitsizliğinden $j_i = 0,1,2,\ldots,R$ tam sayılarının

$$\sum_{i=0}^{N-1} {j_i}^p \leq \frac{\mu_0^p}{\Delta\Delta^{*p}} \tag{7}$$

eşitsizliğini sağlayacak biçimde seçilmesi gerektiği elde edilir.

Algoritmanın temeli, (7) eşitsizliğini sağlayan tüm mümkün $j_i = 0,1,2,\ldots,R$ ve $s_{l_i} = s_0,s_1,\ldots,s_k$ değerlerinin seçilmesi ve seçilen bu değerlere göre tüm mümkün $z(\theta)$ değerlerinin hesaplanmasına dayanır.

Önce (6) formülünde, mümkün tüm $j_0,j_1,\ldots,j_{N-1}$ sayılarının şeçilme yöntemini verelim. $j_0,j_1,\ldots,j_{N-1}$ sayıları aşağıdaki prosedür uygulanarak seçilebilir. Ancak her bir adımda $j_0,j_1,\ldots,j_{N-1}$ sayıları şeçildikten sonra bu sayıların (7) eşitsizliğini sağlayıp, sağlamadığı kontrol edilmelidir.

$$\begin{array}{rl}
1: & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-1} = 0 \\
2: & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-2} = 0, \\
& j_{N-1} = 1 \\
\vdots & \\
(\mathrm{R+1}): & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-2} = 0, \\
& j_{N-1} = R \\
(\mathrm{R+2}): & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-3} = 0, \\
& j_{N-2} = 1, \\
& j_{N-1} = 0 \\
\vdots & \\
2(\mathrm{R+1}): & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-3} = 0, \\
& j_{N-2} = 1, \\
& j_{N-1} = R \\
\vdots & \\
(R+1)^2: & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-3} = 0, \\
& j_{N-2} = R, \\
& j_{N-1} = R \\
(R+1)^2+1: & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-4} = 0, \\
& j_{N-3} = 1, \\
& j_{N-2} = j_{N-1} = 0 \\
\vdots & \\
(R+1)^2+(R+1): & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-4} = 0, \\
& j_{N-3} = 1, \\
& j_{N-2} = 0, \\
& j_{N-1} = R \\
(R+1)^{N-1}: & j_0 = 0, \\
& j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-1} = R \\
(R+1)^{N-1}+1: & j_0 = 1, \\
& j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-1} = 0 \\
\vdots & \\
(R+1)^{N-1}+(R+1): & j_0 = 1, \\
& j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-2} = 0, \\
& j_{N-1} = R \\
\vdots & \\
(R+1)^N: & j_0 = j_1 = j_2 = \ldots \\
& = j_{N-1} = R,
\end{array}$$

Şimdi her m. adımda seçilen $j_0,j_1,\ldots,j_{N-1}$

sayıları için $s_{l_0}, s_{l_1}, \ldots, s_{l_{N-1}}$ vektörlerinin yukarıdakine benzer seçim yöntemini verelim.

$$
\begin{array}{rl}
\text{m.1:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-1}} = s_0 \\
\text{m.2:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-2}} = s_0, \\
& s_{l_{N-1}} = s_1 \\
\vdots & \\
\text{m.(k+1):} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-2}} = s_0, \\
& s_{l_{N-1}} = s_k \\
\text{m.(k+2):} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-3}} = s_0, \\
& s_{l_{N-2}} = s_1, \\
& s_{l_{N-1}} = s_0 \\
\vdots & \\
\text{m.2(k+1):} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-3}} = s_0, \\
& s_{l_{N-2}} = s_1, \\
& s_{l_{N-1}} = s_k \\
\vdots & \\
\text{m.}(k+1)^2\text{:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-3}} = s_0, \\
& s_{l_{N-2}} = s_k, \\
& s_{l_{N-1}} = s_k \\
\text{m.}(k+1)^2+1\text{:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-4}} = s_0, \\
& s_{l_{N-3}} = s_1, \\
& s_{l_{N-2}} = s_0, \\
s_{l_{N-1}} = s_0 & \\
\vdots & \\
\text{m.}(k+1)^2+(k+1)\text{:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-4}} = s_0, \\
& s_{l_{N-3}} = s_1, \\
& s_{l_{N-2}} = s_0, \\
& s_{l_{N-1}} = s_k \\
\vdots & \\
\text{m.}(k+1)^{N-1}\text{:} & s_{l_0} = s_0, \\
& s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-1}} = s_k \\
\text{m.}(k+1)^{N-1}+1\text{:} & s_{l_0} = s_1, \\
& s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-1}} = s_0 \\
\vdots & \\
\text{m.}(k+1)^{N-1}+(k+1)\text{:} & s_{l_0} = s_1, \\
& s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-2}} = s_0, \\
& s_{l_{N-1}} = s_k \\
\vdots & \\
\text{m.}(k+1)^{N}\text{:} & s_{l_0} = s_{l_1} = s_{l_2} = \ldots \\
& = s_{l_{N-1}} = s_k
\end{array}
$$

Böylece her m. adımda ($m = 1, 2, \ldots, (R+1)^N$) yukarıdaki prosedür uygulanarak belirlenen $s_{l_0}, s_{l_1}, \ldots, s_{l_{N-1}}$ vektörleri (6) formulünde yerine yazılarak tüm mümkün $z(\theta)$ değerleri hesaplanabilir.

Verilen algoritma kullanılarak, uygulamalarda ortaya çıkan integral sınırlı, lineer olmayan bir çok kontrol sistemin erişim kümeleri yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Örnek 1. Kontrol sistemin $[0, 0.06]$ aralığındaki davranışı aşağıdaki diferansiyel denklem ile verilmiş olsun.

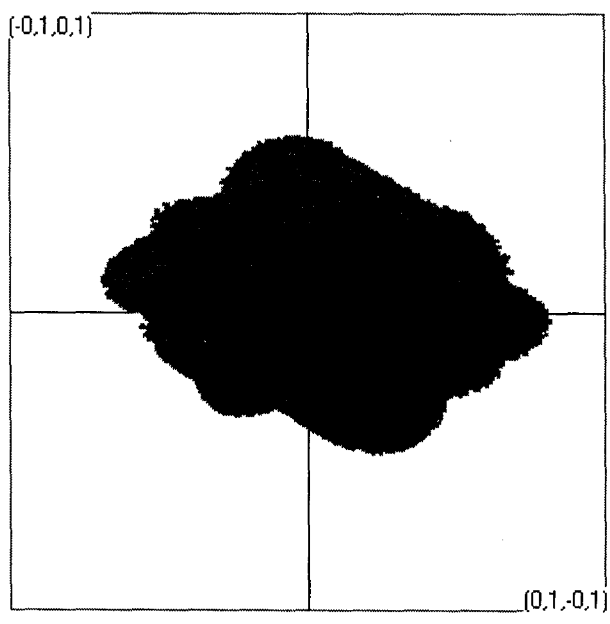
$$
\begin{array}{rcl}
\dot{x} & = & \frac{1}{2}\cos(200\sqrt{3}y) + \frac{1}{3}u_1 \sin(1-x) \\
\dot{y} & = & \frac{1}{3}\cos(150x) + \frac{1}{4}u_2 \sin(1+x) \\
& & x(0) = 0, \quad y(0) = 0
\end{array} \qquad (8)
$$

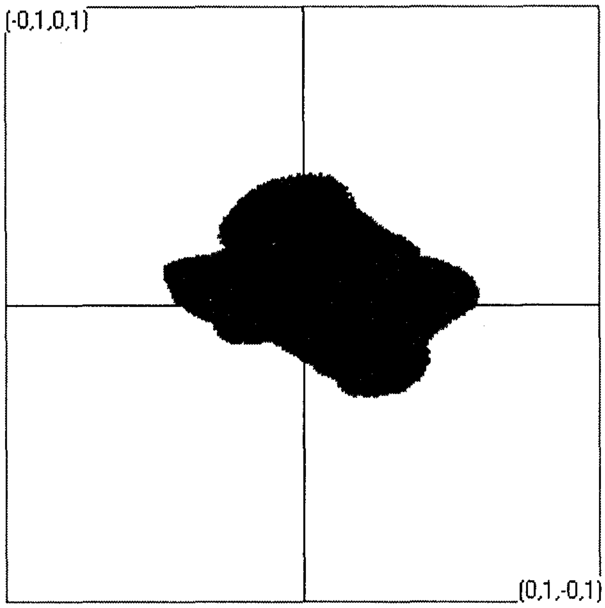
Ayrıca $u = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$ kontrol fonksiyonu aşağıdaki integral eşitsizliği ile sınırlandırılmış olsun.

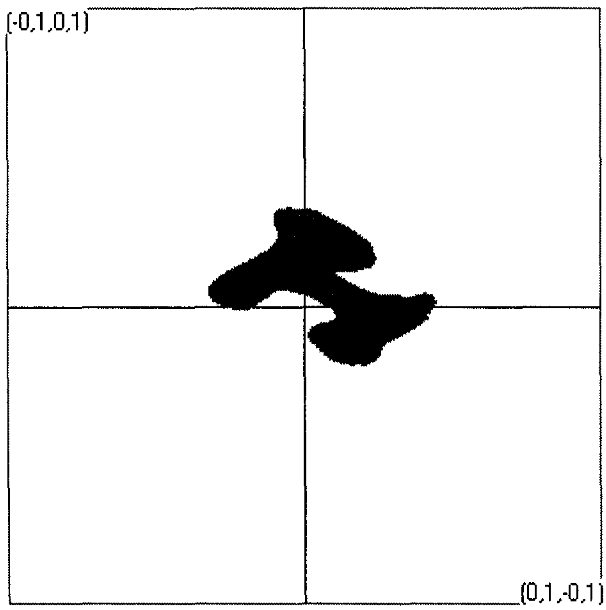
$$
\begin{array}{rcl}
\int_0^{0.06} \|u(t)\|^p dt & = & \int_0^{0.06} (u_1(t)^2 + u_2(t)^2)^p dt \\
& \leq & \mu_0^p = \frac{1}{4}
\end{array} \qquad (9)
$$

Bu durumda aşağıdaki şekiller sırasıyla $p = \frac{3}{2}$, $p = 2$ ve $p = 3$ için (9) kısıtı ile (8) sistemi için bu algoritmanın bilgisayara uygulanması ile elde edilen $Z(0.06; 0, (0,0))$ kümeleridir.

Bu çalışma Anadolu Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenmektedir.







KAYNAKÇA

Blagodatskikh, V.I. ve Filippov, A.F. (1985). Differential Inclusions and Optimal Control. *Trudy Mat. Inst. Akad. Nauk SSSR im Steklova* 169, 194-252.

Chernousko, F.L. (1993). *State Estimation for Dynamic Systems.*, SRC Press, Boca Raton, FL, 304.

Chentsov, A.G. (1995). Asymptotic Attainability Accompanying Perturbation of Integral Constraints. *Kibernetika i Sist. Analiz* (1), 87-99.

Frankowska, H. (1989). Contingent Cones to Reachable Sets of Control Systems. *SIAM J. Contr. Optimiz.* 27, 170-198.

Guseinov, Kh. G. ve Ushakov, V.N. (1991). Differential Properties of Integral Funnels and Stable Bridges. *J. Appl. Math. Mechs.* 55 (1), 56-61.

Guseinov, Kh. G., Moiseyev, A.N. ve Ushakov, V.N. (1998). The Approximation of Reachable Domains of Control Systems. *J. Appl Math. Mechs.* 62 (2), 169-175.

Guseinov, Kh. G., Neznakhin, A.A. ve Ushakov, V.N. (1999). Approximate Construction of Attainability Sets of Control Systems with Integral Constraints on Control. *J. Appl. Math. Mechs.* 63 (4), 557-567.

Guseinov, Kh. G., Ozer, O. ve Akyar, E.. (2001a). On the Properties of the Reachable Sets of the Nonlinear Control Systems with Integral Constraints on Control. *Proceedings of 9th Mediterranean Conference on Control and Automation, CD-ROM, ISBN 953-6037-35-1*, Dubrovnik, Croatia, 4.p.

Guseinov, Kh. G., Ozer, O. ve Akyar, E.. (2001b). Numerical Method for Approximation of Reachable Sets of Control Systems with Integral Constraints. *Abstracts of the International Conference on Applicable General Topology*, Ankara, Turkey, p.1-2.

Guseinov, Kh. G., Ozer, O. ve Akyar, E. (2003). On the Semicontinuity Properties of the Attainable Sets of Control Systems with Controls in L_p. *Mathematical and Computational Applications* 8 (1), 127-134.

Kurzhanskii, A.B. ve Valyi, I. (1996). *Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control.* Birkhauser, Boston, MA, 321.

Panasyuk, A.I. ve Panasyuk, V.I. (1980). An Equation Generated by a Differential Inclusion. *Mat. Zametki* 27, 429-437.

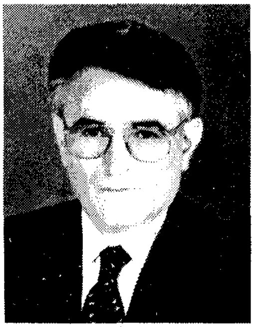
Ukhobotov, V.I. (1987). Single-Type Linear Game with Composite Constraints on the Controls. *Prikl. Mat. Mekh.* 51, 179-185.

Ushakov, V.N. ve Khripunov, A.P. (1994). The Approximate Construction of Integral Cones of Differential Inclusions. *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* 34, 965-977.

Wolenski, P. (1990). The Exponential Formula for the Reachable Set of Lipschitz Differential Inclusion. *SIAM J. Contr. Optimiz.* 28, 1148-1161.

Khalig G. GUSEINOV

1978 yılında Azerbaycan Devlet Üniversitesi, Mekanik–Matematik fakültesinden mezun oldu. 1985 yılında SSCB Bilimler Akademisi, Ural bölümü Mekanik–Matematik Enstitüsü'nde "Fizik– Matematik Bilimleri Adayı", 1998 yılında "Fizik–Matematik Bilimleri Doktoru" unvanını aldı. Diferansiyel oyunlar teorisi, kontrol teori, diferansiyel denklemler ve içermeler teorisi, küme değerli analiz konularında altmıştan fazla yayını bulunmaktadır.



Orhan ÖZER

1944 yılında Ardahan'da doğdu. 1967'de İstanbul Üniversitesi, Matematik Bölümü'nden mezun oldu. İki yıl Kars Alpaslan Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak görev yaptı. 1969 yılında Hacettepe Üniversitesi'ne asistan olarak girdi ve 1973 yılında doktorasını tamamladı. 1980 yılında doçent, 1987'de profesör oldu. 1993 yılından beri Anadolu Üniversitesi'nde çalışmaktadır.

Emrah AKYAR

1973 yılında Eskişehir'de doğdu. 1994 yılında Anadolu Üniversitesi Matematik Bölümü'nden mezun oldu. 1998'de yüksek lisansını, 2002'de doktorasını aynı bölümde tamamlamıştır. 1995'den bu yana Anadolu Üniversitesinde çalışmaktadır. Akyar'ın araştırma alanları, Kontrol Sistemler Teorisi, Küme Değerli Analiz ve Diferansiyel İçermeler Teorisidir.